



ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กรรณิการ์ บุตรศรี

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



กรรณิการ์ บุตรศรี

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

THE EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING HEURISTICS
THINKING WITH THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL PROBLEM
SOLVING ABILITY AND MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT OF
MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS



KANNIKA BUDSRI

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENTS FOR MASTER DEGREE OF EDUCATION
IN MATHEMATICS TEACHING
FACULTY OF EDUCATION
BURAPHA UNIVERSITY

2024

COPYRIGHT OF BURAPHA UNIVERSITY

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ กรรมการ บุตรศรี ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

.....

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)

..... กรรมการ

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

.....

..... กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

..... กรรมการ

(ดร.พรรณทิพา ดันดินัย)

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. สฎายุ ธีระวณิชตระกูล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการ
การศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัย
บูรพา

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ็งเยี่ยม)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

63910085: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)
 คำสำคัญ: การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์, เทคนิคเพื่อนคู่คิด, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

กรรมกร์ บุตรศรี : ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (THE EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING HEURISTICS THINKING WITH THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS)
 คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: เวชฤทธิ์ อังกะภักขจร, อาพันธ์ชนิด เจนจิต, กศ.ด. ปี พ.ศ. 2567.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 38 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 4 แผน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่มีค่าความเชื่อมั่น 0.81 3) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่มีค่าความเชื่อมั่น 0.79 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทีกลุ่มตัวอย่างเดียว ผลการวิจัยพบว่า

1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

63910085: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING HEURISTICS THINKING, THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUE, MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY, MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT

KANNIKA BUDSRI : THE EFFECTS OF ORGANIZING LEARNING ACTIVITIES EMPHASIZING HEURISTICS THINKING WITH THINK-PAIR-SHARE TECHNIQUE ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY AND MATHEMATICS LEARNING ACHIEVEMENT OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, APUNCHANIT JENJIT, Ed.D 2024.

The purposes of this research were to compare problem solving ability and mathematics learning achievement of Mathayomsuksa III students after organizing learning activities emphasizing heuristics thinking with think-pair-share technique with the criterion 70%. The sample were 38 students of Mathayomsuksa III students in the first semester in academic year B.E 2566 they were selected by cluster random sampling method. The research instruments used in this research consisted of; 1) four lesson plans on Probability 2) Mathematical problem solving ability test, with the reliability of 0.81 3) Mathematics learning achievement test, with the reliability of 0.79. The statistical for analyzing the collected data were mean, standard deviation and t-test for one sample. Research results were that

1) Mathematical problem solving ability after organizing learning activities emphasizing heuristics thinking with think-pair-share technique was higher than the set criterion of 70% at .05 level of statistical significance. 2) Mathematics learning achievement after organizing learning activities emphasizing heuristics thinking with think-pair-share technique was higher than the set criterion of 70% at .05 level of statistical significance.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี เนื่องจากความอนุเคราะห์ของ รองศาสตราจารย์ ดร. เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งกับความกรุณาและทุ่มเทของอาจารย์ทั้งสองเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. มารุต พัฒนาผล และ ดร.พรณทิพา ตันตินัย กรรมการสอบ ที่กรุณาให้คำชี้แนะและตรวจแก้ไข ทำให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จากผู้อำนวยการ โรงเรียนแสนสุข ตลอดจนคณะครูและนักเรียน โรงเรียนแสนสุข ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อลำพอง บุตรศรี และคุณแม่ทองพัฒน์ บุตรศรี ที่ให้กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยเสมอ รวมถึงเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ทุกคนที่ให้กำลังใจและให้คำปรึกษาที่ดีเสมอมา

คุณความดีทั้งหลายอันเกิดจากการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่ บิดามารดา และครูบาอาจารย์ที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย ที่ทำให้ผู้วิจัยเป็นผู้ประสบความสำเร็จครบถ้วนทุกวันนี้

กรรมธิการ บุตรศรี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฅ
สารบัญภาพ	ฉ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	8
สมมติฐานของการวิจัย	8
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	9
ขอบเขตของการวิจัย	9
นิยามศัพท์เฉพาะ	10
กรอบแนวคิดในการวิจัย	13
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	15
1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	16
2. การคิดแบบฮิวริสติกส์	21
3. เทคนิคเพื่อนคู่คิด	31
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด	36
5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	39

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์.....	63
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	76
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	80
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	81
การสร้างและการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	81
การดำเนินการวิจัย.....	93
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	94
การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	94
บทที่ 4 ผลการดำเนินวิจัย.....	100
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	100
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	100
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	113
สรุปผลการวิจัย.....	113
การอภิปรายผล.....	114
ข้อเสนอแนะ.....	121
บรรณานุกรม.....	123
ภาคผนวก.....	129
ภาคผนวก ก.....	130
รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ.....	131
ภาคผนวก ข.....	137
ภาคผนวก ค.....	197
ภาคผนวก ง.....	213
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	215

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 การวิเคราะห์สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ แกนกลางเรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	20
ตารางที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์.....	25
ตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนเทคนิคเพื่อนคู่คิด.....	33
ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยก องค์ประกอบของ Charles and Lester.....	59
ตารางที่ 5 เกณฑ์การประเมินผลแบบย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริม การสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	60
ตารางที่ 6 เกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบของ สิริพร ทิพย์คง	61
ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย.....	62
ตารางที่ 8 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผน การจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น	82
ตารางที่ 9 การวิเคราะห์ข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	85
ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	86
ตารางที่ 11 การวิเคราะห์ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบปรนัย จำแนก ตามพฤติกรรมที่ต้องการวัด	90
ตารางที่ 12 แบบแผนการทดลอง.....	93
ตารางที่ 13 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น	101
ตารางที่ 14 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนของขั้นทำความเข้าใจปัญหา.....	102
ตารางที่ 15 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนของขั้นวางแผนแก้ปัญหา	104

ตารางที่ 16 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนของขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	106
ตารางที่ 17 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนของขั้นสรุปคำตอบที่ได้	109
ตารางที่ 18 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที่ ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น	111
ตารางที่ 19 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1	198
ตารางที่ 20 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2	199
ตารางที่ 21 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3	200
ตารางที่ 22 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4	201
ตารางที่ 23 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้น การคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด	202
ตารางที่ 24 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	202
ตารางที่ 25 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น	203
ตารางที่ 26 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	204
ตารางที่ 27 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น	206
ตารางที่ 28 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัด กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด	208
ตารางที่ 29 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด	210

สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย	14
ภาพที่ 2 แสดงแบบจำลองความคิดของ Sheffield (2005, 2003).....	23
ภาพที่ 3 การสังเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด	38
ภาพที่ 4 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC	45
ภาพที่ 5 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ..	103
ภาพที่ 6 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ...	103
ภาพที่ 7 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในขั้นวางแผนแก้ปัญหา.....	105
ภาพที่ 8 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นวางแผนแก้ปัญหา.....	106
ภาพที่ 9 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	107
ภาพที่ 10 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา..	108
ภาพที่ 11 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา..	109
ภาพที่ 12 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นสรุปคำตอบที่ได้.....	110
ภาพที่ 13 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในขั้นสรุปคำตอบที่ได้.....	111
ภาพที่ 14 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t-test for one sample	214
ภาพที่ 15 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t-test for one sample	214

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาในศตวรรษที่ 21 เป็นการเตรียมคนไปเผชิญการเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็ว รุนแรง พลิกผัน และคาดไม่ถึง คนยุคใหม่จึงต้องมีทักษะที่สูงในการเรียนรู้และปรับตัวครูเพื่อศิษย์ต้องพัฒนาตนเองให้มีทักษะของการเรียนรู้ด้วย และในขณะเดียวกันต้องมีทักษะในการทำหน้าที่ครูในศตวรรษที่ 21 ซึ่งไม่เหมือนการทำหน้าที่ครูในศตวรรษที่ 20 หรือ 19 (วิจารณ์ พานิช, 2556) ซึ่งเด็กไทยในยุคนี้จำเป็นต้องได้รับการพัฒนาให้เป็นพลเมืองไทย พลเมืองอาเซียน และพลโลกที่มีคุณภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องมีทักษะสำคัญที่จะดำรงชีวิตอยู่ในโลกปัจจุบันอย่างมีความสุข ด้วยความมีคุณธรรมและจริยธรรม (ethics) นำหน้า ประกอบด้วยทักษะ 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน ได้แก่ กลุ่ม 4R ที่เน้นการรู้หนังสือ (Literacy) ทั้งความสามารถในการอ่านอย่างเข้าใจ (Read) และเขียนอย่างมีคุณภาพ (Write) เน้นการเรียนรู้จำนวน (Numeracy) และเน้นการใช้เหตุผล (Reasoning) อีกกลุ่มหนึ่ง คือ กลุ่ม 7C คือ ทักษะหลัก ได้แก่ ทักษะการแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ (Creative Problem Solving Skills) ทักษะการคิดอย่างมีวิจารณญาณ (Critical Thinking Skills) ทักษะการทำงานอย่างร่วมพลัง (Collaborative Skills) ทักษะการสื่อสาร (Communication Skills) ทักษะการใช้คอมพิวเตอร์ (Computing Skills) ทักษะอาชีพและทักษะการใช้ชีวิต (Career and Life Skills) และทักษะการใช้ชีวิตในวัฒนธรรมต่างชาติ (Cross-cultural Skills) (พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ และเพียววินดีสุข, 2557) จากตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้คำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญนั่นคือ การเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหาความคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนมีการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1)

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมี

ประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และ ศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนา เศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนา อย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1) ซึ่งกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการ พัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสารและสื่อความหมายทาง คณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2-3)

สำหรับประเทศไทย ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดให้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไป ประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่าง มีประสิทธิภาพ และหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นคือความสามารถใน การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์วางแผนแก้ปัญหา และ เลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความ ถูกต้อง (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3) รวมทั้งสสวท. (2555, หน้า 77) ได้เสนอว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการ แก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ผู้เรียน ไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่ หลากหลาย เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด และซึ่งสอดคล้องกับ ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 167) ที่กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็น กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการ แก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการ แก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นที่นักเรียนทุกคนจะต้องเรียนรู้ เข้าใจ สามารถคิดเป็น และ

เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร (2554, หน้า 15) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์แก่นักเรียนช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะมโนทัศน์ และหลักการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ได้ (เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร, 2554, หน้า 15) และสอดคล้องกับ สสวท. (2555, หน้า 6) ที่เสนอว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ใน ชีวิตประจำวัน ได้ตลอดชีวิต

จากที่กล่าวมาข้างต้นถึงแม้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญเพียงใดก็ตาม แต่จากการศึกษาผลคะแนนโครงการประเมินนักเรียนร่วมกับนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Students Assessment) ซึ่งจะมีการประเมินในทุก ๆ 3 ปี โดยประเมินนักเรียนอายุ 15 ปีทั่วโลก ซึ่งด้านหลักในการประเมิน PISA 2022 เน้นการประเมินด้านคณิตศาสตร์ โดย PISA มองว่าในปัจจุบันบุคคลที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์จะต้องเป็นบุคคลที่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่ซับซ้อนร่วมกับการหาวิธีแก้ปัญหาโดยการคิดหรือแปลงปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้คณิตศาสตร์ และตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ (สสวท., 2566, หน้า 1) ผลการประเมิน พบว่า ในปี 2015, 2018 และ 2022 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 415, 419 และ 394 คะแนนตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) ที่มีค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ 490, 489 และ 472 คะแนนตามลำดับ (สสวท., 2561, หน้า 255; สสวท., 2564, หน้า 177; สสวท., 2566, หน้า 9) ซึ่งจากผลการประเมินดังกล่าวสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนยังขาดทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องนำความรู้จากเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ มาใช้แก้ปัญหาในบริบทที่ท้าทายหรือแก้ปัญหาที่พบเจอในชีวิตจริง และจะต้องตีความและประเมินผลลัพธ์ให้อยู่ในบริบทของชีวิตจริง นอกจากนี้ นักเรียนยังต้องอาศัยแนวคิดเชิงคำนวณมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา (สสวท., 2566, หน้า 2)

ประกอบกับผลประเมิน โครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2558 (Trends in International Mathematics and Science Study 2015; TIMSS 2015) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ทั้งด้านเนื้อหาวิชาและด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ที่ถูกประเมินคือ ความรู้ การแก้ปัญหา และการใช้เหตุผล ในส่วนของ

ข้อสอบเป็นแบบเลือกตอบ และแบบเขียนตอบ ซึ่งผลการประเมินของประเทศไทยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยรวมคือ 431 ซึ่งอยู่ในระดับ 1 หรือระดับต่ำ และต่ำกว่าค่ากลางของการประเมินคือ 500 คะแนน และเรื่องข้อมูลและโอกาสมีคะแนนเฉลี่ยรวมคือ 425 ซึ่งทำคะแนนได้น้อยกว่าเรื่องอื่น ๆ (สสวท., 2558) นอกจากนี้การสอบวิชาคณิตศาสตร์ของสถาบันทดสอบการศึกษาระดับชาติประจำปีการศึกษา 2564, 2565 และ 2566 พบว่าผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สอบวิชาคณิตศาสตร์ระดับประเทศ มีคะแนนเฉลี่ย 24.47, 24.39, และ 25.38 คะแนน ตามลำดับ และคะแนนของสาระสถิติและความน่าจะเป็น มีคะแนนเฉลี่ย 21.73, 21.37 และ 21.01 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2566)

รวมไปถึงผลการทดสอบการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ปีการศึกษา 2566 ของโรงเรียนศรีราชา จังหวัดชลบุรี พบว่าในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ย 25.46 คะแนน และสาระสถิติและความน่าจะเป็น มีคะแนนเฉลี่ย 36.63 คะแนน ซึ่งไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2566) และจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีราชา จังหวัดชลบุรี พบว่า นักเรียนประสบปัญหาเรื่อง ความน่าจะเป็น คือนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาเรื่องความน่าจะเป็นได้ โดยนักเรียนไม่สามารถหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม และไม่สามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น ๆ ได้ นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และตีความสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ เนื่องจากเนื้อหาเรื่องความน่าจะเป็นนั้นยากต่อการทำความเข้าใจ นักเรียนส่วนใหญ่มีความสับสนในการหาคำตอบ ส่งผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าเกณฑ์ (เดือนใจ ตรีเนตร, ผู้ให้สัมภาษณ์, 6 มกราคม 2565)

จากข้อมูลข้างต้น สาเหตุที่ทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยอยู่ในเกณฑ์ที่ต่ำกว่ามาตรฐาน อาจเนื่องมาจาก การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควรนั้นมีสาเหตุมาจากตัวนักเรียนเอง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้อาจไม่เหมาะสมหรืออาจเนื่องมาจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้าง ซึ่งประกอบด้วยคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์และทฤษฎีต่าง ๆ ที่ยากแก่การทำความเข้าใจ นักเรียนส่วนใหญ่ จึงเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก และอาจเป็นเพราะครูยังไม่สามารถจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง จึงส่งผลให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ (อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 8-9) ดังนั้น การสอนของครูเป็นสำคัญ การเลือกใช้เทคนิคและวิธีการสอนให้เหมาะสมกับ เนื้อหาและกลุ่มผู้เรียนเป็นเรื่องที่ควร

คำนึงถึง แต่ละเนื้อหาอาจจะเหมาะสมกับวิธีการที่แตกต่างกันออกไป แม้แต่เนื้อหาเดียวกันก็อาจใช้วิธีสอนได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับลักษณะของผู้เรียนและอาจต้องใช้วิธีการสอนหลาย ๆ อย่างร่วมกัน ใช้อุปกรณ์การสอน สื่อการเรียนการสอน ช่วยให้ผู้เรียนเห็น เป็นรูปธรรม เข้าใจบทเรียนได้ง่าย เร็ว และชัดเจนขึ้น (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2542, หน้า 1)

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา โดยค้นหาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ (Katretchko, 1971, p.1 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552; Krulik and Rudnick, 1993, p. 27; Singapore Math, 2005, p. 1; ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552, หน้า 383) ซึ่งประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ คือทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักการคณิตศาสตร์ ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ๆ ในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถที่จะแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ นอกจากนี้การคิดแบบฮิวริสติกส์ ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบแนวคิดของตนเองให้กว้างขึ้นและสามารถควบคุมความคิดของตนเอง เพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่ (ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552, หน้า 384) ซึ่งสอดคล้องกับ Garnett (1984) ที่กล่าวไว้ว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ ช่วยพัฒนาการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ได้ และยังสามารถแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้และช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบมากขึ้น โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้ 1) ขั้นพิจารณาปัญหา นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้และพิจารณาปัญหานั้นว่าสอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด 2) ขั้นวางแผน นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ 3) ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ 4) ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว นักเรียนสะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน และ 5) ขั้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหาคำตอบจากปัญหานั้น (Krulik and Rudnick, 1993; David and Zbigniew, 2000; Sheffield, 2005, 2003) ซึ่งเมื่อพิจารณาถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ พบว่าส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยนักเรียนอ่านทำความเข้าใจปัญหาโดยค้นหายุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย และดำเนินการแก้ปัญหานั้นได้ผลลัพธ์ที่ต้องการ ซึ่งมีผู้ที่ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และศึกษา

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ เช่น นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบ ฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทาง คณิตศาสตร์ และความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าร้อยละ 60 และสูง กว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 และเรวดี มี สุข (2556) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) ที่มีต่อ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัย ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา นักเรียนได้ค้นหา แนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ ดังนั้นผู้วิจัย จึงนำแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมาใช้ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ เพื่อให้ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในการค้นหาแนวทางหรือ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เพื่อร่วมกันค้นหาผลลัพธ์ที่ต้องการ เมื่อนักเรียนได้ร่วมกันค้นหาผลลัพธ์ หรือแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน จะส่งผลให้นักเรียนมีการแก้ปัญหาได้ดีมากยิ่งขึ้น ซึ่ง สอดคล้องกับ สสวท. (2551, หน้า 183) ได้เสนอว่า แนวทางการพัฒนาการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตน อย่างอิสระ และมีการนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาเทคนิคเพื่อนคู่คิด ซึ่งเป็นเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ และเนื่องจาก Solomon (2009, p.34) ได้อธิบายไว้ว่า เทคนิค เพื่อนคู่คิด เป็นแนวทางปฏิบัติที่ดีที่สุดสำหรับการเรียนการสอน เนื่องจากมีเวลาให้นักเรียนได้คิด ด้วยตนเอง และมีระยะเวลาในการสะท้อนกลับ คำตอบของพวกเขากับคู่มี่เวลาแลกเปลี่ยนกับเพื่อน ร่วมชั้นเพื่อแบ่งปันการเรียนรู้ ผลงานวิจัยกล่าวว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นเรื่องที่น่าสนใจ เนื่องจาก เป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมกับเพื่อนร่วมชั้นที่เพิ่มขึ้นอีกทั้งยังเพิ่มทักษะคิด และการตั้ง คำถามของนักเรียนในระดับที่สูงขึ้นด้วย ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้นำการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้

เทคนิคเพื่อนคู่คิด ซึ่งเป็นเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยเริ่มจากครูตั้งคำถามหรือโจทย์ปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบของตนเองก่อน แล้วนำคำตอบที่ได้ไปแลกเปลี่ยนอภิปรายกับเพื่อนที่จับคู่ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป และนำผลที่ได้ไปอภิปรายกับเพื่อนร่วมชั้น (Ledlow , 2012, p.346; กรมวิชาการ, 2545, หน้า 210; พิมพันธ์ เดชะคุปต์และเพียว ยินดีสุข, 2551, หน้า 49) ซึ่งประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด คือทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและทักษะการสื่อสารให้คู่ของคนเข้าใจ ฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น ทำให้นักเรียนแต่ละคู่มีความสนิทสนมกันมากขึ้นและทำให้นักเรียนเป็นคู่หูในการช่วยกันเรียนต่อไป (สมบัติ การจนารักพงศ์, 2547, หน้า 12) โดยมีขั้นตอนของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้ 1) การคิด (Think) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหา โดยครูคอยสังเกตพฤติกรรมนักเรียน 2) การจับคู่ (Pair) เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนจับคู่ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป และ 3) การแลกเปลี่ยน (Share) ครูให้นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันสรุปอภิปรายผล (Hamdan, 2017; Byerley, 2002; มนต์ชัย เทียนทอง, 2551) ซึ่งมีผู้ที่ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการจัดการเรียนรู้อย่างต่าง ๆ ร่วมเทคนิคเพื่อนคู่ เช่น อุษา ภิรมย์รักษ์ (2562) ได้ศึกษา การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ พบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามathematics ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 และปิยวรรณ ผลรัตน์ (2560) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามathematics และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง อสมการ โดยใช้รูปแบบ SSCS ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด พบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามathematics และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นต่อการจัดการจัดการเรียนรู้อยู่ในรูปแบบ SSCS ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด อยู่ในระดับเห็นด้วย

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาการจัดการจัดการเรียนรู้อยู่โดยเน้นการคิดแบบอิวิริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด โดยสอดแทรกเทคนิคเพื่อนคู่คิดลงไปในช่วงขั้นตอนการคิดแบบอิวิริสติกส์ เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหามathematics และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ครูผู้สอนได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีราชา อำเภอศรีราชา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 13 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนใกล้เคียงกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ
2. กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 จำนวน 38 คน ของโรงเรียนศรีราชา อำเภอศรีราชา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Cluster random sampling)
3. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 12 คาบ โดยมีสาระการเรียนรู้ย่อย ดังนี้

3.1 การทดลองสุ่ม	จำนวน 3 คาบ
3.2 เหตุการณ์	จำนวน 3 คาบ
3.3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	จำนวน 3 คาบ
3.4 ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ	จำนวน 3 คาบ
4. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 12 คาบ ทดสอบหลังเรียน 2 คาบ รวมทั้งหมด 14 คาบ

5. ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

5.1 ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

5.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

5.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

5.2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหา โดยหาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นพิจารณาปัญหา นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้และพิจารณาปัญหานั้นว่าสอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

1.2 ขั้นวางแผน นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

1.3 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

1.4 ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว นักเรียนสะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน

1.5 ขั้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบจากปัญหานั้น

2. เทคนิคเพื่อนคู่คิด หมายถึง เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยเริ่มจากครูตั้งคำถามหรือโจทย์ปัญหา ให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบของตนเองก่อน แล้วนำคำตอบที่ได้ไปแลกเปลี่ยนอภิปรายกับเพื่อนที่จับคู่ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป และนำผลที่ได้ไปอภิปรายกับเพื่อนร่วมชั้น โดยมีขั้นตอนของเทคนิคเพื่อนคู่คิด 3 ขั้นตอนดังนี้

2.1 การคิด (Think) ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหา โดยครูคอยสังเกตพฤติกรรมนักเรียน

2.2 การจับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป

2.3 การแลกเปลี่ยน (Share) นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผล

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาที่เริ่มจากครูนำเสนอปัญหา โดยให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และนำคำตอบที่ได้ไปแลกเปลี่ยนอภิปรายกับเพื่อนที่จับคู่ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป และอภิปรายผลกับเพื่อนร่วมชั้น โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอนดังนี้

3.1 ขั้นพิจารณาปัญหา ครูเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและคิดทำความเข้าใจปัญหา (Think) โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้และพิจารณาปัญหานั้นว่าสอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด

3.2 ขั้นวางแผน นักเรียนแต่ละคนคิด (Think) วางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.3 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนแต่ละคน (Think) ดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

3.4 ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว ครูให้นักเรียนจับคู่ (Pair) แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป จากนั้นนักเรียนนำเสนอความคิดเห็นเพื่อสะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่กับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน (Share)

3.5 ขั้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบจากปัญหานั้น

4. ความสามารถในการแก้ปัญหามathematics หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยการแสดงความสามารถในการแก้ปัญหตามกระบวนการ 4 ขั้นตอน ดังนี้

4.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร

4.2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

4.4 ชั้นสรุปคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนสรุปคำตอบว่าได้คำตอบตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้นำกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ขั้นตอน ไปพัฒนาให้เกิดในขั้นตอนการคิดแบบฮิวริสติกส์ และได้้นำกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเกณฑ์การให้คะแนนในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย 4 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความสามารถของผู้เรียนทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ตามระดับพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านพุทธิพิสัย 3 ด้านดังนี้

5.1 ความเข้าใจ เป็นการวัดความสามารถในส่วนของความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์หลักการ กฎ การสรุปผลอ้างอิง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง การคิดตามแนวของเหตุผล และการอ่านและตีความ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2 การนำไปใช้ เป็นการวัดความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ อาจเป็นความสามารถในการแก้ปัญหาธรรมดา การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นรูปแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกัน

5.3 การวิเคราะห์ เป็นการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน และความสามารถการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา การค้นพบความสัมพันธ์ การแสดงการพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ และการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยวิเคราะห์ได้จากคะแนนแบบทดสอบหลังเรียน แล้วนำคะแนนเฉลี่ยคิดเป็นร้อยละเทียบกับเกณฑ์ วิจัยครั้งนี้ กำหนดเกณฑ์การผ่าน คือ ร้อยละ 70 ซึ่งอยู่ในระดับดี โดยเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดในแนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด โดยนำขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นหลักและนำเทคนิคเพื่อนคิดเข้ามาช่วยส่งเสริมในการจัดกิจกรรม เพื่อจะช่วยให้ นักเรียนแต่ละคนคิดหาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และนำคำตอบที่ได้ไปแลกเปลี่ยนอภิปรายกับเพื่อนที่จับคู่ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป และอภิปรายผลกับเพื่อนร่วมชั้น ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพที่ 1



<p>ขั้นตอนของการคิดแบบอภิปรัชญา</p> <p>Krutlik and Rudnick (1993); David and Zbigniew (2000); Sheffield (2005, 2003)</p>	<p>1. ขั้นพิจารณาปัญหา นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้และพิจารณาปัญหานั้นว่าสอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่</p> <p>2. ขั้นวางแผน นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ</p> <p>3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์</p> <p>4. ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว นักเรียนสะท้อนความคิดเห็นขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน</p> <p>5. ขั้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อคำตอบจากปัญหานั้น</p>
---	--

<p>การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญา</p> <p>เพื่อนผู้คิด</p>	<p>1. ขั้นพิจารณาปัญหา ครูเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและคิดทำความเข้าใจปัญหา (Think) โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้และพิจารณาปัญหานั้นว่าสอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่</p> <p>2. ขั้นวางแผน นักเรียนแต่ละคนคิด (Think) วางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ</p> <p>3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนแต่ละคนคิด (Think) ดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์</p> <p>4. ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว ครูให้นักเรียนจับคู่ (Pair) แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป จากนั้นนักเรียนนำเสนอความคิดเห็นเพื่อสะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่กับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน (Share)</p> <p>5. ขั้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อคำตอบจากปัญหานั้น</p>
--	---

<p>เทคนิคเพื่อนผู้คิด</p> <p>Hamdan (2017); Byerley (2002); มนต์ชัย เทียนทอง (2551)</p>	<p>1. การคิด (Think) ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหา โดยครูคอยสังเกตพฤติกรรมนักเรียน</p> <p>2. การจับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป</p> <p>3. การแลกเปลี่ยน (Share) นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผล</p>
--	--



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
 - 1.1 ความสำคัญของคณิตศาสตร์
 - 1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์
 - 1.3 คุณภาพผู้เรียน
 - 1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 1.5 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
2. การคิดแบบฮิวริสติกส์
 - 2.1 ความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์
 - 2.2 ขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์
 - 2.3 ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
3. เทคนิคเพื่อนคู่คิด
 - 3.1 ความหมายเทคนิคเพื่อนคู่คิด
 - 3.2 ขั้นตอนเทคนิคเพื่อนคู่คิด
 - 3.3 ลักษณะสำคัญของเทคนิคเพื่อนคู่คิด
 - 3.4 ประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด
5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.4 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.5 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 5.6 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 5.7 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.8 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.9 การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 6.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 6.2 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 6.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
 - 6.4 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.1 ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 11)

1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิตและสถิติและความน่าจะเป็น โดยสาระจำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำ

ความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ สารการวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนี้กภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ สารสถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2)

1.3 คุณภาพผู้เรียน

เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนควรจะมีความรู้ความเข้าใจดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 4-5)

- 1.3.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- 1.3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- 1.3.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- 1.3.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- 1.3.5 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.3.6 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
- 1.3.7 มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketch pad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิตตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.3.8 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ

1.3.9 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.3.10 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการรูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.3.11 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.3.12 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.3.13 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.3.14 มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูล ที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่องและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง โดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

1.3.15 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า คุณภาพของผู้เรียน เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งคุณภาพผู้เรียนที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการทำวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทาง

คณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้
(กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3)

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผน แก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่าง ถูกต้อง ชัดเจน

3. การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4. การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิด ใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็น ความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และ ประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถ ดังนี้ 1) การแก้ปัญหา 2) การ สื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยง 4) การให้เหตุผล และ 5) การคิด สร้างสรรค์ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.5 สารและมาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดแบ่งตามตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2)

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การ ดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งสอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง โดยการวิจัยครั้งนี้มุ่งเน้นการพัฒนาผู้เรียนในสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ซึ่งมีตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 การวิเคราะห์สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางเรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้	เข้าใจเกี่ยวกับการทดลอง สุ่มและนำผลที่ได้ไปหา ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์	ความน่าจะเป็น - เหตุการณ์จากการทดลองสุ่ม - ความน่าจะเป็น - การนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตจริง

2. การคิดแบบฮิวริสติกส์

2.1 ความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์ ไว้ดังนี้

Katretchko (1971, p.1 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2552) ได้กล่าวว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยการหาตัวเลือกและเหตุผลที่ดีมาใช้อธิบายโจทย์แล้วจึงใช้การวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

Krulik and Rudnick (1993, p.27) ได้กล่าวว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาทั่วไปหรือปัญหาประยุกต์ ซึ่งประกอบไปด้วย ความรู้ที่จำเป็นในการแก้ปัญหานั้น ความเข้าใจในปัญหา และตัดสินใจในการแก้ปัญหานั้น

Singapore Math (2005, p.1) ได้กล่าวว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ เป็นแนวทางหรือยุทธวิธีที่มีจุดมุ่งหมายในการเพิ่มความน่าจะเป็นที่จะแก้ปัญหาได้

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 383) ได้กล่าวว่า การคิดแบบฮิวริสติกส์ เป็นกระบวนการที่เหมาะสม และมีเหตุผลที่ดีที่สุดในการตัดสินใจในการแก้ปัญหาเรื่องใดเรื่องหนึ่ง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ความหมายของการคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ กระบวนการแก้ปัญหา โดยหาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ

2.2 ขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์

จากการศึกษาขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ พบว่ามีนักการศึกษาได้อธิบายขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, pp.39-53) ได้เสนอขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 อ่านและคิด (Read and Think) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนอ่านปัญหา เชื่อมโยงความรู้ และระลึกถึงสถานการณ์ที่คล้ายกัน ปัญหานั้นจะต้องมีการวิเคราะห์อย่างละเอียด จะต้องประกอบด้วยสถานการณ์และคำถาม

ขั้นตอนที่ 2 สำรวจและวางแผน (Explore and plan) เป็นขั้นตอนที่จะต้องวิเคราะห์ และสังเคราะห์ข้อมูลที่อยู่ในปัญหา ซึ่งได้กระทำแล้วในขั้นตอนที่แล้ว ในขั้นตอนนี้ นักเรียนอ่านปัญหา แนวคิดที่ได้จากขั้นตอนที่แล้ว แล้ววางแผนการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามคำตอบที่เป็นไปได้ก็เกิดจากการนึกคิดเท่านั้น

ขั้นตอนที่ 3 เลือกยุทธวิธี (Select a strategic) เป็นขั้นตอนที่เป็นผลสืบเนื่องมาจากขั้นตอนที่แล้ว นักเรียนจะต้องเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งแต่ละยุทธวิธีก็จะมีเหมาะสมแตกต่างกัน

ขั้นตอนที่ 4 หาคำตอบ (Find and answer) เมื่อนักเรียนเข้าใจปัญหาและเลือกใช้ยุทธวิธีแล้วนักเรียนควรประมาณค่าคำตอบอย่างคร่าวๆ ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

ขั้นตอนที่ 5 สะท้อนและต่อยอด (Reflect and extend) เมื่อได้กระบวนการหาคำตอบมาแล้วก็จะมีกระบวนการหาคำตอบอื่น ๆ ตามมาขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับกระตุ้นใจเมื่อคำถามนั้นได้ผลลัพธ์แล้ว และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง และสะท้อนว่าขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็นอย่างไร และอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

David and Zbigniew (2000, pp.404-408) ได้กล่าวถึงกระบวนการคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาไว้ 10 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการพิจารณาปัญหา พิจารณาวิธีการแก้ปัญหาโดยอาศัยข้อมูลที่มีอยู่เป็นสำคัญ

ขั้นที่ 2 ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา จะเป็นขั้นตอนที่ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจนมากขึ้น

ขั้นที่ 3 ขั้นการค้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นการพิจารณาวิธีการแก้ปัญหา โดยพิจารณาจากประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่เคยเกิดขึ้นมาก่อน

ขั้นที่ 5 ขั้นการค้นหาทางเลือกในการแก้ปัญหา โดยไม่ยึดติดกับขั้นตอนเดิม ๆ ที่เคยทำมาแล้ว

ขั้นที่ 6 ขั้นการปฏิบัติตามขั้นตอนวางแผนไว้ โดยไม่สนใจว่าสิ่งที่ได้นั้นจะดีที่สุดหรือไม่

ขั้นที่ 7 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา โดยไม่ยึดติดกับวิธีการเก่าๆ รวมทั้งไม่สนใจกับสิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างการดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 8 ขั้นการกำหนดตัวแปรคงที่แทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า ในกรณีที่ปัญหานั้นมีความซับซ้อนมาก และไม่สามารถตีความได้ในขณะนั้น

ขั้นที่ 9 ขั้นการเก็บรวบรวมผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหา เพื่อใช้เป็นเหตุผลในการสนับสนุนแนวคิด

ขั้นที่ 10 ขั้นการทำซ้ำในขั้นตอน 1-9 และสรุปผลออกมาเป็นรูปแบบที่ชัดเจน

Sheffield (2005, 2003, p. 15 อ้างถึงใน กฤษฎา วรพิน, หน้า 85-86) ได้เสนอขั้นตอนของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

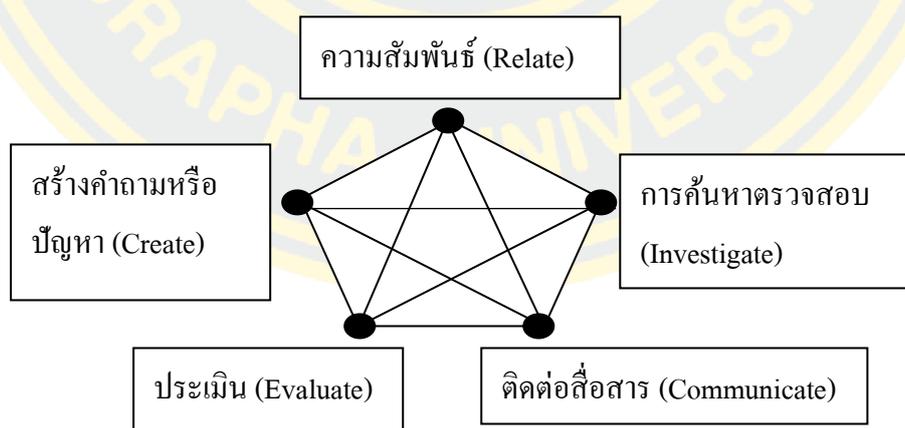
1. สร้างความสัมพันธ์ (Relate) คือ ใช้ข้อมูลทั้งหมดที่หามาได้เชื่อมโยงให้สัมพันธ์กันในขอบข่ายของคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถทำได้ โดยอาจเปรียบเทียบการโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาใหม่ที่พบกับปัญหาเก่าที่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้น แล้วพิจารณาว่าปัญหาใหม่และปัญหาเก่ามีแนวคิดทางคณิตศาสตร์ใดที่เหมือนกัน ซึ่งเป็นแนวคิดที่ผู้เรียนเคยศึกษามาก่อน และพิจารณาว่าปัญหาใหม่และปัญหาเก่ามีความแตกต่างกันอย่างไร

2. การค้นหาตรวจสอบ (Investigate) คือ สืบหาตรวจสอบค้นปัญหา วิธีการแก้ปัญห หรือตรวจสอบความสัมพันธ์ต่างๆที่คิดไว้ สืบสวน คิดอย่างลึกซึ้ง และตั้งคำถามเพื่อนำไปสู่คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการศึกษา

3. ประเมิน (Evaluate) คือ ประเมินสิ่งที่ค้นพบหรือประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เหมาะสมกับสถานการณ์นั้นๆหรือไม่ และสิ่งที่ค้นพบหรือคำตอบนั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

4. ติดต่อสื่อสาร (Communicate) คือ อธิบายแนวคิด วิธีการ หรือผลลัพธ์ที่นักเรียนค้นพบให้ผู้อื่นได้รับรู้ และอภิปรายร่วมกับผู้อื่น

5. สร้างคำถามหรือปัญหา (Create) คือ สร้างคำถามใหม่หรือปัญหาใหม่เพื่อใช้ในการสืบหาตรวจสอบโดยพิจารณาว่ามีประเด็น คำถามหรือปัญหาใดที่ต้องการศึกษาเพิ่มเติมในหัวข้อที่กำลังสนใจเมื่อตั้งประเด็น คำถาม หรือปัญหาใหม่ได้แล้วจึงเริ่มดำเนินการใหม่ที่ส่วนใดส่วนหนึ่งในแบบจำลองความคิด



ภาพที่ 2 แสดงแบบจำลองความคิดของ Sheffield (2005, 2003)

โดยที่ Sheffield ใช้วิธีการเช่นนี้ในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้ที่แก้ปัญหอาจเริ่มที่จุดใดก็ได้บน
แผนภาพและก้าวหน้าไปในลำดับใดก็ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ได้ จากการ
สังเคราะห์ขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ของนักการศึกษา ดังตาราง 2 ต่อไปนี้



ตารางที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์

Krulik and Rudnick (1993)	David and Zbignew (2000)	Sheffield (2005, 2003)	ผู้วิจัย
ขั้นตอนที่ 1 อ่านและคิด เป็น	ขั้นที่ 1 ขั้นการพิจารณาปัญหา	1. สร้างความสัมพันธ์ (Relate) คือ ใช้	1. ขั้นพิจารณาปัญหา นักเรียน
ขั้นตอนที่นักเรียนอ่านปัญหา	พิจารณาวิธีการแก้ปัญหา โดย	ข้อมูลทั้งหมดที่หามาได้เชื่อมโยงให้	อ่านและทำความเข้าใจปัญหา
เชื่อมโยงความรู้ และระลึกถึง	อาศัยข้อมูลที่มีอยู่เป็นสำคัญ	สัมพันธ์กันในขอบข่ายของ	โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้
สถานการณ์ที่คล้ายกัน ปัญหา	ขั้นที่ 2 ขั้นการทำความเข้าใจ	คณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถทำได้	และพิจารณาปัญหานั้นว่า
นั้นจะต้องมีการวิเคราะห์อย่าง	ปัญหา จะเป็นขั้นตอนที่ช่วยให้ผู้	โดยอาจเปรียบเทียบการโยง	สอดคล้องกับแนวคิดทาง
ละเอียด จะต้องประกอบด้วย	แก้ปัญหาเกิดความเข้าใจเกี่ยวกับ	ความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหาใหม่	คณิตศาสตร์เรื่องใด
สถานการณ์และคำถาม	ปัญหาที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจน	ที่พบกับปัญหาเก่าที่เคยมีประสบการณ์	
	มากขึ้น	ในการแก้ปัญหา นั่นแล้วพิจารณาว่า	
		ปัญหาใหม่และปัญหาเก่ามีแนวคิดทาง	
		คณิตศาสตร์ใดที่เหมือนกัน ซึ่งเป็น	
		แนวคิดที่ผู้เรียนเคยศึกษามาก่อน และ	
		พิจารณาว่าปัญหาใหม่และปัญหาเก่ามี	
		ความแตกต่างกันอย่างไร	

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Kruklik and Rudnick (1993)	David and Zbigniew (2000)	Sheffield (2005, 2003)	ผู้วิจัย
<p>ขั้นตอนที่ 2 สํารวจและวางแผน เป็นขั้นตอนที่จะต้องวิเคราะห์ และสังเคราะห์ข้อมูลที่อยู่ในปัญหา ซึ่งได้กระทำแล้วในขั้นตอนที่แล้ว ในขั้นตอนนี้นักเรียนอ่านปัญหา แนวคิดที่ได้จากขั้นตอนที่แล้ว แล้ววางแผนการแก้ปัญหา อย่งไรก็ตามคำตอบที่ เป็นไปได้ก็เกิดจากการนึกคิดเท่านั้น</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 เลือกยุทธวิธี เป็นขั้นตอนที่เป็นผลสืบเนื่องมาจากขั้นตอนที่แล้ว นักเรียนจะต้องเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งแต่ละยุทธวิธีก็จะมี ความเหมาะสมแตกต่างกัน</p>	<p>ขั้นที่ 3 ขั้นการค้นหาลูกเลือก ในการแก้ปัญหา</p> <p>ขั้นที่ 4 ขั้นการพิจารณาวิธีการแก้ปัญหา โดยเรียนรู้รอบรอบกับปัญหาที่เคยเกิดขึ้นมาก่อน</p> <p>ขั้นที่ 5 ขั้นการค้นหาลูกเลือก ในการแก้ปัญหา โดยไม่ยึดติดกับขั้นตอนเดิม ๆ ที่เคยทำ มาแล้ว</p>	<p>2. สํารวจตรวจค้น (Investigate) คือ สํารวจ ตรวจค้นปัญหา วิธีการแก้ปัญหา หรือตรวจสอบแก้ปัญหา ความสัมพันธ์ต่างๆที่คิดไว้ สืบสวน คิดอย่างลึกซึ้ง และตั้งคำถามเพื่อนำไปสู่คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการศึกษา</p>	<p>2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นที่นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ</p>

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Krulik and Rudnick (1993)	David and Zbigniew (2000)	Sheffield (2005, 2003)	ผู้วิจัย
<p>ขั้นตอนที่ 4 หากคำตอบ เมื่อ นักเรียนเข้าใจปัญหาและเลือกใช้ ยุทธวิธีแล้วนักเรียนควร ประมาณค่าคำตอบอย่างคร่าวๆ ในขั้นตอนนี้นักเรียนจะต้อง ปฏิบัติตามวิธีการทาง คณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ ถูกต้อง</p>	<p>ขั้นที่ 6 ขั้นการปฏิบัติตาม ขั้นตอนวางแผนไว้ โดยไม่ สนใจว่าสิ่งที่ได้นั้นจะดีที่สุดใน หรือไม่ ขั้นที่ 7 ขั้นการดำเนินการ แก้ปัญหาโดยไม่มีติดขัดกับ วิธีการต่างๆ รวมทั้งไม่สนใจกับ สิ่งที่เกิดขึ้นระหว่างทาง ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นที่ 8 ขั้นการกำหนดตัวแปร คงที่แทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า ใน กรณีที่ยุทธวิธีนั้นมีความซับซ้อน มาก และไม่สามารถ ตีความได้ในขณะนั้น</p>	<p>3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่ เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา โดยปฏิบัติตามวิธีการทาง คณิตศาสตร์</p>	

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Krulik and Rudnick (1993)	David and Zbignew (2000)	Sheffield (2005, 2003)	ผู้วิจัย
ขั้นตอนที่ 5 สะท้อนและต่อ ยอด เมื่อได้กระบวนการหา คำตอบมาแล้วก็จะมีการ กระบวนการหาคำตอบอื่น ๆ ตามมา	ขั้นที่ 9 ขั้นการเก็บรวบรวม ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากการ แก้ปัญหา เพื่อใช้เป็นเหตุผลใน การสนับสนุนแนวคิด ขั้นที่ 10 ขั้นการทำซ้ำในขั้นตอน 1-9 และสรุปผลออกมาเป็น รูปแบบที่ชัดเจน	3. ประเมิน (Evaluate) คือ ประเมินสิ่งที่ค้นพบหรือ ประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็น คำตอบที่ถูกต้อง เหมาะสม กับสถานการณ์นั้นๆหรือไม่ และสิ่งที่ค้นพบหรือคำตอบ นั้นมีความสมเหตุสมผล หรือไม่	4. ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อ นักเรียนได้คำตอบแล้ว นักเรียน สะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา และประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็น คำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ และร่วมกัน อภิปรายผลในชั้นเรียน
ขั้นตอนนี้ขึ้นอยู่กับ ตัดสินใจเมื่อคำถามนั้นได้ ผลลัพธ์แล้ว และกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง และ สะท้อนว่าขั้นตอนที่ใช้ในการ แก้ปัญหาเป็นอย่างไร และ อภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน		4. ติดต่อดสื่อสาร (Communicate) คือ อธิบาย แนวคิด วิธีการ หรือผลลัพธ์ ที่นักเรียนค้นพบให้ผู้อื่น ได้รับรู้ และอภิปรายร่วมกับ ผู้อื่น	

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Krulik and Rudnick (1993)	David and Zbigniew (2000)	Sheffield (2005, 2003)	ผู้วิจัย
		5. สร้างคำถามหรือปัญหา (Create) คือ สร้างคำถามใหม่หรือปัญหาใหม่เพื่อใช้ในการสำรวจทัศนคติโดยพิจารณาว่ามีประเด็น คำถามหรือปัญหาใดที่ต้องการศึกษาเพิ่มเติมในหัวข้อที่กำลังสนใจเมื่อตั้งประเด็น คำถาม หรือ ปัญหาใหม่ได้แล้วจึงเริ่มต้นดำเนินการใหม่ในส่วนใดส่วนหนึ่งในแบบจำลองความคิด	5. ขึ้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียน สร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และเมื่อนักเรียน สร้างปัญหาใหม่ได้แล้ว จึง ดำเนินการแก้ปัญหาและหา คำตอบจากปัญหานั้น

จากตารางสังเคราะห์ข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ได้ดังนี้

1. ขั้นพิจารณาปัญหา นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้และพิจารณาปัญหานั้นว่าสอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด
2. ขั้นวางแผน นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ
3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์
4. ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว นักเรียนสะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน
5. ขั้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบจากปัญหานั้น

2.3 ประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ไว้ดังนี้

Garnett (1984) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ไว้ว่า ฮิวริสติกส์ช่วยพัฒนาการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะสิ่งต่าง ๆ ได้ และยังสามารถแสดงโครงเรื่องที่ศึกษาได้และช่วยให้นักเรียนมีขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบมากขึ้น

Sheffield (2003, 2005) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ไว้ว่า เป็นการคิดที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ทำให้นักเรียนรู้ต้นเหตุของปัญหา สามารถสร้างปัญหาย่อยจากปัญหาที่พบเพื่อทำให้ปัญหานั้นง่ายขึ้น

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 384) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ดังนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสำคัญทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ ช่วยในการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาทำให้สามารถที่จะแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบ นอกจากนี้แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์ความรู้ใหม่

จากข้อความที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ คือ ฮิวริสติกส์ช่วยพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากช่วยให้นักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหาคิดแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ และเป็นการคิดที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กัน

3. เทคนิคเพื่อนคู่คิด

3.1 ความหมายเทคนิคเพื่อนคู่คิด

มีนักการศึกษาหลายท่านและหน่วยงานด้านการศึกษาได้อธิบายความหมายของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ไว้ดังนี้

Solomon (2009, p.34) ได้อธิบายว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิด เป็นแนวทางปฏิบัติที่ดีที่สุดสำหรับการเรียนการสอน เนื่องจากมีเวลาให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเอง และมีระยะเวลาในการสะท้อนกลับ คำตอบของพวกเขาเกี่ยวกับเวลาแลกเปลี่ยนกับเพื่อนร่วมชั้นเพื่อแบ่งปันการเรียนรู้ ผลงานวิจัยกล่าวว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิดเป็นเรื่องที่น่าสนใจ เนื่องจากเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมร่วมกับเพื่อนร่วมชั้นที่เพิ่มขึ้นอีกทั้งยังเพิ่มทักษะคิด และการตั้งคำถามของนักเรียนในระดับที่สูงขึ้นด้วย

Ledlow (2012, p.346) ได้ให้ความหมายเทคนิคเพื่อนคู่คิด ไว้ว่า เพื่อนคู่คิดเป็นเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดเกี่ยวกับคำถามที่กำหนด จากนั้นจึงเป็นการหารือคำตอบของแต่ละคนกับคู่ของตนเองก่อนที่จะอภิปรายในกลุ่มใหญ่เป็นเทคนิคที่สามารถใช้ได้กับนักเรียนจำนวนมากและใช้ได้กับชั้นเรียนทุกขนาด

กรมวิชาการ (2545, หน้า 210) ระบุว่า การเรียนการสอนแบบเพื่อนคู่คิด เป็นเทคนิคที่เริ่มจากครูตั้งโจทย์คำถามให้นักเรียนในชั้นตอบ โดยนักเรียนจะต้องคิดหาคำตอบของตนเองก่อน หลังจากนั้นให้นำคำตอบของตนไปอภิปรายกับเพื่อนอีกคนหนึ่งที่นั่งติดกับตนเอง เมื่อมั่นใจว่าคำตอบของตนเองถูกต้องหรือดีที่สุดแล้วจึงนำคำตอบนั้นมาเล่าให้เพื่อนฟัง

พิมพ์นธ์ เตะชะคุปต์และเพยาว์ ยินดีสุข (2551, หน้า 49) กล่าวถึง เทคนิคเพื่อนคู่คิด ว่าเป็นเทคนิคโดยเริ่มจากปัญหาหรือโจทย์คำถาม โดยสมาชิกแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเองก่อน แล้วนำคำตอบไปอภิปรายกับเพื่อนเป็นคู่ จากนั้นจึงนำคำตอบของตนหรือของเพื่อนที่เป็นคู่เล่าให้เพื่อนๆ ทั้งชั้นฟัง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุป ความหมายของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ได้ว่าเป็นเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยเริ่มจากครูตั้งคำถามหรือ โจทย์ปัญหา ให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบ

ของตนเองก่อน แล้วนำคำตอบที่ได้ไปแลกเปลี่ยนอภิปรายกับเพื่อนที่จับคู่ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป และนำผลที่ได้ไปอภิปรายกับเพื่อนร่วมชั้น

3.2 ขั้นตอนเทคนิคเพื่อนคู่คิด

มีนักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายขั้นตอนเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้

Hamdan (2017) อธิบายแนวทางการจัดขั้นตอนเทคนิคเพื่อนคู่คิด 3 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นตอนที่ 1 เริ่มต้นเมื่อครูเสนอคำถามที่น่าตื่นเต้นในการคิดหรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อในบทเรียน หลังจากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองตามเวลาที่กำหนด

ขั้นตอนที่ 2 ครูแบ่งผู้เรียนออกเป็นคู่ ให้แต่ละคู่พูดคุยกันถึงสิ่งที่แต่ละคนคิด เพื่อหารือและแบ่งปัน โน้มน้าวแลกเปลี่ยนมุมมองและความคิดซึ่งกันและกัน

ขั้นตอนที่ 3 ผู้เรียนแต่ละคู่ออกมาแนะนำเสนอความคิดของกลุ่มตนเองกับเพื่อนคนอื่นๆ

Byerley (2002, p.3) กล่าวว่า เทคนิคเพื่อนคู่คิดจะมีขั้นตอนที่สำคัญอยู่ 3 ข้อ คือ

1. การคิด (Think) เป็นขั้นตอนแรกที่ครูจะกระตุ้นด้วยปัญหาเพื่อให้ผู้เรียนหาคำตอบ
2. การจับคู่ (Pair) เป็นขั้นตอนที่สองที่จะให้ผู้เรียนจับคู่ เพื่ออภิปรายปัญหา
3. การแลกเปลี่ยน (Share) เป็นขั้นตอนสุดท้ายที่จะให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและนำเสนอ

ความรู้ที่ได้จากการค้นหาคำตอบ

มนต์ชัย เทียนทอง (2551, หน้า 100) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ไว้ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. Think เป็นการท้าทายให้ผู้เรียนได้คิดและได้ตรงจากคำถามปลายเปิดหรือเฝ้าสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียน

2. Pair เป็นการจัดให้ผู้เรียนจับคู่กันเป็นคู่ ๆ เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในประเด็นปัญหาที่กำหนดไว้ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุปหรือตอบคำถามที่ต้องการ

3. Share เป็นการสลายจากการจับคู่กันเป็นคู่ ๆ แล้วสรุปผลการค้นหาคำตอบร่วมกัน ทั้งชั้น เพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ สรุปและอภิปรายผลการค้นพบ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนของเทคนิคเพื่อนคู่คิดได้จากการสังเคราะห์ขั้นตอนเทคนิคเพื่อนคู่คิดของนักการศึกษา ดังตาราง 3 ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนเทคนิคเพื่อนคู่คิด

Hamdan (2017)	Byerley (2002)	มนต์ชัย เทียนทอง (2551)	ผู้วิจัย
<p>ขั้นตอนที่ 1 เริ่มต้นเมื่อครูเสนอคำถามที่นำต้นต้นในการคิดหรือปัญหาที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อในบทเรียน หลังจากนั้นให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหาด้วยตนเองตามเวลาที่กำหนด</p> <p>ขั้นตอนที่ 2 ครูแบ่งผู้เรียนออกเป็นคู่ๆ ให้แต่ละคู่พูดคุยกันถึงสิ่งที่แต่ละคนคิด เพื่อหาหรือและแบ่งปัน โฉมหน้าแลกเปลี่ยนมุมมองและความคิดซึ่งกันและกัน</p> <p>ขั้นตอนที่ 3 ผู้เรียนแต่ละคู่ออกมานำเสนอความคิดของกลุ่มตนเองกับเพื่อนคนอื่นๆ</p>	<p>1. การคิด (Think) เป็นขั้นตอนแรกที่ครูจะกระตุ้นด้วยปัญหาเพื่อให้ผู้เรียนหาคำตอบ</p> <p>2. การจับคู่ (Pair) เป็นขั้นตอนที่สองที่จะให้ผู้เรียนจับคู่ เพื่ออภิปรายปัญหา</p> <p>3. การแลกเปลี่ยน (Share) เป็นขั้นตอนสุดท้ายที่จะให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนและนำเสนอความรู้ที่ได้จากการค้นหาคำตอบ</p>	<p>1. Think เป็นการท้าทายให้ผู้เรียนได้คิดและไตร่ตรองจากคำถามปลายเปิด หรือใส่สังเกตพฤติกรรมของผู้เรียน</p> <p>2. Pair เป็นการจับคู่ผู้เรียนจับคู่กันเป็นคู่ๆ เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน ในประเด็นปัญหาที่กำหนดไว้ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุปหรือตอบคำถามที่ต้องการ</p> <p>3. Share เป็นการถ่ายทอดการจับคู่กันเป็นคู่ๆ แล้วสรุปผลการค้นหาคำตอบร่วมกันทั้งชั้น เพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ สรุปและอภิปรายผลการค้นพบ</p>	<p>1. การคิด (Think) ให้นำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหา โดยครูคอยสังเกตพฤติกรรมนักเรียน</p> <p>2. การจับคู่ (Pair) ให้นักเรียนจับคู่ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป</p> <p>3. การแลกเปลี่ยน (Share) ให้นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผล</p>

จากตารางที่ 3 ข้างต้นสามารถสรุปขั้นตอนของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ได้ดังนี้

1. การคิด (Think) ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหา โดยครูคอยสังเกตพฤติกรรมนักเรียน

2. การจับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป

3. การแลกเปลี่ยน (Share) นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผล

3.3 ลักษณะสำคัญของเทคนิคเพื่อนคู่คิด

จากการศึกษาลักษณะสำคัญของเทคนิคเพื่อนคู่คิดพบว่า มีนักศึกษามากกว่าหนึ่งท่าน ได้อธิบายลักษณะสำคัญของการเรียนแบบเพื่อนคู่คิดดังนี้

Lyman (1987, pp. 1-2) ได้สรุปลักษณะสำคัญของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้

1. เป็นเทคนิคที่นำไปใช้ได้เร็ว
2. เป็นเทคนิคที่ไม่ต้องใช้เวลาเตรียมการมาก
3. การโต้ตอบภายในตัวบุคคลกระตุ้นให้นักเรียนเป็นจำนวนมากมีความสนใจอย่างแท้จริงอยู่ในด้านความรู้
4. ครูสามารถตั้งคำถามได้หลายแบบและหลายระดับ
5. ทำให้รวมความสนใจของนักเรียนทั้งชั้นเรียน และทำให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงออกสามารถตอบคำถามได้โดยไม่ต้องลุกขึ้นต่อหน้าเพื่อนร่วมชั้นเรียน
6. ครูสามารถเข้าใจนักเรียนด้วยการฟังนักเรียนกลุ่มต่างๆ ระหว่างการทำกิจกรรมและจากการรวบรวมคำตอบในตอนท้ายชั่วโมงเรียน
7. ครูสามารถทำกิจกรรมที่ใช้หลักแบบเพื่อนคู่คิดได้หนึ่งครั้งหรือหลายๆ ครั้ง ในระยะเวลา 1 คาบเรียน

Eison (2008, Online) ได้สรุปลักษณะสำคัญของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้

1. สามารถนำมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพในทุกชั้นเรียนที่มีขนาดใหญ่
2. ส่งเสริมให้นักเรียนมีการโต้ตอบในเนื้อหาของรายวิชา
3. ทำให้นักเรียนประมวลความคิดของตนเองก่อนนำไปแบ่งปันกับคนอื่น
4. สามารถนำมาใช้เพื่อพัฒนาทักษะการคิดในระดับที่สูงขึ้นได้

ชาติรี เกิดธรรม (2545, หน้า 20) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ไว้ดังนี้

1. ลักษณะบทเรียนที่เหมาะสม
2. สามารถใช้ได้ในกระบวนการเรียนการสอนตอนใดตอนหนึ่งได้

3. เป็นกิจกรรมที่ช่วยฝึกทักษะการคิดและส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ลักษณะสำคัญของการเรียนแบบเพื่อนคู่คิด ดังนี้

1. เป็นเทคนิคที่สามารถนำมาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพในทุกชั้นเรียน
2. เป็นเทคนิคที่นำไปใช้ได้เร็วไม่ต้องเตรียมการมาก
3. ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดสร้างสรรค์
4. ทำให้นักเรียนประมวลความคิดของตนเองก่อนนำไปแบ่งปันกับคนอื่น
5. ช่วยให้นักเรียนกล้าแสดงออก มั่นใจในตนเองมากขึ้น
6. ส่งเสริมให้นักเรียนมีการโต้ตอบในเนื้อหาของรายวิชา

3.4 ประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด

จากการศึกษา มีนักวิชาการกล่าวถึงประโยชน์ของประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้ ลีแมน (Lyman, 1987) ได้สรุปประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้

1. เป็นเทคนิคที่นำไปใช้ได้เร็ว
2. เป็นเทคนิคที่ไม่ต้องใช้เวลาเตรียมการมาก
3. การโต้ตอบภายในตัวบุคคลกระตุ้นให้นักเรียนเป็นจำนวนมากมีความสนใจอย่างแท้จริงอยู่ในด้านความรู้
4. ครูสามารถตั้งคำถามได้หลายแบบและหลายระดับ
5. ทำให้รวมความสนใจของนักเรียนทั้งชั้นเรียน และทำให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงออกสามารถตอบคำถามได้โดยไม่ต้องลุกขึ้นต่อหน้าเพื่อนร่วมชั้นเรียน
6. ครูสามารถเข้าใจนักเรียนด้วยการฟังนักเรียนกลุ่มต่างๆ ระหว่างการทำกิจกรรมและจากการรวบรวมคำตอบในตอนท้ายชั่วโมงเรียน
7. ครูสามารถทำกิจกรรมที่ใช้หลักแบบเพื่อนคู่คิดได้หนึ่งครั้งหรือหลายๆ ครั้ง ในระยะเวลา 1 คาบเรียน

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2541, หน้า 34-35) กล่าวถึงประโยชน์ของการใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด ว่า

1. นักเรียนได้รับความรู้และประสบการณ์จากการเรียนรู้ด้วยตนเอง ทำให้สามารถจำความรู้ได้นานและเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง
2. นักเรียนสามารถนำไปใช้ ทั้งในเนื้อหาสาระความรู้เดียวกันและต่างกัน ตลอดจนนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ
3. นักเรียนได้รู้จักและเข้าใจในตนเองดีขึ้นในด้านข้อดีและข้อบกพร่องของตนเอง
4. นักเรียนกล้าแสดงออกมากขึ้น

5. นักเรียน ได้ฝึกทักษะการเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ดี
6. นักเรียน ได้ฝึกการเป็นผู้มีใจกว้าง ยอมรับฟังความคิดเห็นผู้อื่น ไม่ยึดมั่นถือมั่น สมบัติ การงานรักพงศ์ (2547, หน้า 12) ได้สรุปประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังนี้
 1. จะทำให้นักเรียน ได้ฝึกทักษะการคิดและทักษะการสื่อสารให้คู่ของกันเข้าใจ
 2. ฝึกให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น
 3. ช่วยทำให้นักเรียนแต่ละคู่มีความสนิทสนมกันมากขึ้น
 4. ช่วยทำให้นักเรียนเป็นคู่หูในการช่วยกันเรียนต่อไป

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุป ประโยชน์ของเทคนิคเพื่อนคู่คิด ได้ว่า เป็นเทคนิคที่นักเรียน ได้ฝึกทักษะการคิด ทักษะการสื่อสารแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ฝึกเป็นผู้พูดและผู้ฟังที่ดี และฝึกทำกิจกรรมเป็นคู่ ซึ่งครูสามารถตั้งคำถามได้หลายแบบและหลายระดับ ทำความเข้าใจนักเรียนด้วยการฟังนักเรียน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาที่เริ่มจากครูนำเสนอปัญหา โดยให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และนำคำตอบที่ได้ไปแลกเปลี่ยนอภิปรายกับเพื่อนที่จับคู่ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป และอภิปรายผลกับเพื่อนร่วมชั้น โดยผู้วิจัยได้สรุปการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาพร้อมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ไว้ ดังต่อไปนี้

การคิดแบบอภิปรัชญา หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหา โดยหาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และวิเคราะห์วิธีการเพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ ซึ่งมีขั้นตอนที่ได้จากการสังเคราะห์ในหัวข้อ 2 (หน้า 26-28) ดังนี้

1. ขั้นพิจารณาปัญหา นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้และพิจารณาปัญหานั้นว่าสอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด
2. ขั้นวางแผน นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ
3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4. ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว นักเรียนสะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาและประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน

5. ขั้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบจากปัญหานั้น

เทคนิคเพื่อนคู่คิด หมายถึง เป็นเทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ โดยเริ่มจากครูตั้งคำถามหรือโจทย์ปัญหา ให้นักเรียนแต่ละคนคิดหาคำตอบของตนเองก่อน แล้วนำคำตอบที่ได้ไปแลกเปลี่ยนอภิปรายกับเพื่อนที่จับคู่ เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป และนำผลที่ได้ไปอภิปรายกับเพื่อนร่วมชั้น โดยมีขั้นตอนของเทคนิคเพื่อนคู่คิด 3 ขั้นตอน ที่ได้จากการสังเคราะห์ในหัวข้อ 2 (หน้า 33) ดังนี้

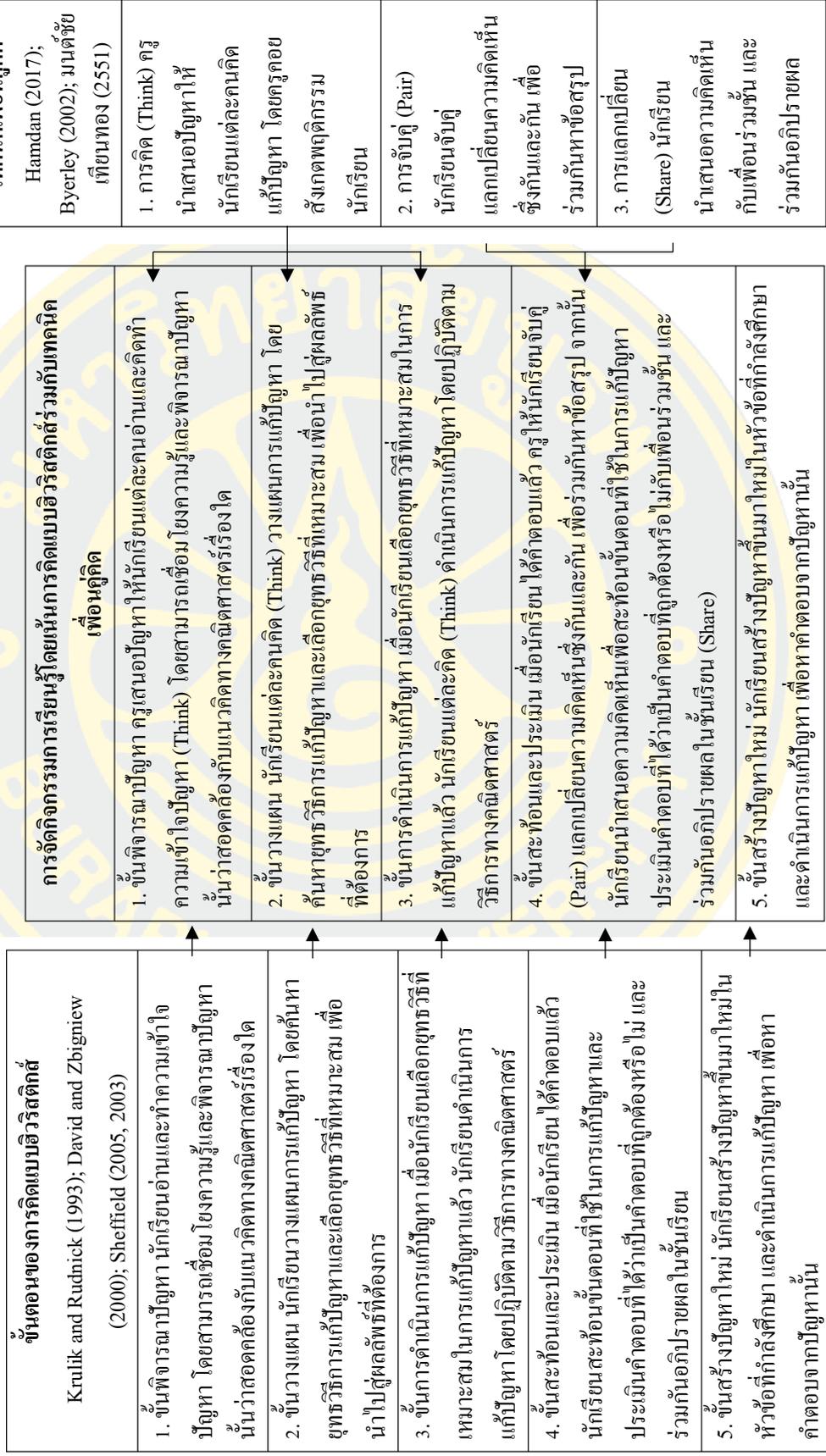
1. การคิด (Think) ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนคิดแก้ปัญหา โดยครูคอยสังเกตพฤติกรรมนักเรียน

2. การจับคู่ (Pair) นักเรียนจับคู่ แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป

3. การแลกเปลี่ยน (Share) นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผล

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด โดยผู้วิจัยได้ยึดขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์เป็นหลักและนำเทคนิคเพื่อนคู่คิดมาแทรกในแต่ละขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ โดยขั้นที่ 1 ขั้นพิจารณาปัญหา ได้นำการคิดของเทคนิคเพื่อนคู่คิดมาแทรก เพื่อให้ให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและคิดทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผน ได้นำการคิดของเทคนิคเพื่อนคู่คิดมาแทรก เพื่อให้ให้นักเรียนแต่ละคนคิดวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา ได้นำการคิดของเทคนิคเพื่อนคู่คิดมาแทรก เพื่อให้ให้นักเรียนแต่ละคนคิดดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนและประเมิน ได้นำการจับคู่และการแลกเปลี่ยนของเทคนิคเพื่อนคู่คิดมาแทรก เพื่อให้ให้นักเรียนจับคู่แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุปและประเมินคำตอบกับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน และขั้นที่ 5 ขั้นสร้างปัญหา เป็นขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์โดยไม่ได้นำเทคนิคเพื่อนคู่คิดมาแทรก เนื่องจากนักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่และดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบ จากขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์และเทคนิคเพื่อนคู่คิด ดังภาพที่ 3

ภาพที่ 3 การสังเคราะห์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบชีววิธิตัดร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด



จากการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นพิจารณาปัญหา ครูเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและคิดทำความเข้าใจปัญหา (Think) โดยสามารถเชื่อมโยงความรู้และพิจารณาปัญหานั้นว่าสอดคล้องกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด
2. ขั้นวางแผน นักเรียนแต่ละคนคิด (Think) วางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการ
3. ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนแต่ละคน (Think) ดำเนินการแก้ปัญหาโดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์
4. ขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้ว ครูให้นักเรียนจับคู่ (Pair) แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป จากนั้นนักเรียนนำเสนอความคิดเห็นเพื่อสะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่กับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน (Share)
5. ขั้นสร้างปัญหาใหม่ นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบจากปัญหานั้น

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านและหน่วยงานด้านการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Bell (1978, pp. 309-310 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537, หน้า 7) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ใด ๆ จะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งบุคคลใดถ้าเขาเอาใจใส่มีความต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้น แต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์นั้นได้ในทันทีทันใด การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลนั้นผู้หาคำตอบนั้น

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544, หน้า 16) ได้สรุปว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มา กำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบบุคคลผู้คิดหาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด สถานการณ์หรือคำตอบข้อใดจะเป็นปัญหา

หรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้คิดหาคำตอบ บางสถานการณ์เป็นปัญหาสำหรับบางบุคคล แต่ไม่อาจเป็นปัญหาสำหรับคนอื่น ๆ ก็ได้

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2554, หน้า 14) ได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้น ในทันที

สวท. (2555, หน้า 79) ได้เสนอความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็น สถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระ กระบวนการ หรือความรู้ที่ผู้เรียน ไม่คุ้นเคยมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการตัดสินใจ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์หรือคำถามทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้ความรู้ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ

5.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการศึกษาหลายท่านและหน่วยงานด้านการศึกษาก็ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

โพลยา (1985, pp. 123 - 128 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร, 2554, หน้า 14)

พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบหรือสิ่งที่ต้องการ ส่วนสำคัญของปัญหาประเภทนี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข
2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

Baroody (1993, pp. 260-261) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทโดยใช้ผู้แก้ปัญหาและโครงสร้างของปัญหาเป็นเกณฑ์ในการแบ่ง ดังนี้

1. ปัญหาธรรมดา (Routine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้คุ้นเคยในวิธีการในโครงสร้างของปัญหา เช่น อาจเคยพบในตัวอย่าง เมื่อพบปัญหาอาจจะทราบได้เกือบทันทีว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้มักมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบมุ่งเน้นในการฝึกทักษะหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้มักจะพบในหนังสือเรียนทั่ว ๆ ไป
2. ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine problems) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามองจะต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับสภาพความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าประเภทแรก ข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มีทั้งที่

จำเป็นและไม่จำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ วิธีการหาคำตอบมีได้หลายวิธีการคำตอบก็อาจจะมีมากกว่าหนึ่งคำตอบ

กรมวิชาการ (2541, หน้า 2) ได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะคือ

1. ปัญหาปกติ (Routine problem) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา
2. ปัญหาที่ไม่ปกติ (Non-routine problem) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหามustประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์มีได้หลากหลายขึ้นอยู่กับแนวคิดของนักการศึกษาที่แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามประเภทต่าง ๆ ว่าใช้อะไรเป็นเกณฑ์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ได้ใช้ประเภทของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้ 1) การแก้ปัญหาที่พบเห็นทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา และ 2) ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนหรือปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนผู้แก้ปัญหามustประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ ที่นำมาใช้แก้ปัญหา

5.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและหน่วยงานด้านการศึกษาได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ครูลิก และรูดนิค (Krulik & Rudnick, 1995, p. 4) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นวิถีทางที่แต่ละคนใช้ความรู้ที่ได้เรียนมาพัฒนาทักษะและความเข้าใจให้เป็นไปตามความคิดที่ต้องการในการเผชิญกับสถานการณ์ที่ไม่เคยพบมาก่อน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551, หน้า 7) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะเรียนรู้ ผิฝน และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จะช่วยในผู้เรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ

และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้นานตลอดชีวิต

เวทฤทธิ์ อังกะนภทรขจร (2555, หน้า 109) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ ว่าหมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหา จะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 7) ได้สรุปว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธี เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์ เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจะต้องประยุกต์ความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ คิดวิเคราะห์ ขั้นตอน/ กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบ โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5.4 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านและหน่วยงานด้านการศึกษาได้กล่าวถึงความหมายของ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ ดังนี้

Polya (1980, p.1 อ้างถึงใน ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537, หน้า 8) สรุปว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ มิได้เกิดขึ้นได้ อย่างทันทีทันใด

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นทักษะที่เกิดจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลากรูปแบบซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์ เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนคุ้นเคยหรือไม่ สามารถแยกปัญหาใหม่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาก็ได้อย่างรวดเร็วเหมาะสม

สสวท. (2555, หน้า 77) เสนอว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธี แก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์มักเป็นปัญหาที่ ผู้เรียน ไม่คุ้นเคยมาก่อน และต้องใช้ความคิดที่หลากหลาย เพื่อหาแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาที่มี ประสิทธิภาพมากที่สุด

ศศิธร แม้นสงวน (2556 หน้า 167) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ว่า หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/ กระบวนการ แก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทาง คณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการ แก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.5 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านและหน่วยงานด้านการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2540, หน้า 1) ได้เสนอความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ การแก้ปัญหาคือหัวใจของคณิตศาสตร์ มีความสำคัญและเหมาะที่จะใช้ในการเรียนการสอน คณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการ วิเคราะห์ และเป็นเครื่องมือช่วยให้ประยุกต์ศักยภาพเหล่านั้นไปสู่สถานการณ์ใหม่ การแก้ปัญหา ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ โดยแสดงการ ประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์เอง และที่สัมพันธ์กับสาขาอื่น ๆ นอกจากนี้การแก้ปัญหาคือการ เตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จะนำไปสู่แนวคิดใหม่ เป็นการกระตุ้นให้นักเรียน เกิดการ เรียนรู้ และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาคือทำให้เกิดการพัฒนา คุณลักษณะของนักเรียนที่ต้องการ เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น ความเป็นคนช่างคิดช่าง สั้งเกต ฯลฯ

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 39) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคือทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และ มักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วยกัน เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มี ทักษะการแก้ปัญหาก็ดี มักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ

เวชฤทธิ์ อังกะนะภัทรขจร (2554, หน้า 15) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาคือ การเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาคือการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์

เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์แก่นักเรียนช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะมโนทัศน์ และหลักการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ได้

สสวท. (2555, หน้า 6) เสนอว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้และพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุป ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์มีแนวคิดที่หลากหลาย นักเรียนรู้จักคิดมีระเบียบขั้นตอนในการคิดรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ทักษะมโนทัศน์ และหลักการต่าง ๆ ที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

5.6 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านและหน่วยงานด้านการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Polya (1957, อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรขจร, 2554, หน้า 15-18) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

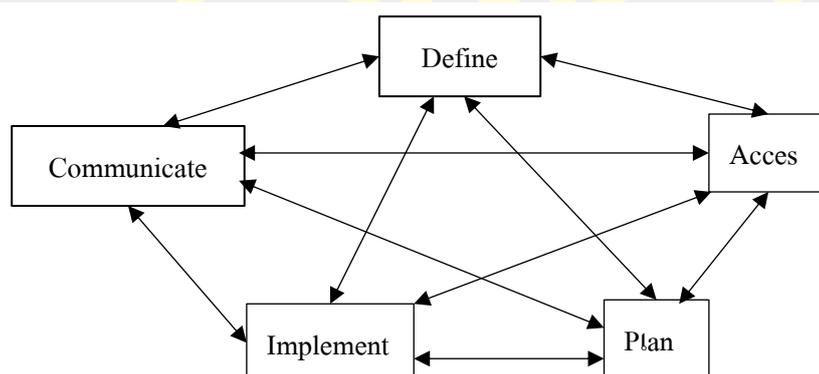
ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นตอนนี้เป็นขั้นเริ่มต้นของการแก้ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหา ผู้เรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาและระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูล และเงื่อนไข ในการทำความเข้าใจปัญหาผู้เรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน โดยใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำตนเอง

ขั้นที่ 2 ขั้ววางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้ผู้เรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหา และเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดต่าง ๆ ของแผนให้ชัดเจนแล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ผู้เรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้ผู้เรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลและกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่ใช้แล้ว พิจารณามีคำตอบหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหอย่างอื่นอีกหรือไม่ สำหรับผู้เรียนที่คาดเดาคำตอบก่อนลงมือปฏิบัติก็สามารถเปรียบเทียบหรือตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่คาดเดาและคำตอบจริงในขั้นตอนนี้ได้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 42) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน ส่วนของกระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ไว้ดังนี้ว่า เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่บูรณาการ กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์เข้าด้วยกัน โดย DAPIC เป็นชื่อที่เกิดจากการนำตัวอักษรตัวแรกขององค์ประกอบในกระบวนการแก้ปัญหามาเรียง เป็นชื่อเรียกกระบวนการ เพื่อให้สื่อความหมายของกระบวนการและเพื่อให้ง่ายต่อการนำไปใช้งาน รายละเอียดของ DAPIC มีดังนี้



ภาพที่ 4 กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC

Define เป็นการทำความเข้าใจปัญหา กำหนดหรือระบุปัญหาที่จะแก้ให้มีความชัดเจน
 Access เป็นการระบุหรือเข้าถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องและที่จะใช้ในการแก้ปัญหา
 Plan เป็นการหาวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และวางแผนการดำเนินงาน
 Implement เป็นการนำแผนที่วางไว้มาปฏิบัติ พร้อมทั้งมีการปรับเปลี่ยนให้ดีขึ้น
 Communicate เป็นการนำผลจากการดำเนินการมาวิเคราะห์ สรุป และสื่อสาร

กระบวนการแก้ปัญหา DA PIC เป็นกระบวนการที่ยืดหยุ่น ไม่ซับซ้อน ไม่มีการกำหนดว่าต้องเริ่มต้นจากองค์ประกอบใด และไม่จำเป็นต้องทำตามเป็นลำดับขั้นตอน เป็นวงจร ผู้แก้ปัญหาจะพิจารณาตามลักษณะของปัญหา ว่าควรเริ่มต้นจากองค์ประกอบใดและจะใช้องค์ประกอบใดบ้าง สสวท. (2555, หน้า 127-128) ได้ให้ข้อเสนอแนะที่แสดงถึงขั้นตอนของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะการอ่าน โจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมายทางภาษาซึ่งนักเรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูป หรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดคะเนคำตอบประกอบด้วย ครูผู้สอนจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในการขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณ การประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน (Number Sense) หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial Sense) ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
4. ขั้นสรุปคำตอบ เป็นขั้นที่นักเรียนสรุปคำตอบว่าได้คำตอบตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้นำกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ขั้นตอน ไปพัฒนาให้เกิดในขั้นตอนการคิดแบบฮิวริสติกส์ ดังนี้ กระบวนการแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 ไปพัฒนาให้เกิดขึ้นในขั้นตอนการคิดแบบฮิวริสติกส์ในขั้นที่ 1 เนื่องจากเป็นขั้นที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร สิ่งที่ต้องการหาคืออะไร และขั้นตอนของการคิดแบบฮิวริสติกส์ได้เพิ่มการเชื่อมโยงความรู้และการพิจารณาปัญหานั้นว่าคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด กระบวนการแก้ปัญหาในขั้นที่ 2 ไปพัฒนาให้เกิดขึ้นในขั้นตอนการคิดแบบฮิวริสติกส์ในขั้นที่ 2 เนื่องจากเป็นขั้นที่นักเรียนต้องวางแผนการแก้ปัญหา โดยค้นหายุทธวิธีการแก้ปัญหาและเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม กระบวนการแก้ปัญหาในขั้นที่ 3 ไปพัฒนาให้เกิดขึ้นในขั้นตอนการคิดแบบฮิวริสติกส์ในขั้นที่ 3 เนื่องจากเป็นขั้นที่นักเรียนต้องดำเนินการแก้ปัญหา โดยปฏิบัติตามวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา กระบวนการแก้ปัญหาในขั้นที่ 4 เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องสรุปคำตอบที่ได้ และผู้วิจัยได้นำกระบวนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอน ไปพัฒนาให้เกิดขึ้นในขั้นตอนการคิดแบบฮิวริสติกส์ในขั้นที่ 5 เนื่องจากนักเรียนได้สร้างโจทย์ปัญหาขึ้นมาใหม่ ดังนั้นนักเรียนจึงดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนการคิดแบบฮิวริสติกส์ เพื่อหาคำตอบจากปัญหานั้น

5.7 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์พบว่ามึนักศึกษาหลายท่านได้อธิบายยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ครูลิติก และคณะ (Krulik et al, 2003, pp. 94-100) ได้แนะนำยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบ สามารถยืนยันความถูกต้องของคำตอบ ได้แก่

1. การหาแบบรูป (Look for a pattern) เป็นแนวทางพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะใช้ในการสังเกตรูปแบบของจำนวนและรูปภาพ
2. การวาดแผนภาพ (Draw a diagram) เป็นเครื่องมือในการเขียนแสดงปัญหา โดยการวาดภาพหรือเขียนแผนภาพแทนสถานการณ์ปัญหา
3. การคาดเดาและตรวจสอบ (Guess and test) เป็นยุทธวิธีต้องระมัดระวังในการสร้างตารางเพื่อให้เห็นแนวทางในการทำงาน
4. การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Use logical reasoning) ใช้กับปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาเชิงจำนวน ต้องอาศัยตรรกะในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
5. การทำงานย้อนกลับ (Work backward) เป็นวิธีการแก้ปัญหาโดยพิจารณาสถานการณ์สุดท้ายของปัญหาเป็นขั้นเริ่มต้นการแก้ปัญหา และสถานการณ์เริ่มต้นของปัญหาเป็นขั้นสุดท้ายของการแก้ปัญหา

6. การเขียนสมการ (Write an equation) เป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ด้านพีชคณิตช่วยในการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปสมการ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา

7. การลดและเพิ่ม (Reduce and expand) เป็นยุทธวิธีที่ลดความซับซ้อนของปัญหาโดยการลดจำนวนกรณีที่เกิดขึ้น และเขียนแบบรูปแสดงจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจากการสังเกตต่อไป เช่น การหาวิธีการจับมือของนักบาสเก็ตบอล 2 ทีมว่านักบาสเก็ตบอลจะต้องจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง

8. การแก้ปัญหาโดยการทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Solve a simpler problem) เนื่องจากบางปัญหาอยู่ในรูปจำนวนที่มีค่ามาก รูปทศนิยมหรือเศษส่วน ซึ่งลำบากต่อการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการเปลี่ยนจำนวนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายจะช่วยให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น เช่น การประมาณค่าเศษส่วนให้อยู่ในรูปจำนวนเต็ม เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ

9. การสร้างสถานการณ์จำลองหรือการทดลอง (Simulate or experiment) ใช้สำหรับบางเหตุการณ์ที่ไม่เหมาะสมในการทดลองจริง จะใช้การสร้างสถานการณ์จำลองขึ้นมาช่วยให้เห็นภาพในการแก้ปัญหา อาจจะมีการสร้างสัญลักษณ์ขึ้นมาในสถานการณ์ เพื่อแสดงปัญหา

10. การสร้างตาราง (Make a table) เป็นแนวทางที่สำคัญในการจัดการข้อมูล ตารางช่วยแสดงข้อมูลให้ง่ายขึ้นและเห็นรูปแบบของข้อมูล

11. การย้อนกลับและสะท้อนผล (Look back and reflect) เป็นการทบทวนว่าคำตอบที่ได้รับถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ พิจารณาปัจจัยที่ใช้ในการเลือกยุทธวิธีในการหาคำตอบ และสามารถใช้อุทธวิธีนี้ในสถานการณ์อื่นได้หรือไม่

เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2554, หน้า 19-20) ได้สรุปยุทธวิธีในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะถูกยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง เมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน กลยุทธ์นี้มักจะใช้ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ อันจะนำไปสู่การค้นพบคำตอบหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนช่วยไม่ให้หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้นและบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดนักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ช้ออกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ กลยุทธ์นี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกแจงกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่างๆ ที่ปัญหากำหนด ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อคาดเดา แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อคาดเดานั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการเดาในครั้งแรกๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทางเพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดในรูปของสมการหรือบางครั้งอาจเป็นอสมการก็ได้ ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา เพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ แล้วเขียนสมการหรืออสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น ในการหาคำตอบของสมการมักใช้สมบัติของการทำกันมาช่วยในการแก้สมการ จึงได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ นอกจากนี้ต้องมีการตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหา กลยุทธ์นี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางพีชคณิต

7. การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขั้นตอนกลับมาข้อมูลในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้นเพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น กลยุทธ์นี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์อื่นไม่ได้แล้วสิ่งสำคัญของกลยุทธ์นี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวนของข้อมูลลงหรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริงโดยใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหาบางปัญหาเราใช้

การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ การเขียนภาพหรือแผนภาพจนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากกลยุทธ์อื่นได้อย่างเด่นชัด กลยุทธ์นี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการสดงหรืออธิบายข้อความที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง กลยุทธ์นี้มักใช้กับปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหามาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

12. การพิจารณาข้อมูล โดยพิจารณาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอในการแก้ปัญหหรือไม่หรือข้อมูลที่กำหนดให้เป็นข้อมูลที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหหรือไม่ ถ้าเป็นข้อมูลที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาก็ตัดข้อมูลที่จำเป็นหรือไม่เกี่ยวข้องออก

13. การสร้างและใช้แบบจำลอง การสร้างแบบจำลองของปัญหาจะทำให้นักเรียนเข้าใจโมเดลของการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหามา และการใช้แบบจำลองจะช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหามาได้ดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหา เนื่องจากสามารถเคลื่อนย้ายได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุป ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป 2. การสร้างตาราง 3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ 4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด 5. การคาดเดาและตรวจสอบ 6. การเขียนสมการ 7. การคิดแบบย้อนกลับ 8. การเปลี่ยนมุมมอง 9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย 10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ 11. การให้เหตุผลทางอ้อม 12. การพิจารณาข้อมูล

แม้ว่าจะมียุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหามา แต่ก็ไม่มียุทธวิธีที่ดีที่สุด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสถานการณ์ปัญหาที่พบเจอ โดยปัญหาทางคณิตศาสตร์บางปัญหาสามารถแก้ได้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธีหรือใช้มากกว่าหนึ่งยุทธวิธีในการแก้ปัญหามา เพื่อให้การแก้ปัญหามาทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ นักเรียนควรรู้จักยุทธวิธีในการแก้ปัญหามา และสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหามา

ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหามาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีการเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาที่สอดคล้องกับการแก้สถานการณ์ปัญหาในเรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งสรุปยุทธวิธีทั้งหมดที่ใช้ ดังนี้

1. การสร้างตาราง เนื่องจากนักเรียนจะต้องหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม ดังนั้นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง จะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์เพื่อนำไปสู่การค้นพบคำตอบ

2. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เนื่องจากนักเรียนจะต้องหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม ดังนั้นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้

3. การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด เนื่องจากนักเรียนจะต้องหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม ดังนั้นการจัดระบบข้อมูล โดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน

5.8 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาและหน่วยงานด้านการศึกษาได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2537, หน้า 66-67) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหามาเป็นวิธีการพัฒนา ดังนี้

1. พัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

1.1 พัฒนาทักษะการอ่าน โดยการวิเคราะห์ความสำคัญ ความเข้าใจในปัญหาเป็นรายบุคคล หรือกลุ่ม อภิปรายความเป็นไปได้ของคำตอบ ความเพียงพอหรือความเกินพอของข้อมูล ปัญหาที่ใช้เพิ่มเติมอาจไม่ใช่ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก็ได้

1.2 การใช้กลวิธีเพื่อเพิ่มพูนความเข้าใจ

1.2.1 การเขียนภาพ แผนภาพ หรือการใช้แบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล จะช่วยทำให้ข้อมูลมีความเป็นรูปธรรมทำให้เข้าใจง่ายขึ้น

1.2.2 ลดปริมาณที่กำหนดให้ปัญหาลง เพื่อเน้น โครงสร้างของปัญหามีความชัดเจนขึ้น โดยคำนึงถึงความเป็นไปได้และความมีเหตุผล

1.2.3 การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

1.2.4 การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

1.3 การใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันมาให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจโดยกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือไม่เพียงพอ เพื่อให้ผู้เรียนฝึกการวิเคราะห์ว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดไม่ใช่หรือข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่ สอดคล้องกับชีวิตประจำวันที่มีข้อมูลมากมายที่นักเรียนจะต้องเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องมาใช้ หรือบางครั้งข้อมูลอาจไม่เพียงพอ นักเรียนจะต้องแสวงหาข้อมูลให้เพียงพอ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผน

ถ้าโจทย์ปัญหามีความซับซ้อน ควรฝึกให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์และเขียนหรือพูดลำดับขั้นตอนการคิดอย่างคร่าว ๆ 1 ก่อนลงมือทำเพราะขั้นตอนดังกล่าวเป็นเสมือนการวางแผนในการแก้ปัญหา ถ้าผู้เรียนฝึกสม่ำเสมอทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ดังนั้น การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาที่มีแนวทาง ดังนี้

2.1 ไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาโดยตรง แต่จะกระตุ้นโดยใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนหาคำตอบถ้ายังตอบไม่ได้ให้เปลี่ยนคำถามให้ง่ายลง คำตอบของนักเรียนจะช่วยให้แผนการแก้ปัญหาที่มีแนวทาง ดังนี้

2.2 ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมบ้าง ๆ (Think aloud) สามารถบอกให้ผู้อื่นทราบว่าคนคิดอะไร ไม่ใช่คิดอยู่ในใจเงียบ ๆ การคิดออกมบ้าง ๆ อาจอยู่ในรูปสนทนาหรือการเขียนลำดับขั้นตอนการคิดออกให้ผู้อื่นทราบทำให้เกิดการอภิปราย เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียน คิดวางแผนก่อนลงมือทำ ทำให้เห็นภาพรวมของปัญหาประเมินความเป็นไปได้ก่อนลงมือแก้ปัญหา ป้องกันการผิดพลาดหรือแก้ไขข้อบกพร่องได้ทันที เน้นวิธีการแก้ปัญหาสำคัญกว่าคำตอบ

2.4 จัดปัญหาให้นักเรียนฝึกทักษะ ควรเป็นปัญหาที่ท้าทายเหมาะสมกับความสามารถไม่ยากหรือง่ายเกินไป

2.5 ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา ควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 รูปแบบ เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผนในการดำเนินการตามแผน ผู้เรียนต้องตีความ ขยายความนำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจน และประเมินความสามารถที่จะดำเนินการได้หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ

การตรวจสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ครอบคลุมประเด็นสำคัญ 2 ประเด็น คือประเด็นแรกตรวจสอบขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้นจนเสร็จสิ้นกระบวนการอีกครั้งหนึ่ง รวมทั้งหายุทธวิธีอื่นในการแก้ปัญหาประเด็นที่สอง คือ มองไปข้างหน้าเป็นการใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาโดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นมาใหม่ มีแนวทางการพัฒนา ดังนี้

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชิน

4.2 ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

4.3 ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4.4 สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดโดยวิธีหาคำตอบมากกว่า 1 วิธี

4.5 ให้นักเรียนฝึกสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 47) ได้กล่าวถึงแนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์แก้ปัญาและเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้นักเรียนใช้กระบวนการแก้ปัญากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้นักเรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญาเทคนิคและกลวิธีการแก้ปัญา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญาของ Polya กระบวนการแก้ปัญา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญาทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 112-114) ได้กล่าวถึงแนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ผู้สอนควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของนักเรียน โดยปัญหาที่ผู้สอนนำมาควรมีลักษณะ ดังนี้

1.1 ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจจะไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทายแต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญาได้สำเร็จ

1.2 ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้างหรืออาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เพราะว่ สิ่งเหล่านี้นักเรียนต้องเผชิญในชีวิตจริง

1.3 ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยสำหรับนักเรียนเพราะถ้านักเรียนเคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญานั้นมาแล้ว ปัญานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป

2. ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกัน เป็นกลุ่มย่อยเนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้นักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนสื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญาและกระบวนการแก้ปัญาของตนให้แก่ผู้อื่น ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญาและกระบวนการแก้ปัญาที่กระทำร่วมกันตลอดจน ได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญาที่เผชิญอยู่ทั้งภายใน

ห้องเรียนและภายนอกห้องเรียน กล้าที่จะแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะในการสื่อสารและทักษะในการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเองและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง

3. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหาได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ใหม่ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

4. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระรวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ผู้สอนได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้น มาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ผู้สอนไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิด แต่ผู้สอนควรอธิบายและเปิดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ผู้สอนควรให้ความรู้และสนับสนุนให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

6. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธีเมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

7. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามกับตัวเองโดยเป็นคำถามที่ต้องการคำตอบเช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไรแล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนถึงตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

9. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้นจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เหมาะสมกับนักเรียน และเป็นกิจกรรมการเรียนรู้โดยผ่านปัญหาให้นักเรียนได้ฝึกคิดซึ่งปัญหาที่ใช้ในกิจกรรมการเรียนรู้นั้นควรใช้ปัญหาที่มีความท้าทาย ดึงดูดความสนใจของนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างอิสระและส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายและให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดของตนเองรวมถึงความเหมาะสมของวัยและพัฒนาการของนักเรียนด้วย

5.9 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.9.1 วิธีการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอวิธีการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 111) ได้เสนอการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบเลือกตอบ และแบบเติมคำตอบ และแบบแสดงวิธี ทำลดจนใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถาม สามารถกระตุ้นให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 100-101) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ควรทำการประเมินอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง วิธีการประเมินอาจใช้การสังเกตและใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อดูการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มขนาดเล็ก หรือการอภิปรายทั้งชั้นเรียนสรุปได้ว่า การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดและประเมินจากพฤติกรรมที่แสดงออกในการค้นหาคำตอบของปัญหาอย่างมีขั้นตอนเป็นไปตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา โดยควรทำการประเมินอย่างต่อเนื่อง และใช้เครื่องมือและวิธีการที่หลากหลาย รวมทั้งต้องมีการกำหนดเกณฑ์ในการประเมินที่ชัดเจนและครอบคลุม

นพพร แหยมแสง (2555, หน้า 236-244) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ควรใช้เทคนิคต่อไปนี้

1. การสังเกตและการถามคำถาม ในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาจะเป็นข้อมูลที่มีค่าในการรวบรวมข้อมูลความสามารถ เจตคติ และความเชื่อ ครูสามารถสังเกตการทำงานของแต่ละกลุ่มหรืออาจสัมภาษณ์นักเรียนรายบุคคล การสังเกตและการถามคำถามสามารถทำได้ทั้งที่เป็นทางการ และไม่เป็นทางการ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 การสังเกตและการถามคำถามอย่างไม่เป็นทางการ

เทคนิคการสังเกตในกรณีที่เป็นกลุ่มใหญ่ ครูควรวางแผนว่าในชั่วโมงนั้น ๆ จะสังเกตใครบ้างในแต่ละชั่วโมง ครูไม่ควรสังเกตเด็กมากเกินไป เช่น อาจสังเกตชั่วโมงละ 5-6 คน และต้องใช้เวลาสังเกตหลายครั้ง เมื่อสังเกตครบทุกคนแล้ว ก็อาจเริ่มต้นสังเกตในรอบต่อไป

เทคนิคการถามคำถาม มีจุดประสงค์ของการถามคำถามในชั้นเรียนแตกต่างกันออกไป จุดประสงค์หนึ่งก็เพื่อกระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์จุดประสงค์อื่น ๆ เช่น เพื่อช่วยนักเรียนแก้ปัญหา อย่างไรก็ตาม ไรก็ตามจุดประสงค์ของการถามคำถามในที่นี้เพื่อช่วยให้ครูสามารถประเมินทักษะและเจตคติในการแก้ปัญหานักเรียน

1.2 เทคนิคการรายงาน ในการเขียนรายงานการ สังเกต หรือการสัมภาษณ์ควรรายงานตามจุดประสงค์อย่างสั้น ได้ใจความ ในเวลาไม่นานนักหลังจากการสังเกตและสัมภาษณ์ โดยรายงานสถานการณ์และแปลผล การรายงานอาจรายงาน โดยใช้แผนบันทึกความเห็นแบบแจกรายการ (Checklist) หรือมาตราประมาณค่า (Rating scale)

1.3 การสัมภาษณ์ตามโครงสร้างของคำถาม เทคนิคการสัมภาษณ์อย่างมีโครงสร้าง จะเกี่ยวข้องกับนักเรียนไม่เกิน 2 คน และมีแบบแผนการถามโดยเฉพาะการสัมภาษณ์ทำเป็นระบบหรือมีโครงสร้างโดยการนำเสนอลำดับของปัญหาที่จะให้นักเรียนทำมีลำดับของคำถาม

2. การใช้การประเมินตนเอง มีเป้าหมายอื่น ๆ ที่สามารถประเมินจากข้อมูลการประเมินตนเองของนักเรียน เช่น ในเรื่องความรู้สึก ความเชื่อ ความตั้งใจ แบบแผนการคิดและอื่น ๆ เทคนิคอันหนึ่งสำหรับรวบรวมข้อมูล การประเมินนักเรียนคือรายงานของนักเรียนนักเรียนถูกถามให้เขียนหรือ อัดเทปรายงานประสบการณ์การแก้ปัญหา ปกติจะตอบคำถามไปตามลำดับคำถามที่เตรียมไว้ รายงานเช่นนี้สามารถใช้ประเมินทั้งความสามารถและเจตคติ

3. การให้คะแนน ให้คะแนนจากการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหานักเรียน จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า แนวทางการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน เป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา จากการทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบเลือกตอบ และแบบเติมคำตอบ และแบบแสดงวิธี ซึ่งมีการประเมิน เช่น การสังเกตและการถามคำถาม การใช้การประเมินตนเอง และการให้คะแนน ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้ แบบทดสอบที่เป็นอัตนัย ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน

5.9.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบบรูบริค (Scoring rubric)

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการให้คะแนนแบบบรูบริค ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 194-195) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบบรูบริค (Scoring rubric) ว่าเป็นเกณฑ์เพื่อกำหนดเพื่อใช้เป็นแนวทางในการให้คะแนนผลงานหรือ คุณภาพ การปฏิบัติงานของผู้เรียน โดยทั่วไปมี 2 แบบ ดังนี้

1. แบบเกณฑ์รวม (Holistic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหา โดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองได้หลายมิติหรือหลายด้านรวมกันมีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความแตกต่างคุณภาพงาน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
4	แสดงวิธีทำชัดเจน และตอบถูกต้อง
3	แสดงวิธีทำชัดเจน แต่ตอบไม่ถูกต้อง
2	แสดงวิธีทำบางส่วน ตอบถูกต้อง
1	แสดงวิธีทำบางส่วน แต่ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ
0	ไม่แสดงวิธีทำ และตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ

2. แบบเกณฑ์ย่อยหรือเกณฑ์เฉพาะ (Analytic scoring) เป็นเกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะขั้นเฉพาะงานย่อย หรือเฉพาะด้าน โดยกำหนดระดับคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานในขั้น งานย่อย หรือด้านที่พิจารณา ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ด้านวิธีการ	
ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
3	ใช้วิธีการเหมาะสม และดำเนินการถูกต้อง
2	ใช้วิธีการเหมาะสม แต่ยังไม่ดำเนินการไม่ถูกต้อง
1	ใช้วิธีการไม่เหมาะสม ทำให้ดำเนินการไม่ถูกต้อง
0	ไม่มีการใช้วิธีการและไม่มีการดำเนินการ

ด้านการอธิบาย

ระดับคะแนน	คุณภาพงาน
3	เขียนอธิบายงานทั้งหมดได้ชัดเจน และสมเหตุสมผล
2	เขียนอธิบายงานได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่
1	เขียนอธิบายงานได้บางส่วน แต่ยังไม่ชัดเจน
0	เขียนอธิบายงานไม่ได้ หรือไม่เขียน

ราตรี นันทสุคนธ์ (2553, หน้า 71-73) ได้ให้ความหมายของรูบรีคไว้ว่า เกณฑ์การประเมิน (Rubric score) เป็นเครื่องมือที่ประกอบด้วยคุณลักษณะแต่ละระดับค่าคะแนนของชิ้นงานหรือกระบวนการปฏิบัติ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการตัดสินชิ้นงานหรือกระบวนการปฏิบัติงานนั้น ๆ ซึ่งแบ่งประเภทของเกณฑ์การประเมินได้ 2 ประเภท ดังนี้

1. การกำหนดเกณฑ์โดยภาพรวม (Holistic rubric score) เป็นการให้คะแนนโดยพิจารณาผลงานของนักเรียนในภาพรวมว่า มีคุณภาพสอดคล้องกับเกณฑ์ในระดับใดบ้าง และมีคะแนนชุดเดียวสำหรับงานชิ้นนั้น ซึ่งจะมีคำอธิบายคุณภาพของงานประกอบการให้คะแนนและตัดสินระดับคะแนนต่าง ๆ ได้ด้วยการให้คะแนนแบบภาพรวม

2. การกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบแยกองค์ประกอบ (Analytical rubric score) เป็นการกำหนดเกณฑ์โดยจำแนกสิ่งต่าง ๆ ที่ต้องการประเมินออกเป็นประเด็น ๆ การให้คะแนนจะให้ตามระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนจากการประเมินประเด็นทั้งหมดมารวมกันอีกครั้ง

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 184-185) ได้ให้ความหมายของรูบรีคไว้ว่า รูบรีค คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียนจากระดับที่ยอดเยียมไปจนถึงระดับที่ต้องการพัฒนา ซึ่งผู้สอนสามารถออกแบบให้เหมาะสมกับนักเรียนของตนเองได้ โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบรีคมี 2 รูปแบบ คือ

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นคน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytical score) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นคำถามการเก็บรวบรวมข้อมูล คำนวณนำเสนอข้อมูล และค่านการอ่าน เปรียบเทียบและวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์ เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบรีค (Scoring rubric) ว่าเป็นเกณฑ์เพื่อกำหนดเพื่อใช้เป็นแนวทางในการให้คะแนนผลงานหรือ คุณภาพการปฏิบัติงานของผู้เรียนจากระดับที่ยอดเยียมไปจนถึงระดับที่ต้องการพัฒนา ซึ่งผู้สอนสามารถออกแบบให้เหมาะสมกับนักเรียนของตนเองได้ ซึ่งแบ่งเกณฑ์การประเมินได้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic score) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของผู้เรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นคน ๆ การให้คะแนนงานหรือการแก้ปัญหาโดยพิจารณาภาพรวมของคุณภาพของผลงานที่ได้ ซึ่งอาจมองได้หลายมิติหรือหลายด้านรวมกันมีการจำแนกระดับคะแนนให้เห็นความแตกต่างคุณภาพงาน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytical score) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะขั้น เฉพาะงานย่อย หรือเฉพาะด้าน โดยกำหนดระดับคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานในขั้น งานย่อย หรือด้านที่พิจารณา

โดยงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบแบบอัตนัยในการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยเกณฑ์การให้คะแนนแบบบรูบริค (Scoring rubric) ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytical score) เนื่องจากเป็นการประเมิน เกณฑ์การให้คะแนนเฉพาะขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดระดับคะแนนตามความแตกต่างของคุณภาพงานในแต่ละขั้นตอน

5.9.3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านและหน่วยงานด้านการศึกษาได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Charles and Lester (1982, p. 11) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ แสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบของ Charles and Lester

ขั้นตอน	คะแนน
ทำความเข้าใจปัญหา	2: แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง 1: แปลความหมายโจทย์ผิดบางส่วน 0: แปลความหมายโจทย์ผิดโดยสิ้นเชิง

ตารางที่ 4 (ต่อ)

ขั้นตอน	คะแนน
การแก้ปัญหา	2: มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ) 1: มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน 0: ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง
การตอบปัญหา	2: การคำนวณถูกต้อง 1: ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีมีหลายคำตอบ) 0: ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด

สสวท. (2555, หน้า 127-130) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์โดยการตรวจสอบการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละประเด็นย่อยตามกระบวนการแก้ปัญหา มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การประเมินผลแบบย่อยของการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธี	3 (ดี)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหา ได้เหมาะสมและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจนำไปสู่คำตอบถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิดโดยอาจเขียนประโยค
3. การใช้วิธีการ	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน

ตารางที่ 5 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องเป็นบางครั้ง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ไม่ถูกต้อง
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ
<p>สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 113-114) ได้กำหนดเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ ดังตารางที่ 6</p> <p>ตารางที่ 6 เกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบของ สิริพร ทิพย์คง</p>		
รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	1	สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง
	0	เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลยสำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	2	สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูก
	1	สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูก แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยค
3. การใช้วิธีการ	2	สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง

ตารางที่ 6 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	1	สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
	0	สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การตอบ	2	สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	1	สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
	0	เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

ในงานวิจัย ผู้วิจัยได้ใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytical score) ซึ่งปรับปรุงจากเกณฑ์การให้คะแนนของคะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและสิริพร ทิพย์คง เนื่องจากมีความเหมาะสมกับลักษณะของเนื้อหาที่ผู้วิจัยสนใจ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

รายการประเมิน	ระดับคุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	2	- ระบุการค้นหายุทธวิธีที่ถูกต้อง ได้ตั้งแต่ 2 ยุทธวิธีขึ้นไปและระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ตารางที่ 7 (ต่อ)

รายการ ประเมิน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	1	- ระบุการค้นหายุทธวิธีที่ถูกต้องได้ 1 ยุทธวิธีและ ระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
	0	- ระบุการค้นหายุทธวิธีไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุ ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา หรือ ไม่มีการ เขียนระบุใด ๆ
3. ขั้นตอนการแก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ ถูกต้องครบถ้วน
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ ถูกต้องบางส่วน
	0	- ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ไม่ ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ
4. ขั้นสรุปคำตอบ	1	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน
	0	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบ ไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ

6. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

6.1 ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

มีผู้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Wilson (1971, pp. 643-696 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544, หน้า 60-75) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญา (Cognitive domain) ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกพฤติกรรมที่พึงประสงค์ทางด้านพุทธิพิสัยตามกรอบแนวความคิดของบลูม (Bloom taxonomy) ไว้ 4 ระดับ ดังนี้

1. การคิดคำนวณด้านความรู้ความจำ (Computation) พฤติกรรมระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับต่ำสุด แบ่งเป็น 3 ชั้น คือ

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of specific Facts) เป็นความสามารถที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามที่วัด

ความสามารถในระดับนี้จะเกี่ยวกับข้อเท็จจริงตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลานานแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับคำศัพท์และนิยาม (Knowledge of terminology) เป็นความสามารถในการระลึกหรือจำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ได้ โดยคำถามอาจจะถามโดยตรงหรือโดยอ้อมก็ได้ แต่ไม่ต้องการคิดคำนวณ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of carry out algorithm) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้วมาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้วข้อสอบวัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็น โจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ แต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Knowledge of concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ ความจำ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคติเป็นนามธรรมที่ประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหมายหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นได้ โดยใช้คำพูดของตนหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเขียนในรูปแบบหรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่างไปจากที่เคยเรียน

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการสรุปผลอ้างอิงเป็นกรณีทั่วไป (Knowledge of Principles, Rules, and generalizations) เป็นความสามารถในการนำหลักการ กฎและความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาจนได้แนวทางการแก้ปัญหา ถ้าคำถามนั้นเป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเห็นเป็นครั้งแรก อาจจัดเป็นพฤติกรรมในระดับการวิเคราะห์ได้

2.3 ความเข้าใจโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of mathematical structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับสมบัติของระบบจำนวนและ โครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหา จากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to transform problem elements from one mode to another) เป็นความสามารถในการแปลข้อความที่กำหนดให้ เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้ว อาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมที่ง่ายที่สุดของพฤติกรรมระดับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการคิดตามแนวของเหตุผล (Ability to follow a line of reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to read and interpret a problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความ โจทย์ปัญหา ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยเพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างการเรียน หรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาได้โดยไม่ยาก พฤติกรรมในระดับนี้ แบ่งออกเป็น 4 ขั้น คือ

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to solve routine problems) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหานั้นได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to make comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to analyze data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติม มีปัญหาอื่นใดบ้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบของปัญหาที่กำลังประสบอยู่หรือต้องแยก โจทย์ปัญหา ออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกัน และสมมาตร (Ability to recognize patterns isomerism and symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้ การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัดกระทำกับข้อมูล และการระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูลหรือสิ่งที่กำหนดให้ จากโจทย์ปัญหาที่พบ

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตเนื้อหาวิชาที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหา พฤติกรรมระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพสมองระดับสูง แบ่งเป็น 5 ชั้น ดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to solve nonroutine problems) คำถามในชั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัด หรือตัวอย่างไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนมติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to discover relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดมาให้ใหม่ และสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้ว ใช้กับข้อมูลชุดใหม่

4.3 ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Ability to construct proofs) เป็นความสามารถในการสร้างภาษาเพื่อยืนยันข้อความทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผล โดยอาศัย นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to criticize proofs) ความสามารถในการใช้เหตุผลที่ควบคู่กันกับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการพิจารณาเป็นพฤติกรรมที่ยุ่ยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในการชั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปจากมโนมติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถในการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to formulate and validate generalizations) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ได้โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วย นั่นคือการถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

Good (1973, p.7) ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง การบรรลุถึงความรู้หรือพัฒนาทักษะในการเรียน โดยอาจพิจารณาจากคะแนนการ ทดสอบหรือคะแนนจากงานที่ครูมอบหมายให้ผู้เรียนหรือพิจารณาจากทั้งสองอย่าง

ซานนท์ จันทรา (2555, หน้า 79) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระ ข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ และมโนทัศน์แต่ละเรื่อง จากการจัดกิจกรรมตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 150-154) ได้กล่าวถึงผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกตามพฤติกรรม ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่พึงประสงค์ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 4 ระดับ ดังนี้

1. ความรู้ ความจำ และการคิดคำนวณ (Computation) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ผู้เรียนได้เรียนผ่านไปแล้ว เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ศัพท์ นิยาม ตลอดจนการบวก การคิดคำนวณอย่างง่าย ๆ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ได้แก่

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง หมายถึง ความรู้ความจำเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในลักษณะเดียวกับที่ผู้เรียน ได้รับจากการเรียนการสอนมาแล้ว

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม เป็นการถามเพื่อให้ผู้เรียนบอกความหมายของศัพท์และนิยามและนิยามที่เคยเรียนมาแล้วโดยไม่ต้องอาศัยการคิดคำนวณแต่อย่างไร

1.3 ความรู้ความจำเกี่ยวกับการใช้กระบวนการคิดคำนวณ หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการตามกระบวนการคิดคำนวณตามที่เคยเรียนมาแล้ว

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการนำความรู้ที่รู้หรือเรียนมาแล้วมาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถอธิบาย ยกตัวอย่างจำแนกแปลความ ตีความ สรุปความ หรือขยายความได้ พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 6 ชั้น ได้แก่

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียนมา ความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำของเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนรู้ไปแล้วมาสรุปความหมายของสิ่งนั้นอีกครั้งหนึ่งด้วยตัวเอง

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป หมายถึง ความสามารถในการสรุปหรือบอกความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์กับตัวปัญหา ซึ่งผู้เรียนควรจะรู้หลังจากเรียนจบเรื่องนั้นแล้ว

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปศัพท์และนิยามทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ หรือการหาค่าสัญลักษณ์ โดยอาศัยโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

2.4 ความเข้าใจในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง หมายถึง ความสามารถในการแปลงข้อความให้เป็นสัญลักษณ์หรือสมการ โดยไม่ได้รวมถึงการ คำนวณหาคำตอบของสมการนั้น

2.5 ความเข้าใจในการดำเนินตามเหตุผล หมายถึง ความสามารถในการชี้แจงความ สมเหตุสมผลของข้อความ บทความ หรือ ผลงานทางคณิตศาสตร์

2.6 ความเข้าใจในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการ อ่านและตีความจากโจทย์ว่าโจทย์กำหนดอะไรบ้างและต้องการถามเรื่องอะไร รวมทั้งการแปล ความหมายจากกราฟหรือข้อมูลทางสถิติ ตลอดจนการแปลผลสมการหรือตัวเลขให้เป็นรูปภาพ

3. การนำไปใช้ (Application) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการนำความรู้ กฎ หลักการ ข้อเท็จจริง หรือทฤษฎีต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้เป็นผลสำเร็จ ทั้งนี้ โจทย์ปัญหา ที่ใช้วัดในระดับนี้ต้องไม่ใช่โจทย์ข้อเดิมที่ผู้เรียนเคยฝึกทำมาแล้วพฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 4 ชั้น ได้แก่

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหารวมดา หมายถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาที่ คล้ายกับปัญหาที่เคยเรียนมาแล้วในห้องเรียนความสามารถในการเปรียบเทียบ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการรายละเอียดที่เกี่ยวข้องกัน เช่น มโนทัศน์ กฎ ของข้อมูล 2 ชุด เพื่อ ค้นพบความสัมพันธ์เปรียบเทียบและนำมาสรุปเพื่อตัดสินใจ

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะ จำแนกส่วนประกอบย่อยของปัญหาหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดว่ามีความจำเป็นหรือไม่ในการแก้ปัญหา โจทย์นั้น

3.4 ความสามารถในการมองเห็นรูปแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกันและการ สมมาตร หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการหาสิ่งที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้หรือจาก ปัญหาที่กำหนดให้

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นระดับที่วัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่า ธรรมดา มีลักษณะซับซ้อน หรือ โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยกับที่รู้มาก่อน แต่ต้องอยู่ในขอบข่าย เนื้อหาวิชาที่เคยเรียนมา พฤติกรรมระดับนี้แบ่งออกเป็น 5 ชั้น ได้แก่

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา หมายถึง ความสามารถในการ ถ่ายทอดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปสู่การแก้ปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหาลักษณะนี้ ส่วนมากเป็นปัญหาที่ไม่สามารถคิดคำนวณ โดยตรงได้

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ใหม่หรือนำสัญลักษณ์จากสิ่งที่กำหนดมาให้มาสร้างสูตรใหม่ด้วยตนเองหรือ เพื่อนำมาใช้ประโยชน์ในการหาคำตอบ

4.3 ความสามารถในการแสดงการพิสูจน์ หมายถึง ความสามารถในการพิสูจน์ด้วยตนเองโดยอาศัยทฤษฎีหรือบทนิยามต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการพิสูจน์

4.4 ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์ หมายถึง ความสามารถในการใช้เหตุผลเพื่อวิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์นั้นถูกต้องหรือไม่ มีขั้นตอนใดผิดพลาดบ้าง

4.5 ความสามารถในการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผลของการทำให้เป็นกรณีทั่วไป หมายถึง ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์และการเขียนพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่ค้นพบ จนสามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไปได้

จากการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ ความสามารถของผู้เรียนทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ตามระดับพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านพุทธิพิสัย 4 ด้านดังนี้

1. ความรู้ความจำ เป็นการวัดความสามารถในส่วนของคุณรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม และการใช้กระบวนการคิดคำนวณในสิ่งที่คุณได้เรียนผ่านไปแล้ว

2. ความเข้าใจ เป็นการวัดความสามารถในส่วนของคุณเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์หลักการ กฎ การสรุปผลอ้างอิง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความเข้าใจในการแปลงส่วนประกอบของปัญหาจากแบบหนึ่งไปอีกแบบหนึ่ง การคิดตามแนวของเหตุผล และการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3. การนำไปใช้ เป็นการวัดความสามารถในการนำความรู้ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ให้ประสบความสำเร็จ อาจเป็นความสามารถในการแก้ปัญหารวมดา การวิเคราะห์ข้อมูล และการมองเห็นรูปแบบ ลักษณะ โครงสร้างที่เหมือนกัน

4. การวิเคราะห์ เป็นการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนหรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน และความสามารถการแก้ปัญหาที่แปลกกว่าธรรมดา การค้นพบความสัมพันธ์ การแสดงการพิสูจน์ การวิพากษ์วิจารณ์ และการสร้างและแสดงความสมเหตุสมผล

โดยงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ตามระดับพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านพุทธิพิสัย 3 ด้าน คือ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ เนื่องจากเนื้อหา เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นเนื้อหาเกี่ยวกับโจทย์ปัญหา ที่เน้นในส่วนการประยุกต์ใช้ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา จึงไม่มีวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามระดับพฤติกรรมที่พึงประสงค์ด้านพุทธิพิสัยในด้านความรู้ความจำ

6.2 ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2552, หน้า 96) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ทักษะและความสามารถทางวิชาการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้มาแล้วว่าบรรลุผลสำเร็จตามจุดประสงค์ที่กำหนดไว้เพียงใด

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 79) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นเครื่องมือหนึ่งที่จะช่วยให้ครูผู้สอนสามารถตัดสินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดระดับความรู้ความสามารถของผู้เรียนเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจ ทักษะและสมรรถภาพทางสมองด้านต่าง ๆ ทั้งในส่วนของเนื้อหาสาระ ข้อเท็จจริงที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ และมโนทัศน์แต่ละเรื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามที่กำหนดไว้ในหลักสูตร

ศศิธร แม่นสงวน (2556, หน้า 260) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่าเป็นเครื่องมือสำหรับผู้สอนที่จะใช้ในการตรวจสอบผลการเรียนรู้ของผู้เรียนรวมถึงพฤติกรรมต่าง ๆ จากการเรียนหรือการจัดการเรียนรู้ของผู้สอนเพื่อประเมินว่า ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในระดับใด บรรลุตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้มากน้อยเพียงใด เป็นไปตามมาตรฐาน ตัวชี้วัดอย่างไรบ้าง ซึ่งแบบทดสอบจะต้องมีคุณภาพ ผ่านการสร้างอย่างถูกต้อง มีประสิทธิภาพ มีความถูกต้องเที่ยงตรง เชื่อถือได้ มีกระบวนการหลักการสร้างแบบทดสอบตามหลักวิชาการ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุป ความหมายของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้ว่า เป็นเครื่องมือช่วยให้ครูผู้สอนสามารถตัดสินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน โดยเป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถทางวิชาการ ซึ่งเป็นผลจากการเรียนรู้ในเนื้อหาสาระและตามจุดประสงค์ของวิชาหรือเนื้อหาที่สอน

6.3 ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

นักการศึกษาได้กล่าวถึงประเภทแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ดังนี้

ทิวต์ถ์ มณี โชติ (2549, หน้า 43-44) กล่าวว่าแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement tests) ถิ่นแบ่งตามกลุ่มผู้สร้างและวิธีการสร้างแบบทดสอบ แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized tests) เป็นแบบทดสอบที่สร้างโดยผู้เชี่ยวชาญที่มีความรู้ในเนื้อหาและมีทักษะการสร้างแบบทดสอบมีการทดลองใช้และวิเคราะห์หาคุณภาพของแบบทดสอบหลายด้านหลายครั้งจนได้มาตรฐาน

2. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง (Teacher made tests) เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง เพื่อใช้ในการทดสอบนักเรียนในชั้นเรียน

ประเภทของแบบทดสอบวัดผลการเรียนรู้จะแบ่งในมิติอื่น เช่น แบ่งตามลักษณะของแบบทดสอบ แบ่งได้ 2 ประเภท เช่นกัน คือ

1. แบบทดสอบปรนัย (Objective tests) ได้แก่

1.1 แบบถูก-ผิด (True-false)

1.2 แบบจับคู่ (Matching)

1.3 แบบเติมคำหรือข้อความให้สมบูรณ์ (Completion)

1.4 แบบคำตอบสั้น (Short answer)

1.5 แบบเลือกตอบ (Multiple choices)

2. แบบทดสอบอัตนัย (Essay tests) ได้แก่

2.1 แบบจำกัดคำตอบ (Restricted response item)

2.2 แบบไม่จำกัดคำตอบหรือตอบอย่างเสรี (Extended response item)

นอกจากนี้อาจจะแบ่งประเภทของแบบทดสอบวัดผลการการเรียนรู้ในลักษณะอื่น ๆ ซึ่งก็จะครอบคลุม 2 ลักษณะดังกล่าวข้างต้น

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2552, หน้า 96) ได้กล่าวว่าสามารถแบ่งแบบวัดผลสัมฤทธิ์เป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเอง หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่ครูสอน เป็นแบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นใช้กัน โดยทั่วไปในสถานศึกษา มีลักษณะเป็นแบบทดสอบข้อเขียน (Paper and Pencil test) ซึ่งแบ่งออกได้ 2 ชนิด คือ

1.1 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective or Essay Test) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดคำถามหรือปัญหาให้แล้วให้ผู้ตอบเขียน โดยแสดงความรู้ ความคิด เจตคติ ได้อย่างเต็มที่ แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1.1 แบบตอบขยาย (Extended response) หรือแบบไม่จำกัดคำตอบ (Unrestricted response) เป็นแบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้ตอบแสดงความคิดเห็น อธิบาย บรรยาย อภิปราย ได้อย่างเต็มที่ มักใช้กับนักเรียนหรือนักศึกษาในระดับสูง ลักษณะของคำถามมักจะมีคำว่า จงอธิบาย อภิปราย เปรียบเทียบ วิเคราะห์ แสดงความคิดเห็น ข้อเสนอแนะ สรุป วางแผน ออกแบบ การทดลอง ตั้งสมมุติฐาน ตั้งเกณฑ์ตัดสิน ประเมินผลหรือการแก้ปัญหา

1.1.2 แบบจำกัดคำตอบหรือแบบตอบสั้น (Restricted response or Short essay item) เป็นแบบทดสอบที่ถามแบบจำเพาะเจาะจง ให้ตอบสั้นภายในขอบเขตที่กำหนดไว้ โดยทั่วไป

จะกำหนดขอบข่ายและความยาวในการตอบไว้ด้วย ลักษณะของคำถามมักจะอยู่ในรูป จงอธิบายสั้น ๆ จงบอกประโยชน์ จงอธิบายสาเหตุ หรือจงบอกขั้นตอน

1.2 แบบทดสอบปรนัย หรือแบบให้ตอบสั้น ๆ (Objective test or Short answer) เป็นแบบทดสอบที่กำหนดให้ผู้สอบเขียนตอบสั้น 1 หรือมีคำตอบให้เลือกแบบจำกัดคำตอบ (Restricted response type) ผู้ตอบไม่มีโอกาสแสดงความรู้ ความคิดได้อย่างกว้างขวางเหมือนแบบทดสอบอัตนัย แบบทดสอบถูก-ผิด แบบทดสอบเติมคำ แบบทดสอบจับคู่ และแบบทดสอบเลือกตอบ

2. แบบทดสอบมาตรฐาน หมายถึง แบบทดสอบที่มุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ซึ่งสร้างโดยผู้เชี่ยวชาญ มีการวิเคราะห์และปรับปรุงอย่างถี่ถ้วนมีคุณภาพ มีมาตรฐานกล่าวคือมีมาตรฐานในการดำเนินการสอบ วิธีการให้คะแนนและการแปลความหมายของคะแนน

สวท. (2555, หน้า 28) กล่าวว่า แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ครูสร้างขึ้น จำแนกออกเป็น 8 ประเภท โดยสามารถสรุปแต่ละประเภทได้ ดังนี้

1. แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ใช้วัดผลได้ทั้งด้านความรู้ความคิด ทฤษฎี หลักการ การตัดสินใจ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. แบบทดสอบแบบถูกผิด โดยมีการนำเสนอข้อความเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจในหลักการ ทฤษฎี การแปลความหมายหรือการกำหนดตัวแปร
3. แบบทดสอบแบบจับคู่ เป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะการนำเสนอข้อความ 2 ส่วน ให้เลือกเพื่อจับคู่กัน ซึ่งโดยทั่วไปจำนวนข้อของคำตอบจะมีมากกว่าคำถาม
4. แบบทดสอบแบบเปรียบเทียบ เป็นแบบทดสอบที่ประกอบด้วยข้อความที่ต้องการให้ผู้เรียนพิจารณาในรูปของ มากกว่า เท่ากับ น้อยกว่า หรือสรุปไม่ได้
5. แบบทดสอบแบบเติมคำ โดยผู้สอบต้องแสดงความรู้ความสามารถด้วยการเขียนตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา ซึ่งแบบทดสอบแบบเติมคำยังใช้ในการคิดเลขในใจได้
6. แบบทดสอบแบบเขียนตอบ โดยให้ผู้สอบแสดงความรู้ ความสามารถด้วยการเขียนตอบ แสดงวิธีทำ หรือสรุปผลจากวิธีทำ โดยแสดงเหตุผลประกอบ
7. แบบทดสอบแบบต่อเนื่อง เป็นการผสมผสานแบบทดสอบหลายรูปแบบไว้ด้วยกัน เช่น แบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบถูกผิด แบบทดสอบแบบเลือกตอบกับแบบเขียนตอบ
8. แบบทดสอบแบบแสดงวิธีทำ เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้เรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา ใช้ประเมินได้ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์และวิธีการคิด การวางแผน รวมทั้งความสามารถของทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านต่าง ๆ จากประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ที่มีนักการศึกษาได้จำแนก แต่ละประเภทไว้ข้างกล่าวข้างต้น

พิสนุ ฟองศรี (2552, หน้า 241) ได้กล่าวว่า แบบสอบวัดผลสัมฤทธิ์แบ่งย่อยออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. แบบสอบมาตรฐาน (Standardize Test) เป็นแบบทดสอบที่ผ่านการทดลองใช้ และพัฒนาจนมีคุณสมบัติต่าง ๆ ตามมาตรฐาน ส่วนใหญ่จะเป็นแบบสอบที่ใช้ในระดับชาติของหน่วยงานที่มีหน้าที่เกี่ยวข้อง และต้องใช้สอบกับคนเป็นจำนวนมาก เช่น กระทรวงศึกษาธิการ สำนักงานคณะกรรมการข้าราชการพลเรือน และมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช เป็นต้น

2. แบบสอบที่ครูสร้าง (Teacher - Made Test) เป็นแบบสอบที่ครูสร้างขึ้นสอบตามรายวิชาที่สอนตามสถาบันการศึกษาต่าง ๆ ซึ่งโดยทั่วไปแล้วมักจะสอบด้วยแบบสอบที่ครูสร้าง ซึ่งถ้าจะพัฒนาให้เป็นแบบสอบมาตรฐานก็ทำได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุป ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ได้ว่าประเภท ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์มีทั้งหมด 2 ประเภทคือ 1) แบบทดสอบที่ครูสร้างขึ้นเองซึ่งสร้างขึ้นจากจุดประสงค์ของผู้สอนและมุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนเฉพาะกลุ่มที่สอน โดยแบ่งเป็นข้อสอบแบบปรนัย 2) แบบทดสอบมาตรฐานซึ่งสร้างขึ้นจากผู้เชี่ยวชาญในสาขาวิชานั้นๆ และมุ่งวัดผลสัมฤทธิ์ของผู้เรียนทั่วไป ซึ่งในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นเองเป็นแบบทดสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก

6.4 ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้
นักการศึกษาได้ระบุ ดังนี้

ราตรี นันทสุคนธ์ (2553, หน้า 95-96) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน โดยมีขั้นตอนในการวางแผน ดังนี้

1. กำหนดจุดมุ่งหมายในการสอบในด้านต่าง ๆ ดังนี้
 - 1.1 จุดมุ่งหมายเกี่ยวกับการประเมินผล
 - 1.2 จุดมุ่งหมายทั่วไปและจุดมุ่งหมายเฉพาะวิชา
2. ศึกษาทฤษฎีและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับลักษณะของแบบทดสอบ
3. ทำตารางวิเคราะห์หลักสูตร
4. กำหนดรูปแบบของข้อสอบที่จะใช้ในการวัด
5. ขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบ
 - 5.1 เขียนข้อคำถาม
 - 5.2 พิจารณาเลือกข้อคำถามที่เหมาะสมและวัดได้ตามที่ต้องการจะวัด

5.3 จัดทำเป็นรูปเล่ม

5.4 ทำเฉลย

5.5 จัดเตรียมแบบทดสอบให้เพียงพอกับจำนวนนักเรียนที่ใช้สอบ

6. ชั้นใช้แบบทดสอบ

7. ชั้นตรวจและใช้ผลการวัด

7.1 แปลงคำตอบของนักเรียนให้เป็นคะแนนแล้วจัดบันทึกไว้

7.2 รวบรวมคะแนนของนักเรียนมาประเมินผลตามจุดมุ่งหมายที่สร้างแบบทดสอบ

8. ชั้นตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ เพื่อปรับปรุงแก้ไขแบบทดสอบให้มีคุณภาพดียิ่งขึ้น

ดังนี้

8.1 ค่าอำนาจจำแนกและค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ

8.2 ความเที่ยงตรง

8.3 ความเชื่อมั่น

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 154) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หรือหลักสูตรสถานศึกษา แล้ววิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด

ขั้นที่ 2 จากข้อมูลในขั้นที่ 1 วิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการให้เกิดแก่ผู้เรียนในแต่ละเนื้อหา

ขั้นที่ 3 วิเคราะห์ระดับพฤติกรรมที่ต้องการวัด ซึ่งพฤติกรรมที่วัดในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นพฤติกรรมระดับความรู้/ ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ จากนั้นสร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบจำแนกตามพฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละเนื้อหา

ขั้นที่ 4 จากข้อมูลในขั้นที่ 2 และ 3 นำมาวิเคราะห์พฤติกรรมที่ต้องการวัดในแต่ละจุดประสงค์การเรียนรู้

ขั้นที่ 5 กำหนดลักษณะของแบบทดสอบ และทำการสร้างข้อสอบตามพฤติกรรมที่ต้องการวัดและจุดประสงค์การเรียนรู้ที่สร้างขึ้นในขั้นที่ 4

ชานนท์ จันทรา (2555, หน้า 87-93) กล่าวว่า การสร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์มีขั้นตอนที่สำคัญ ดังนี้

1. ศึกษาหลักสูตรวิเคราะห์มาตรฐานการเรียนรู้ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้หรือเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ของหน่วยการเรียนรู้หรือเรื่องที่ต้องการวัด

2. กำหนดจุดมุ่งหมายของการวัดและการประเมิน สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์ การเรียนรู้ที่ต้องการวัด

3. เลือกประเภทของแบบทดสอบโดยอาจเป็นแบบปรนัยทั้งหมด แบบอัตนัยทั้งหมด หรือแบบปรนัยผสมกับแบบอัตนัย เพื่อให้ผู้เรียนได้มีโอกาสแสดงความรู้ความสามารถ ตามจุดมุ่งหมายที่ได้กำหนดไว้

4. กำหนดจำนวนข้อสอบ การกระจายของเนื้อหาสาระที่ต้องการทดสอบและเวลาที่ใช้สอบ เช่น การสอบย่อยหรือสอบเก็บคะแนน อาจใช้เวลา 30-60 นาที การสอบปลายภาคหรือสอบปลายปี อาจใช้เวลา 100-120 นาที เป็นต้น โดยในส่วนของจำนวนข้อสอบและคะแนนนั้น ต้องสัมพันธ์หรือเหมาะสมกับเวลาที่ใช้สอบและรูปแบบของแบบทดสอบด้วย

5. จัดทำตารางวิเคราะห์ข้อสอบ (Table of specification) เพื่อกำหนดจำนวนข้อสอบ ของแบบทดสอบในแต่ละเนื้อหาและพฤติกรรมที่มุ่งวัดตามอัตราส่วนที่เหมาะสม โดยพฤติกรรมที่มุ่งวัดนั้น อาจใช้ความสามารถด้านความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความรู้ความจำ และการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ หรืออาจผสมผสานระหว่าง ความสามารถด้านความรู้ความคิดกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดทำตาราง วิเคราะห์ข้อสอบนี้จะช่วยทำให้ได้แบบทดสอบที่มีความตรงเชิงเนื้อหา

6. สร้างแบบทดสอบตามคุณลักษณะและแนวทางที่ได้กำหนดไว้ในตารางวิเคราะห์ข้อสอบที่กำหนด

7. ตรวจสอบความตรงและความเที่ยงของแบบทดสอบ โดยมีขั้นตอนดังนี้

7.1 การตรวจสอบความตรงของแบบทดสอบนั้นสามารถทำได้โดยนำแบบทดสอบ ที่สร้างขึ้นไปให้ผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์หรือด้านการวัดและการประเมินทางคณิตศาสตร์ จำนวน 3 หรือ 5 ท่าน พิจารณาตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาโดยการประเมิน ความสอดคล้องของข้อสอบแต่ละข้อกับเนื้อหา สาระและจุดประสงค์การเรียนรู้พร้อมทั้งพิจารณาความเหมาะสม ความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of consistency: IOC) จากนั้น นำแบบทดสอบที่ผ่านการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญมาทำการปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมตามคำแนะนำ และทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสม โดยพิจารณา ค่า IOC ของข้อสอบแต่ละข้อจากการให้คะแนนของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดซึ่งต้องมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป

7.2 การหาระดับความยากง่ายระดับอำนาจจำแนกและความเที่ยงหรือความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ สามารถทำได้โดยนำแบบทดสอบที่ผ่านการตรวจจากผู้เชี่ยวชาญและได้ทำการแก้ไขปรับปรุงเป็นที่เรียบร้อยแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่ประชากรที่ศึกษาที่มีลักษณะ

เหมือนกันหรือใกล้เคียงกันมากที่สุดกับประชากรเพื่อนำผลที่ได้จากการทดสอบมาวิเคราะห์หา
ดัชนีความยาก (Difficulty index: p) ดัชนีอำนาจจำแนก (Discrimination index: D หรือ r) และค่า
ความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบ

8. แก้ไขปรับปรุงจนได้ข้อสอบที่มีคุณภาพและจัดทำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้กับประชากรที่ศึกษาต่อไป

ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างข้อสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ คัดเลือกไว้ 20 ข้อ

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยในประเทศ

ขอบใจ สาสีทธิ (2545) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอน โดยเน้นการคิดแบบ
ฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น
มัธยมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 99 คน ซึ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 51 คนและกลุ่ม
ควบคุม 48 คน นักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์และนักเรียนกลุ่ม
ควบคุมได้รับการสอนแบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการสอน โดยเน้นการคิด
แบบฮิวริสติกส์และแผนการสอนปกติ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น วิเคราะห์
ข้อมูลโดยหาค่ามัชฌิมเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน มัชฌิมเลขคณิตร้อยละและทดสอบค่าที่
(t-test) ผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบ
ฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 50 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี
ที่ 2 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่า
นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตาม
แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งเป็นกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
แบบปกติ 50 คน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์มี
ความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
สูงกว่าร้อยละ 60 และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญ
ทางสถิติที่ .05

เรวดี มีสุข (2556) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
(Heuristics) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการ

ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01

เจษฎา รัตนบรรเทิง (2557) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง “สมการกำลังสองตัวแปรเดียว” ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์อยู่ในระดับดี

รัชณี ภูพัชรกุล (2551) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ เรื่อง รูปสามเหลี่ยม พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 หลังใช้วิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ใช้วิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่านักเรียนที่ใช้วิธีสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อุษา ภิรมย์รักษ์ (2562) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีความคิดเห็นในภาพรวมอยู่ในระดับมาก

ปิยวรรณ ผลรัตน์ (2560) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง อสมการ โดยใช้รูปแบบ SSCS ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ SSCS ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด อยู่ในระดับเห็นด้วย

7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

James (1981) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการ และทัศนคติของครูที่มีต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีฮิวริสติกส์ และวิธีการอภิปราย โดยใช้ตัวอย่างในการวิจัยจำนวน 64 คน แบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 4 กลุ่ม กลุ่มละ 16 คน แล้วเลือกมา 1 กลุ่ม ใช้เวลาทดลอง 10 สัปดาห์ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มนักศึกษาที่คิดแก้ปัญหาเพียงคนเดียวโดยวิธีการคิดแบบฮิวริสติกส์มีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักศึกษาที่รวมกลุ่มกันแก้ปัญหาโดยวิธีการอภิปรายกลุ่มย่อย

Yen (1985) ได้ทำการศึกษาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาการใช้วิธีฮิวริสติกส์ การแนะนำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการวัดระดับความสามารถของตนเอง ตัวอย่างของประชากรที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 และ 3 จำนวน 18 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบประเมินความสามารถในการเรียนรู้ของตนเอง ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยฮิวริสติกส์ความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น และมีทัศนคติในการเรียนดีขึ้น เนื่องจากฮิวริสติกส์ช่วยในการพัฒนาระดับการเรียนรู้และค้นหาข้อมูลในการศึกษา

Hoon (2013) ได้ศึกษาประสบการณ์ที่เกี่ยวกับแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนได้รับการพัฒนาขึ้น โดยนักเรียนสามารถทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้ความสามารถของนักเรียนที่พัฒนาขึ้นสังเกตได้จากการทำงานในการแก้ปัญหา และส่วนหนึ่งมาจากการสัมภาษณ์ เพื่อทดสอบคุณภาพของแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ในกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งผลตอบรับนั้นมีความสัมพันธ์กับกระบวนการแก้ปัญหา

Sampsel (2013) ได้ศึกษาการใช้เทคนิค Think pair-share ที่มีผลต่อความมั่นใจในความสามารถทางคณิตศาสตร์ ความมั่นใจในการอภิปราย และการมีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า ในสัปดาห์แรกของการศึกษาที่ไม่ได้ใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด มีจำนวนนักเรียนที่แสดงความคิดเห็น อภิปรายในการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยคือ 23.75 และจำนวนคำที่นักเรียนใช้อธิบาย อภิปรายโดยเฉลี่ยคือ 3.75 สัปดาห์ที่สองในขณะที่ใช้เทคนิค จำนวนนักเรียนที่แสดงความคิดเห็น อภิปรายในการเรียนคณิตศาสตร์ เฉลี่ยคือ 28.25 และจำนวนคำที่นักเรียนใช้อธิบาย อภิปราย โดยเฉลี่ยคือ 7 จึงสรุปได้ว่า นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็น อธิบายในชั้นเรียนเพิ่มขึ้น และมีความมั่นใจในการอภิปรายเพิ่มขึ้น และนักเรียนรู้สึกสบายใจที่มีการจัดการเรียนการสอน โดยใช้เทคนิคเพื่อนคู่คิด

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และเทคนิคเพื่อนคู่คิด พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ และเทคนิคเพื่อนคู่คิด ส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดและสูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรีราชา อำเภอศรีราชา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 13 ห้องเรียน ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนใกล้เคียงกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบความสามารถ

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 จำนวน 38 คน ของโรงเรียนศรีราชา อำเภอศรีราชา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องมีผลการเรียนไม่ต่างกัน เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบความสามารถ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 4 แผน
2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิด 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

การสร้างและการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้
 - 1.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เนื้อหาสาระ แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
 - 1.2 ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จากตำราเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 1.3 ศึกษาเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการจัดทำแผนการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด โดยมีรายละเอียดแสดงดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้ของแผน
การจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวน (คาบ)
1. การ ทดลอง สุ่ม	ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจ เกี่ยวกับการ ทดลองสุ่มและนำ ผลที่ได้ไปหา ความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์	1. อธิบายความหมายของการ ทดลองสุ่มได้ 2. หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจ เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้ 3. นำความรู้เกี่ยวกับการทดลอง สุ่มไปแก้ปัญหาได้	- ความหมายของ การทดลองสุ่ม - การหาผลลัพธ์ ทั้งหมดที่ อาจเกิดขึ้นจาก การทดลองสุ่ม	3
2. เหตุการณ์	ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจ เกี่ยวกับการ ทดลองสุ่มและนำ ผลที่ได้ไปหา ความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์	1. อธิบายความหมายของ เหตุการณ์ได้ 2. หาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ กำหนดให้ได้ 3. นำความรู้เกี่ยวกับการหาผลลัพธ์ ของเหตุการณ์ไปแก้ปัญหาได้	- ความหมายของ เหตุการณ์ - การหาผลลัพธ์ ของเหตุการณ์ จากการทดลอง สุ่ม	3
3. ความ น่าจะเป็น ของ เหตุการณ์	ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจ เกี่ยวกับการ ทดลองสุ่มและนำ ผลที่ได้ไปหา ความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์	1. อธิบายความหมายของความ น่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้ 2. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ที่กำหนดให้ได้ 3. นำความรู้เกี่ยวกับความน่า จะเป็นของเหตุการณ์ไปแก้ปัญหาได้	- ความหมายของ ความน่าจะเป็น - การหาความ น่าจะเป็นของ เหตุการณ์	3
4. ความ น่าจะเป็น กับการ ตัดสินใจ ตัดสินใจ	ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจ เกี่ยวกับการ ทดลองสุ่มและนำ ผลที่ได้ไปหา ความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์	1. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่า จะเป็นในการตัดสินใจได้ 2. นำความรู้เกี่ยวกับความน่า จะเป็นกับตัดสินใจไปแก้ปัญหาได้	- การตัดสินใจ โดยใช้ความ น่าจะเป็นของ เหตุการณ์	3
		รวม		12

1.4 จัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 4 แผน ดังนี้

แผนที่ 1 การทดลองสุ่ม	จำนวน 3 คาบ
แผนที่ 2 เหตุการณ์	จำนวน 3 คาบ
แผนที่ 3 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	จำนวน 3 คาบ
แผนที่ 4 ความน่าจะเป็นกับการตัดสินใจ	จำนวน 3 คาบ

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่สร้างขึ้นเรียบร้อยแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความชัดเจน ความเป็นไปได้ความเหมาะสมสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้และการวัดผลประเมินผล ตลอดจนภาษาที่ถูกต้อง และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน 5 คน คือ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คน ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คน และครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์การสอนมากกว่า 10 ปี จำนวน 3 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตลอดจนภาษาที่ใช้โดยวัดจากแบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบมาตรประมาณค่า (Rating scale) มี 5 ระดับ ดังนี้

- 5 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด
- 4 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก
- 3 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง
- 2 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย
- 1 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

แล้วหาค่าเฉลี่ยจากผลรวมของคะแนนทั้งหมด โดยมีเกณฑ์การพิจารณา ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2553, หน้า 162)

- คะแนนเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด
- คะแนนเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมมาก
- คะแนนเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง
- คะแนนเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมจะต้องมีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป เป็นเกณฑ์มีความเหมาะสมที่ยอมรับได้แผนการจัดการเรียนรู้มีคุณภาพที่สามารถนำไปใช้ได้

ซึ่งจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญพบว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ($\bar{x} = 4.69$, $S = 0.38$) (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) โดยผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ควรแก้ไข ตามประเด็นดังต่อไปนี้

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้ ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ควรปรับเปลี่ยนให้เหมาะสม

จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้เดิม

บอกความหมายของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

จุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้ที่ได้รับการแก้ไข

อธิบายความหมายของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

2. สารสำคัญ/ความคิดรวบยอดหลัก ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ควรเพิ่มความหมายของคำาคาดหมาย

สารสำคัญ/ความคิดรวบยอดหลักเดิม

ค่าาคาดหมาย = (ผลตอบแทนที่ได้ \times ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เราสนใจ)

+ (ผลตอบแทนที่เสีย \times ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เราไม่สนใจ)

สารสำคัญ/ความคิดรวบยอดหลักที่ได้รับการแก้ไข

ค่าาคาดหมาย คือ การนำความน่าจะเป็นของเหตุการณ์และผลตอบแทนของการเกิดเหตุการณ์นั้นมาพิจารณาประกอบกัน ในทางสถิติ

ค่าาคาดหมาย = (ผลตอบแทนที่ได้ \times ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เราสนใจ)

+ (ผลตอบแทนที่เสีย \times ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เราไม่สนใจ)

1.7 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ แล้วนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความถูกต้องอีกครั้ง

1.8 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องความน่าจะเป็น ที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไข แล้วตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์ เพื่อนำไปใช้จริงกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ มีขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบ ดังนี้

2.1 ศึกษาเนื้อหาสาระตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2 ศึกษาแบบเรียน คู่มือครู เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 วิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างและกำหนดจำนวนข้อสอบ ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัดโดยมีรายละเอียดแสดงดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 การวิเคราะห์ข้อสอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจเกี่ยวกับ การทดลองสุ่มและนำผล ที่ได้ไปหาความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์	- การหาผลลัพธ์ ทั้งหมดที่อาจ เกิดขึ้นจากการ ทดลองสุ่ม	1. นำความรู้เกี่ยวกับการ ทดลองสุ่มไปแก้ปัญหา ได้	2	1
ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจเกี่ยวกับ การทดลองสุ่มและนำผล ที่ได้ไปหาความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์	- การหาผลลัพธ์ ของเหตุการณ์ จาก การทดลอง สุ่ม	1. นำความรู้เกี่ยวกับการ หาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ ไปแก้ปัญหาได้	2	1
ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจเกี่ยวกับ การทดลองสุ่มและนำผล ที่ได้ไปหาความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์	- การหาความ น่าจะเป็นของ เหตุการณ์	1. นำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์ไปแก้ปัญหาได้	2	1

ตารางที่ 9 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบ ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจเกี่ยวกับ การทดลองสุ่มและนำผล ที่ได้ไปหาความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์	- การตัดสินใจ โดยใช้ความ น่าจะเป็นของ เหตุการณ์	1. นำความรู้เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นกับการ ตัดสินใจไปแก้ปัญหาได้	2	1
รวม			8	4

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริง 4 ข้อ

2.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ดังนี้

2.5.1 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ
(Analytical score) ซึ่งปรับปรุงจากเกณฑ์การให้คะแนนของคะแนนของสถาบันส่งเสริมการสอน
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและสิริพร ทิพย์คง ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการ ประเมิน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ ถูกต้องครบถ้วน
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ ถูกต้องบางส่วน

ตารางที่ 10 (ต่อ)

รายการ ประเมิน	ระดับ คุณภาพ	เกณฑ์การพิจารณา
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาไม่ ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ
2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา	2	- ระบุการค้นหายุทธวิธีที่ถูกต้อง ได้ตั้งแต่ 2 ยุทธวิธี ขึ้นไปและระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
	1	- ระบุการค้นหายุทธวิธีที่ถูกต้อง ได้ 1 ยุทธวิธีและ ระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
	0	- ระบุการค้นหายุทธวิธีไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุ ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา หรือไม่มีการ เขียนระบุใด ๆ
3. ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ ถูกต้องครบถ้วน
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ ถูกต้องบางส่วน
	0	- ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ไม่ ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ
4. ชั้นสรุปคำตอบ	1	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน
	0	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบ ไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ

2.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จำนวน 8 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุง

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 8 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงตามคำแนะนำของ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญ ชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 คน คือ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คน ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คน และครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่มี ประสบการณ์การสอนมากกว่า 10 ปี จำนวน 3 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบ ความตรงเชิงเนื้อหาให้มีความสอดคล้อง ตามจุดประสงค์การเรียนรู้โดยการหาค่าดัชนีความ สอดคล้อง (IOC : Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่า ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตาม จุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรง ตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ไม่ ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้อง เท่ากับ 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

ลักษณะของ โจทย์ปัญหาที่ใช้ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา ข้อที่ 4 ควรปรับ โจทย์ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

โจทย์เดิม

พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้า เหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท จงหาค่าคาดหมายของพลอย

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้า เหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท จงหาค่าคาดหมายของพลอยและบอกได้ ว่าเพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน

2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความ น่าจะเป็น ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ที่ ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ของโรงเรียนศรีราชา อำเภอศรีราชา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งเป็นกลุ่มนักเรียนที่ผ่านการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นมาแล้ว จากนั้นนำมา

ตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนของแต่ละข้อมารวมกันแล้วจึงนำผลวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

2.8.1 หาค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 – 0.8

2.8.2 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

2.9 คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์ และครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 4 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.62 - 0.67 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.24 - 0.49 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) จากนั้นหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81

2.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผ่านการหาคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 20 ข้อ

3.1 ศึกษาเนื้อหาสาระตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนศรีราชา จังหวัดชลบุรี มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3.2 วิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างและกำหนดจำนวนข้อสอบ ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด โดยมีรายละเอียดแสดงดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 การวิเคราะห์ สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบปรนัย จำแนกตามพฤติกรรมที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด			รวม
		ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจ	1. อธิบายความหมายของการทดลองสุ่มได้	2 (1)			2 (1)
	2. หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้		6 (3)	4 (2)	10 (5)
เกี่ยวกับการทดลองสุ่มและนำผลที่ได้ไปหา	3. อธิบายความหมายของเหตุการณ์ได้	2 (1)			2 (1)
	4. หาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้		6 (3)	4 (2)	10 (5)
ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์	5. อธิบายความหมายของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้	2 (1)			2 (1)
	6. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลลัพธ์แต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กันได้		6 (3)	2 (1)	8 (4)

ตารางที่ 11 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	พฤติกรรมที่ต้องการวัด			รวม
		ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
ก 3.2 ม.3/1	7. ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้		4	2	6
เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและนำผลที่ได้ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์			(2)	(1)	(3)
รวม		6	22	12	40
		(3)	(11)	(6)	(20)

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ซึ่งเป็นข้อสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 40 ข้อ ตามตารางการวิเคราะห์ข้อสอบที่จำแนกตามระดับพฤติกรรม โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน คือ ตอบถูกให้ข้อละ 1 คะแนน และตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

3.4 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่สร้างขึ้น จำนวน 40 ข้อ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของสาระการเรียนรู้และระดับพฤติกรรมที่มุ่งวัด รวมถึงความถูกต้องของภาษา ความชัดเจนของข้อคำถามและตัวเลือก แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไข

3.5 นำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 40 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 คน คือ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คน ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 1 คน และครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ที่มีประสบการณ์การสอนมากกว่า 10

ปี จำนวน 3 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาให้มีความสอดคล้อง ตามจุดประสงค์การเรียนรู้โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC : Index of objective congruence) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่า ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

ลักษณะของ โจทย์ปัญหาที่ใช้ในแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ข้อที่ 6 ควรปรับ โจทย์ให้เป็นสถานการณ์/เหตุการณ์ที่เป็นการหาผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มในชีวิตประจำวัน

โจทย์เดิม

มีอักษร R, A, T ถ้านำมาเรียงลำดับทั้งสามตัว โดยไม่สนใจความหมาย จะเรียงได้กี่แบบ

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

มีนักเรียนอยู่ 5 คน ต้องการจับมือทักทายกันจนครบทุกคน จะต้องมีการจับมือทักทายกันทั้งหมดกี่ครั้ง

3.6 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน ของโรงเรียนศรีราชา อำเภอศรีราชา จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งเป็นกลุ่มนักเรียนที่ผ่านการเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็นมาแล้ว จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนของแต่ละข้อมารวมกันแล้วจึงนำผลวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

3.6.1 หาค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 – 0.8

3.6.2 หาค่าอำนาจจำแนก (α) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

3.7 คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์ และครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 20 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.50 - 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (α) ตั้งแต่ 0.20 - 0.60 จากนั้นหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบแบบปรนัยโดยใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson method) (เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรขจร, 2555, หน้า 160-161) โดยมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.79 (รายละเอียดคังภาคผนวก ก)

3.8 นำแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผ่านการหาคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

การดำเนินการวิจัย

แบบแผนการวิจัย

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Shot case study Design ซึ่งเป็นแบบแผนการวิจัยที่สุ่มกลุ่มตัวอย่างมากลุ่มเดียวให้เป็นกลุ่มทดลองแล้วนำเอากลุ่มตัวอย่างมาทำการทดลองกับการกระทำที่ต้องการศึกษา แล้วทำการทดสอบเพื่อหาค่าคะแนนเฉลี่ย (\bar{x}) แล้วนำมาทดสอบสมมติฐาน ดังตารางที่ 12 (พรรณี ลีกิจวัฒน์, 2554, หน้า 288)

ตารางที่ 12 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	สอบหลังการทดลอง
E	X	T_1

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

เมื่อ E แทน กลุ่มตัวอย่าง

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์
ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Treatment)

T_1 แทน การทดสอบหลังการทดลอง (Posttest)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ดำเนินการขอเอกสารรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์เพื่อใช้เป็นเอกสารประกอบการออกหนังสือขอเก็บรวบรวมข้อมูลกับทาง โรงเรียนศรีราชา
2. ขอความร่วมมือจากโรงเรียนศรีราชา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566
3. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทั้งหมด 12 คาบ
4. หลังจากดำเนินการจัดการเรียนรู้เสร็จสิ้นทั้ง 12 คาบ ให้นักเรียนนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยทำการทดสอบทั้งหมด 2 คาบ
5. ตรวจสอบให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น
6. นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample

2. เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มาจำแนกนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบเรียง

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการทดสอบครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

1. สถิติพื้นฐาน

ใช้ในการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง (Sample mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 34)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{x} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x$ แทน ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล

n แทน จำนวนทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานจากกลุ่มตัวอย่าง โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 60)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum x^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง
 n แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง หรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

2. สถิติที่ใช้หาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หาค่าดัชนีความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกฤษ ภัทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
 $\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หาค่าดัชนีค่าความง่าย (p) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25 เปอร์เซนต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกฤษ ภัทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
 S_h แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มสูง
 S_l แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มต่ำ
 n_t แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
 X_{\max} แทน คะแนนสูงสุด
 X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุด

2.3 หาค่าดัชนีค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่แบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25 เปอร์เซนต์ของนักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกฤษ ภัทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

S_h แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียน
ที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนผู้เรียน
ที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มต่ำ

X_{max} แทน คะแนนนักเรียนที่ทำได้ดีที่สุด

X_{min} แทน คะแนนนักเรียนที่ทำได้ดีที่สุด

n_h แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.4 หาค่าดัชนีค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25 เปอร์เซนต์ของจำนวน
นักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 162)

$$P = \frac{R_h - R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ

R_h แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูง

n_l แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

2.5 หาค่าดัชนีค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ โดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 50 เปอร์เซนต์ของจำนวน
นักเรียนทั้งหมด โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 165)

$$P = \frac{R_h - R_l}{n_h + n_l}$$

เมื่อ r แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

R_h แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มสูง

R_l แทน จำนวนนักเรียนที่ตอบถูกในกลุ่มต่ำ

n_h แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.6 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ แบบ
ปรนัยโดยการคำนวณจากสูตร KR - 20 ของคูเตอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder & Richardson method)
(เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 160-161)

$$r_r = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ r_r แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อแบบทดสอบ

p แทน สัดส่วนของผู้ทำถูก

q แทน สัดส่วนของผู้ที่ทำผิด

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งหมด

ใช้สูตร KR-20 ของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder & Richardson) ในการหาความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เครื่องมือมีลักษณะที่วัดองค์ประกอบร่วมกัน และคะแนนแต่ละข้ออยู่ในลักษณะที่ทำถูกได้ 1 คะแนน และทำผิดได้ 0 คะแนนเท่านั้น

2.7 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (α -Coefficient) โดยได้จากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบของแบบทดสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

ใช้สูตรประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (α -Coefficient) ในการหาความเชื่อมั่นแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือไม่ได้ตรวจให้คะแนน เป็น 1 กับ 0 เสมอไป จะตรวจให้คะแนนใดก็ได้

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad : df = n-1$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-distribution

\bar{x} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าคงที่ค่าหนึ่ง

S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง



บทที่ 4

ผลการดำเนินวิจัย

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยเน้นการคิดแบบ
ฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการ
เรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ ดังนี้

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ใน
การวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
\bar{x}	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนน
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
df	แทน	องศาอิสระ
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
ออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยมี
รายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความน่าจะเป็น

ผู้วิจัยได้นำคะแนนรวมของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample ซึ่งผล
การวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	คะแนน เต็ม	\bar{x}	μ_0 (ร้อยละ 70)	<i>s</i>	ร้อยละ	<i>t</i>	<i>p</i>
คะแนน ความสามารถใน การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	38	28	23.05	19.6	3.26	82.32	4.889*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 13 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 23.05 คะแนน จากคะแนนเต็ม 28 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.32 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชศาสตร์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

จากนั้นผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกนักเรียนตามขั้นตอนการแก้ปัญหาและเกณฑ์การให้คะแนน ได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนของชั้นทำความเข้าใจปัญหา

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)				ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ปัญหาที่ 1	ปัญหาที่ 2	ปัญหาที่ 3	ปัญหาที่ 4	
2 คะแนน	38	36	38	31	94.08
1 คะแนน	0	2	0	4	3.95
0 คะแนน	0	0	0	3	1.97
รวม	38	38	38	38	100.00

จากตารางที่ 14 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้รับคะแนนในชั้นทำความเข้าใจปัญหาอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 94.08 รองลงมาซึ่งเป็นส่วนน้อยมากคือระดับคะแนน 1 คะแนน และระดับคะแนน 0 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 3.95 และ 1.97 ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นทำความเข้าใจปัญหาสามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นทำความเข้าใจปัญหาตามระดับคะแนน ดังนี้

โจทย์ “พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท จงหาค่าคาดหมายของพลอยและบอกได้ว่าเพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในชั้นทำความเข้าใจปัญหาเป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ถูกต้องครบถ้วน โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 5

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญ
พร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญโยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท
แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

จงหาค่าคาดหมายของพลอยและบอกได้ว่าเพชรจะได้เงินมากกว่ากัน

ภาพที่ 5 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในชั้นทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 5 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ถูกต้องครบถ้วน โดยนักเรียนเขียนตอบสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ “พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท” และสิ่งที่ต้องการหา คือ “จงหาค่าคาดหมายของพลอยและบอกได้ว่าเพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องครบถ้วนตามปัญหาที่กำหนด

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในชั้นทำความเข้าใจปัญหาเป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 6

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน
1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็น
อย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

จงหาค่าคาดหมาย

ภาพที่ 6 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในชั้นทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 6 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ถูกต้องบางส่วน โดยนักเรียนเขียนตอบสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ “พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท” และสิ่งที่ต้องการหา คือ “จงหาค่าคาดหมาย” ซึ่งไม่ครบถ้วน ขาดอีกส่วนคือ “และบอกได้ว่าเพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน” จะเห็นว่านักเรียนเขียนสิ่งโจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่สิ่งที่โจทย์ต้องการหาระบุได้เพียงบางส่วนไม่ครบถ้วน

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในชั้นทำความเข้าใจปัญหาเป็นนักเรียนกลุ่มที่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ ซึ่งในระดับคะแนนนี้นักเรียนไม่มีการเขียนระบุใดๆ ในชั้นทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องวางแผนหาแนวทางในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นวางแผนแก้ปัญหา สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 15 ตารางที่ 15 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนของชั้นวางแผนแก้ปัญหา

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)				ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ปัญหาที่ 1	ปัญหาที่ 2	ปัญหาที่ 3	ปัญหาที่ 4	
2 คะแนน	38	37	36	28	91.45
1 คะแนน	0	1	2	5	5.26
0 คะแนน	0	0	0	5	3.29
รวม	38	38	38	38	100.00

จากตารางที่ 15 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในชั้นวางแผนแก้ปัญหาอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 91.45 รองลงมาซึ่งเป็นส่วนน้อยมากคือระดับคะแนน 1 คะแนน และระดับคะแนน 0 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 5.26 และ 3.29 ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นวางแผนแก้ปัญหาสามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นวางแผนแก้ปัญหาตามระดับคะแนน ดังนี้

โจทย์ “พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท จงหาค่าคาดหมายของพลอยและบอกได้ว่าเพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในชั้นวางแผนแก้ปัญหาเป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถระบุยุทธวิธีที่ถูกต้องได้ตั้งแต่ 2 ยุทธวิธีขึ้นไป และระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 7

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

การแจกแจง ก่อตั้งที่เป็นไปได้ , การสร้างตาราง , การเงินตามข้อเสนอกัน

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

การสร้างตาราง

ภาพที่ 7 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากภาพที่ 7 จะเห็นว่านักเรียนสามารถระบุยุทธวิธีที่ถูกต้อง 3 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ซึ่งจากปัญหาข้อนี้ นักเรียนระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา คือการสร้างตาราง

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในชั้นวางแผนแก้ปัญหาเป็นนักเรียนกลุ่มที่สามารถระบุยุทธวิธีที่ถูกต้องได้ 1 ยุทธวิธี และระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 8

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

การเดินของฮาดองเรือคนภาค

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

การเปลี่ยนเวลาหรือแผนภาค

ภาพที่ 8 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในชั้นวางแผนแก้ปัญหา

จากภาพที่ 8 จะเห็นว่านักเรียนสามารถระบุยุทธวิธีที่ถูกต้องได้ 1 ยุทธวิธี และระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในชั้นวางแผนแก้ปัญหาเป็นนักเรียนกลุ่มที่ระบุยุทธวิธีไม่ถูกต้อง หรือไม่ระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา หรือไม่มีการเขียนระบุใดๆ ซึ่งพบว่าในระดับคะแนนนี้นักเรียนไม่มีการเขียนระบุใดๆในชั้นวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยดำเนินการแก้ปัญหาดตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาดทางคณิตศาสตร์ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหาด สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนของชั้นดำเนินการแก้ปัญหาด

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)				ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ปัญหาที่ 1	ปัญหาที่ 2	ปัญหาที่ 3	ปัญหาที่ 4	
2 คะแนน	32	16	18	17	54.61
1 คะแนน	5	21	14	8	31.57
0 คะแนน	1	1	6	13	13.82
รวม	38	38	38	38	100.00

จากตารางที่ 16 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้รับคะแนนในชั้นดำเนินการแก้ปัญหาดอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็น

ร้อยละ 54.61 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน และระดับคะแนน 0 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 31.57 และ 13.82 ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นดำเนินการปัญหาสามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหาตามระดับคะแนน ดังนี้

โจทย์ “พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท จงหาค่าคาดหมายของพลอยและบอกได้ว่าเพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ถูกต้องครบถ้วน โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 9

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

การแจกแจง กรณีที่เป็นไปได้ การสร้างตาราง การเขียนสมการหรือแผนภาพ

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

การสร้างตาราง

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เหตุการณ์	ผลตอบแทน	ความน่าจะเป็น
เหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่	เพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท เขียนแทนด้วย +3	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เท่ากับ $\frac{1}{4}$
เหรียญที่โยนออกต่างอื่น	พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท เขียนแทนด้วย -1	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เท่ากับ $\frac{3}{4}$

$$\text{ค่าคาดหมาย} = (3 \times \frac{1}{4}) + (-1 \times \frac{3}{4})$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$$

ภาพที่ 9 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 9 จะเห็นว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ถูกต้องครบถ้วน

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ถูกต้องบางส่วน โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 10

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้
การแจกแจงทุกกรณีหาค่าไม่ได้, การสร้างตาราง, การสร้างแผนภาพหรือรูปภาพ
- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
การสร้างตาราง

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

H เป็น ฮ่อ T เป็น ก้อฉ

ครั้งที่ 1	H	T	ค่าความคาดหวัง = $-1\left(\frac{3}{4}\right) + 3\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$ 1.5
ครั้งที่ 2	H, H	T, H	
	H, T	T, T	

ความน่าจะเป็นที่ออกหัวทั้งคู่ คือ $\frac{1}{4}$
ความน่าจะเป็นที่ออกหัวอ่อน คือ $\frac{3}{4}$

ภาพที่ 10 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 10 จะเห็นว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากนักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้และเขียนอธิบายได้ว่าความน่าจะเป็นที่ออกหัวทั้งคู่คือ $\frac{1}{4}$ ความน่าจะเป็นที่ออกอย่างอื่นคือ $\frac{3}{4}$ โดยนักเรียนสามารถแทนค่าตามสูตรได้ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่เขียนอธิบายว่า -1 คือผลตอบแทนที่เสีย มาจากการที่พลอยเสียเงิน 1 บาท และ 3 คือผลตอบแทนที่ได้ มาจากการที่พลอยได้เงิน 3 บาท นอกจากนี้ นักเรียนคำนวณค่าคาดหวังผิด โดยตอบ 1.5 ซึ่งคำตอบค่าคาดหวังต้องเป็น 0

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการเขียนระบุใดๆ พบว่านักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนนี้มีทั้งนักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ไม่ถูกต้องและไม่มีการเขียนระบุใดๆ โดยที่นี้จะนำเสนอในกรณีที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ไม่ถูกต้อง โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 11

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

การแจกแจงโพรบคือเงินไปได้ทั้งหมด, การสับไพ่สาม, การถอยไพ่สาม

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

การแจกแจง

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

H	H	+3
H	T	-1
T	H	-1
T	T	-1
H	H	+3
H	T	-1
T	H	-1
T	T	-1

$$\begin{aligned} \text{ค่าคาดหวังของวงกอบ} &= \frac{3}{8} + \frac{3}{8} \\ &= \frac{6}{8} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

ภาพที่ 11 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 11 จะเห็นว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เลือกไว้ได้ไม่ถูกต้อง พบว่า นักเรียนแสดงการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ทั้งหมดได้ 8 เหตุการณ์ ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด ส่งผลให้นักเรียนหาค่าคาดหมายผิด โดยคำตอบที่ถูกต้องคือ 4 เหตุการณ์ เนื่องจากโจทย์กำหนดเป็นการ โยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง

ขั้นที่ 4 สรุปคำตอบที่ได้ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสรุปคำตอบว่าได้คำตอบตามที่ต้องการครบถ้วนหรือไม่ จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นสรุปคำตอบที่ได้ สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนนของขั้นสรุปคำตอบที่ได้

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)				ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ปัญหาที่ 1	ปัญหาที่ 2	ปัญหาที่ 3	ปัญหาที่ 4	
1 คะแนน	32	14	20	18	55.26
0 คะแนน	6	24	18	20	44.74
รวม	38	38	38	38	100.00

จากตารางที่ 17 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับคะแนน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้รับคะแนนในขั้นสรุปคำตอบที่ได้อยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 55.26 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 0 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 44.74

เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นสรุปคำตอบที่ได้สามารถจำแนกได้ 2 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นสรุปคำตอบที่ได้ตามระดับคะแนน ดังนี้

โจทย์ “พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท จงหาค่าคาดหมายของพลอยและบอกได้ว่าเพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นสรุปคำตอบที่ได้เป็นกลุ่มที่นักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 12

4.ขั้นสรุปคำตอบที่ได้

ค่าคาดหมาย = 0

เพชรและพลอยได้เงินเท่ากัน

ภาพที่ 12 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นสรุปคำตอบที่ได้

จากภาพที่ 12 จะเห็นว่านักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง คือ “ค่าคาดหมายเท่ากับ 0 เพชรและพลอยได้เงินเท่ากัน” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องครบถ้วนตามปัญหาที่กำหนดให้

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในขั้นสรุปคำตอบที่ได้เป็นกลุ่มที่นักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ พบว่านักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนนี้มีทั้งนักเรียนที่สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน หรือไม่มีการเขียนระบุใด ๆ โดยที่นี้จะนำเสนอในกรณีที่นักเรียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน โดยมีตัวอย่างคำตอบ ดังภาพที่ 13

4. ชั้นสรุปคำตอบที่ได้

ฉันไม่ได้คาดหมายเท่ากับ 0

ภาพที่ 13 ตัวอย่างคำตอบของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในชั้นสรุปคำตอบที่ได้

จากภาพที่ 13 จะเห็นว่านักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วนคือ “ดังนั้นค่าคาดหวังเท่ากับ 0” แต่ยังขาดคำตอบที่ต้องระบุอีก คือ “เพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน”

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ผู้วิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังจากรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนการสอนมาเปรียบเทียบด้วยการทดสอบ t-test for one sample ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ค่าเฉลี่ย และค่าสถิติทดสอบที ของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนเต็ม	\bar{x}	μ_0 (ร้อยละ 70)	s	ร้อยละ	t	p
คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์	38	20	15.29	14	1.626	76.45	4.643*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 18 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังจากรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีค่าเฉลี่ย 15.29 คะแนน จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.45 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ

1.626 และเมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2



บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 38 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 4 แผน ความเหมาะสมในระดับเหมาะสมมากที่สุด ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.60 แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .62 - .67 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .24 - .49 และมีความเชื่อมั่นเท่ากับ .81 และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .50 - .80 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .20 - .60 และมีความเชื่อมั่นเท่ากับ .79 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบที แบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (t-test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็นหลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

การอภิปรายผล

จากการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถอภิปรายผลการวิจัย ได้ดังนี้

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนเฉลี่ย 23.05 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 82.32 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นพิจารณาปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา เนื่องจากในขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูเสนอปัญหาให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและคิดทำความเข้าใจปัญหา (Think) โดยนักเรียนจะต้องวิเคราะห์ปัญหาสามารถเชื่อมโยงความรู้และต้องสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหา ซึ่งเมื่อระบุข้อมูลหรือวิเคราะห์ปัญหาได้ไม่ครบถ้วนส่งผลกระทบต่อ การดำเนินการแก้ปัญหา ครูจึงใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ปัญหา เช่น โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง โจทย์ต้องการให้หาอะไร เพื่อให้ให้นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องการหาได้ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาต้องเน้นที่การวิเคราะห์ข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งการวิเคราะห์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้ผู้เรียนเห็นแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหา

1.2 ขั้นวางแผน สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นวางแผนแก้ปัญหา เนื่องจากในขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนวางแผนการแก้ปัญหา (Think) นักเรียนจะต้องค้นหาวิธีในการแก้ปัญหา และเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสม เพื่อนำไปสู่คำตอบหรือผลลัพธ์ที่

ต้องการ ซึ่งนักเรียนต้องระบุยุทธวิธีการแก้ปัญหาตั้งแต่ 2 ยุทธวิธีขึ้นไป และระบุยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน แต่มีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถค้นหายุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้ และถ้าหากนักเรียนค้นหายุทธวิธีในการแก้ปัญหาไม่ได้ นักเรียนก็ไม่สามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมมาแก้ปัญหาในโจทย์ปัญหานั้นได้ ครูจึงยกตัวอย่างยุทธวิธีในการแก้ปัญหาให้นักเรียนได้คิดทบทวนและนำมาวางแผนในการแก้ปัญหาได้ เพื่อนำไปสู่การหาผลลัพธ์ที่ต้องการและถูกต้อง และหลังจากที่นักเรียนได้ฝึกทำโจทย์ในใบกิจกรรม เจอโจทย์ปัญหาที่หลากหลายทำให้นักเรียนได้มีประสบการณ์จนสามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งสอดคล้องกับปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นทักษะที่เกิดจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนคุ้นเคยหรือไม่ สามารถแยกปัญหาใหม่ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้ว สามารถเลือกใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วเหมาะสม

1.3 ขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา เนื่องจากขั้นนี้นักเรียนแต่ละคนจะดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ (Think) โดยนักเรียนจะต้องดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เหมาะสมในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางส่วนที่เลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหแต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหได้ เนื่องจากกำหนดตัวแปร หรือคิดคำนวณตัวเลขผิดพลาดไป ซึ่งส่งผลต่อคำตอบที่ได้ ซึ่งครูจะใช้คำถามกระตุ้นความคิดนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้คิดทบทวน เช่น นักเรียนคิดว่ายุทธวิธีที่นักเรียนเลือกมาดำเนินการแก้ปัญหเหมาะสมแล้วหรือไม่ นักเรียนได้ทำตามเงื่อนไขตามที่โจทย์กำหนดหรือตามที่โจทย์ต้องการให้หาหรือไม่ และหากนักเรียนได้ฝึกดำเนินการแก้ปัญหจากสถานการณ์ปัญหาในใบกิจกรรมจนนักเรียนเกิดความคุ้นชินสามารถเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหได้และดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้และนักเรียนได้พัฒนาการดำเนินการแก้ปัญหของตนเอง ซึ่งสอดคล้อง

กับ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 126) ที่กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วม ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง และควรให้ความรู้และสนับสนุนให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนิน กิจกรรม แล้วสนับสนุนให้ผู้เรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหานั้น

1.4 ขั้นสะท้อนและประเมิน สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นสรุปคำตอบ เนื่องจากขั้นนี้นักเรียนจะต้องสรุปคำตอบที่ได้ให้ถูกต้อง โดยนักเรียนต้องสรุปคำตอบตามที่โจทย์ปัญหาต้องการให้หา ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน แต่มีนักเรียนบางส่วนไม่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนบางคนวางแผนการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือดำเนินการแก้ปัญหาผิดพลาดไป ส่งผลให้การคำตอบนั้นผิดไปด้วย และมีนักเรียนบางส่วนที่ยังสรุปคำตอบไม่ครบถ้วนตามโจทย์ที่กำหนด ครูจึงคอยให้คำแนะนำกับนักเรียนที่ยังสรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือนักเรียนที่ยังสรุปคำตอบได้ไม่ครบถ้วน หลังจากที่นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้เสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนจับคู่ (Pair) แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันเกี่ยวกับปัญหาที่ได้ จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละคู่ ที่มียุทธวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันออกมาอภิปรายหน้าชั้นเรียน (Share) เพื่อให้นักเรียนได้ร่วมกันนำเสนอความคิดเห็นของการสะท้อนขั้นตอนและร่วมกันประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่ ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) ที่กล่าวไว้ว่า ผู้สอนควรฝึกให้ผู้เรียนประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหาให้ประเด็นต่าง ๆ เช่น ความเหมาะสมและประสิทธิภาพของวิธีหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนเลือกใช้ ความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือคำตอบที่ได้ ความสอดคล้องระหว่างการแก้ปัญหากับเงื่อนไขของปัญหา การประเมินขยายความคิดจากการแก้ปัญหจะช่วยให้ผู้เรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาของตนเอง ซึ่งจะเป็นบทเรียนสำหรับการแก้ปัญหาในอนาคต

1.5 ขั้นสร้างปัญหาใหม่ สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากขั้นนี้นักเรียนต้องสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษา และดำเนินการแก้ปัญหานั้นได้คำตอบที่ถูกต้อง โดยนักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาตามขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ซึ่งจากการตรวจใบกิจกรรม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นมาเองได้ และนักเรียนลงมือดำเนินการแก้ปัญหานั้นได้มาซึ่งคำตอบ แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่สามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้ เนื่องจากนักเรียนยังไม่เคยที่จะสร้าง โจทย์ปัญหาขึ้นมาด้วยตนเอง ครูจึงให้คำแนะนำกับ

นักเรียนเกี่ยวกับการสร้างโจทย์ปัญหาโดยให้นักเรียนได้คิดย้อนกลับว่าการสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นมา นั้นนักเรียนต้องเชื่อมโยงข้อมูลความสัมพันธ์จากโจทย์ปัญหาที่กำลังศึกษา จนนักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาใหม่ขึ้นมาได้ และลงมือดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง จนได้มาซึ่งคำตอบ สอดคล้องกับ Sheffield (2003, 2005) ที่กล่าวไว้ว่า การคิดที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อมูลหรือแนวคิดที่สัมพันธ์กันให้อยู่ในลักษณะที่เป็นระบบ โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ต้องการเรียนรู้หรือปัญหาที่ต้องการแก้ทำให้นักเรียนรู้ต้นเหตุของปัญหาสามารถสร้างปัญหาย่อยจากปัญหาที่พบ

ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาลงผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ซึ่งผู้วิจัยจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนนของความสามารถในการแก้ปัญห พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ทำคะแนนได้สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 แต่ในข้อที่ 2, 3 และ 4 ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญห พบว่าในขั้นสรุปคำตอบที่ได้ มีนักเรียนบางส่วนมีคะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ ในข้อที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง เนื่องจากหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ไม่ได้ หรือดำเนินการแก้ปัญหไม่ถูกต้อง ส่งผลให้คำตอบที่ได้นั้นผิด ในข้อที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ไม่ได้หรือดำเนินการแก้ปัญหไม่ถูกต้อง ส่งผลให้คำตอบที่ได้นั้นผิด และข้อที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน เนื่องจากนักเรียนหาค่าคาดหมายไม่ได้หรือดำเนินการแก้ปัญหไม่ถูกต้อง ส่งผลให้คำตอบที่ได้นั้นผิด และมีนักเรียนบางส่วนที่สรุปคำตอบไม่ครบถ้วน คือ สรุปแต่ค่าคาดหมาย โดยไม่สรุปอีกว่า เพชรหรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน จากที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้นักเรียนส่วนนี้ได้คะแนนอยู่ที่ระดับ 0 คะแนน

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ทั้ง 5 ขั้นตอน ที่กล่าวมาข้างต้น เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกฝนทำใบกิจกรรม ทำให้นักเรียนได้รู้จักยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญห ดำเนินการแก้ปัญหเป็นขั้นตอนอย่างเป็นระบบ และสามารถสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นมาใหม่จากหัวข้อที่กำลังศึกษา สอดคล้องกับคำกล่าวของ ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2552, หน้า 384) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ มีความสำคัญทำให้นักเรียนเข้าใจในการเรียนรู้ตามหลักคณิตศาสตร์ ช่วยในการแก้ปัญหได้ เนื่องจากนักเรียนสามารถคิดค้นทางเลือกใหม่ ๆ ในการแก้ปัญหทำให้สามารถที่จะแก้ปัญหได้อย่างมีระบบ นอกจากนี้แนวคิดแบบฮิวริสติกส์ยังส่งผลให้นักเรียนขยายกรอบความคิดของตนเองให้กว้างขึ้น และสามารถควบคุมความคิดของตนเองเพื่อให้เข้าใจและเกิดองค์

ความรู้ใหม่ และผู้วิจัยได้นำแนวทางการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมาใช้ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ เพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในการค้นหาแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา เพื่อร่วมกันค้นหาผลลัพธ์ที่ต้องการ ซึ่งการจัดเรียนรู้แบบร่วมมือคือ การนำคำตอบที่ได้ไปแลกเปลี่ยนอภิปรายกับเพื่อนที่จับคู่เพื่อร่วมกันค้นหาข้อสรุป จากนั้นนำคำตอบที่ได้ไปอภิปรายกับเพื่อนร่วมชั้น ดังคำกล่าวของ พิมพันธ์ เดชะคุปต์ และเพอร์ ยินดีสุข (2551, หน้า 49) กล่าวว่า วิชาเทคนิคเพื่อนคู่คิด เป็นเทคนิคโดยเริ่มจากปัญหาหรือโจทย์คำถาม โดยสมาชิกแต่ละคนคิดหาคำตอบด้วยตนเองก่อน แล้วนำคำตอบไปอภิปรายกับเพื่อนเป็นคู่ จากนั้นจึงนำคำตอบของตนหรือของเพื่อนที่เป็นคู่เล่าให้เพื่อนๆ ทั้งชั้นฟัง นั่นคือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังมีผลการวิจัยที่แสดงให้เห็นว่าการคิดแบบฮิวริสติกส์และเทคนิคเพื่อนคู่คิด สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยของ นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวความคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งเป็นกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ 50 คน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวความคิดแบบฮิวริสติกส์มีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าร้อยละ 60 และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 และงานวิจัยของ อุษา ภิรมย์รักษ์ (2562) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 และความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีความคิดเห็นในภาพรวมอยู่ในระดับมาก

2. ผลการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดกับเกณฑ์ร้อยละ 70 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มีคะแนนเฉลี่ย 15.29 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 76.45 และเมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่า คะแนนเฉลี่ยของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นักเรียนต้องเรียนรู้การวางแผน การหาคำตอบอย่างเป็นระบบ โดยเน้นการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา เชื่อมโยงความรู้ และค้นหายุทธวิธีในการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาจนได้ผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยนักเรียนได้มีโอกาสจับคู่กับเพื่อน เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน และนำเสนอความคิดเห็นของการสะท้อนขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหา ประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่กับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 113) ได้กล่าวว่า ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนสื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองให้แก่ผู้อื่น ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายใน และภายนอกห้องเรียน กล้าแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเอง และสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง และทิสนา แจมมณี (2557, หน้า 100-101) ได้กล่าวว่า การพึ่งพา ช่วยเหลือเกื้อกูลกัน เป็นปัจจัยที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน การช่วยเหลือกันและกันในการทำงานต่าง ๆ ร่วมกันส่งผลให้เกิดสัมพันธภาพที่ดีต่อกัน การร่วมมือกันช่วยให้นักเรียนมีความพยายามที่จะเรียนรู้ให้บรรลุเป้าหมาย เป็นผลทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น การเรียนรู้มีความคงทนมากขึ้น

และเมื่อพิจารณาขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่ผู้วิจัยสังเคราะห์ขึ้น 5 ขั้น พบว่า ในขั้นที่ 2 เป็นขั้นที่นักเรียนเกิดองค์ความรู้ใหม่ เนื่องจากนักเรียนได้ค้นหายุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูคอยอธิบายให้คำแนะนำกับนักเรียนจนเกิดความเข้าใจและเกิดองค์ความรู้ เมื่อนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์จนเกิดทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา

สอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังคะภัทรขจร (2555, หน้า 112-114) ได้กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาคด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหาได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา และนิศรา สุทนต์ (2555 หน้า 144) ได้กล่าวว่า กระบวนการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีโอกาสเรียนรู้จากประสบการณ์ด้วยการลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรู้ของผู้เรียนสูงขึ้น และนักเรียนได้นำความรู้ ความเข้าใจ แนวคิด และหลักการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาพัฒนาสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นมาใหม่ในหัวข้อที่กำลังศึกษาในชั้นที่ 5 และนักเรียนได้นำความรู้ ความเข้าใจ แนวคิดและหลักการ เพื่อใช้ในการอธิบายและแก้ปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่าขึ้น ดังคำกล่าวของสมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจหลักของคณิตศาสตร์กิจกรรมของคณิตศาสตร์จะเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ หลักการและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ซึ่งจากที่กล่าวมา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ช่วยให้ผู้เรียนสูงขึ้น ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกคิดวิเคราะห์หาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน ได้ค้นหายุทธวิธีหรือแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ในการหาคำตอบที่ถูกต้อง และช่วยให้นักเรียนได้ร่วมกันแสดงความคิดเห็นกับเพื่อนร่วมชั้น จึงส่งผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยของเรวดี มีสุข (2556) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (Heuristics) เรื่อง เศษส่วนของพหุนาม สูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .01 และสอดคล้องกับผลการวิจัยของปิยวรรณ ผลรัตน์ (2560) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง อสมการ โดยใช้รูปแบบ SSCS ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด พบว่า

นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนส่วนใหญ่มีความ คิดเห็นต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบ SSCS ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด อยู่ในระดับ เห็นด้วย

จากเหตุผลดังกล่าวจะเห็นว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดนั้น ช่วยพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น

ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินการวิจัย และผลการวิจัย ผู้วิจัยได้สรุปข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้ และสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในการจัดกิจกรรมผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบ ฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เป็นการจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนค้นหาความรู้ลงมือปฏิบัติ ด้วยตนเองก่อน โดยผ่านขั้นตอนการแก้ปัญหาและค้นหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและ พิจารณาเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ดังนั้นการเลือกเนื้อหาหรือสถานการณ์ปัญหา มาใช้ในการจัดกิจกรรมควรเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ หลากหลาย เพื่อให้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้โดยการพิจารณายุทธวิธีในการแก้ปัญหา มากกว่า 1 ยุทธวิธี

2. ในระหว่างการจัดกิจกรรมผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิด แบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เนื่องจากในขั้นสะท้อนและประเมิน เมื่อนักเรียนได้ คำตอบแล้ว ขั้นนี้เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนจับคู่ (Pair) แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เพื่อ ร่วมกันหาข้อสรุป จากนั้นนักเรียนนำเสนอความคิดเห็นของการสะท้อนขั้นตอนและการประเมิน คำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่กับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน (Share) ในขั้นนี้นักเรียนส่วนใหญ่จะไม่ค่อยกล้าที่จะแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน และยังไม่ กล้าที่จะแสดงออกอภิปรายหน้าชั้นเรียน ครูจึงควรใช้วิธีกระตุ้นโดยใช้คำถาม เพื่อให้ นักเรียนได้ ฝึกคิดและได้แสดงความคิดเห็นในการแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างครูและเพื่อนร่วมชั้น หากนักเรียน ได้ฝึกแสดงความคิดเห็นบ่อย ๆ จะทำให้นักเรียนกล้าแสดงออกมากขึ้นและการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้จะมีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น

3. ในระหว่างที่นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียน ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนค้นหาวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ และหากนักเรียนนำเสนอวิธีการที่เหมือนกัน ครูควรแนะนำวิธีการอื่นที่แตกต่างจากของนักเรียน

4. ในระหว่างการจัดกิจกรรมผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เนื่องจากในชั้นดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีการที่เลือกไว้ในขั้นนี้ นักเรียนส่วนใหญ่จะดำเนินการแก้ปัญหา ผิดพลาดส่งผลให้ได้คำตอบที่ผิดไปด้วย ดังนั้นในขั้นนี้ครูควรคอยชี้แนะและให้คำแนะนำแก่นักเรียนในระหว่างการจัดกิจกรรม

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรศึกษาผลการจัดกิจกรรมผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น สมการ เพราะเนื้อหา คณิตศาสตร์เรื่อง สมการ มีแนวทางการแก้ปัญหาหรือวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เป็นต้น

2. ควรศึกษาเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์กับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอื่น ๆ เช่น คำถามระดับสูง เพราะ นักเรียนจะได้พัฒนาการแก้ปัญหา โดยการใช้คำถามระดับสูงเข้ามาช่วยในการตัดสินใจวางแผนการแก้ปัญหา เป็นต้น

3. ควรศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ที่มีต่อทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการสื่อสาร และทักษะการให้เหตุผล เป็นต้น

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2540). เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 8 เรื่อง ทักษะการแก้ปัญหา. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2541). เอกสารเสริมความรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา อันดับที่ 9 เรื่องการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). คู่มือการจัดการสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- ขอบใจ สาสีทิพย์. (2545). ผลของการสอนโดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ. สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เจษฎา รัตนบรรเทิง. (2557). การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง "สมการกำลังสองตัวแปรเดียว" โดยใช้การแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร. มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. กรุงเทพฯ.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2553). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตจิวอินเตอร์ โปรเกรสซีฟ.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2552). 80 นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์ อินเตอร์ปอเรชั่น.
- ชาติรี เกิดธรรม. (2545). เทคนิคการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.
- ชานนท์ จันทรา. (2555). การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพฯ: อาร์แอนด์เอ็น ปรีนท์.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

- ณิศรา สุทธิสังข์ และคณะ. (2555). *กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีในการวิเคราะห์กระบวนการนามธรรม เพื่อสร้างความคิดรวบยอดของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด*. วารสาร มหาวิทยาลัยขอนแก่น 12,(1), 144.
- ทิวต์ถ์ มณีโชติ. (2549). *การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน*.
 นนทบุรี: สำนักพิมพ์ศูนย์ส่งเสริมวิชาการ.
- ทิตนา แจมมณี. (2557). *ศาสตร์การสอน (ครั้งที่ 18)*. กรุงเทพฯ: ด้านสุทธาการพิมพ์.
- นพพร แหยมแสง. (2555). *พฤติกรรมกรรมการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- นวลทิพย์ นวพันธ์ (2552). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์ ที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ ความสามารถในการตั้งและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต, กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2553). *การวิจัยเบื้องต้น (พิมพ์ครั้งที่ 8)*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ปิยวรรณ ผลรัตน์ (2560). *การจัดการเรียนรู้แบบ SSCS เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต. มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ปรีชา เนาว่าเย็นผล. (2537). "การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์," ใน *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและ วิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์*. หน่วยที่ 12-15. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปรีชา เนาว่าเย็นผล. (2544). *กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ปรีชา เนาว่าผล. (2556). "การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์," ใน *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและ วิทยวิธีทางคณิตศาสตร์*. (หน้า 7-89). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- พรรณี ลีกิจวัฒน์. (2554). *สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. ภาควิชา คุรุศาสตร์อุตสาหกรรม (พิมพ์ครั้งที่ 7)*. กรุงเทพฯ.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์*.
 กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิสนุ พองศรี. (2552). *การสร้างและการพัฒนาเครื่องมือการวิจัย*. กรุงเทพฯ: บริษัทด้าน สุทธาการพิมพ์จำกัด.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. (2552). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 5)*. กรุงเทพฯ: เฮาส์ออฟเคอร์มิสท์.

- พิมพ์พันธ์ เฉชะคุปต์และเพยาว์ ยินดีสุข. (2557). การจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21. สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- มนต์ชัย เทียนทอง. (2551). เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือแบบ *Mentor Coached Think -Pair-Share* เพื่อเพิ่มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการเรียนรู้ออนไลน์. วารสารวิชาการ. พระจอมเกล้าพระนครเหนือ 18, (1), (มกราคม-เมษายน), 99-105.
- ราตรี นันทสุคนธ์. (2553). หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา (ฉบับปรับปรุง). กรุงเทพฯ: จุฬาทอง.
- รัชณี ภู่อพัชรกุล (2551). เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนแบบนิรนัยร่วมกับการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิคเพื่อนคู่คิดและวิธีสอนแบบปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- เรวดี มีสุข. (2556). ผลการจัดการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ (*Heuristics*) ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนพหุนาม ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการมัธยมศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ลักขณา สริวัฒน์. (2557). จิตวิทยาสำหรับครู. กรุงเทพฯ: โอ.เอส. พรินต์ติ้งเฮาส์.
- วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2541). การจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง. กรุงเทพฯ: เลิฟแอนด์เพรส.
- วิจารณ์ พานิช. (2556). การสร้างการเรียนรู้สู่ศตวรรษที่ 21. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์มูลนิธิสยามกัมมาจล.
- เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. ในเอกสารคำสอนวิชา 410541. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร. (2555). ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์หลักสูตร การสอนและการวิจัย. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ มื่ออาชีพ. (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ส.เจริญการพิมพ์
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015*. เข้าถึงได้จาก <http://www.oic.go.th>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). *ผลการประเมิน PISA 2015 วิทยาศาสตร์ การอ่านและคณิตศาสตร์ ความเป็นเลิศและความเท่าเทียมทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: ชักเชสพับลิเคชัน.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). *ผลการประเมิน PISA 2018 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก <http://www.ipst.ac.th>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2566). *ผลการประเมิน PISA 2022 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก <http://www.ipst.ac.th>.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2566). *คู่มือการจัดการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน ระดับขั้นพื้นฐาน (O-net) ศูนย์สอบ*. เข้าถึงได้จาก : www.niets.or.th
- สมเดช บุญประจักษ์. (2550). *การแก้ปัญหา (Problem solving)*. วารสารคณิตศาสตร์, 51(562-564), 71.
- สิริพร ทิพย์คง. (2544). *การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมบัติ การจนารักพงศ์. (2547). *เทคนิคการจัดการกิจกรรมเรียนรู้ที่หลากหลาย: การเรียนแบบร่วมมือ*. กรุงเทพฯ: ชาร์อักษร.
- อุษา ภิรมย์รักษ์. (2562). *การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Byerley, R. Aaron. (2002). *Using Multimedia and "Active Learning" Techniques to "Energize" An Introductory Engineering Thermodynamics Class*. Frontiers in Education Conference.
- Baroody, A. J. (1993). *Problem solving reasoning and communicating, K-8; Helping children think mathematically*. New York: Merrill.
- Charles, Randall.; & Frank K. Lester. (1982). *Teaching Problem Solving. What Why & How*.

Dale Seymour Publications.

David & Zbigniew, M. (2000). *How to solve it: Modern Heuristics*. New York, 2000: 404-408.

Eison, Jim. (2008). *Perspective on Using Think - Pair- Share*. Retrieved April 11, 2021,

from <http://www.tltgroup.org/InfoLit/BPCategoriesBHWS/Activities.htm>

Garnett, K. F. (1984). *Developing Heuristic in the Mathematics Problem-Solving Process of Sixth-grade Children: A Non Constructivist Teaching Experiment*. Dissertation Abstracts.

Good, Carter V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw – Hill Book Inc.

Hoon, S. T. (2013). *Heuristic approach experience in solving mathematical problems*.

Educational Research, 4(8), 607-611.

Hamdan, A. (2017). *The Effect of Strategy on the Achievement of Third Grade Student in Sciences in the Educational District of Irbid*. Journal of Education and Practice, 8(9), 88-95.

James, J. (1981). *Problem solving Behavior and and attitude of Prospective Elementary Teachers with a history of math avoidance as function of heuristics and discussion*. from: <http://thailis.uni.net>.

Krulik, S and Rudnick, J.A. (1995), *A New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary School*. Boston: Allyn and Bacon.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). *Reasoning and Problem Solving*. Boston: Allyn and Bacon.

Krulik, S., Rudnick, J., & Milou, E. (2003). *Teaching mathematics in middle school: A practical guild*. Boston, MA: Pearson Education.

Ledlow, S. (2012). *College Classroom Academic Affairs and Planning*. Arizona: Valencia College Arizona State University.

Lyman, F. (1987). : *An Expanding Teaching Technique*. MAA-CIE Cooperative News. V.1 pp.1-2.

Sampsel, A. (2013). *Finding the Effects of Think-Pair-Share on Student Confidence and Participation*. Honors Projects. from : <https://scholarworks.bgsu.edu/honorsprojects/28>

Sheffield, L. J. (2003). *Extending the challenge in mathematics: Developing mathematical promise in K-8 student*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Sheffield, L. J. (2005). *Using Creativity Techniques to Add Depth and Complexity to the Mathematics Curricula*. form : <http://math.ecnu.edn.cn/earcome3/SYM1.html>.

Singapore Math. (2005). *Primary math problem solving heuristics*. Retrieved November 23, 21.

from : <http://sc-math.com/math/heuristics.php>.

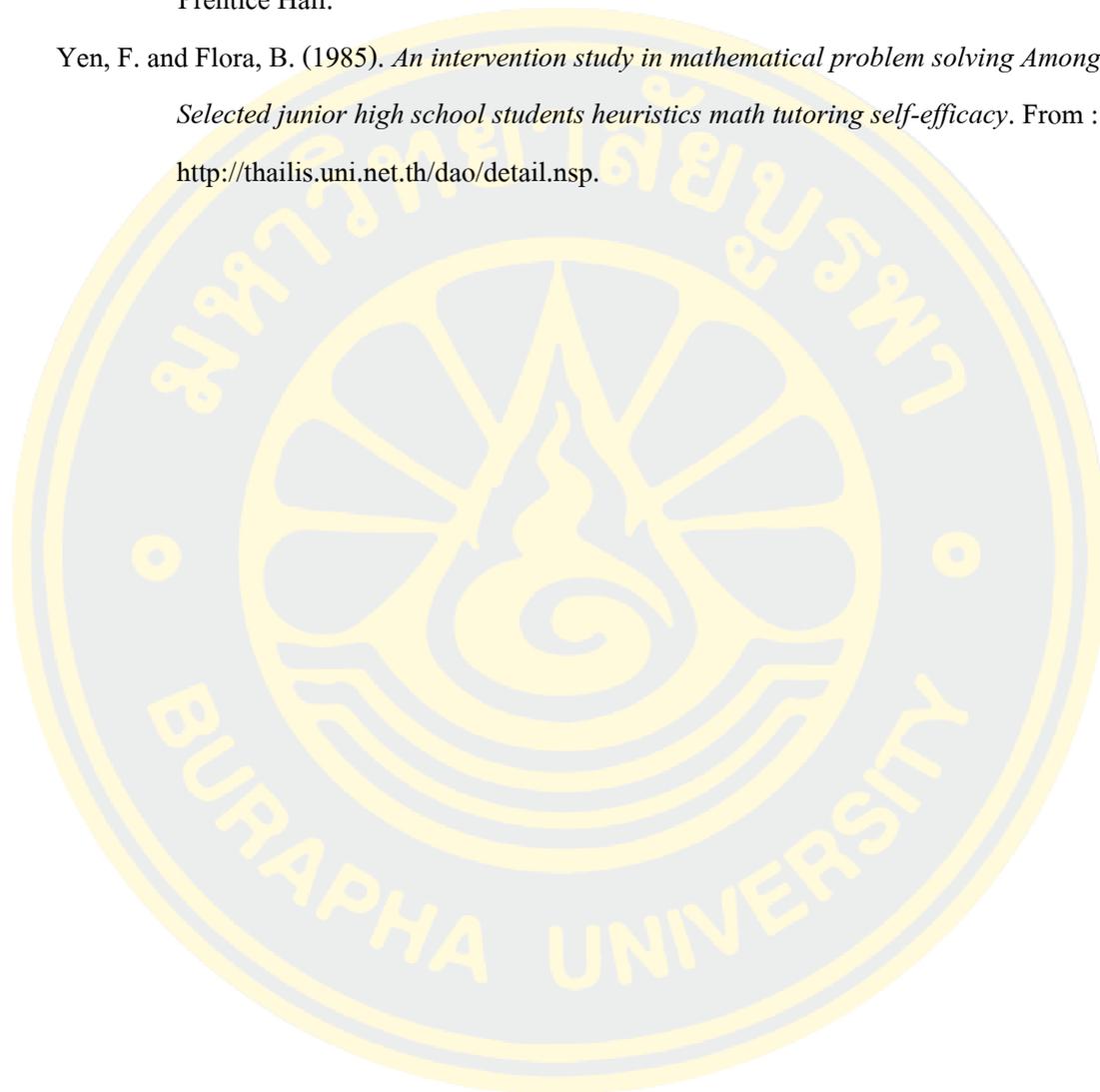
Solomon. (2009). M.R. *Consumer Behavior: Buying, Having and Being*. 8th ed. New Jersey:

Prentice Hall.

Yen, F. and Flora, B. (1985). *An intervention study in mathematical problem solving Among*

Selected junior high school students heuristics math tutoring self-efficacy. From :

<http://thailis.uni.net.th/dao/detail.nsp>.





ภาคผนวก

The logo of Burapha University is a large, circular emblem in the background. It features a central five-pointed star with a flame-like base, surrounded by concentric circles. The Thai text 'มหาวิทยาลัยบูรพา' is written along the top inner edge, and 'BURAPHA UNIVERSITY' is written along the bottom inner edge. The entire logo is rendered in a light yellow color.

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือเพื่อทำการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของเครื่องมือการวิจัย
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๓, ๗๐๕, ๗๐๗
 ที่ อว ๘๑๓๗/๔๒๘๘ วันที่ ๗ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๕
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.คงรัฐ นवलแบ่ง (คณะศึกษาศาสตร์)

ด้วย นางสาวกรรณิการ์ บุตรศรี รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๕๑๐๐๘๕ นิสิตหลักสูตรการศึกษา
 มหาคณิศ สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัด
 กิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิปรัชญาสัมพันธ์กับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและ
 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์
 อังกะเกศทรวง เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่านซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ
 และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ดังเอกสารแนบ ทั้งนี้ สามารถติดต่อ
 นิสิตดังรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๔๘-๔๗๘๖๔๘๓ หรือที่ E-mail: 63910085@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๑, ๗๐๕, ๗๐๗
 ที่ อว ๘๓๓๗/๔๒๘๔ วันที่ ๗ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๕
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.ปริยานุช เชื้อสุข (คณะวิทยาศาสตร์)

ด้วย นางสาวกรรณิการ์ บุตรศรี รหัสประจำตัวนิสิต ๒๓๔๓๐๐๘๕ นิสิตหลักสูตรการศึกษา
 มหบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัด
 กิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและ
 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์
 อังกะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่านซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ
 และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ดังเอกสารแนบ ทั้งนี้ สามารถติดต่อ
 นิสิตตั้งรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๔๘-๔๗๘๖๔๘๓ หรือที่ E-mail: 63910085@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน กองบริหารการวิจัยและนวัตกรรม งานมาตรฐานและจริยธรรมในการวิจัย โทร. ๒๒๒๐

ที่ อว ๘๑๐๐/- วันที่ ๙ เดือน กรกฎาคม พ.ศ. ๒๕๖๖

เรื่อง ขอส่งสำเนาเอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา

เรียน นางสาวกรรณิการ์ บุตรศรี

ตามที่ท่าน ได้ยื่นเอกสารคำร้องเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา รหัสโครงการวิจัย G-HU068/2566(C1) โครงการวิจัย เรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอภิวริศติกร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นั้น

บัดนี้ โครงการวิจัยดังกล่าว ได้ผ่านการพิจารณาจากคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา สำหรับโครงการวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาและระดับปริญญาตรี ชุดที่ 4 (กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์) เป็นที่เรียบร้อยแล้ว กองบริหารการวิจัยและนวัตกรรม ในฐานะผู้ประสานงาน จึงขอส่งสำเนาเอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน ๑ ฉบับ เอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย เอกสารแสดงความยินยอมของผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย และเอกสารเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย โดยประทับตรารับรองเรียบร้อยแล้ว มายังท่าน เพื่อนำไปใช้ในการเก็บข้อมูลจริงจากผู้เข้าร่วมโครงการวิจัยต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบ

นางสาวทิมลพรรณ เลิศล้ำ

(นางสาวทิมลพรรณ เลิศล้ำ)

ประธานคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา
สำหรับโครงการวิจัยระดับบัณฑิตศึกษาและระดับปริญญาตรี
ชุดที่ 4 (กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)

สำเนา

ที่ IRB4-137/2566



เอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์
มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาโครงการวิจัย

รหัสโครงการวิจัย : G-HU068/2566

โครงการวิจัยเรื่อง : ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอวิวิธกิจร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสาม
ารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หัวหน้าโครงการวิจัย : นางสาวกรรณิการ์ บุตรศรี

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาแล้วเห็นว่า โครงการวิจัย
ดังกล่าวเป็นไปตามหลักการของจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โดยที่ผู้วิจัยเคารพสิทธิและศักดิ์ศรีในความเป็นมนุษย์ไม่มีการ
ล่วงละเมิดสิทธิ สวัสดิภาพ และไม่ก่อให้เกิดภัยอันตรายแก่ตัวผู้วิจัยและผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย

จึงเห็นสมควรให้ดำเนินการวิจัยในขอบข่ายของโครงการวิจัยที่เสนอได้ (ดูตามเอกสารตรวจสอบ)

1. แบบเสนอเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ ฉบับที่ 2 วันที่ 4 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
 2. โครงการวิจัยฉบับภาษาไทย ฉบับที่ 1 วันที่ 21 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2566
 3. เอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 2 วันที่ 2 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
 4. เอกสารแสดงความยินยอมของผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 2 วันที่ 2 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
 5. แบบเก็บรวบรวมข้อมูล เช่น แบบบันทึกข้อมูล (Data Collection Form)
- แบบสอบถาม หรือสัมภาษณ์ หรืออื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ฉบับที่ 2 วันที่ 2 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
6. เอกสารอื่น ๆ (ถ้ามี) ฉบับที่ - วันที่ - เดือน - พ.ศ. -

วันที่รับรอง : วันที่ 23 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566

วันที่หมดอายุ : วันที่ 23 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2567

ลงนาม นางสาวพิมพ์พรณ เลิศล้ำ

(นางสาวพิมพ์พรณ เลิศล้ำ)

ประธานคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ชุดที่ 4 (กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)





ที่ อว ๘๑๓๗/๒๕๕๓

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๕ ถ.ลพบุรีบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ กรกฎาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีราชา จังหวัดชลบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมของมหาวิทยาลัยบูรพา
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวกรรณิการ์ บุตรศรี รหัสประจำตัวนิสิต ๒๓๙๑๐๐๘๕ นิสิตหลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัด
กิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์
อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนท่านในการเก็บข้อมูลเพื่อ
ดำเนินการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตตั้งรายนามข้างต้น ดำเนินการ
เก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓/๑ โรงเรียนศรีราชา จังหวัดชลบุรี จำนวน ๓๘ คน ระหว่าง
วันที่ ๓ สิงหาคม - ๑๕ กันยายน พ.ศ. ๒๕๖๖ ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนามข้างต้น ได้ที่หมายเลข
โทรศัพท์ ๐๙๘-๙๗๘๖๙๘๓ หรือที่ E-mail: 63910085@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

มณฑนา รังสิโยภาส์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มณฑนา รังสิโยภาส์)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

The logo of Burapha University is a large, circular emblem in the background. It features a central five-pointed star with a flame-like shape at its base. The Thai text 'มหาวิทยาลัยบูรพา' is written in a curved path around the top of the star, and the English text 'BURAPHA UNIVERSITY' is written around the bottom. The entire logo is rendered in a light yellow color.

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
- ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมและใบงานของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น
- แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รหัสวิชา ค230101

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ภาคเรียนที่ 1

ปีการศึกษา 2566

เรื่อง การทดลองสุ่ม

เวลา 3 คาบ

1. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2. ตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.3/1 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและนำผลที่ได้ไปหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อจบบทเรียน นักเรียนสามารถ

ด้านความรู้

3.1 อธิบายความหมายของการทดลองสุ่มได้

3.2 หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้

ด้านทักษะกระบวนการ

3.3 นำความรู้เกี่ยวกับการทดลองสุ่มไปแก้ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะที่อันพึงประสงค์

3.4 นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงาน

4. สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอดหลัก

การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่บอกได้ว่าผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในการทดลองแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้

5. สาระการเรียนรู้

5.1 ความหมายของการทดลองสุ่ม

5.2 การหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

6. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการคิดแบบอิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด มี 4 ขั้นตอนดังนี้

คาบที่ 1

1. ขั้นพิจารณาปัญหา

1. ครูกล่าวทักทายนักเรียน และนำเสนอปัญหา ดังนี้

ปัญหาที่ 1 ขวดโหลทึบใบหนึ่ง มีบัตรอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนตัวเลข 1-5 กำกับไว้ ต้องการหยิบบัตร 2 ใบ โดยหยิบบัตรทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรที่สอง จงหาผลลัพธ์ทั้งหมด

2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนอ่านและคิดทำความเข้าใจปัญหา (Think) โดยครูใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

- จากปัญหาข้างต้น สิ่ง โจทย์กำหนดให้คืออะไร (แนวตอบ ขวดโหลทึบใบหนึ่ง มีบัตรอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนตัวเลข 1-5 กำกับไว้ ต้องการหยิบบัตร 2 ใบ โดยหยิบบัตรทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรที่สอง)

- จากปัญหาข้างต้น สิ่ง โจทย์ต้องการทราบคืออะไร (แนวตอบ จงหาผลลัพธ์ทั้งหมด)

3. ครูพยายามให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ โดยให้นักเรียนพิจารณาว่าปัญหาดังกล่าวคล้ายกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใด ซึ่งครูใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

- จากปัญหาข้างต้น นักเรียนจะใช้ความรู้จากเนื้อหาที่เคยเรียนมาแล้วในเรื่องใดบ้าง ที่จะมาช่วยในการแก้ปัญหา (แนวตอบ การทดลองจากสถานการณ์จริง (ตามประสบการณ์ของนักเรียน))

2. ขั้นวางแผน

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายของการทดลองสุ่ม ให้นักเรียนทุกคน

5. ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิด (Think) หาคำตอบ และลงมือปฏิบัติใบกิจกรรมที่ 1 ด้วยตนเอง โดยครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน ดังนี้

- แต่ละสถานการณ์นักเรียนสามารถบอกผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดหรือไม่

- ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดนั้นมีอะไรบ้าง

- สามารถระบุแน่ชัดหรือไม่ว่าในแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรบ้างจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้

- จากตารางข้างต้น มีสถานการณ์ข้อใดบ้าง ที่สามารถบอกผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมด แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรบ้างจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้ (แนวตอบ ข้อที่ 1) , 3) , 5) , 6) และ 7))

6. จากนั้นครูกล่าวเพิ่มเติมว่า ถ้าเราจะเรียกสถานการณ์เหล่านี้ ว่าเป็น “การทดลองสุ่ม” และให้นักเรียนแต่ละคนคิด (Think) หาข้อสรุปของความหมายการทดลองสุ่มจนได้ว่า การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่บอกได้ว่าผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในการทดลองแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรบ้างจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้

คาบที่ 2

7. ครูอธิบายยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนนำยุทธวิธีไปใช้ในการแก้ปัญหาของสถานการณ์ในขั้นที่ 1 ด้วยการยกตัวอย่างสถานการณ์ การโยนเหรียญ 1 เหรียญ พร้อมกับทอยลูกเต๋า 1 ลูก จงหาผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น ดังนี้

กำหนดให้ H แทน เหรียญออกหัว

T แทน เหรียญออกก้อย

1, 2, 3, 4, 5, 6 แทน แด้มของลูกเต๋า

1) กรณีที่ 1 เหรียญออกหัว แล้วลูกเต๋ามีโอกาสที่จะได้แต้มเป็นแต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6

ดังนั้นผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6)

กรณีที่ 2 เหรียญออกก้อย แล้วลูกเต๋ามีโอกาสที่จะได้แต้มเป็นแต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6

ดังนั้นผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 12 แบบ คือ (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)

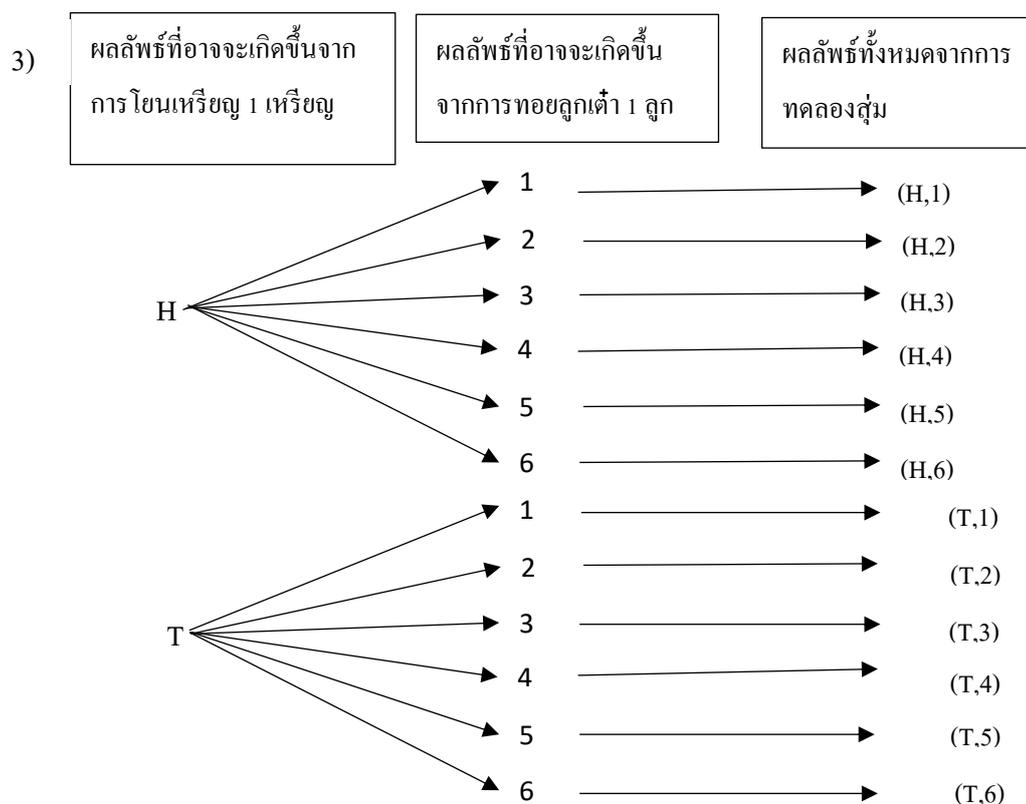
ยุทธวิธีนี้จะเรียกว่า **ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด** คือ การจัดระบบข้อมูลโดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

2)

ทอยลูกเต๋า \ โยนเหรียญ	1	2	3	4	5	6
H	(H,1)	(H,2)	(H,3)	(H,4)	(H,5)	(H,6)
T	(T,1)	(T,2)	(T,3)	(T,4)	(T,5)	(T,6)

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 12 แบบ คือ (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)

ยุทธวิธีนี้จะเรียกว่า **ยุทธวิธีการสร้างตาราง** คือ การจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง จะช่วยในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์เพื่อนำไปสู่การค้นพบคำตอบ



ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 12 แบบ คือ (H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)

ยุทธวิธีนี้จะเรียกว่า **ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ** หรือเรียกว่า **แผนภาพต้นไม้** คือ การอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้

นักเรียนจะเห็นว่า การแก้ปัญหาสถานการณ์หนึ่ง สามารถใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายมาแก้ปัญหา ดังนั้นนักเรียนสามารถค้นหายุทธวิธี และเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมมาใช้ในการแก้ปัญหาได้

8. เมื่อนักเรียนเข้าใจและรู้จักยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแล้ว ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม ให้นักเรียนทุกคน

9. ครูนำเสนอปัญหาเดิมจากขั้นที่ 1 โดยให้นักเรียนแต่ละคนคิด (Think) วางแผนการแก้ปัญหา และลงมือปฏิบัติในใบกิจกรรมที่ 2 ด้วยตนเอง

10. ครูใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน ดังนี้

- เมื่อนักเรียนพิจารณาปัญหาแล้ว นักเรียนมียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้ (แนวตอบ ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรืออาจใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ หรือยุทธวิธีการสร้างตาราง)

- นักเรียนคิดว่ายุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานี้ (แนวตอบ ตามประสบการณ์ของนักเรียน)

3. ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

11. ครูให้นักเรียนแต่ละคนคิด (Think) ดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีที่นักเรียนเลือกว่าเป็นยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามชี้แนะนักเรียน ดังนี้

- ขวดโหลที่ใบหนึ่ง มีบัตรอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนตัวเลข 1-5 กำกับไว้ ต้องการหยิบบัตร 2 ใบ นั่นคือ ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการหยิบบัตรใบที่หนึ่งมีอะไรบ้าง (แนวตอบ 1, 2, 3, 4 และ 5)

- หยิบบัตรทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรที่สอง ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นจากการหยิบบัตรใบที่สองมีอะไรบ้าง (แนวตอบ 1, 2, 3, 4 และ 5)

- ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่มคืออะไร (แนวตอบ ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 25 แบบ คือ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5))

4. ขั้นตอนและประเมิน

12. เมื่อนักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 2 เสร็จ ครูให้นักเรียนจับคู่ (Pair) โดยคละความสามารถแล้วแลกเปลี่ยนคำตอบที่ได้ เพื่อร่วมกันหาข้อสรุป

13. ครูสุ่มนักเรียน 1-2 กลุ่ม เลือกตัวแทน 1 คนที่ใช้ในการแก้ปัญหออกมานำเสนอปัญหาหน้าชั้นเรียน โดยให้นักเรียนนำเสนอความคิดเห็นของการสะท้อนขั้นตอนและการประเมินคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องหรือไม่กับเพื่อนร่วมชั้น และร่วมกันอภิปรายผลในชั้นเรียน (Share) โดยครูใช้การถาม-ตอบกับนักเรียน ดังนี้

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง (แนวตอบ ขวดโหลที่ใบหนึ่ง มีบัตรอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนตัวเลข 1-5 กำกับไว้ ต้องการหยิบบัตร 2 ใบ โดยหยิบบัตรทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรที่สอง)

- โจทย์ต้องการอะไร (แนวตอบ หาผลลัพธ์ทั้งหมด)

- มียุทธวิธีใดบ้างในการแก้ปัญหา (แนวตอบ ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรืออาจใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ หรือยุทธวิธีการสร้างตาราง)

- นักเรียนคิดว่า ปัญหานี้สามารถใช้ยุทธวิธีอื่น ๆ ในการแก้ปัญหาได้หรือไม่ (แนวตอบ ตามประสบการณ์ของนักเรียน)

- ยุทธวิธีใดที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา (แนวตอบ ตามประสบการณ์ของนักเรียน)

โดยขั้นนี้ หากนักเรียนค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหาไม่ครบถ้วน ครูสามารถชี้แนะวิธีการในการแก้ปัญหาเพิ่มเติมได้

14. ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้เกี่ยวกับการทดลองสุ่ม โดยครูใช้คำถาม ถาม-ตอบกับนักเรียน ดังนี้

- การทดลองสุ่มมีความหมายว่าอย่างไร (แนวตอบ การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่บอกได้ว่าผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในการทดลองแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้)

คาบที่ 3

5. ชั้นสร้างปัญหาใหม่

15. ครูทบทวนความรู้ในหัวข้อที่กำลังศึกษา โดยครูใช้คำถาม ถาม-ตอบกับนักเรียน ดังนี้

- การทดลองสุ่มมีความหมายว่าอย่างไร (แนวตอบ การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่บอกได้ว่าผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในการทดลองแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้)

- สถานการณ์ใดบ้างที่เป็น การทดลองสุ่ม (แนวตอบ ตามประสบการณ์ของนักเรียน)

- สถานการณ์ใดบ้างที่ไม่ใช่การทดลองสุ่ม (แนวตอบ ตามประสบการณ์ของนักเรียน)

16. ครูยกตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่มบนกระดาน ดังนี้

ปัญหา สุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ด จากถุงใบหนึ่งที่ประกอบด้วยลูกอมรสส้ม รสมะนาว และรสลิ้นจี่ จงหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นตามลักษณะการหยิบ ดังนี้

17. ครูใช้คำถาม ถาม-ตอบกับนักเรียน ดังนี้

- นักเรียนจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา (ตามประสบการณ์ของนักเรียน หากไม่ถูกต้องครูควรชี้แนะ)

1) หยิบลูกอม 2 เม็ดพร้อมกัน ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นคืออะไรบ้าง (แนวตอบ (รสส้ม,รสมะนาว), (รสส้ม,รสลิ้นจี่), (รสมะนาว,รสลิ้นจี่))

2) หยิบลูกอมทีละเม็ด โดยไม่ใส่คืนก่อนที่จะหยิบเม็ดที่สอง ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นคืออะไรบ้าง (แนวตอบ (รสส้ม,รสมะนาว), (รสส้ม,รสลิ้นจี่), (รสมะนาว,รสส้ม), (รสมะนาว,รสลิ้นจี่), (รสลิ้นจี่,รสส้ม), (รสลิ้นจี่,รสมะนาว))

3) หยิบลูกอมทีละเม็ดแล้วใส่คืนก่อนที่จะหยิบลูกที่สอง ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นคืออะไรบ้าง (รสส้ม,รสส้ม), (รสส้ม,รสมะนาว), (รสส้ม,รสลิ้นจี่), (รสมะนาว,รสมะนาว), (รสมะนาว,รสส้ม), (รสมะนาว,รสลิ้นจี่), (รสลิ้นจี่,รสลิ้นจี่), (รสลิ้นจี่,รสส้ม), (รสลิ้นจี่,รสมะนาว))

18. ครูอภิปรายเพิ่มเติมเกี่ยวกับผลลัพธ์ทั้ง 3 แบบ เพื่อให้นักเรียนได้สังเกตความเหมือนและแตกต่างของลักษณะของการสุ่มหยิบ ดังนี้

การสุ่มหยิบลูกอม 2 เม็ดพร้อมกัน จะสังเกตได้ว่าการเขียนผลลัพธ์ที่ได้นั้นจะไม่มีอันดับ เช่น (รสส้ม,รสมะนาว) และ (รสมะนาว,รสส้ม) ถือว่าเป็นผลลัพธ์เดียวกัน

การสุ่มหยิบลูกอมทีละเม็ดโดยไม่ใส่คืนก่อนที่จะหยิบเม็ดที่สอง และการสุ่มหยิบลูกอมทีละเม็ดแล้วใส่คืนก่อนที่จะหยิบลูกที่สอง จะสังเกตได้ว่าต้องมีการพิจารณาอันดับของการหยิบ ดังนั้นการเขียนผลลัพธ์ที่มีอันดับของการกระทำจะใช้คู่อันดับแทนผลลัพธ์ของการกระทำ เช่น (รสส้ม,รสมะนาว) และ (รสมะนาว,รสส้ม) ซึ่งถือว่าเป็นผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน คือ (รสส้ม,รสมะนาว) เป็นผลลัพธ์ของการหยิบลูกอมครั้งที่ 1 แล้วได้เป็น รสมะนาว และหยิบครั้งที่ 2 แล้วได้เป็นรสส้ม

19. จากนั้นครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม ให้นักเรียนทุกคน

20. ครูชี้แจงใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง สร้าง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม ดังนี้ ให้นักเรียนแต่ละคนสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่มขึ้นมาใหม่ แล้วตอบคำถามและดำเนินการแก้ปัญหาให้ถูกต้องและครบถ้วน

21. ครูคอยให้คำปรึกษาและชี้แนะให้กับนักเรียนที่ยังมีข้อสงสัย

22.เมื่อนักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3 เสร็จแล้วนำเสนอให้ครู จากนั้นครูให้แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม กับนักเรียนทุกคนทำเป็นการบ้าน (งานแต่ละบุคคล) เพื่อเพิ่มความรู้และความเข้าใจให้นักเรียนมากยิ่งขึ้น

7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้

- 7.1 ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายของการทดลองสุ่ม
- 7.2 ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม
- 7.3 ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม
- 7.4 แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม

8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
ด้านความรู้ 1. บอกความหมายของการทดลองสุ่มได้ 2. หาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้	- ตรวจสอบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 - ตรวจสอบกิจกรรมที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 3 และแบบฝึกหัดที่ 1	- ใบกิจกรรมที่ 1 และแบบฝึกหัดที่ 1 - ใบกิจกรรมที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 3 และแบบฝึกหัดที่ 1	- นักเรียนทำได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป - นักเรียนทำได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะกระบวนการ 1. นำความรู้เกี่ยวกับการทดลองสุ่มไปแก้ปัญหาได้	- ตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 3 และแบบฝึกหัดที่ 1	- ใบกิจกรรมที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 3 และแบบฝึกหัดที่ 1	- นักเรียนทำได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะที่อันพึงประสงค์ 1. นักเรียนมีความรับผิดชอบในการทำงาน	- สังเกตพฤติกรรม	- แบบสังเกตพฤติกรรม ด้านความรับผิดชอบในการทำงาน	- นักเรียนมีผลประเมินอยู่ในระดับพอใช้ขึ้นไป

9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ด้านความรู้

.....นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความหมายของการทดลองสุ่มได้ และสามารถระบุการหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่มได้ โดยมีนักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถระบุผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม

ด้านทักษะและกระบวนการ

.....นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการทดลองสุ่ม ไปแก้ปัญหาได้ โดยนักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และนักเรียนสามารถสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่มขึ้นมาได้ และสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากเกิดการเลือกยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่ไม่ถนัดหรือดำเนินการแก้ปัญหตามยุทธวิธีนั้นยังไม่ถูกต้องครบถ้วน

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการทำใบกิจกรรมการเรียนรู้ แลกเปลี่ยนคำตอบกับเพื่อนที่คู่กัน และร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องซึ่งกันและกัน และนักเรียนในชั้นเรียนยังตั้งใจฟังเพื่อนที่ไปอภิปรายหน้าชั้นเรียน

กรรณิการ์ บุตรศรี

แบบสังเกตพฤติกรรมด้านความรับผิดชอบในการทำงาน

ที่	ชื่อ-สกุล	พฤติกรรมของผู้เรียน				รวม	ผลการประเมิน
		3	2	1	0		
1							
2							
3							
4							
5							

เกณฑ์การประเมินแบบสังเกตพฤติกรรมด้านความรับผิดชอบในการทำงาน

คะแนน	ความหมาย	พฤติกรรมของผู้เรียน
3	ดีมาก	ส่งงานตรงเวลาทุกครั้ง
2	ดี	ส่งงานตรงเวลา บางครั้ง
1	พอใช้	ส่งงานไม่ตรงเวลา
0	ควรปรับปรุง	ไม่ส่งงาน

ผลการประเมิน

- 5-6 คะแนน อยู่ในระดับ ดี
- 3-4 คะแนน อยู่ในระดับ พอใช้
- 1-2 คะแนน อยู่ในระดับ ควรปรับปรุง

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายของการทดลองสุ่ม

ชื่อ เลขที่ ชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละคนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

ปัญหา	สามารถบอก ผลลัพธ์ที่ อาจจะเกิดขึ้น ได้ทั้งหมด หรือไม่	ผลลัพธ์ที่อาจจะ เกิดขึ้นได้ทั้งหมด คือ	สามารถระบุแน่ชัด หรือไม่ว่าในแต่ละ ครั้งจะเกิดผลลัพธ์ อะไรจากผลลัพธ์ ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้
1). โยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง	ได้	ออกหัว หรือ ออกก้อย	ไม่ได้
2). หยิบลูกปิงปอง 2 ลูก จาก ถุงที่มีลูกปิงปอง 10 ลูกที่มี ขนาดและสีเดียวกัน โดยไม่ดู			
3). ก่อตั้งทียบใบหนึ่งมีลูกบอล 3 ลูกขนาดเท่ากัน มี 3 สี คือ สีแดง, สีขาว และสีดำ นักเรียนหยิบขึ้นมา 1 ลูก			
4). หยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่ที่มี อยู่ 4 ใบ ซึ่งได้แก่ ไพ่ J , Q , K , A โดยหงายอยู่บนโต๊ะ			
5). การจับสลากรายชื่อผู้ โชคดี 1 ท่าน จากสลากผู้ที่ เข้าร่วมชิงโชคทั้งหมด 100 ท่าน			
6). ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง			
7). สุ่มหยิบสลาก 1 สลาก ที่มี หมายเลข 0 ถึง 9 ในกล่องทียบ			

จากตารางข้างต้น มีสถานการณ์ข้อใดบ้าง ที่สามารถบอกผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมด แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้

.....

.....

ถ้าเราจะเรียกสถานการณ์เหล่านี้ ว่าเป็น “การทดลองสุ่ม”
นักเรียนสรุปความหมายของการทดลองสุ่มได้ว่า

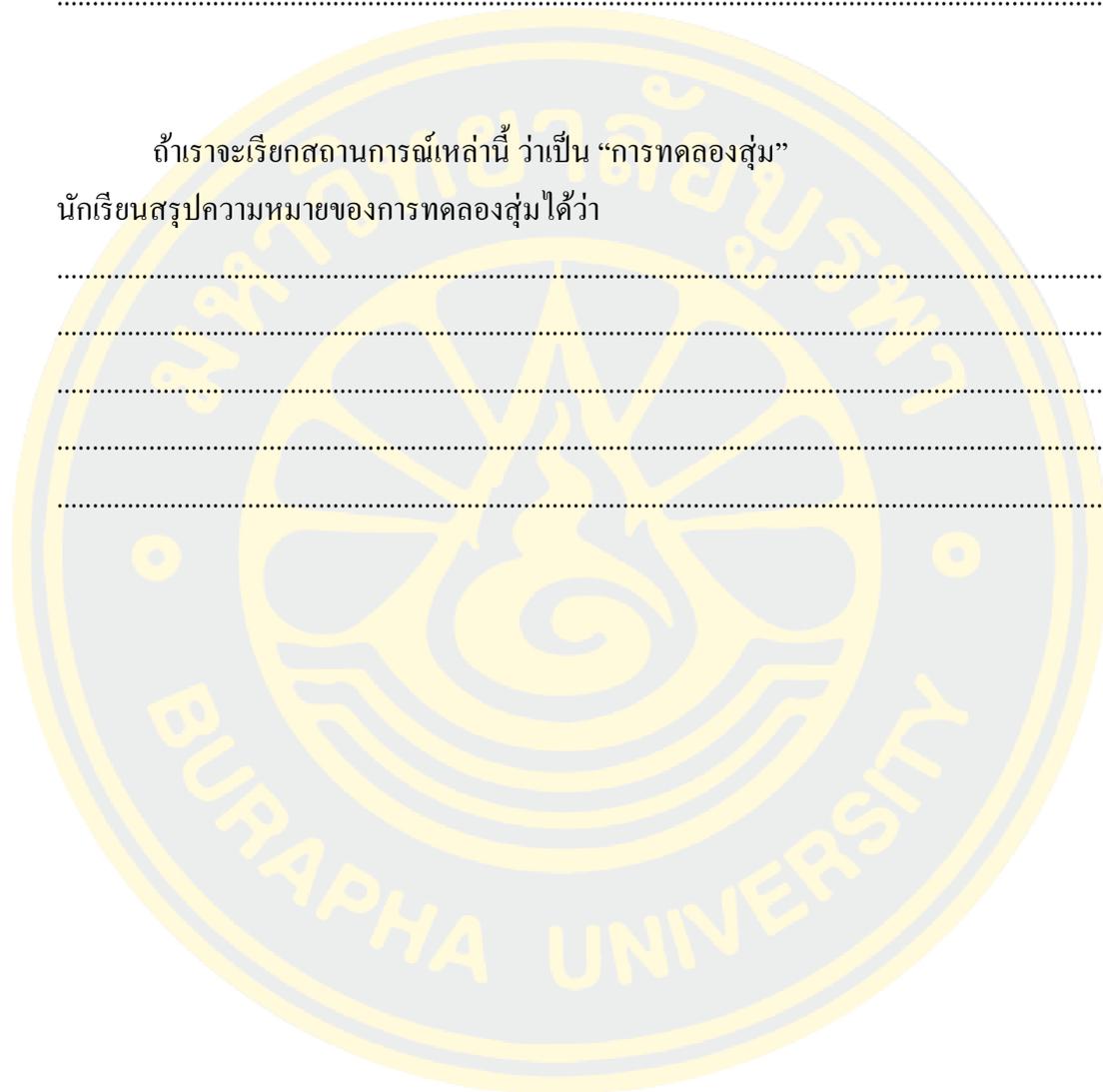
.....

.....

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

ชื่อ..... เลขที่ ชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามและแสดงวิธีทำโดยละเอียด

ปัญหา ขวดโหลที่บิใบหนึ่ง มีบัตรอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนตัวเลข 1-5 กำกับไว้ ต้องการหยิบบัตร 2 ใบ โดยหยิบบัตรทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรที่สอง จงหาผลลัพธ์ทั้งหมด

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

.....

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

.....

3. ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

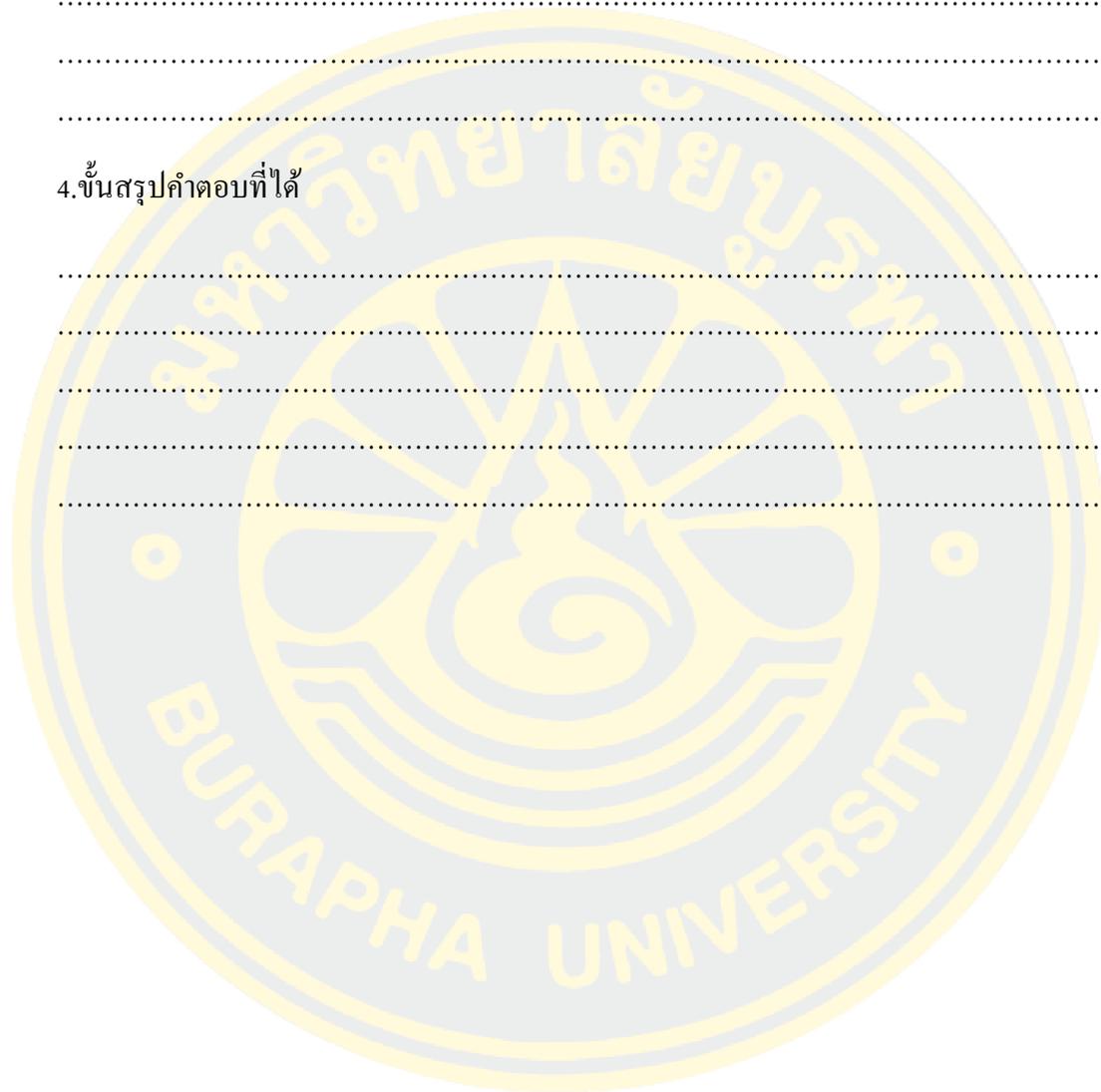
.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. ชั้นสรุปคำตอบที่ได้



.....
.....
.....
.....
.....

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง การสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม

ชื่อ..... เลขที่ ชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละคนสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่มขึ้นมาใหม่ แล้วตอบคำถาม และดำเนินการแก้ปัญหาก็ถูกต้องและครบถ้วน

ปัญหา

.....

.....

.....

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

.....

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

.....

3. ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม

ชื่อ เลขที่ ชั้น

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่กำหนดให้ แล้วบอกว่าเป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ พร้อมให้เหตุผล

1. การเดินทางไปโรงเรียน

.....

.....

2. หยิบลูกบอล 1 ลูก จากขวดโหลทึบที่มีลูกบอลสีแดง 10 ลูก

.....

.....

3. จับสลาก 1 ใบ จาก 3 ใบในกล่องทึบ ซึ่งมีตัวเลข 1, 2 และ 3

.....

.....

4. ดึงไฟ 2 ใบจากสาร์บ

.....

.....

5. การเลือกชมภาพยนตร์

.....

.....

6. การหาผลคูณของจำนวน 2 จำนวน

.....

.....

7. การเลี้ยงเซียมซี

.....

.....

8. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง

.....

.....

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมแสดงวิธีการหาคำตอบ

ปัญหา สุ่มหยิบสลาก 2 ใบ จากกล่องที่มีสลากหมายเลข 0, 2, 4, 6, 8, 10 กำกับไว้ ซึ่งหยิบทีละใบ โดยไม่ใส่คืนก่อนที่จะหยิบสลากใบที่สอง จงหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

.....

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

.....

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายของการทดลองสุ่ม

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละคนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

ปัญหา	สามารถบอก ผลลัพธ์ที่อาจจะ เกิดขึ้นได้ทั้งหมด หรือไม่	ผลลัพธ์ที่อาจจะ เกิดขึ้นได้ทั้งหมดคือ	สามารถระบุแน่ชัด หรือไม่ว่าในแต่ละ ครั้งจะเกิดผลลัพธ์ อะไรจากผลลัพธ์ ทั้งหมดที่อาจ เป็นไปได้
1). โยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง	ได้	ออกหัว หรือ ออก ก้อย	ไม่ได้
2). หยิบลูกบิงปอง 2 ลูก จากถุงที่มีลูกบิงปอง 10 ลูกที่มีขนาดและสีเดียวกัน โดยไม่ดู	ได้	ลูกบิงปอง 10 ลูก	ได้
3). กลองที่บใบหนึ่งมีลูก บอล 3 ลูกขนาดเท่ากัน มี 3 สี คือ สีแดง, สีขาว และ สีดำ นักเรียนหยิบขึ้นมา 1 ลูก	ได้	ลูกบิงปองสีแดง, สี ขาว หรือ สีดำ	ไม่ได้
4). หยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่ที่ มีอยู่ 4 ใบ ซึ่งได้แก่ ไพ่ J, Q, K, A โดยหงายอยู่บน โต๊ะ	ได้	ไพ่ J, Q, K หรือ A	ได้
5). การจับสลากรายชื่อผู้ โชคดี 1 ท่าน จากสลากผู้ ที่เข้าร่วมชิงโชคทั้งหมด 100 ท่าน	ได้	ผู้ร่วมชิงโชค 100 ท่าน	ไม่ได้

ปัญหา	สามารถบอก ผลลัพธ์ที่อาจจะ เกิดขึ้นได้ทั้งหมด หรือไม่	ผลลัพธ์ที่อาจจะ เกิดขึ้นได้ทั้งหมดคือ	สามารถระบุแน่ชัด หรือไม่ว่าในแต่ละ ครั้งจะเกิดผลลัพธ์ อะไรจากผลลัพธ์ ทั้งหมดที่อาจ เป็นไปได้
6). ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง	ได้	แต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6	ไม่ได้
7). สุ่มหยิบสลาก 1 สลาก ที่มีหมายเลข 0 ถึง 9 ใน กล่องทึบ	ได้	สลากหมายเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 หรือ 9	ไม่ได้

จากตารางข้างต้น มีสถานการณ์ข้อใดบ้าง ที่สามารถบอกผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมด แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้
ตอบ ข้อ 1) , 3) , 5) , 6) และ 7

ถ้าเราจะเรียกสถานการณ์เหล่านี้ ว่าเป็น “การทดลองสุ่ม”

นักเรียนสรุปความหมายของการทดลองสุ่มได้ว่า

การทดลองสุ่ม หมายถึง การทดลองที่บอกได้ว่าผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในการทดลองแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่กำหนดให้ แล้วตอบคำถามและแสดงวิธีทำโดยละเอียด

ปัญหา ขวดโหลทึบใบหนึ่ง มีบัตรอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนตัวเลข 1-5 กำกับไว้ ต้องการหยิบบัตร 2 ใบ โดยหยิบบัตรทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรที่สอง จงหาผลลัพธ์ทั้งหมด

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

ขวดโหลทึบใบหนึ่ง มีบัตรอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนตัวเลข 1-5 กำกับไว้ ต้องการหยิบบัตร 2 ใบ โดยหยิบบัตรทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรที่สอง

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

หาผลลัพธ์ทั้งหมด

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรืออาจใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ หรือยุทธวิธีการสร้างตาราง

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีการสร้างตาราง เนื่องจาก ข้อมูลที่ได้จากโจทย์มีจำนวนมาก ดังนั้นการใช้ยุทธวิธีการสร้างตาราง จึงเหมาะสมและง่ายกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ (นักเรียนอาจจะตอบยุทธวิธีอื่น ๆ)

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

หมายเหตุ นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีใดยุทธวิธีหนึ่งที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ 1 การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

กรณีที่ 1 หยิบบัตรใบที่ 1 ได้บัตรหมายเลข 1

หยิบบัตรใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5)

กรณีที่ 2 หยิบบัตรใบที่ 1 ได้บัตรหมายเลข 2

หยิบบัตรใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5)

กรณีที่ 3 หยิบบัตรใบที่ 1 ได้บัตรหมายเลข 3

หยิบบัตรใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ $(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5)$

กรณีที่ 4 หยิบบัตรใบที่ 1 ได้บัตรหมายเลข 4

หยิบบัตรใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5)$

กรณีที่ 5 หยิบบัตรใบที่ 1 ได้บัตรหมายเลข 5

หยิบบัตรใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5

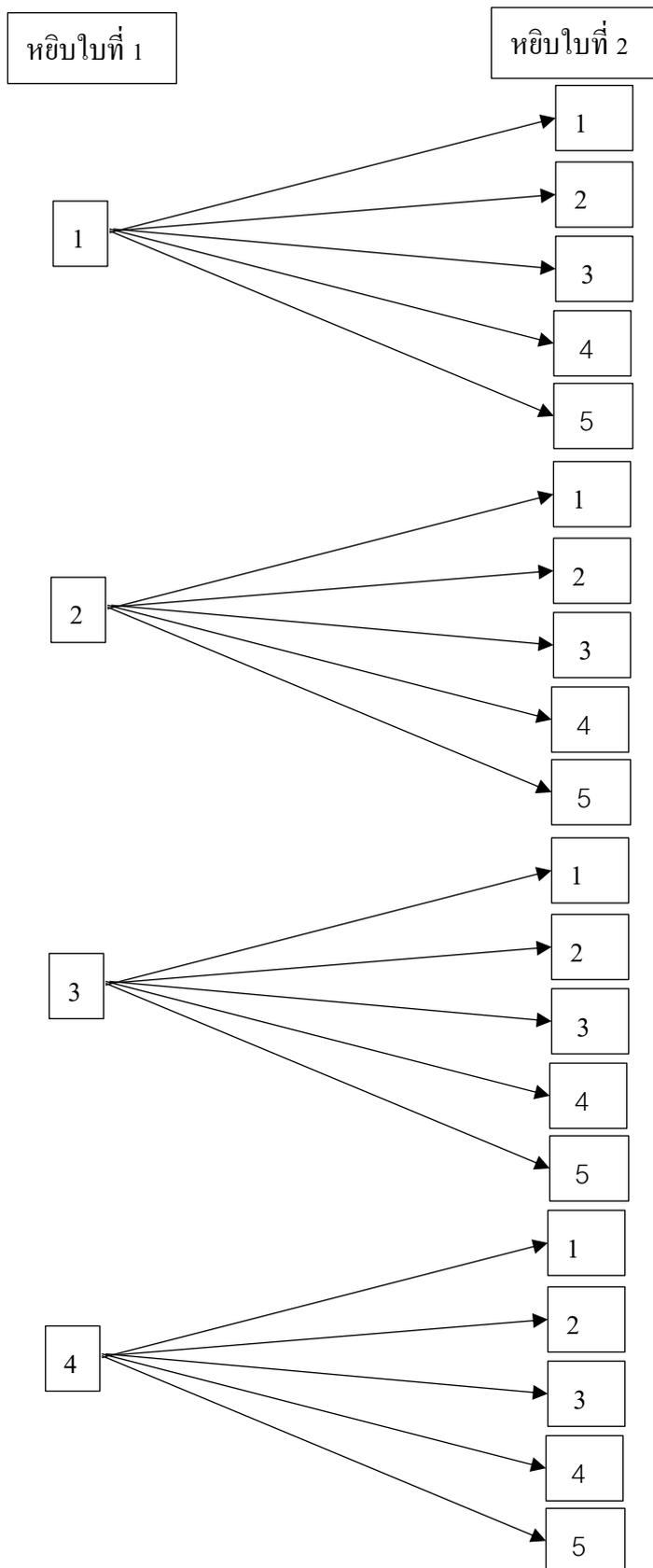
ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ $(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5)$

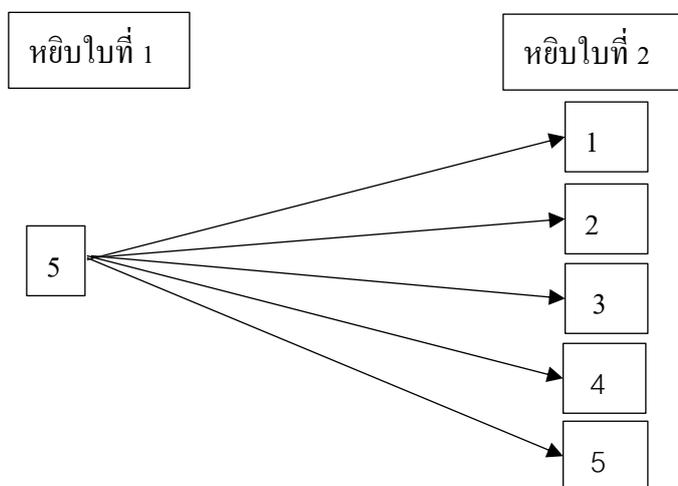
ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 25 แบบ คือ $(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5)$

ยุทธวิธีที่ 2 การสร้างตาราง

หยิบใบที่ 2 หยิบใบที่ 1	1	2	3	4	5
1	$(1, 1)$	$(1, 2)$	$(1, 3)$	$(1, 4)$	$(1, 5)$
2	$(2, 1)$	$(2, 2)$	$(2, 3)$	$(2, 4)$	$(2, 5)$
3	$(3, 1)$	$(3, 2)$	$(3, 3)$	$(3, 4)$	$(3, 5)$
4	$(4, 1)$	$(4, 2)$	$(4, 3)$	$(4, 4)$	$(4, 5)$
5	$(5, 1)$	$(5, 2)$	$(5, 3)$	$(5, 4)$	$(5, 5)$

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 25 แบบ คือ $(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5)$

ยุทธวิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพ



ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 25 แบบ คือ $(1,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$, $(1,4)$, $(1,5)$, $(2,1)$, $(2,2)$, $(2,3)$, $(2,4)$, $(2,5)$, $(3,1)$, $(3,2)$, $(3,3)$, $(3,4)$, $(3,5)$, $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$, $(4,4)$, $(4,5)$, $(5,1)$, $(5,2)$, $(5,3)$, $(5,4)$, $(5,5)$

4. ขั้นสรุปคำตอบที่ได้

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 25 แบบ คือ $(1,1)$, $(1,2)$, $(1,3)$, $(1,4)$, $(1,5)$, $(2,1)$, $(2,2)$, $(2,3)$, $(2,4)$, $(2,5)$, $(3,1)$, $(3,2)$, $(3,3)$, $(3,4)$, $(3,5)$, $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$, $(4,4)$, $(4,5)$, $(5,1)$, $(5,2)$, $(5,3)$, $(5,4)$, $(5,5)$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วบอกว่าเป็นการทดลองสุ่มหรือไม่ พร้อมให้เหตุผล

1. การเดินทางไปโรงเรียน

ตอบ ไม่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะ ในการเดินทางไปโรงเรียน ไม่สามารถตอบได้เลยว่าผลลัพธ์เป็นอะไรบ้าง

2. หยิบลูกบอล 1 ลูก จากขวดโหลทึบที่มีลูกบอลสีแดง 10 ลูก

ตอบ ไม่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะ บอกได้ว่าผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีอะไรบ้าง และสามารถระบุได้ว่าผลลัพธ์ในการหยิบลูกบอลนั้นจะได้ผลลัพธ์เป็นอะไร

3. จับสลาก 1 ใบ จาก 3 ใบในกล่องทึบ ซึ่งมีตัวเลข 1, 2 และ 3

ตอบ เป็นการทดลองสุ่ม เพราะ บอกได้ว่าผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีอะไรบ้างแต่ไม่สามารถระบุได้ว่าผลลัพธ์ในการจับสลาก 1 ใบนั้นจะได้ผลลัพธ์เป็นอะไร

4. ดึงไฟ 2 ใบจากสํารับ

ตอบ เป็นการทดลองสุ่ม เพราะบอกได้ว่าผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีอะไรบ้างแต่ไม่สามารถระบุได้ว่าผลลัพธ์ในการดึงไฟนั้นจะได้เป็นผลลัพธ์อะไร

5. การเลือกชมภาพยนตร์

ตอบ ไม่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะสามารถระบุได้ว่าผลลัพธ์ในการเลือกชมภาพยนตร์จะได้เป็นผลลัพธ์อะไร

6. การหาผลคูณของจำนวน 2 จำนวน

ตอบ ไม่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะสามารถระบุได้ว่าผลลัพธ์ในการหาผลคูณของจำนวน 2 จำนวนนั้นจะได้ผลลัพธ์เป็นอะไร

7. การเสี่ยงเข็มชี

ตอบ เป็นการทดลองสุ่ม เพราะบอกได้ว่าผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีอะไรบ้างแต่ไม่สามารถระบุได้ว่าผลลัพธ์ในการเสี่ยงเข็มชีนั้นจะได้เป็นผลลัพธ์อะไร

8. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง

ตอบ เป็นการทดลองสุ่ม เพราะบอกได้ว่าผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีอะไรบ้างแต่ไม่สามารถระบุได้ว่าผลลัพธ์ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้งนั้นจะได้เป็นผลลัพธ์อะไร

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาที่กำหนดให้ พร้อมแสดงวิธีการหาคำตอบ

ปัญหา สุ่มหยิบสลาก 2 ใบ จากกล่องที่มีสลากหมายเลข 0, 2, 4, 6, 8, 10 กำกับไว้ ซึ่งหยิบทีละใบ โดยไม่ใส่คืนก่อนที่จะหยิบสลากใบที่สอง จงหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

สุ่มหยิบสลาก 2 ใบ จากกล่องที่มีสลากหมายเลข 0, 2, 4, 6, 8, 10 กำกับไว้ ซึ่งหยิบทีละใบ โดยไม่ใส่คืนก่อนที่จะหยิบสลากใบที่สอง

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

จงหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรืออาจใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ หรือยุทธวิธีการสร้างตาราง

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีการสร้างตาราง เนื่องจาก ข้อมูลที่ได้จากโจทย์มีจำนวนมาก ดังนั้นการใช้ยุทธวิธีการสร้างตาราง จึงเหมาะสมและง่ายกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ (นักเรียนอาจจะตอบยุทธวิธีอื่น ๆ)

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

หมายเหตุ นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีใดยุทธวิธีหนึ่งที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ 1 การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

กรณีที่ 1 หยิบสลากใบที่ 1 ได้สลากหมายเลข 0

หยิบสลากใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 2, 4, 6, 8, 10

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (0,2), (0,4), (0,6), (0,8), (0,10)

กรณีที่ 2 หยิบสลากใบที่ 1 ได้สลากหมายเลข 2

หยิบสลากใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 0, 4, 6, 8, 10

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (2,0), (2,4), (2,6), (2,8), (2,10)

กรณีที่ 3 หยิบสลากใบที่ 1 ได้สลากหมายเลข 6

หยิบสลากใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 0, 2, 4, 8, 10

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (6,0), (6,2), (6,4), (6,8), (6,10)

กรณีที่ 4 หยิบสลากใบที่ 1 ได้สลากหมายเลข 8

หยิบสลากใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 0, 2, 4, 6, 10

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น คือ (8,0), (8,2), (8,4), (8,6), (8,10)

กรณีที่ 5 หยิบสลากใบที่ 1 ได้สลากหมายเลข 10

หยิบสลากใบที่ 2 โอกาสที่จะหยิบได้บัตรหมายเลข 0, 2, 4, 6, 8

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น คือ (10,0), (10,2), (10,4), (10,6), (10,8)

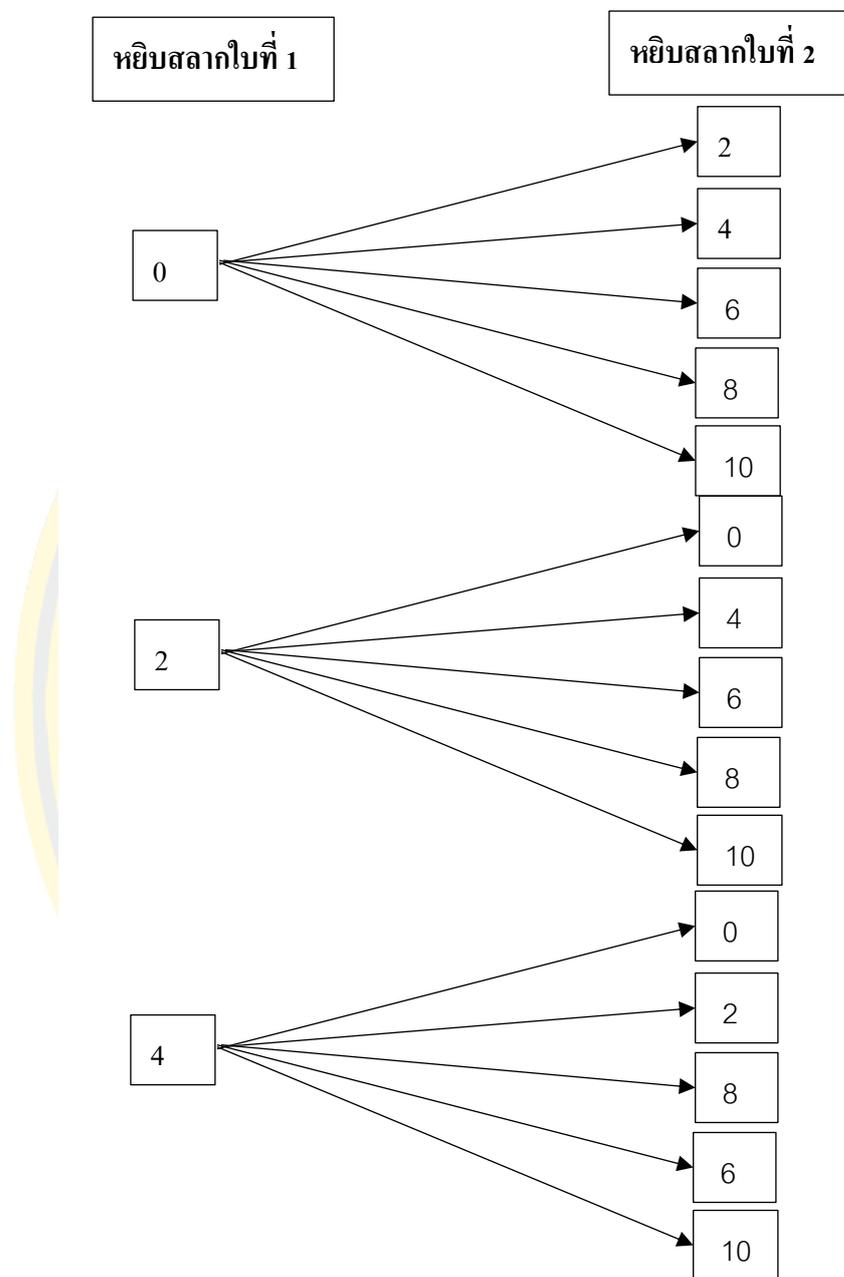
ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 30 แบบ คือ (0,2), (0,4), (0,6), (0,8), (0,10), (2,0), (2,4), (2,6), (2,8), (2,10), (4,0), (4,2), (4,6), (4,8), (4,10), (6,0), (6,2), (6,4), (6,8), (6,10), (8,0), (8,2), (8,4), (8,6), (8,10), (10,0), (10,2), (10,4), (10,6), (10,8)

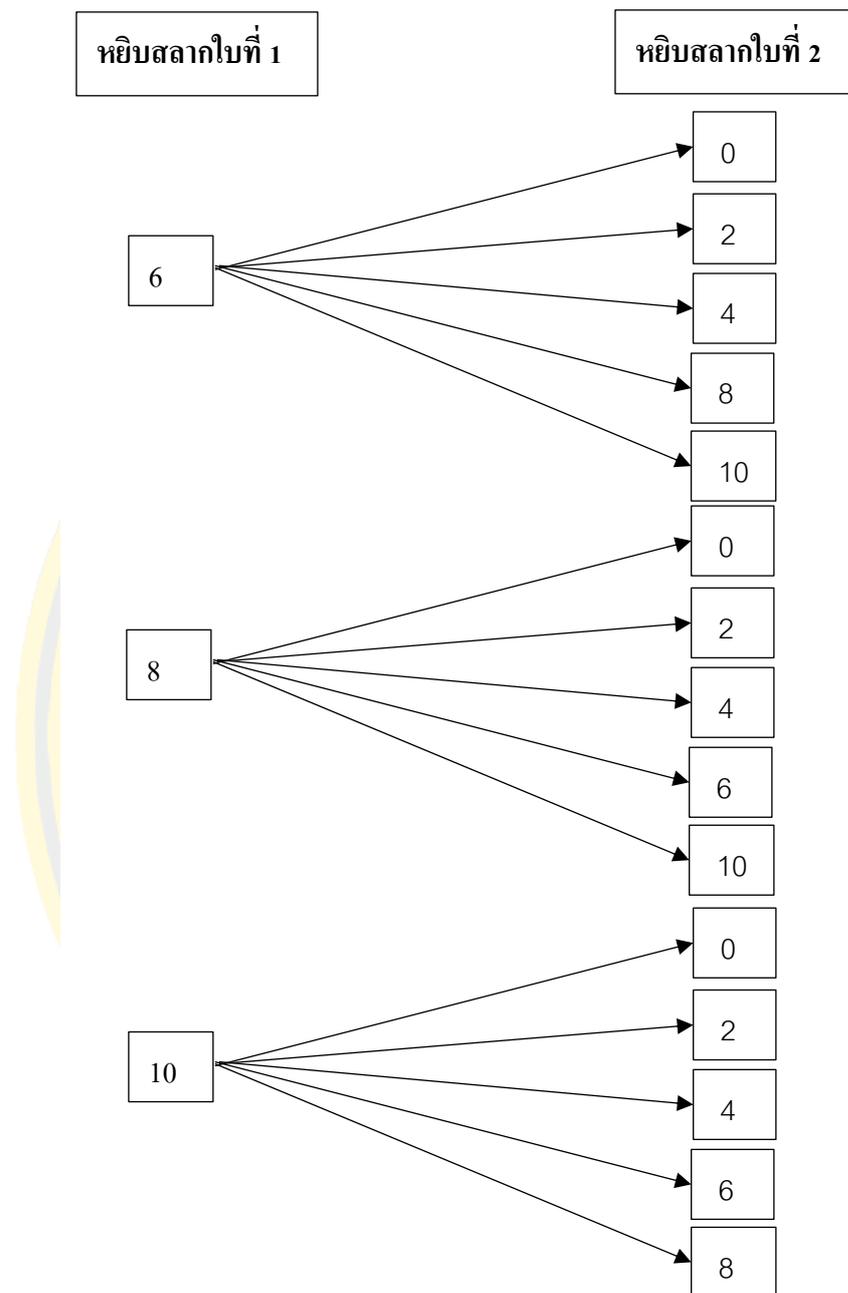
ยุทธวิธีที่ 2 การสร้างตาราง

หยิบสลากใบที่ 2 \n หยิบสลากใบที่ 1	0	2	4	6	8	10
0	-	(0, 2)	(0, 4)	(0, 6)	(0, 8)	(0,10)
2	(2, 0)	-	(2, 4)	(2, 6)	(2, 8)	(2,10)
4	(4, 0)	(4, 2)	-	(4, 6)	(4, 8)	(4,10)
6	(6, 0)	(6, 2)	(6, 4)	-	(6, 8)	(6,10)
8	(8, 0)	(8, 2)	(8, 4)	(8, 6)	-	(8,10)
10	(10,0)	(10,2)	(10,4)	(10,6)	(10,8)	-

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 30 แบบ คือ (0,2), (0,4), (0,6), (0,8), (0,10), (2,0), (2,4), (2,6), (2,8), (2,10), (4,0), (4,2), (4,6), (4,8), (4,10), (6,0), (6,2), (6,4), (6,8), (6,10), (8,0), (8,2), (8,4), (8,6), (8,10), (10,0), (10,2), (10,4), (10,6), (10,8)

ยุทธวิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพ





ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 30 แบบ คือ $(0,2)$, $(0,4)$, $(0,6)$, $(0,8)$, $(0,10)$, $(2,0)$, $(2,4)$, $(2,6)$, $(2,8)$, $(2,10)$, $(4,0)$, $(4,2)$, $(4,6)$, $(4,8)$, $(4,10)$, $(6,0)$, $(6,2)$, $(6,4)$, $(6,8)$, $(6,10)$, $(8,0)$, $(8,2)$, $(8,4)$, $(8,6)$, $(8,10)$, $(10,0)$, $(10,2)$, $(10,4)$, $(10,6)$, $(10,8)$

4. ชั้นสรุปคำตอบที่ได้

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 30 แบบ คือ $(0,2)$, $(0,4)$, $(0,6)$, $(0,8)$, $(0,10)$, $(2,0)$, $(2,4)$, $(2,6)$, $(2,8)$, $(2,10)$, $(4,0)$, $(4,2)$, $(4,6)$, $(4,8)$, $(4,10)$, $(6,0)$, $(6,2)$, $(6,4)$, $(6,8)$, $(6,10)$, $(8,0)$, $(8,2)$, $(8,4)$, $(8,6)$, $(8,10)$, $(10,0)$, $(10,2)$, $(10,4)$, $(10,6)$, $(10,8)$



ตัวอย่างใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง ความหมายของการทดลองสุ่ม

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละคนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

สถานการณ์	สามารถบอก ผลลัพธ์ที่อาจจะ เกิดขึ้นได้ทั้งหมด หรือไม่	ผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น ได้ทั้งหมดคือ	สามารถระบุแน่ชัดหรือไม่ว่า ในแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์ อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่ อาจเป็นไปได้
1). โยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง	ได้	ออกหัว หรือ ออกก้อย	ไม่ได้
2). หยิบลูกปิงปอง 2 ลูก จาก ถุงที่มีลูกปิงปอง 10 ลูกที่มี ขนาดและสีเดียวกัน โดยไม่ดู	ไม่ได้	ลูกปิงปองสีเดียวกัน และขนาดเดียวกัน ทั้งหมด 10 ลูก	ไม่ได้
3). กล่องทียบใบหนึ่งมีลูกบอล 3 ลูกขนาดเท่ากัน มี 3 สี คือ สี แดง, สีขาว และสีดำ นักเรียน หยิบขึ้นมา 1 ลูก	ไม่ได้	ได้ลูกปิงปองสีขาว ได้ลูกปิงปองสีแดง ได้ลูกปิงปองสีดำ	ไม่ได้
4). หยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่มืออยู่ 4 ใบ ซึ่งได้แก่ ไพ่ J, Q, K, A โดยหงายอยู่บนโต๊ะ	ไม่ได้	ได้ไพ่ J, Q, K, A	ไม่ได้
5). การจับฉลากรายชื่อผู้โชคดี 1 ท่าน จากฉลากผู้ที่เข้าร่วมชิง โชคทั้งหมด 100 ท่าน	ไม่ได้	จับได้ 1 คน ใน 100 คน	ไม่ได้
6). ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง	ไม่ได้	ได้แต้ม 1, 2, 3, 4, 5, 6	ไม่ได้
7). สุ่มหยิบสลาก 1 สลาก ที่มี หมายเลข 0 ถึง 9 ในกล่องทียบ	ไม่ได้	ได้สลากเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	ไม่ได้

จากตารางข้างต้น มีสถานการณ์ข้อใดบ้าง ที่สามารถบอกผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมด แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเป็นไปได้

ข้อ 1, ข้อ 2, ข้อ 5, ข้อ 6, ข้อ 7

ถ้าเราจะเรียกสถานการณ์เหล่านี้ว่าเป็น “การทดลองสุ่ม”

นักเรียนสรุปความหมายของการทดลองสุ่มได้ว่า ...สามารถบอกผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมด...แต่ไม่สามารถระบุแน่ชัดว่าในแต่ละครั้งจะเกิดผลลัพธ์อะไรจากผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่มทั้งหมด

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง การหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์แล้วตอบคำถามและแสดงวิธีทำโดยละเอียด

สถานการณ์ ขวดโหลทึบใบหนึ่ง มีบัตรอยู่ 5 ใบ แต่ละใบเขียนเลข 1-5 กำกับไว้ต้องการหยิบบัตร 2 ใบ โดยหยิบบัตรทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบบัตรที่สอง จงหาผลลัพธ์ทั้งหมด

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

บัตร 5 ใบ แต่ละใบเขียนเลข 1-5 สามารถหยิบบัตรได้ 2 ใบโดย
หยิบได้ทีละใบแล้วใส่คืนก่อนหยิบใบที่สอง

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ต้องการหาผลลัพธ์ทั้งหมด

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

การสุ่มแบบสุ่มซ้ำเป็นไปได้อย่างหมด การสร้างตาราง, การเขียนแผนภาพ

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

การสร้างตาราง

3. ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

ใช้การสร้างตารางในการหาผลลัพธ์ทั้งหมด ได้ดังนี้

หยิบที่ 2 ในที	1	2	3	4	5
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่องการสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลอง

คำชี้แจง ให้นักเรียนแต่ละคนสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่มขึ้นมาใหม่ แล้วตอบคำถามและ
ดำเนินการแก้ปัญหาให้ถูกต้องและครบถ้วน

สถานการณ์ปัญหา

สุ่มหยิบบัตร 2 ใบ จากกล่องที่มีบัตรตัวอักษร K, Q, J และ A อย่างละหนึ่งใบ
โดยหยิบบัตรที่ละใบและใส่ใส่คืน ก่อนหยิบบัตรที่สี่ อควมอดิศร์ที่ออกมา

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

สุ่มหยิบบัตร 2 ใบ จากกล่องที่มีบัตรตัวอักษร K, Q, J และ A อย่างละหนึ่งใบ
โดยหยิบบัตรที่ละใบและใส่ใส่คืน ก่อนหยิบบัตรที่สี่

- โจทย์ต้องการให้ทำอะไร

ผลคือที่ออกมา

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด, การสร้างตาราง, การเขียนแผนภาพ

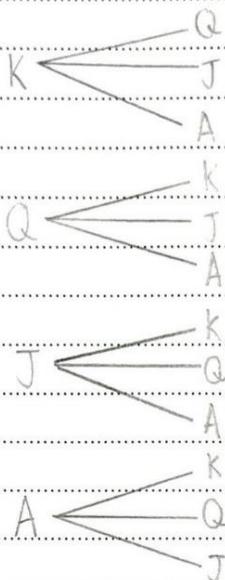
- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

การเขียนแผนภาพ



3. ขั้นตอนการแก้ปัญหา

บัตรคำใบ้ 1 บัตรคำใบ้ 1



4. ขั้นสรุปคำตอบที่ได้

เขียนคำศัพท์ที่ฉันชอบ 12 แบบ ไปได้แก่ (K,Q), (K,J), (K,A), (Q,K), (Q,J),
 (Q,A), (J,K), (J,Q), (J,A), (A,K),
 (A,Q), (A,J)

แบบฝึกหัดที่ 1 เรื่อง การทดลองสุ่ม

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วบอกว่าเป็นการทดลองสุ่มหรือไม่

พร้อมให้เหตุผล

1. การเดินทางไปโรงเรียน

ไม่ใช่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะในการเดินทางไม่สามารถบอกได้ว่าผลคืออะไรจะอย่างไร แต่รู้ค่าต้องไปเรียนทุกวัน

2. หยิบลูกบอล 1 ลูก จากขวดโหลที่มีลูกบอลสีแดง 10 ลูก

ใช่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะบอกได้ว่าผลคือสีของลูกบอลที่ได้คืออะไรบ้าง และสามารถระบุได้ว่าผลคือสีเป็นอย่างไร

3. จับสลาก 1 ใบ จาก 3 ใบในกล่องทึบ ซึ่งมีตัวเลข 1, 2 และ 3

ใช่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะบอกได้ว่าผลคือตัวเลขที่ออกมาเป็นไปได้อย่างไรบ้าง แต่ไม่สามารถระบุผลคือสีที่เกิดขึ้นได้

4. ดึงไฟ 2 ใบจากสำหรับ

ใช่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะบอกได้ว่าผลคือไฟที่ออกมาเป็นไปได้อย่างไรบ้าง แต่ไม่สามารถระบุได้

5. การเลือกชมภาพยนตร์

ไม่ใช่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะรู้ผลคือหนังและระยะเวลาผลคือหนังได้ดูแล้วว่าเราต้องทำอะไร

6. การหาผลคูณของจำนวน 2 จำนวน

ไม่ใช่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะรู้ผลคือผลคูณและระยะเวลาผลคือผลคูณได้ดูแล้วว่าคำตอบคืออะไร

7. การเลี้ยงเซียมซี

ใช่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะบอกได้ว่าผลคือตัวเลขที่ออกมาเป็นไปได้อย่างไรบ้าง แต่ไม่สามารถระบุได้

8. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง

ใช่เป็นการทดลองสุ่ม เพราะบอกได้ว่าผลคือตัวเลขที่ออกมาเป็นไปได้อย่างไรบ้าง แต่ไม่สามารถระบุผลคือตัวเลขที่เกิดขึ้นได้

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ที่กำหนดให้ พร้อมแสดงวิธีการหาคำตอบ

สถานการณ์ คู่หมอบีสลาก 2 ใบ จากกล่องที่มีสลากหมายเลข 0, 2, 4, 6, 8, 10 กำกับไว้ ซึ่งหมอบีสลากใบโดยไม่ได้คืนก่อนที่จะหมอบีสลากใบที่สอง จงหาผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

คู่หมอบีสลาก 2 ใบ จากกล่องที่มีสลากหมายเลข 0, 2, 4, 6, 8, 10 กำกับไว้ ซึ่งหมอบีสลากใบโดยไม่ได้คืนก่อนที่จะหมอบีสลากใบที่สอง

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

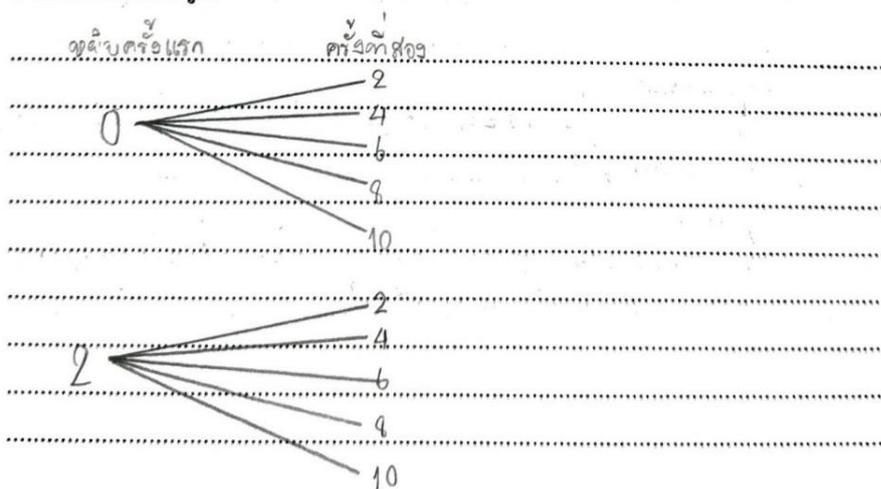
- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

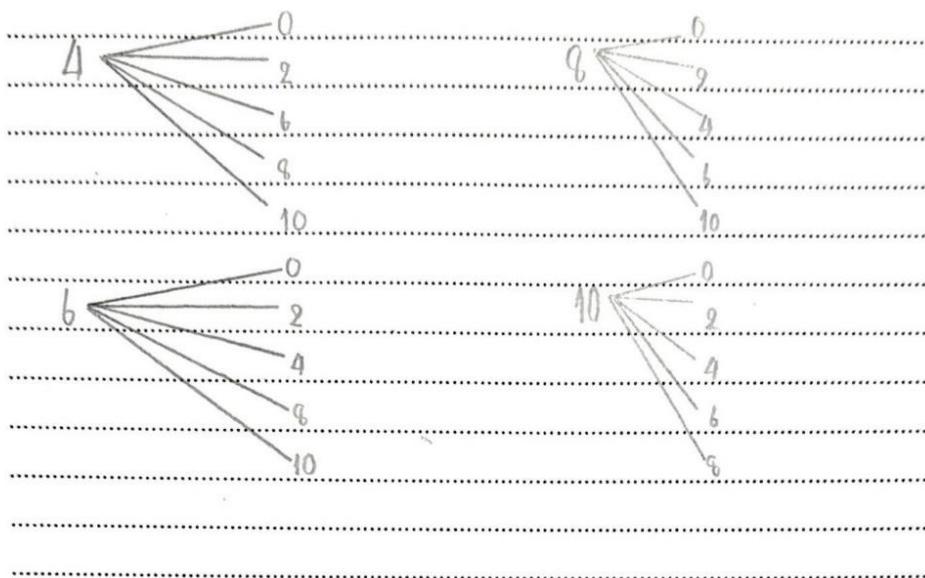
การแจกแจง กรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การเขียนแผนภาพ

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

การเขียนแผนภาพ

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา





4. จินตนาการคำตอบที่ได้

- มีผลลัพธ์ทั้งหมด 30 แบบ $\begin{matrix} 4 \\ 6 \end{matrix}$ ได้แก่ $(0,2), (0,4), (0,6), (0,8), (0,10),$
 $(2,0), (2,4), (2,6), (2,8), (2,10),$
 $(4,0), (4,2), (4,6), (4,8), (4,10),$
 $(6,0), (6,2), (6,4), (6,8), (6,10),$
 $(8,0), (8,2), (8,4), (8,6), (8,10),$
 $(10,0), (10,2), (10,4), (10,6), (10,8)$

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามและแสดงวิธีทำโดยละเอียด

ข้อที่ 1 ในการแข่งขันปิงปอง มีทั้งหมด 4 ประเทศ คือ ไทย จีน เกาหลี และญี่ปุ่น ต้องการจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดการแข่งขันนี้ได้อย่างไร

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

.....

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

.....

.....

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

ข้อที่ 2 มีบัตรอยู่ 4 ใบ ที่เขียนหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 กำกับไว้ นำมาสร้างเป็นจำนวน 2 หลัก จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ได้จำนวนเลข 2 หลักที่หารด้วย 3 ลงตัว

1. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

.....

2. ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

.....

.....

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

.....

.....

3. ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ชั้นสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

ข้อที่ 4 พลอยกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พลอยโยนเหรียญ 2 เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พลอย 3 บาท แต่ถ้าเหรียญ ออกเป็นอย่างอื่น พลอยต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท จงหาค่าคาดหมายของพลอยและบอกได้ว่าเพชร หรือพลอยจะได้เงินมากกว่ากัน

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

.....

.....

.....

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

.....

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

.....

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

.....

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ขั้นสรุปคำตอบที่ได้

.....

.....

เฉลยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนตอบคำถามและแสดงวิธีทำโดยละเอียด

ข้อที่ 1 ในการแข่งขันปิงปอง มีทั้งหมด 4 ประเทศ คือ ไทย จีน เกาหลี และญี่ปุ่น ต้องการจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดการแข่งขันนี้ได้อย่างไร

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง ในการแข่งขันปิงปอง มีทั้งหมด 4 ประเทศ คือ ไทย จีน เกาหลี และญี่ปุ่น

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ต้องการจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดการแข่งขันนี้ได้อย่างไร

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรืออาจใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ หรือยุทธวิธีการสร้างตาราง

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ เนื่องจาก ทำให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลและหาคำตอบได้ง่าย ไม่ซับซ้อน (นักเรียนอาจจะตอบยุทธวิธีอื่น ๆ)

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

หมายเหตุ นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีใดยุทธวิธีหนึ่งที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ 1 การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

กรณีที่ 1 จัดการแข่งขันปิงปอง ไทย อาจจะพบกับ จีน เกาหลี และญี่ปุ่น

ดังนั้น จัดการแข่งขันได้ทั้งหมด คือ (ไทย, จีน), (ไทย, เกาหลี), (ไทย, ญี่ปุ่น)

กรณีที่ 2 จัดการแข่งขันปิงปอง จีน อาจจะพบกับ เกาหลี และญี่ปุ่น

ดังนั้น จัดการแข่งขันได้ทั้งหมด คือ (จีน, เกาหลี), (จีน, ญี่ปุ่น)

กรณีที่ 3 จัดการแข่งขันปิงปอง เกาหลี อาจจะพบกับ ญี่ปุ่น

ดังนั้น จัดการแข่งขันได้ทั้งหมด คือ (เกาหลี, ญี่ปุ่น)

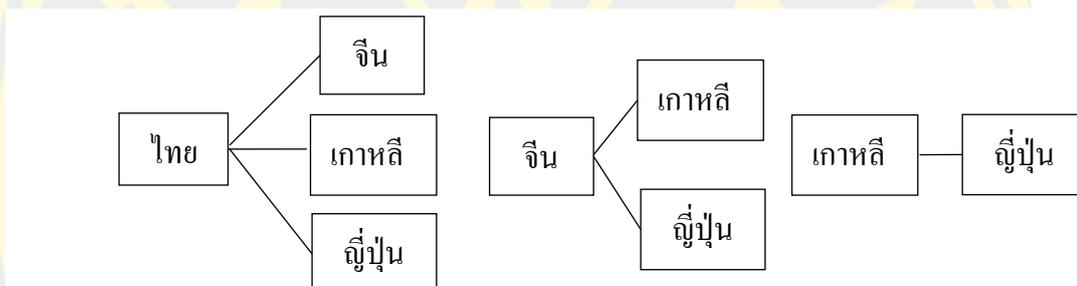
ดังนั้น ต้องการจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดการแข่งขันได้ทั้งหมด มี 6 แบบ คือ (ไทย, จีน), (ไทย, เกาหลี), (ไทย, ญี่ปุ่น), (จีน, เกาหลี), (จีน, ญี่ปุ่น), (เกาหลี, ญี่ปุ่น)

ยุทธวิธีที่ 2 การสร้างตาราง

	ไทย	จีน	เกาหลี	ญี่ปุ่น
ไทย	-	จีน	เกาหลี	ญี่ปุ่น
จีน	-	-	เกาหลี	ญี่ปุ่น
เกาหลี	-	-	-	ญี่ปุ่น
ญี่ปุ่น	-	-	-	-

ดังนั้น ต้องการจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดการแข่งขันได้ทั้งหมด มี 6 แบบ คือ (ไทย, จีน), (ไทย, เกาหลี), (ไทย, ญี่ปุ่น), (จีน, เกาหลี), (จีน, ญี่ปุ่น), (เกาหลี, ญี่ปุ่น)

ยุทธวิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพ



ดังนั้น ต้องการจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดการแข่งขันได้ทั้งหมด มี 6 แบบ คือ (ไทย, จีน), (ไทย, เกาหลี), (ไทย, ญี่ปุ่น), (จีน, เกาหลี), (จีน, ญี่ปุ่น), (เกาหลี, ญี่ปุ่น)

4.ขั้นสรุปคำตอบที่ได้

ดังนั้น ต้องการจัดการแข่งขันแบบพบกันหมด จะจัดการแข่งขันได้ทั้งหมด มี 6 แบบ คือ (ไทย, จีน), (ไทย, เกาหลี), (ไทย, ญี่ปุ่น), (จีน, เกาหลี), (จีน, ญี่ปุ่น), (เกาหลี, ญี่ปุ่น)

ข้อที่ 2 มีบัตรอยู่ 4 ใบ ที่เขียนหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 กำกับไว้ นำมาสร้างเป็นจำนวน 2 หลัก จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ได้จำนวน 2 หลักที่หารด้วย 3 ลงตัว

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

มีบัตรอยู่ 4 ใบ ที่เขียนหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 กำกับไว้ นำมาสร้างเป็นจำนวน 2 หลัก

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

จงหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ได้จำนวน 2 หลักที่หารด้วย 3 ลงตัว

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรืออาจใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ หรืออาจใช้ยุทธวิธี การสร้างตาราง

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีการสร้างตาราง เนื่องจาก ข้อมูลที่ได้จากโจทย์มีจำนวนมาก ดังนั้นการใช้ยุทธวิธีการสร้างตาราง จึงเหมาะสมและง่ายกว่ายุทธวิธีอื่น ๆ (นักเรียนอาจจะตอบยุทธวิธีอื่น)

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

หมายเหตุ นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีใดยุทธวิธีหนึ่งที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ 1 การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

กรณีที่ 1 สร้างเลขโดดหลักสิบ เป็นเลข 1

เลขโดดหลักหน่วย คือ เลข 1, 2, 3, 4

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4)

กรณีที่ 2 สร้างเลขโดดหลักสิบ เป็นเลข 2

เลขโดดหลักหน่วยที่ไม่ซ้ำกัน คือ เลข 1, 2, 3, 4

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ (2,1), (2,2), (1,3), (1,4)

กรณีที่ 3 สร้างเลขโดดหลักสิบ เป็นเลข 3

เลขโดดหลักหน่วยที่ไม่ซ้ำกัน คือ เลข 1, 2, 3, 4

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ $(3,1), (3,2), (3,3), (3,4)$

กรณีที่ 4 สร้างเลขโดดหลักสิบ เป็นเลข 4

เลขโดดหลักหน่วยที่ไม่ซ้ำกัน คือ เลข 1,2, 3, 4

ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้น คือ $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4)$

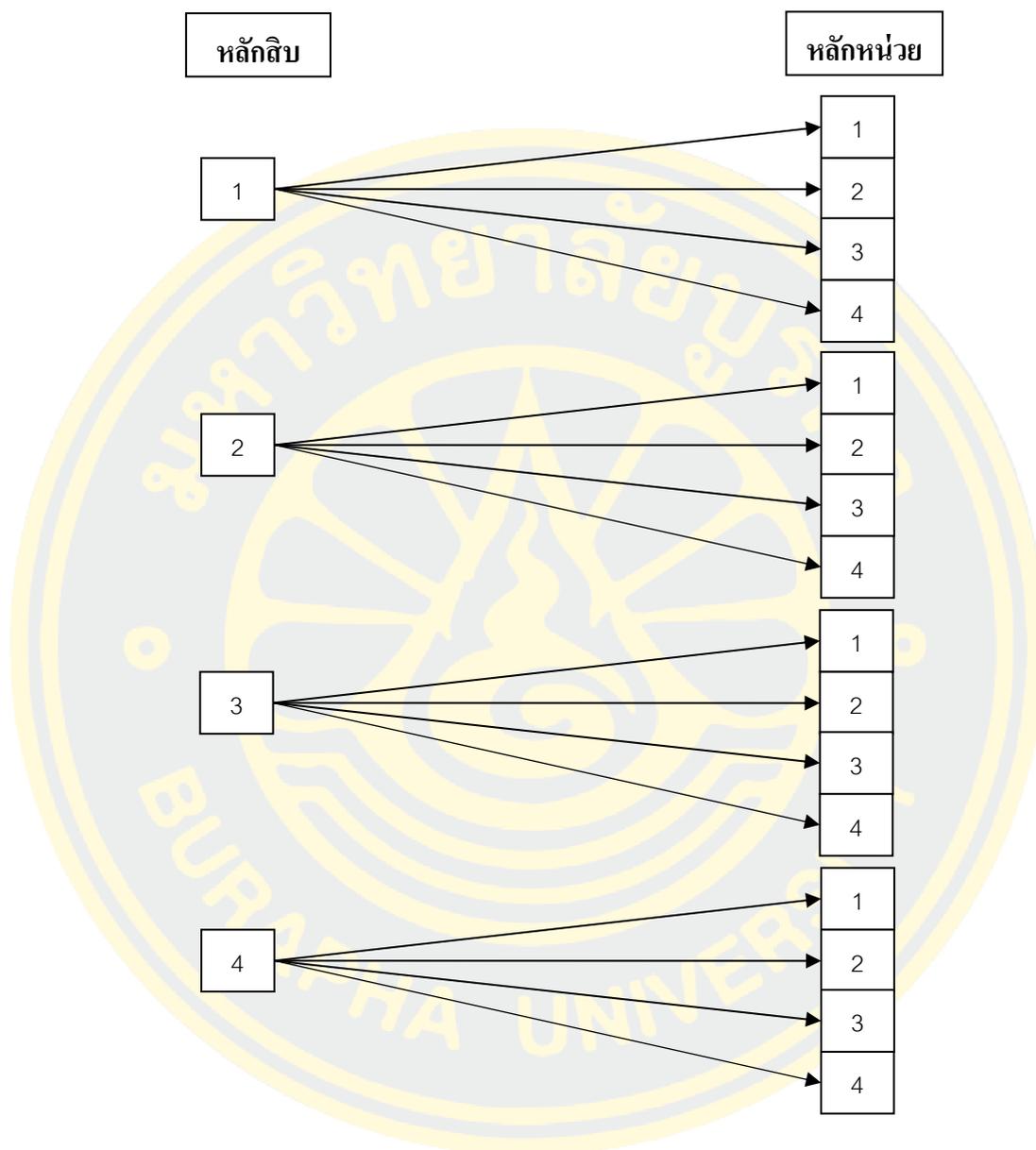
ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 16 แบบ คือ $(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (1,3), (1,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)$

ยุทธวิธีที่ 2 การสร้างตาราง

หลัก หน่วย หลักสิบ	1	2	3	4
1	$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$
2	$(2,1)$	$(2,2)$	$(2,3)$	$(2,4)$
3	$(3,1)$	$(3,2)$	$(3,3)$	$(3,4)$
4	$(4,1)$	$(4,2)$	$(4,3)$	$(4,4)$

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 16 แบบ คือ $(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (1,3), (1,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)$

ยุทธวิธีที่ 3 การเขียนภาพหรือแผนภาพ



ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 16 แบบ คือ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (1,3), (1,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)

4. ขั้นสรุปคำตอบที่ได้

ดังนั้น ผลลัพธ์ของเหตุการณ์ที่ได้จำนวน 2 หลักที่หารด้วย 3 ลงตัว มี 4 แบบ คือ (1,2), (2,1), (3,3), (4,2)

ข้อที่ 3 มีนักเรียนห้องหนึ่งต้องการคัดเลือกตัวแทนนักเรียน 2 คน จากนักเรียนที่มาสมัคร 5 คน คือนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 3 คน โดยทำการสุ่มหยิบสลากรายชื่อขึ้นมา 2 คนพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวแทนนักเรียนที่เป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

มีนักเรียนห้องหนึ่งต้องการคัดเลือกตัวแทนนักเรียน 2 คน จากนักเรียนที่มาสมัคร 5 คน คือนักเรียนชาย 2 คน และนักเรียนหญิง 3 คน โดยทำการสุ่มหยิบสลากรายชื่อขึ้นมา 2 คนพร้อมกัน

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวแทนนักเรียนที่เป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรืออาจใช้ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ เนื่องจาก ทำให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลและหาคำตอบได้ง่าย ไม่ซับซ้อน (นักเรียนอาจจะตอบยุทธวิธีอื่น ๆ)

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

หมายเหตุ นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีใดยุทธวิธีหนึ่งที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

กำหนดให้ ช1 , ช2 แทน นักเรียนชายคนที่ 1 และคนที่ 2

ญ1 , ญ2, ญ3 แทน นักเรียนหญิงคนที่ 1 คนที่ 2 และคนที่ 3

ยุทธวิธีที่ 1 การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

กรณีที่ 1 สุ่มหยิบสลากได้นักเรียน ช1

โอกาสที่จะได้ตัวแทนนักเรียนอีกคนพร้อมกัน คือ ช2, ญ1 , ญ2, ญ3

จะได้ ตัวแทนนักเรียน 2 คน คือ (ช1,ช2), (ช1,ญ1), (ช1,ญ2), (ช1,ญ3)

กรณีที่ 2 สุ่มหยิบสลากได้นักเรียน ช2

โอกาสที่จะได้ตัวแทนนักเรียนอีกคนพร้อมกัน คือ ญ1 , ญ2, ญ3

จะได้ ตัวแทนนักเรียน 2 คน คือ (ช2,ญ1), (ช2,ญ2), (ช2,ญ3)

กรณีที่ 3 สุ่มหยิบสลากได้นักเรียน ญ1

โอกาสที่จะได้ตัวแทนนักเรียนอีกคนพร้อมกัน คือ ญ2, ญ3

จะได้ ตัวแทนนักเรียน 2 คน คือ (ญ1,ญ2), (ญ1,ญ3)

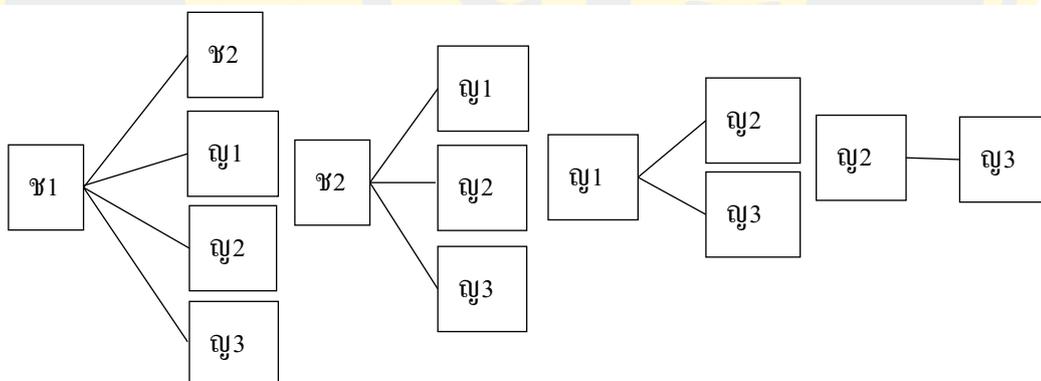
กรณีที่ 4 สุ่มหยิบสลากได้นักเรียน ญ2

โอกาสที่จะได้ตัวแทนนักเรียนอีกคนพร้อมกัน คือ ญ3

จะได้ ตัวแทนนักเรียน 2 คน คือ (ญ2,ญ3)

ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 10 แบบ คือ (ช1,ช2), (ช1,ญ1), (ช1,ญ2), (ช1,ญ3), (ช2,ญ1), (ช2,ญ2), (ช2,ญ3), (ญ1,ญ2), (ญ1,ญ3), (ญ2,ญ3)

ยุทธวิธีที่ 2 การเขียนภาพหรือแผนภาพ



ดังนั้น ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นจากการทดลองสุ่ม มี 10 แบบ คือ (ช1,ช2), (ช1,ญ1), (ช1,ญ2), (ช1,ญ3), (ช2,ญ1), (ช2,ญ2), (ช2,ญ3), (ญ1,ญ2), (ญ1,ญ3), (ญ2,ญ3)

จะได้ เหตุการณ์ที่ได้ตัวแทนนักเรียนที่เป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน มี 6 แบบ คือ (ช1,ญ1), (ช1,ญ2), (ช1,ญ3), (ช2,ญ1), (ช2,ญ2), (ช2,ญ3)

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวแทนนักเรียนที่เป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์} = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดจากการทดลองสุ่ม}}$$

$$= \frac{6}{10}$$
$$= \frac{3}{5}$$

4. ชั้นสรุปคำตอบที่ได้

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวแทนนักเรียนที่เป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน เท่ากับ $\frac{3}{5}$



ข้อที่ 4 พलयกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พलयโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พलय 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พलयต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท จงหาค่าคาดหมายของพलयและบอกได้ว่าเพชรหรือพलयจะได้เงินมากกว่ากัน

1. ขั้นตอนทำความเข้าใจปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

พलयกับเพชรเล่นเกมสโตนเหรียญกัน โดยมีกติกา ดังนี้ ให้พलयโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อมกัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พलय 3 บาท แต่ถ้าเหรียญออกเป็นอย่างอื่น พलयต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

จงหาค่าคาดหมายของพलयและบอกได้ว่าเพชรหรือพलयจะได้เงินมากกว่ากัน

2. ขั้นตอนวางแผนแก้ปัญหา

- มียุทธวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาได้

ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด หรือยุทธวิธีการเขียนภาพหรือแผนภาพ หรือยุทธวิธีการสร้างตาราง

- ยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เนื่องจากการเขียนแจกแจงแบ่งเป็นกรณีที่เกิดขึ้นทั้งหมด ทำให้ได้ข้อมูลหรือคำตอบที่ครอบคลุมและครบถ้วน (นักเรียนอาจจะตอบยุทธวิธีอื่น ๆ)

3. ขั้นตอนดำเนินการแก้ปัญหา

หมายเหตุ นักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีใดยุทธวิธีหนึ่งที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

ยุทธวิธีที่ 1 การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

กรณีที่ 1 เหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่ แล้วเพชรจะจ่ายเงินให้พलय 3 บาท

ดังนั้น พलयได้เงิน 3 บาท เขียนแทน +3

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งคู่ เป็น $\frac{1}{4}$

กรณีที่ 2 เหรียญออกเป็นอย่างอื่น พलयต้องจ่ายเงินให้เพชร 1 บาท

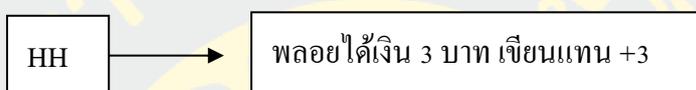
ดังนั้น พलयเสียเงิน 1 บาท เขียนแทน -1

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกเป็นอย่างอื่น เป็น $\frac{3}{4}$

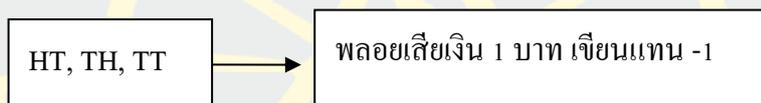
ดังนั้น ค่าคาดหวัง = (ผลตอบแทนที่ได้ \times ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งสาม เหรียญ)

$$\begin{aligned} &+ (\text{ผลตอบแทนที่เสีย} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกอย่างอื่น}) \\ &= \left(3 \times \frac{1}{4}\right) + \left(-1 \times \frac{3}{4}\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ยุทธวิธีที่ 2 การเขียนภาพหรือแผนภาพ



ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งคู่ เป็น $\frac{1}{4}$



ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกเป็นอย่างอื่น เป็น $\frac{3}{4}$

ดังนั้น ค่าคาดหวัง = (ผลตอบแทนที่ได้ \times ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งสาม เหรียญ)

$$\begin{aligned} &+ (\text{ผลตอบแทนที่เสีย} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกอย่างอื่น}) \\ &= \left(3 \times \frac{1}{4}\right) + \left(-1 \times \frac{3}{4}\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

ยุทธวิธีที่ 3 การสร้างตาราง

เหตุการณ์	ผลตอบแทน	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์
เหรียญที่โยนออกหัวทั้งคู่	ผลอยได้เงิน 3 บาท เขียนแทน +3	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งคู่ เป็น $\frac{1}{4}$
เหรียญออกเป็นอย่างอื่น	ผลอยเสียเงิน 1 บาท เขียนแทน -1	ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกเป็นอย่างอื่น เป็น $\frac{3}{4}$

ดังนั้น ค่าคาดหวัง = (ผลตอบแทนที่ได้ \times ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวทั้งสาม เหรียญ)

$$\begin{aligned} &+ (\text{ผลตอบแทนที่เสีย} \times \text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เหรียญออกอย่างอื่น}) \\ &= \left(3 \times \frac{1}{4}\right) + \left(-1 \times \frac{3}{4}\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

4. ขั้นสรุปคำตอบที่ได้

ดังนั้น ค่าคาดหวังของพลอย เท่ากับ 0 เพชรและพลอยจะได้เงินเท่ากัน



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 20 ข้อ

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. การกระทำในข้อใดเป็นการทดลองสุ่ม
 - ก. แมมีเงิน 100 บาท แบ่งเงินให้ลูก 4 คน ๆ ละเท่า ๆ กัน
 - ข. หยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่สำหรับหนึ่ง โดยเลือกหยิบไพ่ A โปกแดง
 - ค. การจับสลากแบ่งสายการแข่งขันฟุตบอล
 - ง. หลับตาหยิบลูกอม 1 เม็ดจากถุงใบหนึ่ง ที่มีลูกอม 5 เม็ดที่มีรสชาติเดียวกัน
2. ข้อใดเป็นจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทอยลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง
 - ก. 6
 - ข. 12
 - ค. 24
 - ง. 36
3. ผลลัพธ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการโยนเหรียญ 3 เหรียญ 1 ครั้ง ตรงกับข้อใด (กำหนด ให้ H = ออกหัว , T = ออกก้อย)
 - ก. (HHH), (TTT)
 - ข. (HHH), (HHT), (HTT), (TTT)
 - ค. (HHH), (HHT), (HTH), (TTH), (THT), (TTT)
 - ง. (HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (TTH), (THT), (TTT)
4. กล่องใบหนึ่งมีบัตรอยู่ 4 ใบ คือ บัตรสีดำ สีเทา สีฟ้า และสีขาว บัตรแต่ละใบมีขนาดเท่ากัน สุ่มหยิบบัตรขึ้นมา 2 ใบพร้อมกัน ผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการทดลอง ตรงกับข้อใด
 - ก. (ดำ,เทา), (ดำ,ฟ้า), (ดำ,ขาว)
 - ข. (ดำ,เทา), (ดำ,ฟ้า), (ดำ,ขาว), (เทา,ดำ), (ฟ้า,ดำ), (ขาว,ดำ), (ฟ้า,ขาว), (ขาว,ฟ้า)
 - ค. (ดำ,เทา), (ดำ,ฟ้า), (ดำ,ขาว), (เทา,ฟ้า), (เทา,ขาว), (ฟ้า,ขาว)
 - ง. (ดำ,เทา), (ดำ,ฟ้า), (ดำ,ขาว), (เทา,ฟ้า), (เทา,ขาว), (ฟ้า,ขาว), (ดำ,ดำ), (เทา,เทา), (ฟ้า,ฟ้า), (ขาว,ขาว)
5. จากการสอบถามครอบครัวที่มีบุตร 3 คน ผลลัพธ์ทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นมีกี่แบบ
 - ก. 4 แบบ
 - ข. 6 แบบ
 - ค. 8 แบบ
 - ง. 10 แบบ

13. ถ้ากำหนดให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นอย่างแน่นอน หรือเกิดขึ้น 100% ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถึงความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้ถูกต้อง

ก. $P(E) = 0$

ข. $P(E) = 1$

ค. $0 < P(E) < 1$

ง. $0 \leq P(E) \leq 1$

14. สุ่มหยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่ 1 สำรับ ความน่าจะเป็นที่จะได้ไพ่ดอกจิก เป็นเท่าใด

ก. $\frac{1}{4}$

ข. $\frac{1}{13}$

ค. $\frac{1}{26}$

ง. $\frac{1}{52}$

15. มีสลากหมายเลข 1 ถึง 5 กำกับไว้ โดยไม่ซ้ำกัน ม้วนใส่ในกล่อง กลับตาหยิบขึ้นมา 2 ใบพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่จะได้สลากทั้ง 2 ใบ เป็นจำนวนคู่ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{2}{25}$

ข. $\frac{1}{20}$

ค. $\frac{1}{10}$

ง. $\frac{3}{10}$

16. ในบ่อปลา มีปลาอยู่ 100 ตัว เป็นปลาทอง 19 ตัว ที่เหลือเป็นปลาหางนกยูง จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มตักปลาขึ้นมา 1 ตัวแล้วเป็นปลาหางนกยูง

ก. 0.18

ข. 0.19

ค. 0.81

ง. 0.91

17. ในการสุ่มหยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ ความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่หน้า 9 เท่ากับ $\frac{4}{52}$ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่อย่างอื่น ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{1}{52}$

ข. $\frac{1}{26}$

ค. $\frac{1}{13}$

ง. $\frac{12}{13}$

18. ถ้าต้องการถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว แน่แน่นอนจะต้องทำอะไร

ก. ซื้อสลากเลขท้าย ที่มีตัวเลขทั้งสองหลักเหมือนกัน

ข. ซื้อสลากเลขท้ายตามถูกรูให้ห่วยจำนวน 100 ใบ

ค. ซื้อสลากเลขท้ายตั้งแต่ 00-99 จำนวน 100 ใบ

ง. เหตุการณ์นี้เป็นไปไม่ได้

19. โบว์ชวนเพื่อน ๆ มาเล่นหอยทงคำโดยขายสลากแบบสองตัวหมายเลขละ 100 บาท มีรางวัลเป็นทองคำราคา 4,500 บาท โบว์ได้ซื้อสลากไว้หนึ่งหมายเลข ค่าคาดหมายเท่ากับเท่าใด

ก. ค่าคาดหมายที่จะได้เงิน 55 บาท แต่โบว์เสียเปรียบผู้ขาย 45 บาท

ข. ค่าคาดหมายที่จะได้เงิน 45 บาท แต่โบว์เสียเปรียบผู้ขาย 55 บาท

ค. ค่าคาดหมายที่จะได้เงิน 35 บาท แต่โบว์เสียเปรียบผู้ขาย 65 บาท

ง. ค่าคาดหมายที่จะได้เงิน 25 บาท แต่โบว์เสียเปรียบผู้ขาย 75 บาท

20. สุ่มไฟ 1 ใบ จากไฟ 1 สำหรับ ถ้าได้ 5 โพลแดง จะได้เงิน 100 บาท ถ้าได้ไฟใบอื่นจะต้องเสียเงิน 2 บาท ค่าคาดหมายเท่ากับเท่าใด

ก. $\frac{1}{26}$

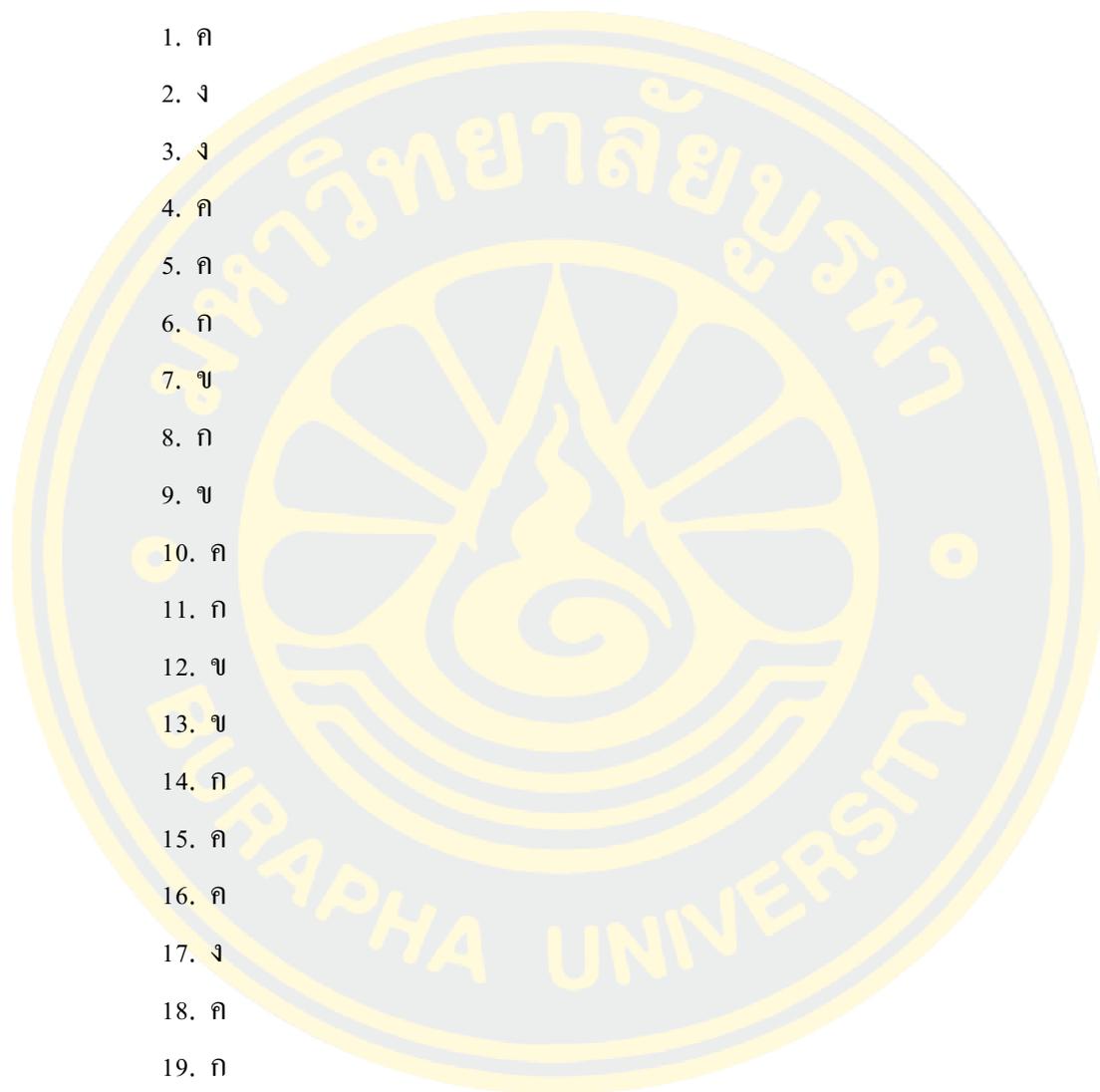
ข. $\frac{-1}{26}$

ค. $\frac{1}{52}$

ง. $\frac{-1}{52}$

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 20 ข้อ

1. ค
2. ง
3. ง
4. ค
5. ค
6. ก
7. ข
8. ก
9. ข
10. ค
11. ก
12. ข
13. ข
14. ก
15. ค
16. ค
17. ง
18. ค
19. ก
20. ข



ภาคผนวก ค

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

- ผลการประเมินความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบ
ฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด
- ผลการประเมินความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของเครื่องมือที่ใช้
ในการวิจัย
- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
- คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้น
การคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น แสดงดังตารางที่ 19 – 23

ตารางที่ 19 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ ผู้เชี่ยวชาญ					\bar{X}	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	4	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	4	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
1. ขั้นพิจารณาปัญหา	4	3	5	5	5	4.40	0.45	เหมาะสมมาก
2. ขั้นวางแผน	5	3	5	5	4	4.40	0.45	เหมาะสมมาก
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	5	4	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. ขั้นสะท้อนปัญหาและประเมิน	4	4	4	5	5	4.40	0.45	เหมาะสมมาก
5. ขั้นสร้างปัญหาใหม่	4	5	5	5	5	4.40	0.45	เหมาะสมมาก
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
	คะแนนเฉลี่ย					4.68	0.34	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 19 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.68 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.34 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 20 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ					\bar{X}	S	การแปลผล
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
1. ขึ้นพิจารณาปัญหา	4	3	5	5	5	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
2. ขึ้นวางแผน	5	4	4	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
3. ขึ้นดำเนินการแก้ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. ขึ้นสะท้อนปัญหาและประเมิน	4	4	5	4	5	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
5. ขึ้นสร้างปัญหาใหม่	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
	คะแนนเฉลี่ย					4.35	0.43	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 20 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 ที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.35 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.43 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
 ที่สุด

ตารางที่ 21 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ					\bar{X}	S	การแปลผล
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	4	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	4	3	5	5	5	4.40	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	4	4	4	5	4.40	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
1. ขึ้นพิจารณาปัญหา	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมาก
2. ขึ้นวางแผน	3	4	5	5	5	4.40	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
3. ขึ้นดำเนินการแก้ปัญหา	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
4. ขึ้นสะท้อนปัญหาและประเมิน	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมาก
5. ขึ้นสร้างปัญหาใหม่	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
	คะแนนเฉลี่ย					4.69	0.38	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 21 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.69 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.38 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
ที่สุด

ตารางที่ 22 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ					\bar{x}	S	การแปลผล
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
1. ขั้นพิจารณาปัญหา	4	3	5	5	5	4.40	0.45	เหมาะสมมาก
2. ขั้นวางแผน	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	5	3	5	5	4	4.40	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. ขั้นสะท้อนปัญหาและประเมิน	4	4	5	5	4	4.40	0.45	เหมาะสมมาก
5. ขั้นสร้างปัญหาใหม่	4	5	4	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.8	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
	คะแนนเฉลี่ย					4.68	0.42	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 22 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 คณิตศาสตร์ โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 ที่ 4 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.68 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.42 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมาก
 ที่สุด

ตารางที่ 23 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

แผนการจัดการเรียนรู้	คะแนนเฉลี่ย	S	การแปลผล
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	4.68	0.34	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	4.35	0.43	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	4.69	0.38	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	4.68	0.42	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย	4.60	0.39	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 23 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด ทั้ง 4 แผน มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.60 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.39 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น แสดงดังตารางที่ 24

ตารางที่ 24 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตารางที่ 24 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	0	+1	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ผลของค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น แสดงดังตารางที่ 25

ตารางที่ 25 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ผลการพิจารณา
1	0.67	0.49	นำไปใช้
2	0.43	0.16	ไม่นำไปใช้
4	0.84	0.2	ไม่นำไปใช้
5	0.64	0.42	นำไปใช้
6	0.80	0.14	ไม่นำไปใช้
7	0.44	0.19	ไม่นำไปใช้
8	0.66	0.24	นำไปใช้

จากตารางที่ 25 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 4 ข้อ จากทั้งหมด 8 ข้อ ซึ่งมีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ .62 - .67 และ ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .24 - .49 จากนั้นนำข้อสอบที่คัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4}{4-1} \left[1 - \frac{7.54}{19.14} \right] \\
 &= 1.33(.61) \\
 &= .81
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เท่ากับ .81

ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง
ความน่าจะเป็น แสดงดังตารางที่ 26

ตารางที่ 26 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC	ผลการ วิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
11	0	+1	0	+1	+1	0.6	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	0	+1	0.8	ใช้ได้
14	0	+1	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้

ตารางที่ 26 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC	ผลการ วิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
15	+1	0	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
20	+1	0	+1	+1	0	0.6	ใช้ได้
21	0	+1	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
22	-1	+1	+1	+1	+1	0.6	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
24	0	+1	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
26	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
27	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
28	0	+1	0	+1	+1	0.6	ใช้ได้
29	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
31	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
32	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
33	0	+1	0	+1	+1	0.6	ใช้ได้
34	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
35	+1	0	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
36	+1	+1	+1	+1	0	0.8	ใช้ได้
37	0	+1	0	+1	+1	0.6	ใช้ได้
38	+1	+1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
39	0	+1	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
40	+1	+1	0	+1	0	0.6	ใช้ได้

ผลของค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น แสดงดังตารางที่ 27

ตารางที่ 27 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ผลการพิจารณา
1	0.78	0.35	นำไปใช้
2	0.88	0.15	ไม่นำไปใช้
3	0.63	0.05	ไม่นำไปใช้
4	0.73	0.25	นำไปใช้
5	0.68	0.05	ไม่นำไปใช้
6	0.68	0.35	นำไปใช้
7	0.68	0.05	ไม่นำไปใช้
8	0.80	0.40	นำไปใช้
9	0.50	0.30	นำไปใช้
10	0.75	0.10	ไม่นำไปใช้
11	0.68	0.25	นำไปใช้
12	0.70	0.10	ไม่นำไปใช้
13	0.35	0.10	ไม่นำไปใช้
14	0.75	0.30	นำไปใช้
15	0.70	0.30	นำไปใช้
16	0.90	0.10	ไม่นำไปใช้
17	0.68	0.35	นำไปใช้
18	0.90	0.20	ไม่นำไปใช้
19	0.90	0.20	ไม่นำไปใช้
20	0.60	0.20	นำไปใช้
21	0.63	0.25	นำไปใช้

ตารางที่ 27 (ต่อ)

ข้อที่	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ผลการพิจารณา
22	0.93	0.05	ไม่นำไปใช้
23	0.68	0.25	นำไปใช้
24	0.80	0.10	ไม่นำไปใช้
25	0.58	0.05	ไม่นำไปใช้
26	0.78	0.35	นำไปใช้
27	0.50	0.40	นำไปใช้
28	0.38	0.25	ไม่นำไปใช้
29	0.63	0.25	นำไปใช้
30	0.38	0.20	ไม่นำไปใช้
31	0.78	0.05	ไม่นำไปใช้
32	0.65	0.30	นำไปใช้
33	0.60	0.50	นำไปใช้
34	0.83	0.35	ไม่นำไปใช้
35	0.70	0.60	นำไปใช้
36	0.78	0.15	ไม่นำไปใช้
37	0.55	0.50	นำไปใช้
38	0.58	0.25	ไม่นำไปใช้
39	0.35	0.20	ไม่นำไปใช้
40	0.58	0.45	นำไปใช้

จากตารางที่ 27 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 20 ข้อ จากทั้งหมด 40 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .50 - .80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .20 - .60 จากนั้นนำข้อสอบที่คัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 r_{tt} &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_t^2} \right] \\
 &= \frac{20}{20-1} \left[1 - \frac{4.36}{17.8} \right] \\
 &= 1.05(.76) \\
 &= .79
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เท่ากับ .79

คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด แสดงดังตารางที่ 28

ตารางที่ 28 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)
1	25
2	25
3	25
4	24
5	21
6	26
7	22
8	22
9	23
10	25

ตารางที่ 28 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)
11	27
12	24
13	28
14	25
15	19
16	26
17	17
18	23
19	26
20	24
21	16
22	19
23	23
24	19
25	18
26	24
27	17
28	27
29	20
30	28
31	21
32	24
33	23
34	33
35	28

ตารางที่ 28 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 28 คะแนน)
36	21
37	22
38	27
คะแนนรวม	876
คะแนนเฉลี่ย	23.05 (คิดเป็นร้อยละ 19.6 ของคะแนนเต็ม)

คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด คะแนนเต็ม 20 คะแนน โดยมีผลคะแนน ดังตารางที่ 29

ตารางที่ 29 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นการคิดแบบฮิวริสติกส์ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)
1	19
2	17
3	15
4	15
5	12
6	14
7	17
8	15
9	15
10	14

ตารางที่ 29 (ต่อ)

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)
11	14
12	14
13	17
14	12
15	14
16	12
17	14
18	15
19	15
20	16
21	15
22	15
23	16
24	15
25	17
26	15
27	14
28	18
29	16
30	15
31	16
32	15
33	15
34	17
35	19

ตารางที่ 29 (ต่อ)

คนที่	คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)
36	16
37	15
38	16
คะแนนรวม	581
คะแนนเฉลี่ย	15.29
	(คิดเป็นร้อยละ 14 ของคะแนนเต็ม)



ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยโดยใช้โปรแกรม spss

1. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 14

One-Sample Statistics						
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
Problem	38	23.05	3.263	.529		

One-Sample Test						
Test Value = 19.6						
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Problem	6.523	37	.000	3.453	2.38	4.53

- ภาพที่ 14 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t-test for one sample

2. ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t-test for one sample ดังภาพที่ 15

One-Sample Statistics				
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Achievement	38	15.29	1.626	.264

One-Sample Test						
Test Value = 14						
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Achievement	4.889	37	.000	1.289	.76	1.82

- ภาพที่ 15 ผลการวิเคราะห์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้สถิติ t-test for one sample

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นางสาวกรรณิการ์ บุตรศรี
วัน เดือน ปี เกิด	23 มิถุนายน พ.ศ.2540
สถานที่เกิด	จังหวัดเลย
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	89/80 หมู่บ้านนนิชา ตำบลเสาชงหิน อำเภอบางใหญ่ จังหวัดนนทบุรี
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2562 วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยบูรพา พ.ศ. 2567 การศึกษามหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัย บูรพา

