ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

รัฐยุทธ นันต๊ะน้อย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2568

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

มหาวิทยาลัยบูรพา
BURAPHA UNIVERSITY

ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

รัฐยุทธ นันต๊ะน้อย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2568
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

THE EFFECTS OF LEARNING MANAGEMENT USING CONCEPT ATTAINMENT MODEL WITH SQRQCQ STRATEGY ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND PROBLEM-SOLVING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS

RATTAYUT NANTANOI

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENTS FOR MASTER DEGREE OF EDUCATION
IN MATHEMATICS TEACHING
FACULTY OF EDUCATION
BURAPHA UNIVERSITY
2025

COPYRIGHT OF BURAPHA UNIVERSITY

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ รัฐยุทธ นันต๊ะน้อย ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

.....

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

.....

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร)

.....กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

.....กรรมการ

(ดร.พรรณทิพา ตันตินัย)

.....คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. สฎายุ ธีระวณิชตระกูล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

.....คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ้งเอี่ยม)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

66910120: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)
คำสำคัญ: รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์, กลวิธี SQRQCQ, มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รัฐยุทธ นันต๊ะน้อย : ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (THE EFFECTS OF LEARNING MANAGEMENT USING CONCEPT ATTAINMENT MODEL WITH SQRQCQ STRATEGY ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND PROBLEM-SOLVING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, อาพันธ์ชนิต เจนจิต ปี พ.ศ. 2568.

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โปรแกรมปกติ จำนวน 1 ห้องเรียน 32 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา โดยได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงกึ่งทดลองที่มีการวัดผลหลังทดลองครั้งเดียว เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 5 แผน 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 และ 3) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ที่มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ t-test for one sample

ผลการวิจัยพบว่า 1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

66910120: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)
KEYWORDS: Concept attainment model, SQRQCQ strategy, Mathematical concepts, Mathematical problem-solving ability

RATTAYUT NANTANOI : THE EFFECTS OF LEARNING MANAGEMENT USING CONCEPT ATTAINMENT MODEL WITH SQRQCQ STRATEGY ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND PROBLEM-SOLVING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, APUNCHANIT JENJIT 2025.

The purposes of this research were to compare the mathematical concepts and the problem-solving ability in mathematics of parallel lines of Mathayomsuksa II students after being taught using the concept attainment model with the SQRQCQ strategy with the 70 percent criterion. The sample consists of 32 Mathayomsuksa II students from regular programs in the 2nd semester of the 2024 academic year at the Piboonbumpen Demonstration School, Burapha University, from cluster sampling. This research is a quasi-experimental study with a single post-test measurement. The tools used in this research include 1) learning management plans using the concept attainment model with the SQRQCQ strategy of parallel lines, consisting of 5 plans, 2) a mathematical concept assessment on parallel lines, subjective type, 5 questions, with a reliability equal to 0.89, and 3) a mathematical problem-solving ability assessment on parallel lines, subjective type, 5 questions, with a reliability equal to 0.72. The statistics used for data analysis include arithmetic mean, percentage, standard deviation, and t-test for one sample.

The results of this research indicate that 1) the mathematical concept of parallel lines of the sample students exceeded the 70 percent criterion with statistical significance at the .05 level and 2) the mathematical problem-solving ability of parallel lines of the sample students also exceeded the 70 percent criterion with statistical significance at the .05 level.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีได้ด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจากรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม โดยได้ให้คำแนะนำ คำชี้แนะ และคำปรึกษาอย่างเอาใจใส่ในการปรับปรุงแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ ผู้วิจัยมีความรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณประธานและกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล ประธานสอบ และดร.พรรณทิพา ตันตินัย ที่ให้ความกรุณาในการให้คำแนะนำ คำชี้แนะให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือวิจัย ดร.คงรัฐ นวลแปง ดร.เปรมยุดา เดชบุญ ดร.พาวา พงษ์พันธุ์ อาจารย์สญามณ รูปต่ำ และอาจารย์สุนิสาวรรัตน์ ที่กรุณาเสียสละเวลาในการให้คำแนะนำ คำชี้แนะ และข้อบกพร่องต่าง ๆ ให้ดียิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการโรงเรียน รองผู้อำนวยการโรงเรียนทุกฝ่าย และอาจารย์โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ และขอขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/3 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 ที่ให้ความร่วมมือในการหาคุณภาพเครื่องมือและดำเนินการทดลองเก็บรวบรวมข้อมูลจนทำให้การวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณนายยงยุทธ นันต๊ะน้อย บิดา นางสาวนารีรัตน์ นันต๊ะน้อย พี่สาว และสมาชิกครอบครัวนันต๊ะน้อยทุกคน ที่คอยสนับสนุนและเป็นที่พึ่งทางใจ รวมไปถึงเพื่อน ๆ พี่ ๆ น้อง ๆ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่ได้ให้กำลังใจและความช่วยเหลือต่าง ๆ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จ

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ผู้วิจัยขอมอบเป็นความกตญัญูกตเวทิตาแด่บิดามารดาครูบาอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบันที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จจนตราบเท่าทุกวันนี้

รัฐยุทธ นันต๊ะน้อย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญภาพ ..... ญ

สารบัญตาราง ..... ฏ

บทที่ 1 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 7

สมมติฐานการวิจัย 8

ประโยชน์ได้รับจากการวิจัย 8

ขอบเขตของการวิจัย 8

นิยามศัพท์เฉพาะ 9

กรอบแนวคิดในการวิจัย 12

บทที่ 2 14

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 15

2. รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ 20

3. กลวิธี SQRQCQ 32

4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ 38

5. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 42

6. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 51
7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 68
บทที่ 3 72
1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 72
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 72
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 73
4. การดำเนินการวิจัย 85
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล 85
6. การวิเคราะห์ข้อมูล 86
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 87
บทที่ 4 90
สัญลักษณ์ที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล 90
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 90
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 95
บทที่ 5 106
สรุปผลการวิจัย 107
อภิปรายผล 107
ข้อเสนอแนะ 112
บรรณานุกรม 114
ภาคผนวก 119
ภาคผนวก ก 120
ภาคผนวก ข 128
ภาคผนวก ค 191
ภาคผนวก จ 211

ประวัติย่อของผู้วิจัย..... 221

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1.1 กรอบแนวคิดการวิจัย 13

ภาพที่ 2.1 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ 40

ภาพที่ 4.1 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 3 คะแนน 92

ภาพที่ 4.2 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 2 คะแนน 92

ภาพที่ 4.3 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 1 คะแนน กรณีที่ 2 93

ภาพที่ 4.4 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 1 คะแนน กรณีที่ 3 93

ภาพที่ 4.5 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 0 คะแนน กรณีที่ 1 94

ภาพที่ 4.6 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 0 คะแนน กรณีที่ 2 94

ภาพที่ 4.7 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา 97

ภาพที่ 4.8 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา 97

ภาพที่ 4.9 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 98

ภาพที่ 4.10 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 98

ภาพที่ 4.11 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา กรณีที่ 1 99

ภาพที่ 4.12 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา กรณีที่ 2 99

ภาพที่ 4.13 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน 100

ภาพที่ 4.14 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน 101

ภาพที่ 4.15 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน กรณีที่ 1 102

ภาพที่ 4.16 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน กรณีที่ 2 103

ภาพที่ 4.17 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ 103

ภาพที่ 4.18 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ 104

ภาพที่ 4.19 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ (1) 104

ภาพที่ 4.20 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ (2) 105

ภาพที่ 6.1 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 202

ภาพที่ 6.2 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 205

ภาพที่ 6.3 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง .. 210

ภาพที่ 6.4 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง 210

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1 มาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง 17
ตารางที่ 2.2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ 26
ตารางที่ 2.3 การสังเคราะห์ขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ 34
ตารางที่ 2.4 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร 49
ตารางที่ 2.5 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย 51
ตารางที่ 2.6 ความสอดคล้องระหว่างกลวิธี SQRQCQ และกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ในงานวิจัย 58
ตารางที่ 2.7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบแยกองค์ประกอบของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 64
ตารางที่ 2.8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบแยกองค์ประกอบของสิริพรทิพย์คง 66
ตารางที่ 2.9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย 67
ตารางที่ 3.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 74
ตารางที่ 3.2 วิเคราะห์แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 78
ตารางที่ 3.3 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 80
ตารางที่ 3.4 วิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 82
ตารางที่ 3.5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 83
ตารางที่ 3.6 แบบแผนการทดลอง 85
ตารางที่ 4.1 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ร้อยละ 70 91
ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ร้อยละ 70 95
ตารางที่ 6.1 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ 194

ตารางที่ 6.2 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ 195

ตารางที่ 6.3 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด จากผู้เชี่ยวชาญ 196

ตารางที่ 6.4 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง จากผู้เชี่ยวชาญ 197

ตารางที่ 6.5 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน จากผู้เชี่ยวชาญ 198

ตารางที่ 6.6 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมประชิดของรูปสามเหลี่ยม จากผู้เชี่ยวชาญ 199

ตารางที่ 6.7 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ 200

ตารางที่ 6.8 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 201

ตารางที่ 6.9 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ 203

ตารางที่ 6.10 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน 204

ตารางที่ 6.11 คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง 206

ตารางที่ 6.12 คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง 208

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำ อนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้างทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้นและนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง ยิ่งไปกว่านั้นคณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545) ในปัจจุบันคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจาก คณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถ วิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐาน ในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียม กับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัย และสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้า อย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560) ซึ่งตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ (2560) ได้จัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็น 3 สาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต และสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น โดยเรียกสาระการเรียนรู้เหล่านี้ว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังแยกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ออกจากสาระการเรียนรู้ ประกอบด้วย 5 ทักษะ ได้แก่ 1. ทักษะการแก้ปัญหา 2. ทักษะการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการให้เหตุผล 5. ทักษะการคิดสร้างสรรค์

ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ และ 2) ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ

การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธีและขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะทางวิธีการเกิดจากกระบวนการกระทำต่าง ๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน (อัมพร ม้าคนอง, 2553) ซึ่งความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับครูและนักเรียน เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ครูสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ ในขณะเดียวกันมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับนักเรียนในการคิด การเรียนรู้ และการทำงานทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์จะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2557) อีกทั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) เสนอว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

นอกจากความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้วทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็เป็นอีกสิ่งหนึ่งที่ต้องพัฒนานักเรียนให้ควบคู่ไปกับการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ เพราะความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน (อัมพร ม้าคนอง, 2553) และไม่เพียงแต่ประเทศไทยเท่านั้นที่ส่งเสริม/พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยังมีประเทศอื่น ๆ อีกทั่วโลก เช่น ออสเตรเลีย สิงคโปร์ และสหรัฐอเมริกา โดยสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics หรือ NCTM) ในปี ค.ศ. 2000 ได้เสนอว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ฝึกฝนประกอบไปด้วย การแก้ปัญหา การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยงและการนำเสนอ ซึ่งส่งผลให้นักการศึกษาทั่วโลกรวมทั้งนักการศึกษาของไทยได้ให้ความสนใจเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551) จากนั้นกระทรวงศึกษาธิการ (2560) ได้กำหนดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 5 ทักษะ ซึ่งหนึ่งใน 5 ทักษะที่สำคัญ คือ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ เนื่องจากเป็นกระบวนการที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตพื้นฐานของมนุษย์ และเป็นหัวใจสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาทักษะการคิด สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จริง อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ความผิดพลาดนำไปสู่การเกิดประสบการณ์หรือความรู้ใหม่ผ่านการแก้ปัญหา (อัมพร ม้าคนอง, 2553; เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2566; ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2556; สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555)

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมานักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551) ซึ่งเห็นได้จากการ

ประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) เป็นการประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี ซึ่ง PISA เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะในชีวิตจริงมากกว่าการเรียนรู้ตามหลักสูตรในโรงเรียน ซึ่งเรียกว่า ความฉลาดรู้ (Literacy) ใน 3 ด้าน ได้แก่ การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ สำหรับ PISA 2022 เน้นการประเมินความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ (Mathematical literacy) โดย PISA มองว่าในปัจจุบันบุคคลที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์จะต้องเป็นบุคคลที่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงที่ซับซ้อนร่วมกับการหาวิธีแก้ปัญหาโดยการคิดหรือแปลงปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ใช้คณิตศาสตร์ และตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งผลการประเมิน PISA 2022 ของประเทศไทยพบว่านักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ 394 คะแนน และเมื่อเทียบกับผลการประเมิน PISA 2018 ที่มีคะแนนเฉลี่ย 419 คะแนน นั่นคือคะแนนเฉลี่ยด้านคณิตศาสตร์ของประเทศไทยลดลง 25 คะแนน ยิ่งไปกว่านั้นประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าผลการประเมิน PISA 2022 ของประเทศสมาชิก OECD ที่มีคะแนนเฉลี่ย 472 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2566) และจากผลการสัมภาษณ์ครูที่สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ที่มีประสบการณ์สอนมากกว่า 20 ปี พบว่า นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ โดยเฉพาะเรื่องเส้นขนาน นักเรียนมองว่าเป็นเรื่องยากและมีทฤษฎีบทเป็นจำนวนมาก และนักเรียนมองภาพไม่ออกไม่รู้ว่าจะนำทฤษฎีบทใดไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือนำทฤษฎีบทไปใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง (พาวา พงษ์พันธุ์ และสญามณ รูปต่ำ, การสื่อสารส่วนบุคคล, 9 สิงหาคม 2567) จากผลการประเมิน PISA และการสัมภาษณ์ข้างต้นแสดงให้เห็นถึงปัญหาทางด้านทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นอกจากนี้การทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test หรือ O-NET) เพื่อทดสอบความรู้และความคิดรวบยอดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามมาตรฐานการเรียนรู้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2559) ซึ่งผลการทดสอบ O-NET ในปีการศึกษา 2563 ถึง 2567 รายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่ามีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 25.46, 24.47, 24.39, 25.38 และ 26.53 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์จากแผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 – 2579 ที่ได้เสนอว่า นักเรียนควรมีคะแนนผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) แต่ละวิชาผ่านเกณฑ์คะแนนร้อยละ 50 ขึ้นไป (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2560) ยิ่งไปกว่านั้นคะแนนผลการทดสอบ O-NET ในสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ในปีการศึกษา 2566 มีคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ

22.15 คะแนน และปีการศึกษา 2567 มีคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ 28.88 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์คะแนนร้อยละ 50 ของสำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา (2560) ซึ่งผลการทดสอบ O-NET ชี้ให้เห็นว่านักเรียนยังมีปัญหาด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ในสาระการวัดและเรขาคณิต และจากการสัมภาษณ์ครูที่สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ที่มีประสบการณ์สอนมากกว่า 20 ปี พบว่า นักเรียนประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง เส้นขนาน โดยที่นักเรียนมักจะมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้ นักเรียนเข้าใจว่ามุมแย้งจะต้องมีขนาดเท่ากันเสมอโดยที่ไม่สนใจว่ามุมแย้งจะต้องเกิดจากเส้นตรงที่ขนานกัน และนักเรียนมักจะพิจารณาขนาดของมุมหรือเส้นขนานจากภาพโดยไม่สนใจทฤษฎีบท (พาวา พงษ์พันธุ์ และสญามณ รูปต่ำ, การสื่อสารส่วนบุคคล, 9 สิงหาคม 2567) ซึ่งผลการสัมภาษณ์ได้สอดคล้องกับงานวิจัยของณัฐไฉไล พริ้งมาดี (2544) ที่ศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง เส้นขนาน พบว่า มโนทัศน์ย่อยที่พบความคลาดเคลื่อนบ่อยที่สุดคือ เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน โดยที่นักเรียนมักจะใช้สายตาเป็นเกณฑ์ในการวัดมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดว่าเท่ากับ 180 องศาหรือไม่โดยไม่สนใจทฤษฎีบท นักเรียนเข้าใจผิดว่าเส้นขนานจะต้องอยู่ในแนวนอนเท่านั้นหรือเส้นโค้งคู่เป็นเส้นขนาน อีกทั้งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) ได้เสนอว่า นักเรียนมักจะเข้าใจผิดว่า ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศาเสมอโดยไม่ได้พิจารณาว่าเส้นตัดนั้นต้องตัดเส้นตรงที่ขนานกัน และนักเรียนมักจะเข้าใจผิดว่า มุมที่เป็นมุมแย้งกันมีขนาดเท่ากันเสมอโดยไม่ได้พิจารณาว่าเส้นตัดนั้นต้องตัดเส้นตรงคู่ที่ขนานกัน

จากปัญหาที่กล่าวไปข้างต้นนั้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนาน โดยผลการศึกษาของ PISA ชี้ว่าตัวแปรสำคัญที่สุดที่ทำให้โรงเรียนประสบความสำเร็จคือครู (MacKenzie, 2007 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558) ซึ่งปัญหาโดยทั่วไปในห้องเรียนไทยคือ ครูไม่ใช้สื่อการสอนเพื่อช่วยให้เด็กเข้าใจ ครูให้นักเรียนอ่านเองสรุปเองแล้วมาสอบ วิธีสอนของครูไม่น่าสนใจ ครูสอนโดยไม่เน้นการคิดแก้ปัญหาและไม่เน้นการนำไปใช้ในชีวิตจริง (สมวงษ์ แปลงประสพโชค, จรรยา ภูอุดม และ สมเดช บุญประจักษ์, 2549) ยิ่งไปกว่านั้นครูทำให้เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ควรจะเป็นเรื่องธรรมดากลายเป็นเป็นเรื่องยากโดยไม่มีการทำให้เข้าใจง่ายส่งผลให้นักเรียนสร้างกรอบความคิดว่า “คณิตศาสตร์ไม่ใช่เรื่องที่จะเข้าใจ จำ ๆ เอาไว้ก็แล้วกัน” (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558) อีกทั้งอัมพร ม้าคนอง (2552) ได้กล่าวถึงปัญหาการจัดการเรียนรู้ของมโนทัศน์ดังนี้ ครูไม่ได้เน้นการสอนมโนทัศน์เพียงพอ ครูสอนบรรยายเนื้อหาที่เป็นขั้นตอนและการท่องจำการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือครูไม่มีความเข้าใจมโนทัศน์ที่จะสอนเพียงพอ อีกทั้งครูขาดความตระหนักในความสำคัญของมโนทัศน์ เนื่องจากไม่เข้าใจว่าการมีมโนทัศน์จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

อย่างไร ซึ่งสิ่งที่ตามมาคือ นักเรียนไม่ได้รับการพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ที่เป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์มากพอ และขาดความสมดุลระหว่างความเข้าในมโนทัศน์ ทักษะ และการนำไปใช้

จากปัญหาการจัดการเรียนการสอนข้างต้นสามารถกล่าวได้ว่านักเรียนยังเผชิญปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยสาเหตุของปัญหาเกิดจากการจัดการเรียนการสอนของครู ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2557) ได้กล่าวว่า “ความรู้คณิตศาสตร์ควรเกิดจากความเข้าใจ มิใช่เกิดจากการจดจำ” ผู้วิจัยได้ศึกษารูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน โดยรูปแบบการจัดการเรียนรู้นั้นจะต้องให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ด้วยความเข้าใจ นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและค้นพบมโนทัศน์ด้วยตนเอง ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับแนวคิดดังกล่าว คือ รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ (Concept Attainment Model) เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ครูจะนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะร่วมและความแตกต่างของตัวอย่างที่ได้รับ ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานของตนเองจนสามารถระบุลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ได้ (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2561; Lasley, Matczynski, & Rowley, 2002; Gunter, Estes, & Mintz, 2007; Eggen & Kauchak, 2001; Moore, 2015) ซึ่งรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ ครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ และครูทบทวนความรู้ของนักเรียน ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมให้นักเรียนอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานนั้น ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน และทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสมมติฐานเพื่อสรุปลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ (Lasley, Matczynski, & Rowley, 2002; Eggen & Kauchak, 2001; Gunter, Estes, & Mintz, 2007; ทิศนา แขมมณี, 2551; Joyce & Weil 2003) โดยที่รูปแบบการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ดังกล่าวเป็นกระบวนการที่ค่อยเป็นค่อยไปในขั้นแสดงตัวอย่าง และในขั้นตั้งสมมติฐาน นักเรียนจะต้องใช้ความพยายามในการคิดวิเคราะห์จากตัวอย่างที่ได้รับอย่างมีหลักการและเหตุผลเพื่อให้ได้ข้อสรุปเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ผลที่ตามมาคือความเข้าใจอย่าลึกซึ้งในมโนทัศน์ที่ต้องการเรียนรู้ (อัมพร ม้าคนอง, 2552) และรูปแบบการจัดการ

เรียนรู้มโนทัศน์ดังกล่าวสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เห็นได้จากงานวิจัยของดุจจิตต์ คุณากูลวิศาล (2565) ที่ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของนาสียะห์ สาหาด (2559) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ระดับดีเยี่ยม ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์เป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่สามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้

อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่านักเรียนจะเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งจากรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ แต่นักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ อีกทั้งกระทรวงศึกษาธิการ (2560) ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนดังนี้ เมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ผู้วิจัยจึงได้สนใจพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนร่วมกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันไป โดยจะนำมโนทัศน์ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ที่กล่าวไปข้างต้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษาเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น และกระบวนการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยได้ศึกษาคือ กลวิธี SQRQCQ ซึ่งเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการอ่านโดยให้นักเรียนอ่านโจทย์และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหา และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ (Heidema, 2009; Fisher & Frey, 2012; Strichart & Mangrum, 1993) ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 S (Survey) ขั้นสำรวจปัญหา ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา ขั้นที่ 2 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและนักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของตัวเอง ขั้นที่ 3 R (Reread) ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา ขั้นที่ 4 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้

คณิตศาสตร์ใดบ้าง ขั้นที่ 5 C (Compute) ขั้นแสดงการคำนวณ ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ ขั้นที่ 6 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ (Fay, 1965; Heidema, 2009; Fisher & Frey, 2012) โดยกลวิธี SQRQCQ สามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ซึ่งเห็นได้จากงานวิจัยของอัศวิน ดวงจิตร (2563) ที่ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใชปัญหาเป็นฐานร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่องดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับกลวิธี SQRQCQ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของพรปวีณ์ ประจวบสุข (2566) ที่ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สัดส่วน โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี SQRQCQ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี SQRQCQ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า กลวิธี SQRQCQ สามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้

ด้วยเหตุที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะนำรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ มาใช้จัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน และเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพต่อไป

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ได้รับจากการวิจัย

1. นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

2. ครูได้แนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ขอบเขตของการวิจัย

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โปรแกรมปกติ จำนวน 4 ห้องเรียน 128 คน ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี

กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โปรแกรมปกติ จำนวน 1 ห้องเรียน 32 คน ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี โดยได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องในโปรแกรมปกติแบบคละความสามารถ

ตัวแปรที่ใช้ในงานวิจัย

ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ

ตัวแปรตาม คือ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

เนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัย คือ เนื้อหาสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งประกอบด้วย

1. เส้นขนานและมุมภายใน จำนวน 4 ชั่วโมง
2. เส้นขนานและมุมแย้ง จำนวน 2 ชั่วโมง
3. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน จำนวน 2 ชั่วโมง
4. เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม จำนวน 2 ชั่วโมง

ระยะเวลาที่ใช้ในงานวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในงานวิจัย คือ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 จำนวน 12 ชั่วโมง ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 10 ชั่วโมง และทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ หมายถึง รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ครูจะนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานของตนเองจนสามารถระบุลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ได้ ซึ่งรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน และทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสมมติฐานเพื่อสรุปลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้

2. กลวิธี SQRQCQ หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการอ่านโดยให้นักเรียนอ่านโจทย์และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหาและการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ซึ่งประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Survey) ขั้นสำรวจปัญหา ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา

ขั้นที่ 2 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและนักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของตัวเอง

ขั้นที่ 3 R (Reread) ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง

ขั้นที่ 5 C (Compute) ขั้นแสดงการคำนวณ ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่

3. รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ หมายถึง รูปแบบจัดการเรียนการสอนที่ครูจะนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานของตนเองจนกว่าจะระบุลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้ และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหา และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ซึ่งประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน และทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสมมติฐานเพื่อสรุปลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้กลวิธี SQRQCQ 6 ขั้นตอน ดังนี้ 1. ขั้นสำรวจปัญหา (Survey) 2. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ (Question) 3. ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล (Reread) 4. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา (Question) 5. ขั้นแสดงการคำนวณ (Compute) 6. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ (Question)

4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่นักเรียนได้มาจากการจัดหมวดหมู่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าด้วยกัน โดยเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยวัดได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กระบวนการคิด ทักษะ ในการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งขั้นตอนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนอธิบายถึงวิธีการแก้ปัญหา และระบุความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลและความถูกต้องของคำตอบ และสรุปคำตอบที่ได้

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ มีมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่าน วิเคราะห์ได้จากคะแนนสอบหลังเรียนโดยคิดเป็นร้อยละเทียบกับร้อยละ 70 เป็นต้นไปของคะแนนรวม ซึ่งอยู่ในระดับดี ตามสำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ (2553)

กรอบแนวคิดในการวิจัย

กรอบแนวคิดการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แสดงดังภาพที่ 1.1 กรอบแนวคิดการวิจัย

ภาพที่ 1.1 กรอบแนวคิดการวิจัย

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารที่เกี่ยวข้องและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
    - 1.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์
    - 1.2 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
    - 1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
    - 1.4 คุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
    - 1.5 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์
    - 2.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์
    - 2.2 ความหมายของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์
    - 2.3 ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์
    - 2.4 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์
3. กลวิธี SQRQCQ
    - 3.1 ความหมายของกลวิธี SQRQCQ
    - 3.2 ขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ
    - 3.3 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ
4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ
5. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 5.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 5.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    - 5.3 แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์
    - 5.4 การวัดและประเมินผลมโนทัศน์
6. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 6.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
    - 6.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.3 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.5 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.6 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยในประเทศ

7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดทำสาระการเรียนรู้แกนกลางของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในแต่ละระดับชั้นขึ้นเพื่อนำไปใช้เป็นกรอบและทิศทางในการพัฒนาหลักสูตรสถานศึกษา และจัดการเรียนการสอน ซึ่งสาระสำคัญของตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีดังนี้

1.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐาน ในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียม กับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

1.2 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็น 3 สาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต และสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ใน สถานการณ์ต่าง ๆ

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิต การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับ การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

จากทั้ง 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น ผู้วิจัยทำการวิจัยในเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเกี่ยวข้องกับ สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

จากการศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กระทรวงศึกษาธิการ (2560) พบว่ามีทั้งหมด 3 สาระ และ 7 มาตรฐานการเรียนรู้ ผู้วิจัยทำการวิจัยในเนื้อหาเรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งเกี่ยวข้องกับ สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้ โดยมีรายระเอียด มาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง แสดงดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 มาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง

มาตรฐาน	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้	ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	เส้นขนาน -สมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

1.4 คุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนด คุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

6. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟและความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

7. มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

8. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ

9. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

10. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ รูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

11. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

12. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

13. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

14. มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่อง และใช้ความรู้ ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนาสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

15. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยทำการวิจัยในเนื้อหา เรื่อง เส้นขนาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งได้กำหนดคุณภาพนักเรียน คือ มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ รูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.5 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ได้แก่ ความสามารถต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์วางแผนแก้ปัญหาและ เลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามรถในการใช้รูปภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน

3. การเชื่อมโยง เป็นความสามรถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4. การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการใช้เหตุผลรับฟังและให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

จากการศึกษาพบว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 ความสามารถ ดังนี้ 1. ความสามรถในการแก้ปัญหา 2. การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 3. การเชื่อมโยง 4. การให้เหตุผล 5. การคิดสร้างสรรค์ โดยในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมุ่งเน้นที่จะศึกษาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นไปตามตัวชี้วัดของ เรื่อง เส้นขนานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

2.1 ความเป็นมาของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์มีประวัติอย่างยาวนานเพียงแต่มนุษย์ยังไม่ได้นิยามว่าสิ่งนั้นคือการจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่ง Lasley, Matczynski, & Rowley (2002) ได้กล่าวเกี่ยวกับความเป็นมาของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ ดังนี้ รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์มีจุดเริ่มต้นมาจากประวัติศาสตร์อันยาวนานมากกว่า 2000 ปีที่แล้ว โดยเริ่มจาก Aristotle ได้ตั้งข้อสังเกตว่ามนุษย์แยกแยะหรือหาความสมเหตุสมผลของสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่บนโลกได้อย่างไร เช่น มนุษย์เริ่มต้นจัดประเภทสิ่งของหรือความคิดที่รับรู้ได้อย่างไร จุดมุ่งหมายของเขาคือทำให้มโนทัศน์ต่าง ๆ นั้นเป็นที่เข้าใจได้ง่ายขึ้นและจัดระเบียบความรู้ต่าง ๆ ที่มีอยู่ Aristotle ได้ทำการจัดหมวดหมู่ของสิ่งมีชีวิตและสิ่งที่ไม่มีชีวิตโดยการให้นิยามของสิ่งมีชีวิตและสิ่งที่ไม่มีชีวิตเพื่อจัดหมวดหมู่สิ่งต่าง ๆ อีกทั้ง Aristotle ได้แสดงว่าการจัดหมวดหมู่นั้นสามารถแบ่งเป็นประเภทย่อย ๆ ได้อีก เช่น สิ่งมีชีวิตสามารถแบ่งเป็นกลุ่มย่อย ๆ คือ พืช สัตว์ และมนุษย์ จะได้ว่ากระบวนการที่ Aristotle แบ่งประเภทสิ่งต่าง ๆ เป็นรากฐานของการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งการเรียนรู้มโนทัศน์เป็นสิ่งสำคัญในการเข้าใจโลก มโนทัศน์ช่วยให้ความคิดที่ซับซ้อนและนามธรรมเป็นสิ่งที่สามารถเข้าใจได้ง่ายขึ้น ยิ่งไปกว่านั้นถ้าปราศจากมโนทัศน์การจัดกลุ่มของความรู้จะไม่เกิดขึ้นและมนุษย์จะไม่ได้นำความรู้เดิมมาพัฒนาให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ ต่อมาในศตวรรษที่ 20 มีนักการศึกษาหลายท่านได้พัฒนารูปแบบการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนจัดหมวดหมู่คุณลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์โดยเปรียบเทียบความเหมือนหรือความต่างจากตัวอย่างที่ได้รับจนเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ได้การยอมรับเป็นวงกว้าง ดังนี้ Eggen & Kauchak (2001) และ Joyce & Weil (1972, 1992, 1996) โดยที่มีพื้นฐานมาจากรูปแบบการเรียนรู้อุปนัย (Inductive model) และงานวิจัยของ Bruner, Goodnow, & Austin (1967) (Lasley, Matczynski, & Rowley, 2002) จากนั้น Joyce & Weil (2003) ได้ตั้งชื่อรูปแบบการเรียนรู้นี้ว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ (Concept Attainment Model) อีกทั้ง Bruner, Goodnow, & Austin กล่าวเกี่ยวกับการเรียนรู้มโนทัศน์ว่า “การเรียนรู้มโนทัศน์ของสิ่งใดสิ่งหนึ่งนั้น สามารถทำได้โดยการค้นหาคุณสมบัติเฉพาะที่สำคัญของสิ่งนั้น เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการจำแนกสิ่งที่ใช่และไม่ใช่สิ่งนั้นออกจากกันได้” (Bruner et al., 1967 อ้างถึงใน ทิศนา แขมมณี, 2551)

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปความเป็นมาของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ได้ว่ารูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ได้ถูกพัฒนาในศตวรรษที่ 20 โดยมีนักการศึกษาหลายท่านได้พัฒนารูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ซึ่งมีพื้นฐานมาจากงานวิจัยของ Bruner, Goodnow, & Austin (1967) และ Joyce & Weil (2003) ได้ตั้งชื่อรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ (Concept Attainment Model) โดยเน้นขั้นตอนกระบวนการที่ใช้ในการจัดหมวดหมู่ของความรู้โดยเปรียบเทียบความเหมือน ความต่าง และลักษณะร่วมจากตัวอย่างที่ได้รับแล้วสรุปเป็นมโนทัศน์

2.2 ความหมายของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้กล่าวเกี่ยวกับความหมายของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ดังนี้

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ (Concept Attainment Model) เป็นการค้นหาคุณลักษณะซึ่งสามารถใช้จำแนกความแตกต่างของตัวอย่างที่หลากหลายโดยการเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของตัวอย่างที่ให้ซึ่งประกอบด้วยคุณลักษณะของมโนทัศน์นั้น และนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง

Lasley, Matczynski, & Rowley (2002) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ครูกำหนดตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ จากนั้นนักเรียนใช้การคิดแบบอุปนัยตั้งสมมติฐานของลักษณะร่วมกันจากตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ เพื่อนำไปสู่การสรุปลักษณะของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์

Gunter, Estes, & Mintz (2007) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์เป็นรูปแบบการจัดการเรียนการสอนความหมายของมโนทัศน์โดยการนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียนจนกว่านักเรียนระบุลักษณะเฉพาะที่สำคัญและชื่อของมโนทัศน์ได้

Eggen & Kauchak (2001) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ คือ การจัดการเรียนรู้ที่ให้ตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์เพื่อพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ และให้นักเรียนได้ฝึกฝนการตั้งสมมติฐานและการทดสอบสมมติฐาน และการนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์ยังช่วยให้มโนทัศน์เป็นรูปธรรมมากขึ้น

Moore (2015) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ คือ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่นักเรียนจะต้องหาลักษณะเฉพาะของกลุ่มหรือหมวดหมู่ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง โดยครูให้ตัวอย่างที่มีลักษณะเฉพาะและตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะเฉพาะเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบหรือหาความแตกต่าง และนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ที่จะศึกษา

จากคำกล่าวของนักการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ หมายถึง รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ครูจะนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานของตนเองจนสามารถระบุลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ได้

2.3 ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้กล่าวเกี่ยวกับขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ ดังนี้

ทิศนา แขมมณี (2551) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ออกเป็น 6 ขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรม ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ครูเตรียมข้อมูลสำหรับให้นักเรียนฝึกหัดจำแนก ครูเตรียมข้อมูล 2 ชุด ประกอบไปด้วยตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่ต้องการสอนและตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ในการเลือกตัวอย่างข้อมูลทั้ง 2 ชุดนั้นครูจะต้องเลือกหาตัวอย่างที่มากพอที่จะครอบคลุมลักษณะของมโนทัศน์นั้นได้ ถ้ามโนทัศน์ที่ต้องการสอนนั้นเป็นเรื่องที่ยาก ซับซ้อน หรือเป็นนามธรรม อาจจะใช้วิธียกตัวอย่างเป็นเรื่อง สั้น ๆ และครูต้องเตรียมสื่อการสอนที่เหมาะสมที่จะใช้ประกอบการนำเสนอตัวอย่าง

ขั้นที่ 2 ครูอธิบายกติกาในการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้และเข้าใจตรงกัน ครูชี้แจงวิธีการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรมโดยอาจจะสาธิตวิธีการและให้นักเรียนลองทำตามที่ครูบอกจนกระทั่งนักเรียนเข้าใจพอสมควร

ขั้นที่ 3 ครูเสนอข้อมูลตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน และข้อมูลที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน

ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนบอกคุณสมบัติเฉพาะของสิ่งที่ต้องการสอนจากกิจกรรมที่มาในขั้นต้น ๆ นักเรียนจะต้องพยายามหาคุณสมบัติเฉพาะของตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่สิ่งที่ครูต้องการสอน และทดสอบคำตอบของตน หากคำตอบของตนผิดนักเรียนจะต้องหาคำตอบใหม่ ซึ่งหมายความว่าต้องเปลี่ยนสมมติฐานที่เป็นฐานของคำตอบเดิม ด้วยวิธีนี้นักเรียนจะค่อย ๆ สร้างความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นขึ้นมา ซึ่งก็จะมาจากคุณสมบัติเฉพาะของสิ่งนั้นเอง

ขั้นที่ 5 ให้นักเรียนสรุปและให้คำจำกัดความของสิ่งที่ต้องการสอน

ขั้นที่ 6 ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกัน นักเรียนและครูอภิปรายร่วมกันถึงวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ และให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดของตัวเอง

Lasley, Matczynski, & Rowley (2002) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ออกเป็น 5 ขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรม ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การระบุมโนทัศน์ (Concept identification)

ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้สอนนักเรียนโดยที่มโนทัศน์นั้น ๆ ต้องเป็นมโนทัศน์ที่ชัดเจนและมีลักษณะเฉพาะ โดยครูควรเริ่มจากมโนทัศน์ที่พื้นฐาน เรียบง่าย จนถึงนามธรรม

ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง (Exemplar identification)

ครูให้ตัวอย่างแก่นักเรียนโดยตัวอย่างแบ่งเป็น 2 ประเภท นั่นคือ ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์นั้นควรเป็นตัวอย่างที่เฉพาะเจาะจง ชัดเจน ไม่ทำให้

นักเรียนสับสนและทำให้นักเรียนสามารถหาคุณลักษณะเฉพาะร่วมได้ ส่วนตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์นั้นควรหลากหลายและมีจุดร่วมที่ใกล้เคียงกับมโนทัศน์แต่ไม่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งตัวอย่างทั้ง 2 ประเภทนั้นจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เห็นจุดร่วม หรือจุดแตกต่างของคุณลักษณะเฉพาะได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐาน (Hypothesizing)

เมื่อนักเรียนได้สังเกตตัวอย่างแล้ว ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ จากนั้นครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนพร้อมกับกำจัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้องโดยครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ จากนั้นครูทำซ้ำขั้นที่ 2 และ 3 เป็นวัฏจักรจนครบตัวอย่างที่เตรียมไว้

ขั้นที่ 4 การสรุปมโนทัศน์ (Closure)

หลังจากได้สมมติฐานที่ถูกต้องแล้วครูให้นักเรียนตั้งชื่อของมโนทัศน์ และครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูทบทวนมโนทัศน์จากตัวอย่างที่ให้ในขั้นที่ 2 โดยใช้คำถามว่าเพราะเหตุใดตัวอย่างนี้เป็นมโนทัศน์หรือเพราะเหตุใดตัวอย่างนี้ไม่เป็นมโนทัศน์ เพื่อทราบถึงวิธีการคิดของนักเรียนที่ได้มาซึ่งมโนทัศน์

ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ (Application)

ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเองเพื่อที่ครูจะสามารถวัดความเข้าใจของนักเรียนได้

Eggen & Kauchak (2001) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ออกเป็น 5 ขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรม ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การนำเสนอตัวอย่าง (Presenting examples)

ครูอธิบายและแนะนำกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่นักเรียน หลังจากนั้นครูเริ่มต้นบทเรียนด้วยการนำเสนอตัวอย่างให้แก่นักเรียนทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ อย่างไรก็ตามการนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์เพียงอย่างเดียวนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้เพียงแต่นักเรียนจะต้องใช้เวลามากกว่าปกติในการริเริ่มตั้งสมมติฐาน

ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์สมมติฐาน (Analyzing hypotheses)

หลังจากที่ครูได้นำเสนอตัวอย่าง ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและชื่อของมโนทัศน์ ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์สมมติฐานที่นักเรียนตั้งมา และกำจัดสมมติฐานที่ไม่ใช่จากข้อมูลที่ได้รับ ทำซ้ำเป็นวัฏจักรระหว่างขั้นตอนที่ 1 และ 2 จนกว่าจะได้สมมติฐานที่ถูกต้องหรือจนกว่าตัวอย่างที่เตรียมไว้จะหมด

ขั้นที่ 3 การสรุป (Closure)

หลังจากนักเรียนได้สมมติฐานที่ถูกต้องแล้ว ครูให้นักเรียนสรุปลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์และกำหนดชื่อของมโนทัศน์

ขั้นที่ 4 การประยุกต์ (Application)

ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตัวของนักเรียนเอง เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสทดสอบความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ และยังช่วยให้ครูได้รับรู้ผลตอบรับของนักเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจของมโนทัศน์นี้

Gunter, Estes, & Mintz (2007) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ออกเป็น 8 ขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรม ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 คัดเลือกและนิยามมโนทัศน์และคัดเลือกลักษณะเฉพาะ (Select and define a concept and select the attributes)

ครูกำหนดมโนทัศน์ที่เหมาะสมและสามารถใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ให้แก่นักเรียน นิยามและลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ควรชัดเจน

ขั้นที่ 2 พัฒนาตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ (Develop positive and negative examples)

ครูสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ให้มากเท่าที่เป็นไปได้ ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ประกอบไปด้วยลักษณะเฉพาะทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ ในทางกลับกันตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ประกอบด้วยบางลักษณะเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์หรือไม่มีลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์เลย

ขั้นที่ 3 แนะนำขั้นตอนให้แก่นักเรียน (Introduce the process to the students)

ครูอธิบายถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบมโนทัศน์ให้แก่นักเรียนว่ากิจกรรมนี้จะทำอย่างไรและประกอบด้วยขั้นอะไรบ้าง

ขั้นที่ 4 นำเสนอตัวอย่างและจดบันทึกลักษณะเฉพาะ (Present the examples and list the attributes)

ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียนโดยทำการนำเสนอแยกกันทีละส่วน ในขั้นนี้นักเรียนจะเห็นถึงความแตกต่างหรือความเหมือนของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท เพื่อที่จะเข้าใจลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ได้ดีขึ้น

ขั้นที่ 5 พัฒนานิยามของมโนทัศน์ (Develop a concept definition)

ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานของลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ทั้งหมด และครูให้นักเรียนลองนิยามและตั้งชื่อมโนทัศน์

ขั้นที่ 6 ให้ตัวอย่างเพิ่มเติม (Give additional test examples)

หลังจากนักเรียนได้นิยามแรกเริ่มแล้ว ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์เพื่อทดสอบสมมติฐานของนิยามว่าสามารถอธิบายตัวอย่างเพิ่มเติมได้หรือไม่

ขั้นที่ 7 อภิปรายขั้นตอนร่วมกันในชั้นเรียน (Discuss the process with the class)

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียนถึงวิธการที่ได้มาซึ่งนิยามของมโนทัศน์ ครูและนักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับความเหมือนหรือความต่างจากตัวอย่างที่ได้รับหรือวิเคราะห์ตัวอย่างที่มีประโยชน์ในการช่วยหานิยามของมโนทัศน์ได้ดีที่สุด

ขั้นที่ 8 ประเมินผล (Evaluate)

เพื่อประเมินผลความเข้าใจของนักเรียนต่อมโนทัศน์ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมด้วยตัวเองทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์

Joyce & Weil (2003) ได้แบ่งขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ออกเป็น 4 ขั้นตอน ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรม ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 การกำหนดมโนทัศน์ (Focus)

ครูกำหนดขอบเขตของเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ และครูกำหนดมโนทัศน์ที่ต้องการสอนอย่างชัดเจนเพื่อกำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการสอน

ขั้นที่ 2 การนำเสนอตัวอย่าง (Presenting the data set)

ครูให้ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนแยกแยะและระบุลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์

ขั้นที่ 3 การแบ่งปันแนวคิดและสมมติฐาน (Sharing thinking and hypotheses)

หลังจากนักเรียนได้รับตัวอย่างแล้วครูให้นักเรียนอธิบายว่าลักษณะร่วมกันของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์มีอะไรบ้าง ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานของมโนทัศน์ หลังจากนักเรียนได้สมมติฐานที่ค่อนข้างมั่นใจแล้วครูให้นักเรียนอธิบายขั้นตอนที่ได้มาซึ่งมโนทัศน์

ขั้นที่ 4 การตั้งชื่อและประยุกต์ใช้มโนทัศน์ (Naming and applying and concept)

ครูให้นักเรียนตั้งชื่อมโนทัศน์แล้วครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมด้วยตัวเองเพื่อทดสอบความเข้าใจ และนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้

จากขั้นตอนของรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักการศึกษาที่ได้เสนอมานั้นผู้จัดทำได้นำมาสังเคราะห์เป็นขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ของผู้วิจัย ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

ทิศนา แขมมณี (2551)	Lasley, Matczynski, & Rowley (2002)	Eggen & Kauchak (2001)	Gunter, Estes, & Mintz (2007)	Joyce & Weil (2003)	ผู้วิจัย
ขั้นที่ 1 ครูเตรียมข้อมูลสำหรับให้นักเรียนฝึกหัดจำแนก ครูเตรียมข้อมูล 2 ประกอบไปด้วยตัวอย่างมโนทัศน์ที่ต้องการสอนและอีกชุดหนึ่งไม่ใช่มโนทัศน์ ขั้นที่ 2 ครูอธิบายกติกาในการเรียนรู้ให้นักเรียนรู้และเข้าใจตรงกัน ครูชี้แจงวิธีการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจก่อนเริ่มกิจกรรมโดยอาจจะสาธิตวิธีการและให้นักเรียนลองทำตามที่ครูบอกจนกระทั่งนักเรียนเข้าใจพอสมควร	ขั้นที่ 1 การระบุมโนทัศน์ ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้สอนนักเรียนโดยที่มโนทัศน์นั้น ๆ ต้องเป็นมโนทัศน์ที่ชัดเจนและมีลักษณะเฉพาะ โดยครูควรเริ่มจากมโนทัศน์ที่พื้นฐาน เรียบง่าย จนถึงนามธรรม		ขั้นที่ 1 ครูกำหนดมโนทัศน์ที่เหมาะสมและสามารถใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ให้แก่นักเรียน นิยามและลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ควรชัดเจน ขั้นที่ 2 ครูสร้างตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ให้มากเท่าที่เป็นไปได้ ขั้นที่ 3 แนะนำขั้นตอนให้แก่นักเรียน ครูอธิบายถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบมโนทัศน์ให้แก่นักเรียนว่ากิจกรรมนี้จะทำอย่างไรและประกอบด้วยขั้นอะไรบ้าง	ขั้นที่ 1 ครูกำหนดขอบเขตของเนื้อหาและกิจกรรมการเรียนรู้ และครูนิยามมโนทัศน์อย่างชัดเจนเพื่อกำจัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์	ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์

ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

ทิศนา แขมมณี (2551)	Lasley, Matczynski, & Rowley (2002)	Eggen & Kauchak (2001)	Gunter, Estes, & Mintz (2007)	Joyce & Weil (2003)	ผู้วิจัย
ขั้นที่ 3 ครูเสนอข้อมูลตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน และข้อมูลที่ไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ที่ต้องการสอน	ขั้นที่ 2 การให้ตัวอย่าง ครูให้ตัวอย่างแก่นักเรียน โดยตัวอย่างแบ่งเป็น 2 ประเภท นั่นคือ ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์นั้นควรเป็นตัวอย่างที่เฉพาะเจาะจงและชัดเจนโดยต้องไม่ทำให้นักเรียนสับสนต้องช่วยให้หาคุณลักษณะเฉพาะร่วมได้ ตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์นั้นควรจะหลากหลาย ซึ่งตัวอย่างทั้ง 2 ประเภทนั้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นจุดร่วม และจุดแตกต่างของคุณลักษณะเฉพาะได้ชัดเจนยิ่งขึ้น	ขั้นที่ 1 การนำเสนอตัวอย่าง อธิบายและแนะนำกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่นักเรียน หลังจากนั้นครูเริ่มต้นบทเรียนด้วยการนำเสนอตัวอย่างให้แก่นักเรียนทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ อย่างไรก็ตามการนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์เพียงอย่างเดียวนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้เพียงแต่นักเรียนจะต้องใช้เวลามากกว่าปกติในการริเริ่มตั้งสมมติฐาน	ขั้นที่ 4 นำเสนอตัวอย่างและจดบันทึกลักษณะ-เฉพาะ ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียนโดยทำการนำเสนอแยกกันทีละส่วน ในขั้นนี้นักเรียนจะเห็นถึงความแตกต่างหรือความเหมือนของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภทเพื่อที่จะเข้าใจลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ได้ดีขึ้น	ขั้นที่ 2 ครูให้ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนแยกแยะและระบุลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์	ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท

ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

ทิศนา แขมมณี (2551)	Lasley, Matczynski, & Rowley (2002)	Eggen & Kauchak (2001)	Gunter, Estes, & Mintz (2007)	Joyce & Weil (2003)	ผู้วิจัย
ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนบอกคุณสมบัติเฉพาะของสิ่งที่ต้องการสอนจากกิจกรรมที่มาในขั้นต้น ๆ นักเรียนจะต้องพยายามหาคุณสมบัติเฉพาะของตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่สิ่งที่ครูต้องการสอน และทดสอบคำตอบของตน หากคำตอบของตนผิด นักเรียนจะต้องหาคำตอบใหม่ ซึ่งหมายความว่าต้องเปลี่ยน สมมติฐานที่เป็นฐานของคำตอบเดิม ด้วยวิธีนี้นักเรียนจะค่อย ๆ สร้างความคิดรวบยอดของสิ่งนั้นขึ้นมา ซึ่งก็จะมาจากคุณสมบัติเฉพาะของสิ่งนั้นเอง	ขั้นที่ 3 การตั้งสมมติฐานจากขั้นก่อนหน้าเมื่อนักเรียนได้สังเกตตัวอย่างแล้ว ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น ๆ จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียนเกี่ยวกับสมมติฐานพร้อมกับกำจัดสมมติฐานที่ไม่ถูกต้องโดยครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ จากนั้นครูทำซ้ำขั้นที่ 2 และ 3 เป็นวัฏจักรจนตัวอย่างที่เตรียมไว้หมด	ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์สมมติฐาน หลังจากครูได้นำเสนอตัวอย่าง ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและชื่อของมโนทัศน์ ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์สมมติฐานที่นักเรียนตั้งมาและกำจัดสมมติฐานที่ไม่ใช่จากข้อมูลที่ได้รับ ทำซ้ำเป็นวัฏจักรระหว่างขั้นตอนที่ 1 และ 2 จนกว่าจะได้สมมติฐานที่ถูกต้องหรือจนกว่าตัวอย่างที่เตรียมไว้จะหมด	ขั้นที่ 5 พัฒนานิยามของมโนทัศน์ ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานของลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ทั้งหมด และครูให้นักเรียนลองนิยามและตั้งชื่อมโนทัศน์	ขั้นที่ 3 หลังจากนักเรียนได้รับตัวอย่างแล้วครูให้นักเรียนถามตัวเองว่าลักษณะร่วมกันของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์มีอะไรบ้าง ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานของมโนทัศน์หลังจากนักเรียนได้สมมติฐานที่ค่อนข้างมั่นใจแล้วครูให้นักเรียนอธิบายขั้นตอนที่ได้มาซึ่งมโนทัศน์	ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานนั้น
			ขั้นที่ 6 ให้ตัวอย่างเพิ่มเติม หลังจากนักเรียนได้นิยามแรกเริ่มแล้ว ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนทั้ง 2 ชนิด เพื่อทดสอบสมมติฐานว่าสามารถอธิบายตัวอย่างได้หรือไม่		ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐานและทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด

ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

ทิศนา แขมมณี (2551)	Lasley, Matczynski, & Rowley (2002)	Eggen & Kauchak (2001)	Gunter, Estes, & Mintz (2007)	Joyce & Weil (2003)	ผู้วิจัย
ขั้นที่ 5 ให้นักเรียนสรุปและให้คำจำกัดความ ของสิ่งที่ต้องการสอน ขั้นที่ 6 ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกัน นักเรียนและครูอภิปรายร่วมกันถึงวิธีการที่นักเรียนใช้ในการหาคำตอบ และให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดของตัวเอง	ขั้นที่ 4 การสรุปมโนทัศน์ หลังจากได้สมมติฐานที่ถูกต้องแล้วครูให้นักเรียนตั้งชื่อของมโนทัศน์ ครูทบทวนมโนทัศน์จากตัวอย่างที่ให้ในขั้นที่ 2 โดยใช้คำถามกระตุ้นว่าเพราะเหตุใดตัวอย่างนี้เป็นหรือไม่เป็นมโนทัศน์ เพื่อทราบถึงวิธีการคิดของนักเรียนที่ได้มาซึ่งมโนทัศน์	ขั้นที่ 3 การสรุป หลังจากนักเรียนได้สมมติฐานที่ถูกต้องแล้ว ครูให้นักเรียนสรุปลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์และกำหนดชื่อของมโนทัศน์	ขั้นที่ 7 อภิปรายขั้นตอนร่วมกันในชั้นเรียน ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียนถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งนิยามของมโนทัศน์ ครูและนักเรียนอภิปรายเกี่ยวกับความเหมือนหรือความต่างจากตัวอย่างที่ได้รับหรือวิเคราะห์ตัวอย่างที่มีประโยชน์ในการช่วยหานิยามของมโนทัศน์ได้ดีที่สุด	ขั้นที่ 4 ครูให้นักเรียนตั้งชื่อมโนทัศน์แล้วครูและนักเรียนร่วมกันสรุปมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมด้วยตัวเองเพื่อทดสอบความเข้าใจ และนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้	ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสมมติฐานเพื่อสรุปลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับวิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน
	ขั้นที่ 5 การนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์เพื่อที่ครูจะสามารถวัดความเข้าใจของนักเรียนได้	ขั้นที่ 4 การประยุกต์ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เอง เพื่อให้นักเรียนได้ทดสอบความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ และยังช่วยให้ครูได้รับรู้ความเข้าใจของนักเรียน	ขั้นที่ 8 ประเมินผล เพื่อประเมินผลความเข้าใจของนักเรียนต่อมโนทัศน์ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมด้วยตัวเองทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์		ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุต์ใช้

จากตารางการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ข้างต้น ผู้วิจัยได้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งมีทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน และทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสมมติฐานเพื่อสรุปลักษณะ เฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ข้างต้น ผู้วิจัยจะนำไปใช้ในการสังเคราะห์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ

2.4 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Joyce & Weil (2003) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ ดังนี้

1. ในขั้นตอนการเตรียมสอนครูควรกำหนดเนื้อหา มโนทัศน์มโนทัศน์ที่ต้องการสอน และจุดประสงค์ของเนื้อหาให้ชัดเจน ทักษะและกระบวนการที่นักเรียนควรได้รับ รวมไปถึงเจตคติ เช่น การทำงานร่วมกับผู้อื่น หรือความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับ

2. ครูเตรียมตัวอย่างที่จะนำเสนอให้แก่นักเรียน รวมถึงวิธีการนำเสนอตัวอย่าง และครูควรพิจารณาว่ามโนทัศน์ที่นักเรียนได้เรียนนั้นเป็นความรู้เดิมหรือความรู้ใหม่ของนักเรียน

3. ในขั้นตอนนำเสนอตัวอย่างครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนระบุลักษณะร่วมหรือความแตกต่างของตัวอย่างที่ได้รับ เช่น ครูนำเสนอตัวอย่างของภาพวาดเลียนแบบในศตวรรษที่ 19 จากนั้นครูให้นักเรียนระบุลักษณะร่วมหรือความแตกต่างของภาพวาดนั้น

4. ในขั้นตอนตั้งสมมติฐานครูควรกระตุ้นให้นักเรียนตั้งสมมติฐานของมโนทัศน์นั้น และให้นักเรียนจดบันทึก

5. ในขั้นตอนการสรุปครูควรสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้แก่นักเรียน และควรมอบหมายงานเกี่ยวกับการนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้

นวลลออ ทินานนท์ (2540) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ ดังนี้

1. ครูต้องการนำเสนอการสอนมโนทัศน์ใดก็ต้องมีการตระเตรียมการสอนและวางแผนไว้อย่างดี คือ ต้องมีการเตรียมหาตัวอย่างของมโนทัศน์นั้นหลาย ๆ ตัวอย่าง ทั้งที่ใช่และไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ ครูควรยึดหลักว่าต้องมีให้มากพอที่จะครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนจับเอาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่ใช่ และแยกแยะลักษณะของสิ่งที่ใช่ และไม่ใช่ออกจากกัน

2. การนำตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์มานำเสนอให้แก่นักเรียนมีความสำคัญมาก เมื่อครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์จากนั้นนำมาเรียงลำดับ การเรียงลำดับของกลุ่มมโนทัศน์ 2 กลุ่มนี้ก็จะมีผลต่อการเรียนรู้ที่ต่างกัน กล่าวคือถ้าครูต้องการให้นักเรียนฝึกการสังเกต ครูต้องเรียงลำดับตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์สลับกัน แต่ถ้าครูประสงค์จะให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์อย่างรวดเร็วและไม่เน้นทักษะเรื่องการสังเกต ครูก็จะเรียงลำดับตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ก่อนเป็นอันดับแรก และต่อด้วยตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งการจะเรียงลำดับแบบใดก็ขึ้นอยู่กับจุดมุ่งหมายของบทเรียน

3. การจะให้นักเรียนเห็นตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น นอกจากคำพูดหรือคำบอกเล่าเรื่องเล่าอาจต้องพึ่งสื่อการสอนหรืออุปกรณ์ต่าง ๆ ช่วยด้วย เช่น รูปภาพ ของจริง หุ่นจำลอง ฯลฯ เท่าที่ครูสามารถทำให้นักเรียนเห็นลักษณะต่าง ๆ ของมโนทัศน์ที่ต้องการสอนได้ก็ถือว่าเป็นสื่อที่ดี

จากที่กล่าวไปข้างต้นสามารถสรุปได้ว่าในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ บทบาทของครูคือ ครูควรเตรียมการสอนให้เป็นอย่างดี โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเตรียมตัวอย่างที่จะนำเสนอให้แก่นักเรียน ซึ่งตัวอย่างนั้นต้องหลากหลายและครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ อีกทั้งครูควรเตรียมวิธีการนำเสนอตัวอย่างเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตุ และใช้คำถามกระตุ้นในขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนได้ตั้งสมมติฐานและสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้

3. กลวิธี SQRQCQ

3.1 ความหมายของกลวิธี SQRQCQ

มีนักการศึกษาได้กล่าวเกี่ยวกับความหมายของกลวิธี SQRQCQ ไว้ดังนี้

Heidema (2009) กล่าวว่า กลวิธี SQRQCQ มุ่งเน้นให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด และความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ยิ่งไปกว่านั้นยังให้นักเรียนได้สะท้อนกลับถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งทำตอบ ตรวจสอบความเข้าใจและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

Fisher & Frey (2012) กล่าวว่า กลวิธี SQRQCQ คือ กระบวนการฝึกหัดการอ่านสำหรับสาขาวิชาคณิตศาสตร์ กลวิธี SQRQCQ มีเค้าโครงมาจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เนื่องจากมีแนวทางที่เป็นระบบในการระบุข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้และความรู้สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา

Strichart & Mangrum (1993) กล่าวว่า กลวิธี SQRQCQ เป็นกระบวนการพัฒนาทักษะสำคัญที่จำเป็นต่อการศึกษานั่นคือ ทักษะการอ่านหนังสือแบบเรียน และทักษะการแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังเป็นกระบวนการที่เป็นเหตุเป็นผลเชิงตรรกะและง่ายต่อการนำไปประยุกต์ใช้

จากคำกล่าวของนักการศึกษาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า กลวิธี SQRQCQ หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการอ่านโดยให้นักเรียนอ่านโจทย์และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหา และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

3.2 ขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ

มีนักการศึกษาได้กล่าวเกี่ยวกับขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ไว้ ดังนี้

Fay (1965) ได้กำหนดขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Survey) ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างผ่าน ๆ เพื่อทำความเข้าลักษณะทั่วไปของปัญหา

ขั้นที่ 2 Q (Question) ครูให้นักเรียนถามตัวเองว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการด้วยคำพูดตามความเข้าใจของนักเรียน และถ้าเป็นไปได้นักเรียนสามารถวาดรูปเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นที่ 3 R (Reread) ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้งเพื่อระบุข้อเท็จจริงที่ได้รับและความสัมพันธ์

ขั้นที่ 4 Q (Question) ครูให้นักเรียนระบุกระบวนการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 5 C (Compute) ครูให้นักเรียนคำนวณเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 Q (Question) ครูให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ขั้นตอนการคำนวณ และข้อเท็จจริงที่ใช้

Heidema (2009) ได้กำหนดขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Survey) ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างผิวเผิน เพื่อให้ได้แนวคิดหรือหรือเข้าใจลักษณะพื้นฐานของปัญหา

ขั้นที่ 2 Q (Question) ครูให้นักเรียนถามตนเองว่าปัญหาเกี่ยวกับอะไรต้องการข้อมูลใดจากปัญหาบ้าง เปลี่ยนประโยคของปัญหาเป็นคำถามหรือทำความเข้าใจปัญหาอีกครั้ง

ขั้นที่ 3 R (Read) ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างรอบคอบอีกครั้ง โดยอาจจะอ่านออกเสียง เพื่อระบุข้อมูลที่สำคัญ ข้อเท็จจริง ความสัมพันธ์ และรายละเอียดที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยระบุข้อมูลที่สำคัญ

ขั้นที่ 4 Q (Question) ครูให้นักเรียนถามตนเองว่าจะต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไร เช่น ต้องดำเนินการกระทำกับจำนวนใด ในระดับใด หรือต้องใช้กลวิธีใด สิ่งที่ได้รับจากปัญหาคืออะไร และสิ่งที่ยังไม่ทราบจากปัญหาคืออะไร ใช้องค์ความรู้ใดบ้าง

ขั้นที่ 5 C (Compute or construct) ครูให้นักเรียนดำเนินการคำนวณเพื่อแก้ปัญหาหรือแสดงวิธีทำโดยการเขียนแผนภาพ การสร้างตาราง หรือการสร้างสมการเพื่อแก้ปัญหา

ขั้นที่ 6 Q (Question) ครูให้นักเรียนถามตนเองเกี่ยวกับการใช้วิธีการแก้ปัญหาว่าถูกต้องและคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ เช่น คำนวณได้ถูกต้องหรือไม่ ใช้ข้อเท็จจริงในปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ ใช้องค์ความรู้แก้ปัญหาได้ถูกต้องหรือไม่

Fisher & Frey (2012) ได้กำหนดขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Survey) ครูให้นักเรียนสำรวจปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อเข้าใจแก่นของปัญหา โดยการอ่านครั้งแรกอ่านเพื่อเข้าใจความหมายโดยทั่วไปเท่านั้น

ขั้นที่ 2 Q (Question) ครูให้นักเรียนตั้งคำถามว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร และให้นักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของนักเรียนในการตั้งคำถาม ครูคอยชี้แนะนักเรียนเพื่อไม่ให้นักเรียนพลาดคำศัพท์ทางเทคนิคในโจทย์ปัญหา

ขั้นที่ 3 R (Reread) ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอีกครั้งเพื่อหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาและกำจัดข้อมูลที่ไม่สำคัญตามความเหมาะสม

ขั้นที่ 4 Q (Question) ครูให้นักเรียนตั้งคำถามอีกครั้งว่าจะใช้ความรู้ใดในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 5 C (Compute or construct) ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 6 Q (Question) ครูให้นักเรียนตั้งคำถามถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ หรือความสอดคล้องของคำตอบกับปัญหา

จากขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ของนักการศึกษาที่ได้เสนอมานั้นผู้จัดทำได้นำมาสังเคราะห์เป็นขั้นตอนกลวิธี SQRQCQ ของผู้วิจัย ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 การสังเคราะห์ขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ

Fay (1965)	Heidema (2009)	Fisher & Frey (2012)	ผู้วิจัย
ขั้นที่ 1 S (Survey) ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างรวดเร็วเพื่อทำความเข้าใจลักษณะทั่วไปของปัญหา	ขั้นที่ 1 S (Survey) ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างผิวเผิน เพื่อให้ได้แนวคิดหรือหรือเข้าใจลักษณะพื้นฐานของปัญหา	ขั้นที่ 1 S (Survey) ครูให้นักเรียนสำรวจปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อเข้าใจแก่นของปัญหา โดยการอ่านครั้งแรกอ่านเพื่อเข้าใจความหมายโดยทั่วไปเท่านั้น	ขั้นที่ 1 S (Survey) ขั้นสำรวจปัญหา ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา
ขั้นที่ 2 Q (Question) ครูให้นักเรียนถามตัวเองว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการด้วยคำพูดตามความเข้าใจของนักเรียน และถ้าเป็นไปได้นักเรียนสามารถวาดรูปเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ดียิ่งขึ้น	ขั้นที่ 2 Q (Question) ครูให้นักเรียนถามตนเองว่าปัญหาเกี่ยวกับอะไรต้องการข้อมูลใดจากปัญหาบ้าง เปลี่ยนประโยคของปัญหาเป็นคำถามหรือทำความเข้าใจปัญหาอีกครั้ง	ขั้นที่ 2 Q (Question) ครูให้นักเรียนตั้งคำถามว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร และให้นักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของนักเรียนในการตั้งคำถาม ครูคอยชี้แนะนักเรียนเพื่อไม่ให้นักเรียนพลาดคำศัพท์ทางเทคนิคในโจทย์ปัญหา	ขั้นที่ 2 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและนักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของตัวเอง
ขั้นที่ 3 R (Reread) ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้งเพื่อระบุข้อเท็จจริงที่ได้รับและความสัมพันธ์	ขั้นที่ 3 R (Read) ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างรอบคอบอีกครั้ง โดยอาจจะอ่านออกเสียง เพื่อระบุข้อมูลที่สำคัญ ข้อเท็จจริง ความสัมพันธ์ และรายละเอียดที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยระบุข้อมูลที่สำคัญ	ขั้นที่ 3 R (Reread) ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอีกครั้งเพื่อหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาและกำจัดข้อมูลที่ไม่สำคัญตามความเหมาะสม	ขั้นที่ 3 R (Reread) ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา

ตารางที่ 2.3 (ต่อ)

Fay (1965)	Heidema (2009)	Fisher & Frey (2012)	ผู้วิจัย
ขั้นที่ 4 Q (Question) ครูให้นักเรียนระบุกระบวนการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 4 Q (Question) ครูให้นักเรียนถามตนเองว่าจะต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไร เช่น ต้องดำเนินการกระทำกับจำนวนใด ในระดับใด หรือต้องใช้กลวิธีใด สิ่งที่ได้รับจากปัญหาคืออะไรและสิ่งที่ยังไม่ทราบจากปัญหาคืออะไร ใช้องค์ความรู้ใดบ้าง	ขั้นที่ 4 Q (Question) ครูให้นักเรียนตั้งคำถามอีกครั้งว่าจะใช้ความรู้ใดในการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 4 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง
ขั้นที่ 5 C (Compute) ครูให้นักเรียนคำนวณเพื่อหาคำตอบ	ขั้นที่ 5 C (Compute or construct) ครูให้นักเรียนดำเนินการคำนวณเพื่อแก้ปัญหา หรือแสดงวิธีทำโดยการเขียนแผนภาพ การสร้างตาราง หรือการสร้างสมการเพื่อแก้ปัญหา	ขั้นที่ 5 C (Compute or construct) ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา	ขั้นที่ 5 C (Compute) ขั้นแสดงการคำนวณ ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ
ขั้นที่ 6 Q (Question) ครูให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบขั้นตอนการคำนวณ และข้อเท็จจริงที่ใช้	ขั้นที่ 6 Q (Question) ครูให้นักเรียนถามตนเองเกี่ยวกับการใช้วิธีการแก้ปัญหาว่าถูกต้องและคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่ เช่น คำนวณได้ถูกต้องหรือไม่ ใช้ข้อเท็จจริงในปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ ใช้องค์ความรู้แก้ปัญหาได้ถูกต้องหรือไม่	ขั้นที่ 6 Q (Question) ครูให้นักเรียนตั้งคำถามถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ หรือความสอดคล้องของคำตอบกับปัญหา	ขั้นที่ 6 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่

จากตารางการสังเคราะห์ขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ผู้วิจัยได้ขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Survey) ขั้นสำรวจปัญหา ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา

ขั้นที่ 2 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและนักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของตัวเอง

ขั้นที่ 3 R (Reread) ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง

ขั้นที่ 5 C (Compute) ขั้นแสดงการคำนวณ ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่

จากขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ข้างต้นผู้วิจัยจะนำไปใช้สังเคราะห์ร่วมกับรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

3.3 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ดังนี้

Strichart & Mangrum (1993) ได้เสนอบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ดังนี้

1. ครูอธิบายให้นักเรียนเข้าใจความหมายของกลวิธี SQRQCQ ว่าแต่ละตัวอักษรย่อมาจากอะไรและแต่ละขั้นตอนมีความหมายว่าอย่างไร

2. ครูสาธิตการใช้กลวิธี SQRQCQ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนำเสนอว่าแต่ละขั้นตอนนั้นควรทำอย่างไร

3. ครูสาธิตนักเรียนอีกครั้งเพื่อเป็นการย้ำให้นักเรียนเข้าใจกลวิธี SQRQCQ มากยิ่งขึ้น

4. ครูให้สถานการณ์โจทย์ที่หลากหลายแก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนฝึกการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง แต่ไม่ต้องคำนวณหาคำตอบ

5. ครูให้นักเรียนร่วมมือกันเป็นคู่โดยที่แต่ละคู่นั้นควรคละความสามารถ จากนั้นครูให้สถานการณ์โจทย์ทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียนแต่ละคู่ทำการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี SQRQCQ และครูให้นักเรียนทบทวนแต่ละขั้นตอนที่นักเรียนได้ดำเนินการ

6. ครูให้นักเรียนจับคู่ใหม่เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้การทำงานร่วมกับผู้อื่น และครูให้สถานการณ์โจทย์เพิ่มเติมและทำการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี SQRQCQ และครูให้นักเรียนทบทวนแต่ละขั้นตอนที่นักเรียนได้ดำเนินการ

7. ครูให้นักเรียนจับคู่กันอย่างอิสระ และครูมอบสถานการณ์โจทย์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายแก่นักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกฝนกลวิธี SQRQCQ

8. ครูให้นักเรียนสร้างสถานการณ์โจทย์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จากนั้นครูให้นักเรียนทำการแก้ปัญหาโดยใช้กลวิธี SQRQCQ จากสถานการณ์โจทย์ที่สร้างขึ้นด้วยตนเอง

9. ครูให้นักเรียนเขียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากกลวิธี SQRQCQ เพื่อที่ครูสามารถประเมินสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ได้

Heidema (2009) ได้เสนอบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ดังนี้ ครูควรอธิบายขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ให้นักเรียนทราบ จากนั้น ครูให้นักเรียนทดลองใช้กลวิธี SQRQCQ ด้วยหนึ่งหรือสองปัญหาก่อนกระตุ้นให้ผู้เรียนได้ฝึกกับปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ได้ดังนี้ ครูควรอธิบายความหมายแต่ละขั้นตอนพร้อมทั้งสาธิตการใช้กลวิธี SQRQCQ ให้นักเรียนเข้าใจ และสถานการณ์โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้รับต้องมีความหลากหลาย อีกทั้งครูควรให้นักเรียนได้ฝึกการทำงานร่วมกับผู้อื่นโดยการจับคู่ และครูควรให้นักเรียนสร้างสถานการณ์โจทย์ด้วยตนเองพร้อมทั้งแก้ปัญหา

4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ

รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง และตารางการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ (Lasley, Matczynski, & Rowley, 2002; Eggen & Kauchak, 2001; Gunter, Estes, & Mintz, 2007; ทิศนา แขมมณี, 2551; Joyce & Weil 2003) สามารถสรุปความหมายและขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ได้ ดังนี้

รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ หมายถึง รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ครูจะนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานของตนเองจนสามารถระบุลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ได้ (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2561; Lasley, Matczynski, & Rowley, 2002; Gunter, Estes, & Mintz, 2007; Eggen & Kauchak, 2001; Moore, 2015) ซึ่งประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน และทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมมติฐานและลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้

กลวิธี SQRQCQ

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง และตารางการสังเคราะห์ขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ (Fay, 1965; Heidema, 2009; Fisher & Frey, 2012)สามารถสรุปความหมายและขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ ได้ ดังนี้

กลวิธี SQRQCQ หมายถึง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการอ่านโดยให้นักเรียนอ่านโจทย์และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหาและการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ (Heidema 2009; Fisher & Frey 2012; Strichart & Mangrum 1993) ซึ่งประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Survey) ขั้นสำรวจปัญหา ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา

ขั้นที่ 2 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและนักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของตัวเอง

ขั้นที่ 3 R (Reread) ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง

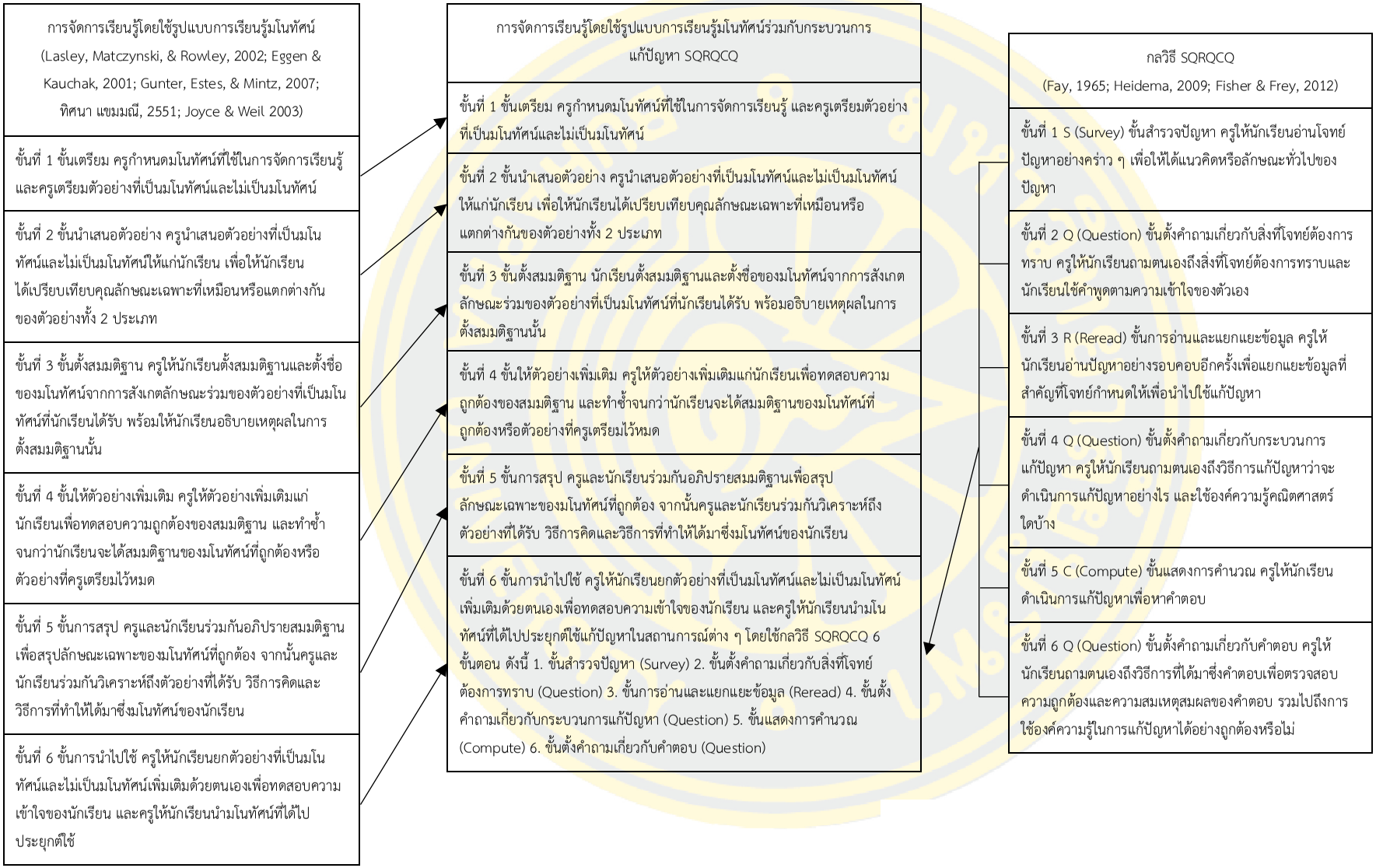
ขั้นที่ 5 C (Compute) ขั้นแสดงการคำนวณ ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่

การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ

ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ หมายถึง รูปแบบจัดการเรียนการสอนที่ครูจะนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานของตนเองจนกว่าจะระบุลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์ได้ และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหา และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยนำขั้นตอนของกลวิธี SQRQCQ แทรกในขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ในขั้นตอนที่ 6 ซึ่งแสดงดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ

ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่ใช้ในการวิจัย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน และทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสมมติฐานเพื่อสรุปลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้กลวิธี SQRQCQ 6 ขั้นตอน ดังนี้ 1. ขั้นสำรวจปัญหา (Survey) 2. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ (Question) 3. ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล (Reread) 4. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา (Question) 5. ขั้นแสดงการคำนวณ (Compute) 6. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ (Question)

ผู้วิจัยได้นำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ 6 ขั้นตอน ไปใช้ในการเขียนกิจกรรมการเรียนรู้ ในแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

5. มโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ ซึ่งแปลตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า concept ซึ่งสำนักงานราชบัณฑิตยสภา (2550) เสนอว่า มโนทัศน์ประกอบด้วยคำว่า มโน แปลว่า ใจ และ ทัศน์ ซึ่งมาจาก ทัศนะ แปลว่า ความเห็น การเห็น สิ่งที่เห็น ซึ่งบางท่านได้ใช้คำที่แตกต่างออกไป เช่น สุนิษา คำสะอาด และวิมล สำราญวานิช (2557) ได้ใช้คำว่า มโนมติ หรือ กัลยาณี ยังสังข์ (2539) ได้ใช้คำว่า มโนภาพ โดยในงานวิจัยนี้ใช้คำว่า มโนทัศน์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ ดังนี้

Gunter, Estes, & Mintz (2007) กล่าวว่ามโนทัศน์ คือ ความคิดที่เป็นนามธรรมของแนวคิดหรือวัตถุ ซึ่งมโนทัศน์จะมีลักษณะเฉพาะที่ได้มาจากการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตเพื่อจัดหมวดหมู่แนวคิดหรือวัตถุต่าง ๆ หรือจำแนกออกจากกัน

Eggen & Kauchak (2001) กล่าวว่ามโนทัศน์ คือ ประเภท หมวดหมู่ กลุ่ม หรือชนิดของวัตถุหรือแนวคิดที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกัน ตัวอย่างเช่น มโนทัศน์ของ “เส้นละติจูด” คือเส้นขนานสมมติบนแผนที่ซึ่งลากเป็นแนวนอนจากทิศตะวันออกสู่ทิศตะวันตกเพื่อใช้ระบุตำแหน่ง

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2566) กล่าวว่ามโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการรับรู้ การสังเกต หรือประสบการณ์ แล้วสามารถจัดสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะเหมือนกันให้เป็นพวกเดียวกัน หรือจำแนกสิ่งที่ต่างกันออกจากกัน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดที่เป็นนามธรรม เกี่ยวกับแนวคิดหรือวัตถุ ซึ่งมีลักษณะเฉพาะที่ได้มาจากการรวบรวมข้อมูล สังเกต เปรียบเทียบ เพื่อจัดหมวดหมู่แนวคิด หรือวัตถุต่าง ๆ ให้เป็นกลุ่ม หรือประเภท โดยมีคุณลักษณะร่วมกัน

ในส่วนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Good (1945) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดรวบยอด หรือเนื้อหาที่มีความเกี่ยวข้องในการคำนวณเป็นหลัก เป็นความสัมพันธ์เชิงปริมาณ รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบหรือความคิดสำคัญเกี่ยวกับลักษณะภายนอกของสิ่งของที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะเหล่านั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2566) กล่าวว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่สามารถจัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าเป็นพวกเดียวกัน โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเชื่อมโยงกันได้

อัมพร ม้าคนอง (2557) กล่าวว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น และตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้ วงกลมเป็นเซตของจุดทุกจุดบนระนาบที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งเป็นระยะทางเท่ากัน รากที่สองของจำนวนจริงคือจำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้จำนวนจริงที่กำหนดให้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่นักเรียนได้มาจากการจัดหมวดหมู่ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าด้วยกัน โดยเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์

5.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เปรียบเสมือนพื้นฐานของความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้และเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนยิ่งขึ้น ซึ่งนักเรียนที่เข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างลึกซึ้งจะสามารถเรียนรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนต่อไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความสำคัญ ดังนี้

Cooney & Henderson (1975 อ้างถึงในเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2566) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ส่งเสริมให้เกิดการให้เหตุผล ช่วยในการวางหลักการ ทั่วไป และช่วยในการค้นพบสมบัติบางประการที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

อัมพร ม้าคนอง (2557) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่าผู้สอนจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าผู้สอนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอน ในขณะเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับผู้เรียนในการคิด การเรียนรู้ และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก มโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) เสนอว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

นพพร แหยมแสง (2556) กล่าวว่า ความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นต่าง ๆ จะเกี่ยวเนื่องเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานในชั้นต้น ๆ หากนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจคณิตศาสตร์ในชั้นต้นมาเป็นอย่างดี ส่งผลให้การเรียนในชั้นต่อ ๆ ไป ดำเนินไปได้ด้วยดี ซึ่งการพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียนในชั้นต้นสามารถทำให้นักเรียนนำไปใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับต่อไปได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเปรียบเสมือนรากฐานและเครื่องมือสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ คิดวิเคราะห์ และนำไปใช้แก้ปัญหาหรือการเรียนต่อในระดับชั้นที่สูงขึ้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5.3 แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2566) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งครูเป็นผู้ที่มีความสำคัญมากในการพัฒนามโนทัศน์แก่นักเรียน โดยมีแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรมีการเสนอตัวอย่างทางบวกและทางลบของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอนให้มากพอ นำเสนอในเวลาที่ใกล้เคียงหรือพร้อมกัน เพื่อให้นักเรียนสามารถแยกแยะความแตกต่างและสรุปมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ ได้

2. ครูควรนำเสนอลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และลดลักษณะที่ไม่จำเป็นลง

3. การใช้ภาษาในการสอน ครูควรใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่าย ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสื่อสารมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับตัวเอง นำเสนอคำจำกัดความของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และส่งเสริมให้นักเรียนนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้แล้วไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ รวมทั้งนำไปใช้ในการแก้ปัญหาและมีโอกาสในการตัดสินใจ

4. ครูควรตรวจสอบมโนทัศน์พื้นฐานเดิมของนักเรียนเนื่องจากนักเรียนสามารถเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ในระดับสูงขึ้นได้ดี ถ้านักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์พื้นฐานมาอย่างถูกต้อง

5. ในการสอนมโนทัศน์ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ครูควรสอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงของมโนทัศน์แต่ละมโนทัศน์ โดยใช้วิธีการสอนที่หลากหลายและเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

6. ครูควรกำหนดจุดประสงค์ในการเรียนรู้ให้ชัดเจนว่าจะ พัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใดบ้าง และครูควรมีการประเมินด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเกิดการเรียนรู้ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นหรือไม่อย่างไร

อัมพร ม้าคนอง (2557) กล่าวว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีแนวคิดและแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. จัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมาย จำเป็นสำหรับการคิดและการใช้งาน และเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับสูงขึ้น นอกจากนี้ ควรให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และให้นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีหรือเนื้อหากับวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่ตนเลือกใช้ ความรู้คณิตศาสตร์จึงควรเกิดจากความเข้าใจ มิใช่เกิดจากการจดจำ การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้นได้

2. พัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ การคิดไตร่ตรอง การคิดอย่างมีวิจารญาณ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐานสำคัญของการทำความเข้าใจและการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

3. ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้ผู้เรียน โดยอาจต้องมีการวิเคราะห์มโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้น จึงออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละมโนทัศน์ และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรม จะต้องมีการประเมินพฤติกรรมการทำกิจกรรมของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง โดยอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองและขยายไปสู่ความหมายใหม่หรือความรู้เชิงนามธรรมได้

4. เลือกใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา เช่น Geometer's Sketch Pad, TI 82, TI 93 และ Graphing Calculator รวมทั้งจัดสภาพแวดล้อมหรือบริบทของการเรียนรู้ให้เอื้อต่อการใช้สื่อและนวัตกรรมเหล่านั้น

5. ประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การประเมินพัฒนาการของผู้เรียนแต่ละคน นอกจากนี้ ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียน เพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

6. พยายามให้ผู้เรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของผู้เรียน และไม่ยากเกินกว่าที่ผู้เรียนจะคิดได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ออกเป็น 2 ด้าน ได้แก่

1. ด้านการนำเสนอมโนทัศน์ ครูควรตรวจสอบพื้นฐานมโนทัศน์ก่อนสอนมโนทัศน์ใหม่ อีกทั้งครูควรนำเสนอทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ เน้นลักษณะสำคัญ ลดทอนรายละเอียดที่ไม่จำเป็น และใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย

2. ด้านการจัดการเรียนรู้ ครูควรออกแบบกิจกรรมให้สอดคล้องกับมโนทัศน์จำเป็นต่อการนำไปใช้ในอนาคตและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ครูควรเลือกใช้สื่อและเทคโนโลยีที่เหมาะสม จัดการเรียนรู้ที่เน้นการคิดวิเคราะห์ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบความแตกต่างของสิ่งที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ ครูให้นักเรียนได้ตั้งสมมติฐานและสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง และประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์อย่างต่อเนื่อง

5.4 การวัดและประเมินผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

5.4.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

Rubric มาจากภาษาละตินว่า RUBRICA TERRA ซึ่งเป็นคำโบราณที่ใช้ในทางศาสนา หมายถึง การทำเครื่องหมายสีแดงไว้บนสิ่งสำคัญ ส่วนในทางการศึกษานั้น Rubric หมายถึง สมรรถภาพหรือรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของนักเรียน เพื่อใช้เป็นแนวทางในการให้คะแนนที่ชัดเจน ซึ่งเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า Rubric Score หมายถึง กฎหรือเครื่องหมายหรือแนวทางการให้คะแนน ซึ่งมีนักการศึกษาได้ใช้คำว่า เกณฑ์การประเมิน การให้คะแนนรูบริค ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้คำว่า “เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค”

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ดังนี้

ราตรี นันทสุคนธ์ (2553) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Rubric Score) เป็นเครื่องมือที่ประกอบด้วย คุณลักษณะแต่ละระดับค่าคะแนนของชิ้นงาน หรือกระบวนการปฏิบัติ เพื่อใช้เป็นแนวทางในการตัดสินชิ้นงานหรือกระบวนการปฏิบัติงานนั้น ๆ และเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค มี 2 รูปแบบ ดังนี้

1. การกำหนดเกณฑ์โดยภาพรวม (Holistic Rubric Score) เป็นการให้คะแนนโดยพิจารณาผลงานของผู้เรียนในภาพรวมว่า มีคุณภาพสอดคล้องกับเกณฑ์ในระดับใดบ้าง และมีคะแนน

ชุดเดียวสำรับงานชิ้นนั้น ซึ่งจะมีคำอธิบายคุณภาพของงานประกอบการให้คะแนนและ ตัดสินระดับคะแนนต่าง ๆ ได้ด้วย การให้คะแนนแบบภาพรวมมีวิธีพิจารณาหลายวิธีได้แก่

วิธีที่ 1 กำหนดตามระดับความผิดพลาด โดยพิจารณาจากความบกพร่องของคำตอบว่า มีมากน้อยเพียงใด แล้วหักจากคะแนนสูงสุดทีละระดับ

วิธีที่ 2 กำหนดระดับของการยอมรับและคำอธิบาย

2. การกำหนดเกณฑ์การประเมินแบบแยกองค์ประกอบ (Analytical Rubric Score) เป็นการกำหนดเกณฑ์โดยจำแนกสิ่งต่าง ๆ ที่ต้องการประเมินออกเป็นประเด็น ๆ การให้คะแนนจะให้ตามระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนจากการประเมินประเด็นทั้งหมดมารวมกันอีกครั้งหนึ่ง

ศศิธร แม้นสงวน (2556) ได้กล่าวว่า เกณฑ์การประเมิน (Rubric) ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ (Criteria) ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติหรือผลผลิตของผู้เรียน และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนน เกณฑ์จะบอกผู้สอนหรือผู้ประเมินว่าการปฏิบัติงานหรือผลงานนั้น ๆ จะต้องพิจารณาสิ่งใดบ้างระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนจะบอกว่าการปฏิบัติหรือผลงานที่สมควรจะได้ระดับ คุณภาพหรือระดับคะแนนนั้น ๆ ของเกณฑ์แต่ละตัว มีลักษณะอย่างไร เกณฑ์การประเมิน (Rubric) จึงเป็นเหมือนการกำหนดลักษณะเฉพาะของการปฏิบัติหรือผลงาน นั้น ๆ ในเชิงคุณภาพหรือเชิงปริมาณ หรือทั้ง 2 อย่างรวมกันทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน ซึ่งเกณฑ์การประเมิน (Rubric) มี 2 รูปแบบ คือ เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม (Holistic Rubric) และเกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic Rubric)

1. เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม (Holistic Rubric) ครูจะให้คะแนนโดยดูภาพรวมของกระบวนการหรือผลงาน ไม่แยกพิจารณาเป็นส่วน ๆ เกณฑ์การประเมิน (Rubric) แบบนี้จะใช้เมื่อต้องการดูภาพโดยรวมมากกว่าจะดูข้อบกพร่องส่วนย่อย ๆ เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวมจะเหมาะกับการปฏิบัติที่ต้องการให้ผู้เรียนสร้างสรรค์และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจนแน่นอน

2. เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic Rubric) ใช้เมื่อต้องการเน้นการตอบสนองที่มีลักษณะเฉพาะ และไม่ได้เน้นความคิดสร้างสรรค์ ใช้เป็นตัวแทนของการประเมินหลายมิติ การใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงได้ผลสะท้อนกลับค่อนข้างสมบูรณ์ เป็นประโยชน์สำหรับผู้เรียนและผู้สอนมาก ผู้สอนที่ใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงสามารถสร้างเส้นภาพ (Profile) จุดเด่นจุดด้อยของผู้เรียนแต่ละคนได้

สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์ (2553) กล่าวว่า แนวคิดของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค แบ่งเป็น 2 รูปแบบ ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Rubrics) เป็นแนวทางการให้คะแนนโดยพิจารณาจากภาพรวมของชิ้นงานโดยจะมีคำอธิบายลักษณะของงานในแต่ละระดับไว้อย่างชัดเจน ซึ่ง

อาจจะจัดชิ้นงานเป็นระดับคุณภาพ เช่น ดี พอใช้ ปรับปรุง หรือ ดีมาก ดี พอใช้ ปรับปรุง หรืออาจใช้เป็นจำนวนตัวเลข 3, 2, 1 หรือ 4, 3, 2, 1 ก็ได้ ตามความเหมาะสม การให้คะแนนควรพิจารณาผลรวมหรือภาพรวมทั้งหมด หรืออาจกำหนดคะแนนและอธิบายความหมายของคะแนนแต่ละคะแนนอย่างละเอียด ซึ่งการเขียนคำอธิบายคะแนนจะนิยมใช้คำขยายช่วยเพื่อให้เห็นถึงความแตกต่างของคะแนน เช่น มาก-น้อย-ค่อนข้าง-เสมอ-บ่อย-บ้าง-บางครั้ง-ส่วนใหญ่-ส่วนน้อย-ทุกครั้ง-บางครั้ง ฯลฯ

2. เกณฑ์แบบแยกเป็นรายด้าน (Analytic Rubrics) เป็นแนวทางการให้คะแนนผลงานโดยพิจารณาจากแต่ละส่วนของงาน โดยทั่วไปนิยมกำหนดไม่เกิน 4-6 ด้าน ในแต่ละด้านจะมีคำนิยามหรือคำอธิบายลักษณะของงานในส่วนนั้น ๆ และมีการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนโดยมีคำอธิบายคุณภาพของผลงานไว้อย่างชัดเจน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอว่า การกำหนดเกณฑ์การประเมิน เป็นการกำหนดบรรทัดฐานในการวัดผลประเมินผล โดยทั่วไปจะใช้เกณฑ์ 2 ประเภท ดังนี้

1. การใช้เกณฑ์รวม เพื่อประเมินผลในแบบองค์รวมหรือแบบภาพรวมที่ต้องการผลสรุปของประเด็นสำคัญ ๆ

2. การใช้เกณฑ์ย่อย ซึ่งเป็นเกณฑ์ประเมินประเด็นย่อย ๆ โดยการแยกองค์ประกอบย่อยเพื่อตรวจคุณภาพในรายละเอียด และนำผลป้อนกลับไปใช้ประโยชน์ทันที เช่น ปรับปรุงวิธีสอน พัฒนาผู้เรียนระหว่างการเรียนรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือในการประเมินผลนักเรียน ซึ่งประกอบไปด้วย คุณลักษณะที่ปรากฏ และระดับคะแนน โดยที่เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคถูกแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Rubrics) หมายถึง การให้คะแนนโดยการดูภาพรวมของผลงานหรือคุณลักษณะที่แสดงออก และพิจารณาคุณภาพของผลงานหรือคุณลักษณะที่แสดงออกตรงกับระดับคะแนนใด

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Rubrics) หมายถึง การให้คะแนนโดยการแยกสิ่งที่ต้องการประเมินออกเป็นประเด็นต่าง ๆ และในแต่ละด้านจะมีคำอธิบายคุณภาพของผลงานหรือคุณลักษณะนั้น ๆ

ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นเกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม (Holistic Rubrics) นั่นคือการให้คะแนนโดยการดูภาพรวมของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนแสดงออกในการเขียนคำตอบ

5.4.2 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2563) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

กลุ่มที่	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น	คะแนน
4	ตอบถูกต้อง และมีการอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบอย่างชัดเจน	3
3	ตอบถูกต้อง และมีการอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน	2
2	ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบายหรือพยายามอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง หรือ ตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน	1
1	ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ และไม่มีการอิบายหรือพยายามอธิบายโดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง	0

2.4 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกนะ

อัมพร ม้าคนอง (2552) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย โดยแบ่งคะแนนเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนของคำตอบและคำอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับคำถามในแต่ละข้อจะเฉลยคำตอบที่ถูกต้องและกำหนดขอบเขตของการตอบเป็น 4 ระดับ คือ

ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct) ให้ 3 คะแนน

ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ (Mostly correct) ให้ 2 คะแนน

ระดับถูกต้องบ้างบางส่วน (Partly correct) ให้ 1 คะแนน

ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect) หรือไม่ตอบ ให้ 0 คะแนน

2. การวิเคราะห์ลักษณะของการอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Attributes of explanations) และจำแนกลักษณะของการอธิบายมโนทัศน์ออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

2.1 การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล (Logically structured explanations) เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งจำแนกได้ 2 ระดับ ดังนี้

2.1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

2.1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือพยายามสื่อความหมายแต่ไม่ชัดเจน

2.2 การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง (Non-structured explanations) เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างและระบบทางคณิตศาสตร์

จากเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะพิจารณาจาก 2 คุณลักษณะ ดังนี้ ความถูกต้องของคำตอบและการอธิบายโดยใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ประกอบ และผู้วิจัยนำเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2563) และอัมพร ม้าคนอง (2552) มาสังเคราะห์ได้ดังตารางที่ 2.5

ตารางที่ 2.5 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน	คุณลักษณะของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ
3	คำตอบถูกต้องสมบูรณ์ และมีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง
2	คำตอบถูกต้องสมบูรณ์ และมีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องบางส่วน
1	-คำตอบถูกต้องบางส่วน แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องบางส่วน หรือ -คำตอบถูกต้องสมบูรณ์ แต่ไม่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ -คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน

ตารางที่ 2.5 (ต่อ)

ระดับคะแนน	คุณลักษณะของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ
0	-คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ -ไม่เขียนคำตอบ

ตาราง 2.5 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

6. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2566) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

สิริพร ทิพย์คง (2552) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ คำถามที่ต้องการคำตอบปัญหาของคนหนึ่ง ๆ อาจจะไม่ใช่ปัญหาของอีกคนหนึ่ง เพราะคนหนึ่งอาจจะแก้ปัญหานั้นได้ แต่อีกคนหนึ่งอาจจะแก้ไม่ได้ เพราะมีความแตกต่างกันทั้งความรู้และประสบการณ์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวนหรือให้เหตุผล และเป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561) ได้กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ โจทย์คำถามหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

Krulik & Rudnick (1993) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เป็นประโยคภาษา คำตอบจะเกี่ยวข้องกับปริมาณ ในตัวปัญหานั้นไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นว่าจะใช้วิธีการใดในการหาคำตอบของปัญหาจึงจะทำให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องค้นหาคำตอบโดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

6.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

วินัย ดำสุวรรณ (2558) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการหรือวิธีการหาคำตอบที่ผู้แก้ปัญหายังไม่เคยรู้คำตอบมาก่อน ซึ่งการหาคำตอบนั้นผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้เดิมร่วมกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้เสนอว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการหาคำตอบของปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้คณิตศาสตร์และกระบวนการคิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอน เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ และประสบการณ์เดิมเพื่อหาคำตอบ

6.3 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนรวมถึงความสามารถต่อไปนี้

1. ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และวิเคราะห์แนวทางในการแก้ไขปัญหา

2. ประเมินกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ว่าเหมาะสมและมีประสิทธิภาพเพียงใด และประเมินความสมเหตุสมผลหรือความถูกต้องของคำตอบที่ได้

3. พิสูจน์และแปลความหมายผลที่ได้จากการแก้ปัญหาโดยคำนึงถึงปัญหาดั้งเดิม

4. พัฒนาและใช้กลวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยเน้นปัญหาหลายขั้นตอนและปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

5. ปรับเปลี่ยนและขยายความเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา ใช้แนวคิดในการหาคำตอบและกลวิธีแก้ปัญหากับปัญหาใหม่

6. บูรณาการกลวิธีแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทั้งในและนอกห้องเรียน

7. สร้างปัญหาและสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน ทั้งในและนอกห้องเรียน และตระหนักถึงความสำคัญของปัญหาเหล่านั้น

8. ใช้กระบวนการสร้างแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

9. มีความมั่นใจในการใช้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 องค์ประกอบ ดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้คือทักษะการอ่านและการฟัง แต่ปัญหาส่วนใหญ่มักอยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหา นักเรียนจะต้องอ่านและทำความเข้าใจ โดยสามารถแยกประเด็นที่สำคัญ ๆ ของปัญหาออกมาให้ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องแยกแยะให้ได้ว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้างและปัญหาต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็น และไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างของปัญหาคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง นักเรียน

ที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจ ปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้องการแก้ปัญหานั้นก็ถือได้ว่าไม่ประสบความสำเร็จนักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความสามารถในการคิดคำนวณมาตั้งแต่ระดับประถมศึกษาโดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณพื้นฐาน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร ถ้านักเรียนได้รับการฝึกฝนมาไม่ดีพอย่อมเป็นปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไปไม่เฉพาะแต่การเรียนการแก้ปัญหาเท่านั้น

4. แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาวิธีการค้นหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหาจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ นักเรียนผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความชาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ เหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ติดยึดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอว่า ความสามารถในการแก้ปัญหามีพฤติกรรมที่แสดงออก ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

2. สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้

3. ดำเนินการวางแผนและลงมือแก้ปัญหา

4. ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ

5. ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา

6. ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา

7. ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

Gange (1985) ได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) เป็นความสามารถในการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม มโนทัศน์หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาเป็นความรู้ที่ผู้เรียนนำสิ่งที่เรียนมาใช้ในการแก้ปัญหา

2. โครงสร้างของปัญหา (Problem schemata) เป็นข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ ข้อมูลเหล่านี้ได้แก่ คำศัพท์ และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. กลวิธีการวางแผน (Planning strategies) เป็นความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและโครงสร้างของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา กลวิธีการวางแผนเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating answer) เป็นความสามารถในการตรวจ เพื่อหาความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบและกระบวนการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ กระบวนการคิด ทักษะ ในการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

6.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอว่า กระบวนการแก้ปัญหาที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือกระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Polya ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่พบในประเด็นต่าง ๆ คือ 1. ปัญหาถามว่าอย่างไร 2. ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และ 3. มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาและทำให้กระบวนการแก้ปัญหาดำเนินไปอย่างราบรื่น การประเมินความเข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา ในกรณีที่ต้องตรวจสอบปัญหาโดยการทดลองขั้นตอน

นี้ก็จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วยการสร้างข้อความคาดการณ์ การออกแบบการทดลองเพื่อตรวจสอบ ข้อความคาดการณ์ และแนวทางหรือเกณฑ์ในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่หาได้ ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยผู้เรียนจะต้องมอง ย้อนกลับไปที่กระบวนการทำงานเพื่อตรวจสอบว่ามีข้อบกพร่องในส่วนใด เช่น ใช้ข้อมูล ที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือมีการคำนวณผิดพลาด

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกหรือไม่ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไป

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่เกิดภายในตัวผู้เรียน เป็นการใช้กฎเกณฑ์ขั้นสูงเพื่อการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและสามารถนำกฎเกณฑ์ในการแก้ปัญหานี้ไปใช้ในสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันได้ โดยทั่วไปกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมายการวิเคราะห์ข้อมูลโจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไร จะต้องหาว่าข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผนและคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคิดคำนวณแก้สมการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหา โดยวิธีการตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา เป็นการตรวจสอบกระบวนการที่สมบูรณ์รวมทั้งตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้

Polya (1957, อ้างถึงใน นพพร แหยมแสง, 2556) ได้กล่าวว่า ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องพิจารณาว่าเรากำลังจะแก้ปัญหาสิ่งใดเช่น ถ้าเป็นปัญหาข้อความต้องพิจารณาว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลอะไรที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

มีเงื่อนไขหรือข้อจำกัดอะไรบ้าง ข้อมูลอะไรที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหานั้น ข้อมูลที่ให้มาเพียงพอที่จะแก้ปัญหานั้นหรือไม่ หรือให้ข้อมูลที่เกินความจำเป็นหรือไม่ หรือมีข้อมูลที่ขัดแย้งกันหรือไม่

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาอาจพิจารณาว่าเคยพบปัญหานั้นมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาที่เหมือน ๆ กันนั้นบ้างหรือไม่ ผู้แก้ปัญหาเห็นความเกี่ยวข้องในปัญหา นั้นหรือไม่ รู้ทฤษฎีอะไรที่เกี่ยวข้องที่จะนำมาช่วยในการแก้ปัญหาหรือไม่ พิจารณาสิ่งที่โจทย์ถามหรือตัวไม่ทราบค่า เปรียบเทียบกับปัญหาที่คุ้นเคยที่มีตัวไม่ทราบค่าที่เหมือน ๆ กันหรือคล้ายคลึง กัน พิจารณาว่าจะนำปัญหาที่คุ้นเคยนั้นมาช่วยในการแก้ปัญหาใหม่ได้หรือไม่ หรือจะนำผลที่ได้จากปัญหาก่อน ๆ มาแก้ปัญหาใหม่นี้ได้หรือไม่ ผู้แก้ปัญหาจะใช้วิธีอะไร แจกแจงสิ่งที่จะสามารถนำมาช่วยแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน ผู้แก้ปัญหาดำเนินการตามแผนโดยเริ่มตรวจสอบแต่ละขั้นของแผน ปรับปรุงแผนแล้วลงมือปฏิบัติจนสามารถหาคำตอบได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผลเฉลยที่ได้ หรือการมองย้อนกลับ กล่าวคือ ผู้แก้ปัญหาสามารถตรวจสอบการดำเนินการแต่ละขั้นว่าถูกต้องหรือไม่ ผู้แก้ปัญหาสามารถตรวจสอบผลลัพธ์ว่าถูกต้องหรือไม่สามารถตรวจสอบว่ามีเหตุผลสนับสนุนหรือไม่ ได้รับผลแตกต่างกันหรือไม่ เห็นความคลาดเคลื่อน ต่าง ๆ หรือไม่ สามารถใช้ผลลัพธ์หรือวิธีการนั้นกับปัญหาอื่น ๆ ได้หรือไม่

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่ากระบวนการแก้ปัญหาที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนเขียนอธิบายถึงวิธีการแก้ปัญหา และระบุความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลและความถูกต้องของคำตอบ และสรุปคำตอบที่ได้

ซึ่งจากขั้นตอนการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้นตอนที่ได้สรุปไปข้างต้น พบว่า เมื่อนักเรียนต้องดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องเริ่มจากการทำความเข้าใจปัญหาจากนั้นจึงวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบผล อย่างเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งสอดคล้องกับกลวิธี SQRQCQ โดยที่ในขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 3 ของกลวิธี SQRQCQ มุ่งเน้นให้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจสถานการณ์โจทย์ จากนั้นในขั้นตอนที่ 4 ถึงขั้นตอนที่ 6 จึงให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผน และตรวจสอบผล อย่างเป็นลำดับขั้นตอน เช่นเดียวกันกับขั้นตอนการแก้ปัญหา

ทั้ง 4 ขั้นตอนที่ผู้จัดทำได้สรุปไปข้างต้น ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่ากลวิธี SQRQCQ มีความสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ในงานวิจัยและแสดงความสอดคล้องได้ ดังตารางที่ 2.6

ตารางที่ 2.6 ความสอดคล้องระหว่างกลวิธี SQRQCQ และกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ในงานวิจัย

กลวิธี SQRQCQ	**กระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้ในงานวิจัย**
ขั้นที่ 1 S (Survey) ขั้นสำรวจปัญหา ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างรวดเร็วเพื่อสำรวจหัวข้อสำคัญ และลักษณะทั่วไปของปัญหา ขั้นที่ 2 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและนักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของตัวเอง ขั้นที่ 3 R (Reread) ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา	ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหา
ขั้นที่ 4 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง	ขั้นที่ 2 ขั้นวางการแผนแก้ปัญหา นักเรียนเขียนอธิบายถึงวิธีการแก้ปัญหา และระบุความรู้คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการแก้ปัญหา
ขั้นที่ 5 C (Compute) ขั้นแสดงการคำนวณ ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ	ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา
ขั้นที่ 6 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่	ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลและความถูกต้องของคำตอบ และสรุปคำตอบที่ได้

6.5 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการช่วยให้นักเรียนได้หาทางออกของปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือแม้แต่ในชีวิตจริงเนื่องจากชีวิตมนุษย์นั้นพบเจอปัญหาตั้งแต่เกิด และมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเอาไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสารและการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิด และความสามารถในการประเมินการทำงานของตนเอง นอกจากนี้การแก้ปัญหามีประโยชน์ต่อการพัฒนาผู้เรียนในหลายด้าน ดังนี้

1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. ช่วยพัฒนาความสามารถของผู้เรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง

3. ช่วยพัฒนาทักษะของผู้เรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2566) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์เป็นจุดหมายสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และเป็นทักษะพื้นฐานที่จำเป็นของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เนื่องจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่จะนำไปสู่การพัฒนาทักษะอื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ และช่วยให้สามารถประยุกต์ใช้ข้อเท็จจริง มโนทัศน์ และหลักการต่าง ๆ ได้ อีกทั้งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556) ได้กล่าวว่า ลักษณะที่สำคัญที่สุดประการหนึ่งที่ทำให้มนุษย์มีความแตกต่างจากสัตว์ชนิดอื่น ๆ คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากกว่าสัตว์ ความสามารถในการคิดแก้ปัญหานี้มนุษย์สามารถเรียนรู้จากประสบการณ์ทางตรงและประสบการณ์ทางอ้อม จากการฝึกฝนโดยอาศัยวิชาการแขนงใด ๆ ก็ได้ เช่น วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ สังคมศาสตร์เศรษฐศาสตร์ และโดยเฉพาะอย่างยิ่งคณิตศาสตร์ ความคิดในการแก้ปัญหานี้สามารถ

ถ่ายโยงจากปัญหาหนึ่งไปยังอีกปัญหาหนึ่ง จากศาสตร์แขนงหนึ่งไปยังศาสตร์อีกแขนงหนึ่งได้ และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และความสำคัญของการแก้ปัญหาสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์เรานั้นต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย มนุษย์ต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลาเพื่อให้สามารถปรับตัวอยู่ในสังคมได้ การที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุขนั้นจำเป็นต้องมีความสามารถในการ คิดแก้ปัญหาอย่างชาญฉลาด รวดเร็ว ทันเหตุการณ์ และมีประสิทธิภาพ ซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์

2. การแก้ปัญหาทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ เมื่อพบปัญหา ความพยายามที่จะคิดแก้ปัญหาจะก่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิดเป็นประสบการณ์ใหม่ ซึ่งเมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะก่อให้เกิดสาระความรู้ใหม่ทั้งในเชิงเนื้อหาและวิธีการ

3. การแก้ปัญหาเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพื่อให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุมีผล สามารถแสดงความคิดออกมาอย่างชัดเจน มีระเบียบ และรัดกุมนอกจากนี้นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และการศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่จะทำให้ผู้เรียนมีทักษะในการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้งานจริง ผู้สอนจึงควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง การเรียนรู้จากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐาน ที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตพื้นฐานของมนุษย์ และเป็นหัวใจสำคัญในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาทักษะการคิด สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จริง อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ความผิดพลาดนำไปสู่การเกิดประสบการณ์หรือความรู้ใหม่ผ่านการแก้ปัญหา

6.6 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ควรเพิ่มโจทย์ปัญหาให้มีโครงสร้างหลากหลาย และมีความซับซ้อนกว่าปัญหาที่เป็นตัวอย่างและแบบฝึกหัด

2. ควรเพิ่มการอธิบายปัญหาโดยใช้ภาษา ตัวเลข กราฟ รูปเรขาคณิต หรือสัญลักษณ์อื่น ๆ

3. ควรเพิ่มโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและการประยุกต์

4. ควรเพิ่มเทคนิคและกลวิธีแก้ปัญหาให้หลากหลายมากยิ่งขึ้น

5. ควรเพิ่มการใช้ปัญหาปลายเปิดและการขยายความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา

6. ควรเพิ่มการตรวจสอบความเหมาะสมของวิธีแก้ปัญหา และความสมเหตุสมผลของคำตอบ

7. ควรลดการฝึกซ้ำ ๆ การฝึกปัญหาขั้นตอนเดียว และการฝึกปัญหาที่มีโครงสร้างที่ผู้เรียนคุ้นเคย

8. ควรลดการฝึกแก้ปัญหาตามประเภทของปัญหา เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการโยนเหรียญ ปัญหาเกี่ยวกับอายุ

Baroody (1993), & Kilpatrick (1989, อ้างถึงในอัมพร ม้าคนอง, 2553) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้ผู้เรียน ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่นการสอนกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2566) ได้กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สามารถพัฒนาได้ ซึ่งมีแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ครูควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของนักเรียน โดยเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ท้าทายความสามารถของนักเรียน ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เป็นปัญหาที่แปลกใหม่และไม่คุ้นเคย

2. ครูควรใช้การเรียนแบบร่วมมือ หรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากการเรียนแบบร่วมมือ ช่วยให้นักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยน สื่อสารถึงขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาของตนให้แก่ผู้อื่น รวมทั้งได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งเป็นการช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา

3. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยใช้ขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหา เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด มีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาและได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

4. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระด้วยช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทาง เพื่อที่ครูจะได้รู้ว่าการแก้ปัญหาของนักเรียนนั้นถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้อง ครูควรอธิบายและเปิดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้วครูควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

6. ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) ได้เสนอว่า การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิผล ควรใช้สถานการณ์หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กระตุ้น ดึงดูดความสนใจ ส่งเสริมให้มีการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา และยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย การจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา ผู้สอนต้องให้โอกาสผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วยตนเองให้มาก โดยจัดสถานการณ์หรือปัญหาหรือเกมที่น่าสนใจ ท้าทายให้อยากคิด เริ่มด้วยปัญหาที่ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วมาประยุกต์ก่อนต่อจากนั้นจึงเพิ่มสถานการณ์หรือปัญหาที่แตกต่างจากที่เคยพบมา สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถสูงผู้สอนควรเพิ่มปัญหาที่ยากซึ่งต้องใช้ความรู้ที่ซับซ้อน หรือมากกว่าทีกำหนดไว้ในหลักสูตรให้ผู้เรียนได้ฝึกคิดด้วย

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การเน้นการจัดการเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาเพื่อดึงดูดความสนใจของนักเรียน สอนให้นักเรียนเข้าใจถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้เป็นผู้ปฏิบัติด้วยตนเอง ครูควรนำเสนอปัญหาที่หลากหลายลดความซ้ำซากเพิ่มความท้าทายให้แก่นักเรียน อีกทั้งครูต้องกระตุ้นให้นักเรียนได้ตระว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นสามารถทำได้มากกว่าหนึ่งวิธี

6.7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากหัวข้อ 5.4.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค สามารถสรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค เป็นเครื่องมือในการประเมินผลนักเรียน ซึ่งประกอบไปด้วย คุณลักษณะที่ปรากฏ และระดับคะแนน โดยที่เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคถูกแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic Rubrics) หมายถึง การให้คะแนนโดยการดูภาพรวมของผลงานหรือคุณลักษณะที่แสดงออก และพิจารณาคุณภาพของผลงานหรือคุณลักษณะที่แสดงออกตรงกับระดับคะแนนใด

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Rubrics) หมายถึง การให้คะแนนโดยการแยกสิ่งที่ต้องการประเมินออกเป็นประเด็นต่าง ๆ และในแต่ละด้านจะมีคำอธิบายคุณภาพของผลงานหรือคุณลักษณะนั้น ๆ

ซึ่งในงานวิจัยครั้งนี้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเป็นเกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic Rubrics) นั่นคือการให้คะแนนโดยการพิจารณาตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ที่นักเรียนแสดงออกในการเขียนคำตอบ ซึ่งมีหน่วยงานทางการศึกษาและนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบไว้ ดังตารางที่ 2.7

ตารางที่ 2.7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบแยกองค์ประกอบของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

รายการประเมิน	**ระดับคุณภาพ**	**เกณฑ์การพิจารณา**
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	-เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	-เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
	1 (ปรับปรุง)	-เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	-เลือกวิธีที่การที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	-เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	1 (ปรับปรุง)	-เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	-นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2 (พอใช้)	-นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1 (ปรับปรุง)	-นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	-สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	-สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1 (ปรับปรุง)	-ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

Reys, Suydam & Lindquist (1995) ได้เสนอเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบไว้ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา

0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย

1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วน หรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน

2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์

2. การวางแผนการแก้ปัญหา

0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด

1 หมายถึง วางแผนได้ถูกต้องบางส่วน

2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

3. คำตอบ

0 หมายถึง ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม

1 หมายถึง คำนวณผิดพลาด ตอบบางส่วนสำหรับปัญหาที่มีหลายคำตอบ

2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้อง และใช้ภาษาได้ถูกต้อง

อัมพร ม้าคนอง (2546) ได้เสนอเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบไว้ ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

0 หมายถึง ไม่เข้าใจปัญหาเลย

1 หมายถึง เข้าใจปัญหาเป็นบางส่วน

2 หมายถึง เข้าใจปัญหาทั้งหมด

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

0 หมายถึง แผนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม

1 หมายถึง ใช้ข้อมูลจากปัญหาวางแผนการแก้ปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วน

2 หมายถึง แผนที่วางไว้จะให้คำตอบที่ถูกต้องได้ถ้าดำเนินการถูกต้อง

3. ขั้นหาคำตอบ

0 หมายถึง ไม่ได้คำตอบหรือคำตอบผิด

1 หมายถึง ได้คำตอบผิดจากการคำนวณผิดแต่มีบางส่วนถูกต้อง

2 หมายถึง คำตอบถูกต้องสมบูรณ์

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้เสนอเสนอเกณฑ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบไว้ ดังตารางที่ 2.8

ตารางที่ 2.8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบแยกองค์ประกอบของสิริพร ทิพย์คง

รายการประเมิน	คะแนน	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
1. ความเข้าใจปัญหา	2	-สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกตอง
	1	-สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง
	0	-เมื่อมีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมากหรือไม่เข้าใจเลย
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	2	-สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูก
	1	-สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกแต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
	0	-สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	2	-สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
	1	-สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหาบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
	0	-สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
4. การตอบ	2	-สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้องสมบูรณ์
	1	-สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
	0	-เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ

จากที่กล่าวมาผู้วิจัยนำเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546), Reys, Suydam & Lindquist (1995) และอัมพร ม้าคนอง (2546) และสิริพร ทิพย์ค่ง (2544) แล้วสรุปเป็นเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาของ Polya ได้ดังตารางที่ 2.9

ตารางที่ 2.9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	**คะแนน**	**คุณลักษณะที่ปรากฏ**
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	2	-สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	-สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน
	0	-ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง หรือ -ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการ
2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	2	-อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	-อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	-อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ -ไม่อธิบายวิธีแก้ปัญหาและไม่ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์
3. ขั้นดำเนินการตามแผน	2	-ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง
	1	-ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	-ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง หรือ -ไม่ดำเนินการแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ	2	-ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	-ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน
	0	-ไม่ตรวจสอบคำตอบและไม่สรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

7.1 งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

ดุจจิตต์ คุณากูลวิศาล (2565) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยมีกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 45 คน โรงเรียนพนัสพิทยาคาร จังหวัดชลบุรี ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความเท่ากันทุกประการ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นาสียะห์ สาหาด (2559) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ระดับดีเยี่ยม

ชวิทธิ์ เทศดี (2558) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ ในเนื้อหาเรื่อง เซต โดยมีกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนดัดดรุณีจังหวัดฉะเชิงเทรา ปีการศึกษา 2557 จำนวน 89 คน แบ่งเป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 45 คน และกลุ่มควบคุม 44 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ มีผลสัมฤทธิ์การเรียนเรื่องเซตได้คะแนนมากกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ มีผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้เรื่องเซตสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของสสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนมโนทัศน์ มีความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนของสสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จิรภัทร สิงห์มนต์ (2565) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยมีกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยนเรศวร จำนวน 1 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยในประเทศที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี SQRQCQ

อัศวิน ดวงจิตร (2563) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับกลวิธี SQRQCQ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พรปวีณ์ ประจวบสุข (2566) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สัดส่วน โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี SQRQCQ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธี SQRQCQ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปฤศนี พจนา (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้กลวิธี SQRQCQ ในการแก้ปัญหาปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธี SQRQCQ ในการแก้ปัญหาปลายเปิดมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สิรภพ สินธุประเสริฐ (2559) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า 1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์

Das (2013) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 35 คน โดยเปรียบเทียบระหว่างกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่เรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

Anjum (2014) ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 120 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 60 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 60 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการรู้มโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Angraini & Wahyuni (2021) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ที่มีต่อทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาวิชาเอกคณิตศาสตร์ จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์จำนวน 30 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติจำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า ทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์จำนวนสูงกว่านักศึกษาที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Sukardjo (2020) ได้เปรียบเทียบผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์และรูปแบบการเรียนรู้ด้วยตนเองที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ด้วยตนเอง ผลการทดลองพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้ด้วยตนเอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับกลวิธี SQRQCQ

Rose (2011) ได้ศึกษาผลการใช้กลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 4 เครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัยคือ แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และแบบสำรวจความเชื่อมั่นในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์คะแนนของนักเรียนพบว่า ข้อมูลแจกแจงเข้าสู่โค้งปกติและนักเรียนเรียนมีความมั่นใจในการตอบคำถามมากขึ้น

Mulyati, Wahyudin, Herman, & Mulyana (2017) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ร่วมกับวรรณกรรมเด็กที่มีต่อทักษะการอ่านจับใจความทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ห้องเรียนปกติ จำนวน 105 คน การวิจัยนี้ดำเนินการแบบกึ่งทดลอง โดยมีห้องเรียนควบคุม ไม่มีแบบทดสอบก่อนเรียน แต่มีการทดสอบความรู้คณิตศาสตร์เดิม เพื่อหาความสามารถในแต่ละชั้นเรียน และแบ่งกลุ่มเป็น สูง กลาง และต่ำ และผลการวิจัยพบว่า ผลการวิจัยพบว่า 1) กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ร่วมกับวรรณกรรมเด็กมีทักษะ

การอ่านจับใจความทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้แบบอื่น 2) นักเรียนที่มีความรู้คณิตศาสตร์มาก่อนในระดับสูงมีทักษะการอ่านจับใจความทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่มีความรู้เดิมในระดับกลาง และระดับต่ำ

Aguila (2020) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 34 คน โดยเป็นการทดลองที่มีการทดสอบก่อนเรียนและทดสอบหลังเรียน และผลการวิจัยพบว่า ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์และกลวิธี SQRQCQ ทั้งในประเทศและต่างประเทศสามารถสรุปได้ดังนี้ การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์และกลวิธี SQRQCQ มีส่วนช่วยในการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้นและสูงกว่าเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ อีกทั้งยังสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ดังนั้นผู้วิจัยจึง ศึกษาเกี่ยวกับ ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง เส้นขนาน เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีการดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ในการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยได้กำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่างดังต่อไปนี้

1.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โปรแกรมปกติ จำนวน 4 ห้องเรียน 128 คน ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี

1.2 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โปรแกรมปกติ จำนวน 1 ห้องเรียน 32 คน ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี โดยได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องในโปรแกรมปกติแบบคละความสามารถ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 5 แผน

2. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

3. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

3. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

3.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 5 แผนโดยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยเน้นรายละเอียด ดังนี้ สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด คำอธิบายรายวิชา จุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3.1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์และกลวิธี SQRQCQ

3.1.3 ศึกษาคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) และเลือกเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อจัดทำแผนการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน

3.1.4 วิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการสอน สาระการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมง เพื่อใช้ในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียด ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนชั่วโมง
1. เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	1. นักเรียนสามารถอธิบายบทนิยามของเส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนานได้ 2. นักเรียนสามารถนำบทนิยามของเส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนานไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน	2
2. มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด		1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ 2. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา	2
3. เส้นขนานและมุมแย้ง		1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมแย้งได้ 2. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมแย้งไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนานเท่ากัน	2

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนชั่วโมง
4. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในได้ 2. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน	2
5. เส้นขนานและมุมประชิดของรูปสามเหลี่ยม		1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยมได้ 2. นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยมไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น	2
		รวม		10

3.1.5 ดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 5 แผน รวมทั้งหมด 10 ชั่วโมง โดยมีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภท

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมให้นักเรียนอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานนั้น

ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน และทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสมมติฐานเพื่อสรุปลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้กลวิธี SQRQCQ 6 ขั้นตอน ดังนี้ 1. ขั้นสำรวจปัญหา (Survey) 2. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ (Question) 3. ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล (Reread) 4. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา (Question) 5. ขั้นแสดงการคำนวณ (Compute) 6. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ (Question)

3.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ผู้วิจัยสร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตอบสอบความถูกต้องและความเหมาะสมของเนื้อหา รวมทั้งความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และภาษาที่ใช้ จากนั้นนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

3.1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 5 ท่าน (ภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งประกอบไปด้วย มาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ แหล่งเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และความถูกต้องของภาษาที่ใช้ โดยการหาค่าความเหมาะสมโดยใช้มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ ซึ่งมีความหมาย ดังนี้

5 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

3 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

1 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

จากนั้นนำคะแนนที่ได้จากการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย แล้วนำค่าเฉลี่ยที่ได้เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้โดยใช้เกณฑ์แปลความหมายค่าเฉลี่ย ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

ซึ่งค่าเฉลี่ยที่ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ควรอยู่ที่ระดับคะแนนเฉลี่ย 3.51 ขึ้นไป และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00

จากผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้จากผู้เชี่ยวชาญ พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีค่าความเหมาะสมเฉลี่ยเท่ากับ 4.93 ซึ่งมีระดับความเหมาะสมมากที่สุด (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) และผู้เชี่ยวชาญได้ให้คำแนะนำในภาพรวมเกี่ยวกับ การใช้คำพูด การแก้ไขคำผิด และความถูกต้องของการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3.1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน มาปรับแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่าน จากนั้นนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณาต่อไป

3.1.9 หลังจากปรับแก้จากคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ไปใช้จัดการเรียนรู้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเพื่อเก็บข้อมูลต่อไป

3.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.2.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3.2.2 ศึกษาคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) เรื่อง เส้นขนาน โดยเน้นที่ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ รวมไปถึงศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

3.2.3 กำหนดลักษณะแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบอัตนัย โดยที่สร้างทั้งหมดจำนวน 10 ข้อ และใช้จริงจำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง ดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 วิเคราะห์แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ตารางที่ 3.2 วิเคราะห์แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อ
ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	เส้นขนานและมุมภายใน	นักเรียนสามารถอธิบายบทนิยามของเส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนานได้	เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกัน ขนานกัน ก็ต่อเมื่อเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน	2 (1)
	เส้นขนานและมุมภายใน	นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้	เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา	2 (1)
	เส้นขนานและมุมแย้ง	นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมแย้งได้	เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนานเท่ากัน	2 (1)

ตารางที่ 3.2 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อ
ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในได้	เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน	2 (1)
	เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยมได้	ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น	2 (1)
		รวม		10 (5)

*หมายเหตุ จำนวนข้อที่อยู่นอกเครื่องหมาย ( ) หมายถึง จำนวนข้อที่สร้างและนำไปทดลองใช้ (Try out) และ จำนวนข้อที่อยู่ในเครื่องหมาย ( ) หมายถึง จำนวนข้อที่ใช้ในแบบทดสอบจริงหลังจากทดลองใช้ (Try out) แล้ว

3.2.4 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 ข้อ ตามที่ได้วิเคราะห์ไว้

3.2.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นเกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม (Holistic Rubrics) ดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ระดับคะแนน	คุณลักษณะของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏ
3	คำตอบถูกต้องสมบูรณ์ และมีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้อง
2	คำตอบถูกต้องสมบูรณ์ และมีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องบางส่วน
1	-คำตอบถูกต้องบางส่วน แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามหรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องบางส่วน หรือ -คำตอบถูกต้องสมบูรณ์ แต่ไม่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ -คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
0	-คำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ หรือ -ไม่เขียนคำตอบ

3.2.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของคำถามและจุดประสงค์ รวมไปถึงการใช้ภาษา และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

3.2.7 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of objective congruence) โดยใช้เกณฑ์ ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ของเนื้อหา

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์ของเนื้อหา

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์ของเนื้อหา

โดยค่าความสอดคล้องเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่านในแต่ละข้อต้องมีค่าระหว่าง 0.50-1.00 ถือว่าแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ข้อนั้นมีความสอดคล้อง และหากค่าความสอดคล้องต่ำกว่า 0.50 ต้องนำไปปรับปรุงและแก้ไข

จากผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้คำแนะนำในภาพรวมเกี่ยวกับ การแก้ไขคำผิด ความถูกต้องของการการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3.2.8 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบและพิจารณาอีกครั้ง

3.2.9 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนที่ผ่านการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน

3.2.10 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาตรวจเพื่อวิเคราะห์ค่าความยากง่าย $\left(p\right)$ และค่าอำนาจจำแนก $\left(r\right)$ และคัดเลือกข้อสอบ 5 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย $\left(p\right)$ อยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ค่าอำนาจจำแนก $\left(r\right)$ มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ และข้อสอบ 5 ข้อที่คัดเลือกแล้วมีค่าความยากง่าย $\left(p\right)$ ตั้งแต่ 0.30-0.48 และมีค่าอำนาจจำแนก $\left(r\right)$ ตั้งแต่ 0.39-0.58 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

3.2.11 นำแบบวัดมโนทัศน์ที่คัดเลือกแล้วมาหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของ Cronbach โดยแบบวัดควรมีค่าความเชื่อมั่น 0.70 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555) และข้อสอบ 5 ข้อที่ตัดเลือกแล้วมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

3.2.12 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้วที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3.3 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยมีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.3.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3.3.2 ศึกษาคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560) เรื่อง เส้นขนาน โดยเน้นที่ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ รวมไปถึงศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

3.3.3 กำหนดลักษณะแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบอัตนัย โดยที่สร้างทั้งหมดจำนวน 10 ข้อ และใช้จริงจำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง ดังตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4 วิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

10ตารางที่ 3.4 วิเคราะห์แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนา

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ
ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน และรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	นักเรียนสามารถนำบทนิยามเกี่ยวกับเส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนานไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2 (1)
	นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2 (1)
	นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมแย้งไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2 (1)
	นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2 (1)
	-นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยมไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	2 (1)
	รวม	10 (5)

*หมายเหตุ จำนวนข้อที่อยู่นอกเครื่องหมาย ( ) หมายถึง จำนวนข้อที่สร้างและนำไปทดลองใช้ (Try out) และ จำนวนข้อที่อยู่ในเครื่องหมาย ( ) หมายถึง จำนวนข้อที่ใช้ในแบบทดสอบจริงหลังจากทดลองใช้ (Try out) แล้ว

3.3.4 ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 ข้อ ตามที่ได้วิเคราะห์ไว้

3.3.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นเกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic Rubrics) ดังตารางที่ 3.5

ตารางที่ 3.5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	**คะแนน**	**คุณลักษณะที่ปรากฏ**
1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	2	-สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	-สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน
	0	-ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง หรือ -ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการ
2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา	2	-อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	-อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	-อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ -ไม่อธิบายวิธีแก้ปัญหาและไม่ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์
3. ขั้นดำเนินการตามแผน	2	-ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง
	1	-ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	-ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง หรือ -ไม่ดำเนินการแก้ปัญหา
4. ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ	2	-ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน
	1	-ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน
	0	-ไม่ตรวจสอบคำตอบและไม่สรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

3.3.6 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และเกณฑ์การให้คะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของคำถามและจุดประสงค์ รวมไปถึงการใช้ภาษา และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

3.3.7 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 แบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ไปให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) ตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of objective congruence) โดยใช้เกณฑ์ ดังนี้

คะแนน +1 สำหรับข้อสอบที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 สำหรับข้อสอบที่ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 สำหรับข้อสอบที่ไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

โดยค่าความสอดคล้องเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 5 ท่านในแต่ละข้อต้องมีค่าระหว่าง 0.50-1.00 ถือว่าแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาข้อนั้นมีความสอดคล้อง และหากค่าความสอดคล้องต่ำกว่า 0.50 ต้องนำไปปรับปรุงและแก้ไข

จากผลการประเมินค่าดัชนีความสอดคล้องแบบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ พบว่า มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80-1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญให้คำแนะนำในภาพรวมเกี่ยวกับการแก้ไขคำผิด ความถูกต้องของการการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

3.3.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน และเกณฑ์การให้คะแนนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบและพิจารณาอีกครั้ง

3.3.9 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ได้รับการแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญแล้วไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนที่ผ่านการเรียนเรื่อง เส้นขนาน และไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน

3.3.10 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาตรวจเพื่อวิเคราะห์ค่าความยากง่าย $\left(p\right)$ และค่าอำนาจจำแนก $\left(r\right)$ และคัดเลือกข้อสอบ 5 ข้อ ที่มีค่าความยากง่าย $\left(p\right)$ อยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ค่าอำนาจจำแนก $\left(r\right)$ มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป ซึ่งครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ และข้อสอบ 5 ข้อที่คัดเลือกแล้วมีค่าความยากง่าย $\left(p\right)$ ตั้งแต่ 0.34-0.50 และมีค่าอำนาจจำแนก $\left(r\right)$ ตั้งแต่ 0.25-0.37 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

3.3.11 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วมาหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ตามวิธีของ Cronbach

โดยแบบวัดควรมีค่าความเชื่อมั่น 0.70 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555) และข้อสอบ 5 ข้อที่คัดเลือกแล้วมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

3.3.12 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ผ่านการตรวจและแก้ไขแล้วที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ไปทดลองใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

4. การดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการวิจัยเชิงกึ่งทดลอง โดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยใช้แผนการศึกษาค้นคว้าวิจัยเชิงกึ่งทดลองที่มีการวัดผลหลังทดลองครั้งเดียว (องอาจ นัยพัฒน์, 2548) ซึ่งมีแบบแผนการทดลอง ดังตารางที่ 3.6

ตารางที่ 3.6 แบบแผนการทดลอง

12ตารางที่ 3.6 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	การทดลอง	การทดสอบหลังเรียน
E	X	O

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน

O แทน การทดสอบมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ

5. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

5.1 ผู้วิจัยดำเนินการติดต่อกองบริหารการวิจัยและนวัตกรรม งานมาตรฐานและจริยธรรมในการวิจัย มหาวิทยาลัยบูรพา เพื่อยื่นเอกสารคำร้องเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โดยมีรหัสโครงการวิจัย คือ G-HU265/2567 และได้รับการรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์เลขที่ IRB4-032/2568 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก)

5.2 ผู้วิจัยดำเนินการติดต่อบัณฑิตศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพาเพื่อทำหนังสือขออนุญาตเก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อขอความอนุเคราะห์กับทางโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

5.3 ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ 10 ชั่วโมง

5.4 หลังจากดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบตามแผนเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เวลาในการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 1 ชั่วโมง และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 1 ชั่วโมง

5.5 ผู้วิจัยตรวจแบบวัดมโนทัศน์ทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้เกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ จากนั้นบันทึกคะแนนผลการทดสอบ

5.6 ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ผลและแปลผลข้อมูลต่อไป

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ข้อมูล ดังต่อไปนี้

6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

6.1.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample

6.1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample

6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปความเรียง

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้สถิติในการวิเคราะห์ ดังนี้

7.1 สถิติพื้นฐาน

7.1.1 ค่าเฉลี่ย (Arithmetic mean) มีสูตรดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n}$$

โดยที่

$\overline{X}$ คือ ค่าเฉลี่ย

$\sum x$ คือ ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม

n คือ จำนวนคะแนนในกลุ่ม

7.1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) มีสูตรดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545)

$$SD = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

โดยที่

SD คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum x$ คือ ผลรวมของคะแนนทั้งหมดในกลุ่ม

$\sum x^2$ คือ ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง

n คือ จำนวนคะแนนในกลุ่ม

7.1.3 ร้อยละ (Percentage) มีสูตรดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2560)

$$P = \frac{f}{n} \times 100$$

โดยที่

P คือ ร้อยละ

f คือ ความถี่ที่ต้องการแปลงให้เป็นร้อยละ

n คือ จำนวนความถี่ในกลุ่ม

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

7.2.1 การหาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดมโนทัศน์ทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน มีสูตรการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

โดยที่

IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N คือ จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

7.2.2 การวิเคราะห์ค่าความยากของแบบวัดมโนทัศน์ทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยโดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีสูตรการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{\min})}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

โดยที่

p คือ ค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อ

S_h คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับ จำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง

S_l คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับ จำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ

n_t คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

$x_{\max}$ คือ คะแนนสูงสุด

$x_{\min}$ คือ คะแนนต่ำสุด

7.2.3 การวิเคราะห์ค่าอำนาจจำแนกของแบบวัดมโนทัศน์ทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยโดยแบ่งกลุ่มนักเรียนเป็นกลุ่มสูงกลุ่มต่ำ โดยใช้เทคนิค 25 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดมีสูตรการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_t(x_{\max} - x_{\min})}$$

โดยที่

r คือ ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ

S_h คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับ จำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มสูง

S_l คือ ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับ จำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (fx) ในกลุ่มต่ำ

n_t คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

$x_{\max}$ คือ คะแนนสูงสุด

$x_{\min}$ คือ คะแนนต่ำสุด

7.2.4 การวิเคราะห์ความเที่ยง/ความเชื่อมั่น (Reliability) ของแบบวัดมโนทัศน์ทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาครอนบาค (Cronbach) มีสูตรการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555)

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S_t^2}\right)$$

โดยที่

α คือ ค่าความเที่ยง/ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k คือ จำนวนข้อของแบบทดสอบ

S_i^2 คือ ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ

S_t^2 คือ ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

7.3 สถิติที่ใช้ทดสอบสมมติฐาน

ผู้วิจัยทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังการทดลองกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ t-test for one sample มีสูตรการคำนวณ ดังนี้ (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555)

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \text{ โดยที่ } df = n - 1$$

โดยที่

t คือ ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution

$\overline{X}$ คือ ค่าเฉลี่ยของคะแนน

μ คือ ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

s คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

n คือ จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4
ผลการดำเนินงานวิจัย

ในการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

สัญลักษณ์ที่ใช้วิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิจัย การวิเคราะห์ข้อมูล และการแปลความหมายข้อมูล ผู้วิจัยใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ดังนี้

n	คือ	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\overline{X}$	คือ	ค่าเฉลี่ยคะแนนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
μ	คือ	ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
s	คือ	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
t	คือ	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-Distribution
p	คือ	ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อน
$*$	คือ	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ผู้วิจัยได้ทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for one sample โดยเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยได้ผลดังตารางที่ 4.1 ดังนี้

ตารางที่ 4.1 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	$\overline{X}$	ร้อยละ	μ ร้อยละ 70	s	t	p
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน	32	15	11.19	74.60	10.5	2.19	1.78*	0.045

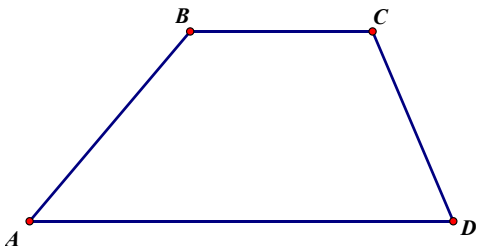
*$p < .05$

จากตารางที่ 4.1 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีค่าเท่ากับ 11.19 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 74.60 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ t-test for one sample พบว่าคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

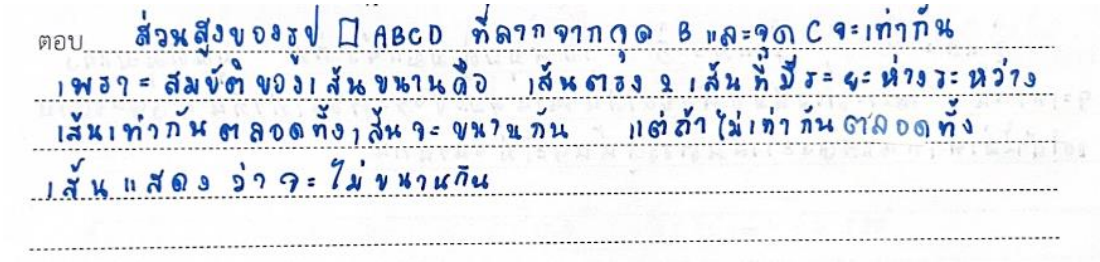
นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์รายละเอียดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการตรวจแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัย ซึ่งผู้วิจัยจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ ดังนี้

ตัวอย่างโจทย์ที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ

“จากรูปกำหนดสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมคางหมูที่มี $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ แล้วส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ ที่ลากจากจุด B และจุด C จะเท่ากันหรือไม่ พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ”



1. นักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 3 คะแนน คือ นักเรียนที่เขียนคำตอบถูกต้องสมบูรณ์ และมีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างชัดเจนครบถ้วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.1

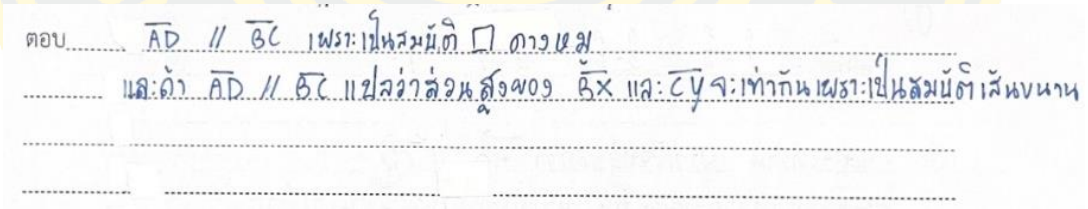

ตอบ ส่วนสูงของรูป □ ABCD ที่ลากจากจุด B และจุด C จะเท่ากัน
เพราะ = สมบัติของเส้นขนานคือ เส้นตรง 2 เส้น ที่มีระยะห่างระหว่าง
เส้นเท่ากันตลอดทั้ง 2 เส้น จะขนานกัน แต่ถ้าไม่เท่ากันตลอดทั้ง
เส้น แสดงว่าจะไม่ขนานกัน

ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 3 คะแนน

ภาพที่ 4.1 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 3 คะแนน

จากภาพที่ 4.1 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถเขียนคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ คือ ส่วนสูงที่ลากจากจุด จุด B และจุด C เท่ากัน และมีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างชัดเจนครบถ้วน คือ $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ ดังนั้นระยะห่างระหว่างเส้นขนานที่วัดจากจุด B และจุด C ไปยัง $\overline{AD}$ จะเท่ากัน ซึ่งคือระยะเดียวกับส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ที่ลากจากจุด B และจุด C ไปยัง $\overline{AD}$

2. นักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 2 คะแนน คือ นักเรียนที่เขียนคำตอบถูกต้องสมบูรณ์ และมีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องบางส่วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.2


ตอบ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ เพราะเป็นสมบัติ □ คางหมู
และถ้า $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ แปลว่าส่วนสูงของ $\overline{BX}$ และ $\overline{CY}$ จะเท่ากันเพราะเป็นสมบัติเส้นขนาน

ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 2 คะแนน

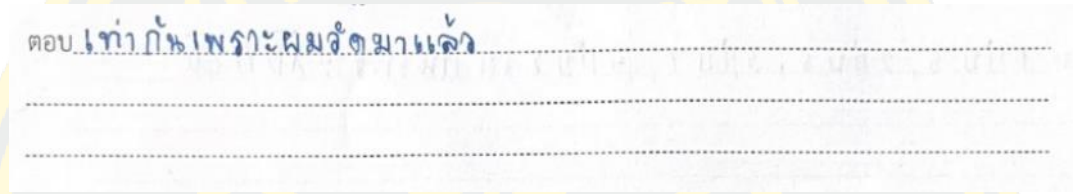
ภาพที่ 4.2 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 2 คะแนน

จากภาพที่ 4.2 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถเขียนคำตอบถูกต้องสมบูรณ์ แต่อธิบายเพียงแค่ $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ เพียงเท่านั้นโดยที่ไม่ได้อธิบายว่าสมบัติของเส้นขนานเกี่ยวกับระยะห่างระหว่างเส้นขนานอย่างไร เพื่อที่จะได้คำตอบสมบูรณ์ควรระบุเพิ่มเติมว่า “เมื่อ $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ แล้วระยะห่างระหว่างเส้นขนานจะเท่ากัน ซึ่งคือระยะเดียวกับส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ที่ลากจากจุด B และจุด C ไปยัง $\overline{AD}$”

3. นักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 1 คะแนน จะแบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนที่เขียนคำตอบถูกต้องบางส่วน แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ไม่ถูกต้องหรือถูกต้องบางส่วน ซึ่งจากการตรวจแบบวัดพบว่า ไม่มีนักเรียนคนใดเขียนคำตอบตรงเกณฑ์ในกรณีที่ 1

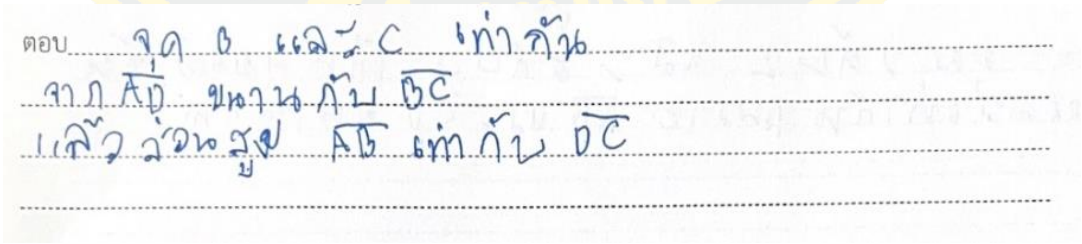
กรณีที่ 2 นักเรียนที่เขียนคำตอบถูกต้องสมบูรณ์ แต่ไม่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.4



ภาพที่ 4.3 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 1 คะแนน กรณีที่ 2

จากภาพที่ 4.3 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนคำตอบถูกต้องสมบูรณ์โดยนักเรียนตอบว่า เท่ากัน แต่อธิบายโดยใช้การวัด นั่นแสดงให้เห็นถึงไม่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

กรณีที่ 3 นักเรียนที่เขียนคำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน



ภาพที่ 4.4 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 1 คะแนน กรณีที่ 3

จากภาพที่ 4.4 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนคำตอบไม่ถูกต้องโดยระบุว่า จุด B และ C เท่ากัน ซึ่งที่คำตอบที่ถูกต้องคือ ส่วนสูงที่ลากจากจุด จุด B และจุด C เท่ากัน และอธิบายเพียงแค่ $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ โดยไม่ได้ระบุสมบัติของเส้นขนานที่เกี่ยวกับระยะห่างระหว่างเส้นขนาน อีก

ทั้งนักเรียนเขียนอธิบายว่าส่วนสูงของ $\overline{AB}$ เท่ากับ $\overline{DC}$ ซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ นั่นคือ แสดงให้เห็นว่านักเรียนเขียนอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องบางส่วน

4. นักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 0 คะแนน จะแบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนที่เขียนคำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.5

ภาพที่ 4.5 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 0 คะแนน กรณีที่ 1

จากภาพที่ 4.5 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนคำตอบว่า $\overline{BC}$ ไม่เท่า ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง และคำตอบที่ถูกต้อง คือ “เท่ากัน หรือส่วนสูงที่ลากจากจุด จุด B และจุด C เท่ากัน เนื่องจาก $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ ดังนั้นระยะห่างระหว่างเส้นขนานที่วัดจากจุด B และจุด C ไปยัง $\overline{AD}$ จะเท่ากัน ซึ่งคือระยะเดียวกับส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ที่ลากจากจุด B และจุด C ไปยัง $\overline{AD}$” และนักเรียนไม่มีการอธิบายโดยอ้างอิงลักษณะสำคัญ ความหมาย ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

กรณีที่ 2 นักเรียนที่ไม่เขียนคำตอบ ซึ่งจากการตรวจแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน พบว่า มีนักเรียนที่ไม่เขียนคำตอบจำนวน 2 คน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.6

ภาพที่ 4.6 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ 0 คะแนน กรณีที่ 2

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ผู้วิจัยได้ทำการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง แล้วบันทึกผลคะแนนที่ได้จากการตรวจแบบวัดโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t-test for one sample โดยเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยได้ผลดังตารางที่ 4.2 ดังนี้

ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	คะแนนเต็ม	$\overline{X}$	ร้อยละ	μ ร้อยละ 70	s	t	p
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน	32	40	30.06	75.15	28	6.74	1.73*	0.045

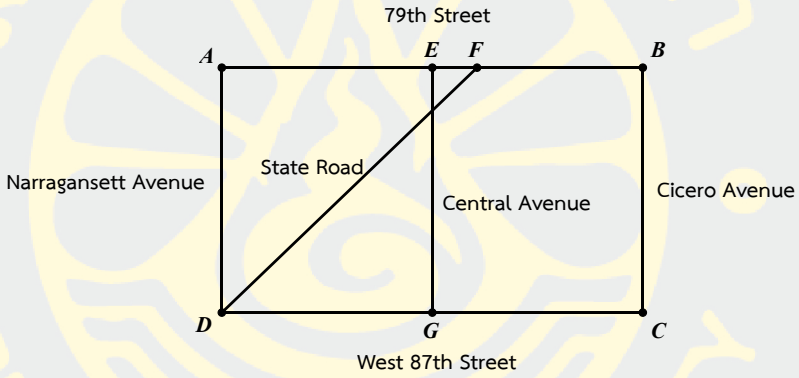
*$p < .05$

จากตารางที่ 4.2 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีค่าเท่ากับ 30.06 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 75.15 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้สถิติ t-test for one sample พบว่าคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์รายละเอียดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัย ซึ่งผู้วิจัยจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้ ดังนี้

ตัวอย่างโจทย์ที่ผู้วิจัยนำมาใช้ในการจำแนกนักเรียนตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ

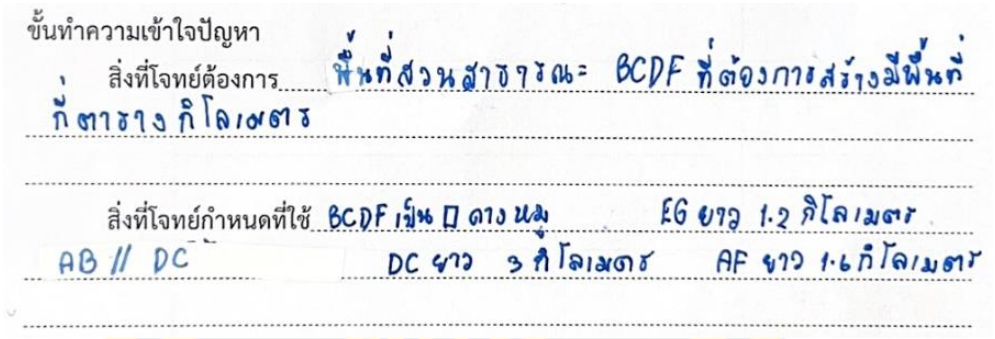
“ณ ย่าน Burbank ในเมือง Chicago ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งมีถนนเป็นรูปตารางสี่เหลี่ยม ดังรูป โดยที่มีถนน 79th Street (AB) และถนน West 87th Street (DC) เป็นถนนที่ขนานกัน และมีถนน Narragansett Avenue (AD) ถนน Central Avenue (EG) และถนน Cicero Avenue (BC) ตั้งฉากกับถนนที่ขนานกัน ถ้านายกเทศมนตรีจอห์นสันมีแผนในการปรับปรุงย่านนี้ของเมืองให้เป็นสวนสาธารณะใจกลางเมืองโดยจะครอบคลุมพื้นที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $BCDF$ ซึ่งได้จัดสรรงบประมาณในการปรับปรุงเป็นเงิน 1 ล้านดอลลาร์สหรัฐ ต่อ 1 เอเคอร์ แต่นายกเทศมนตรีมีข้อมูลผังเมืองเพียง ดังนี้ ถนน Central Avenue (EG) มีความยาว 1.2 กิโลเมตร ถนน State Road (DF) มีความยาว 2 กิโลเมตร ถนน West 87th Street (DC) มีความยาว 3 กิโลเมตร และถนน AF มีความยาว 1.6 กิโลเมตร นายกเทศมนตรีจอห์นสันต้องการทราบว่าพื้นที่ของสวนสาธารณะ $BCDF$ ที่ต้องการสร้างมีพื้นที่กี่ตารางกิโลเมตร”



จากเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย จะพิจารณาแยกเป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3. ขั้นดำเนินการตามแผน 4. ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

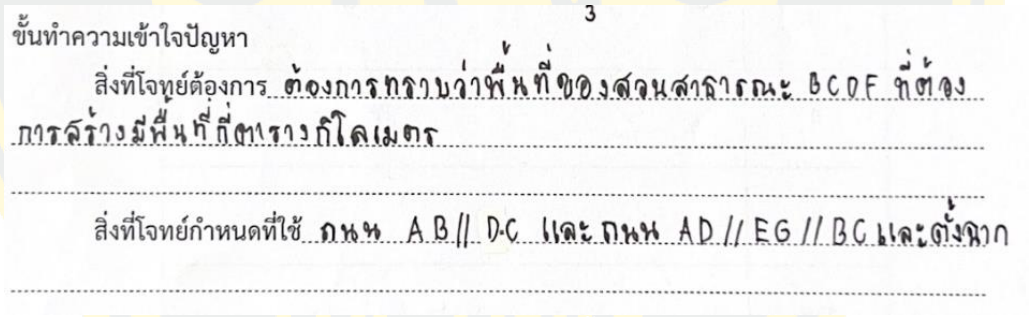
1.1 นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.6


ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
สิ่งที่โจทย์ต้องการ พื้นที่สวนสาธารณะ BCDF ที่ต้องการสร้างมีพื้นที่
กี่ตารางกิโลเมตร
สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ BCDF เป็น □ ดางนม EG ยาว 1.2 กิโลเมตร
AB // DC DC ยาว 3 กิโลเมตร AF ยาว 1.6 กิโลเมตร

ภาพที่ 4.7 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพที่ 4.7 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องครบถ้วน

1.2 นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนที่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.7


3
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
สิ่งที่โจทย์ต้องการ ต้องการทราบว่าพื้นที่ของสวนสาธารณะ BCDF ที่ต้องการสร้างมีพื้นที่กี่ตารางกิโลเมตร
สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ ถนน AB // DC และถนน AD // EG // BC และดังภาพ

ภาพที่ 4.8 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

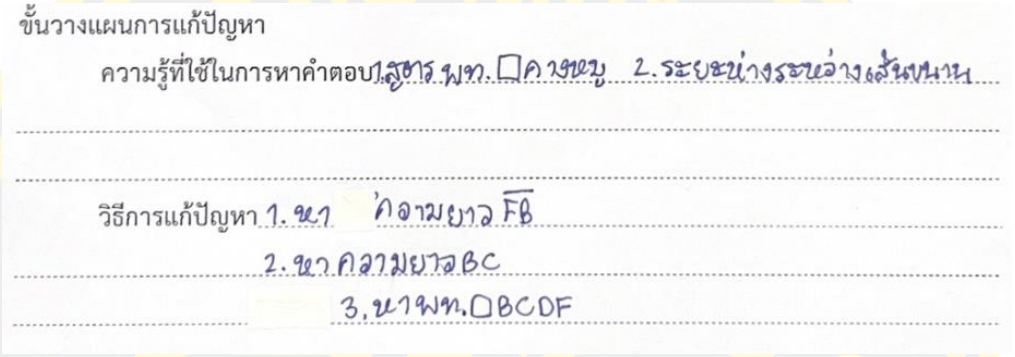
จากภาพที่ 4.8 จะเห็นได้ว่า นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนไม่ได้ระบุความยาวของถนนต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณหาพื้นที่ของสวนสารธารณะ เพื่อที่จะได้คำตอบที่สมบูรณ์ควรระบุเพิ่มเติมว่า “ $\overline{AF}$ ยาว 1.6 กิโลเมตร, $\overline{EG}$ ยาว 1.2 กิโลเมตร และ $\overline{DC}$ ยาว 3 กิโลเมตร”

1.3 นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนที่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ถูกต้อง หรือ ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์

กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาและสิ่งที่โจทย์ต้องการ และจากการตรวจแบบวัดพบว่าไม่มีนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

2.1 นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา คือ นักเรียนที่อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.9

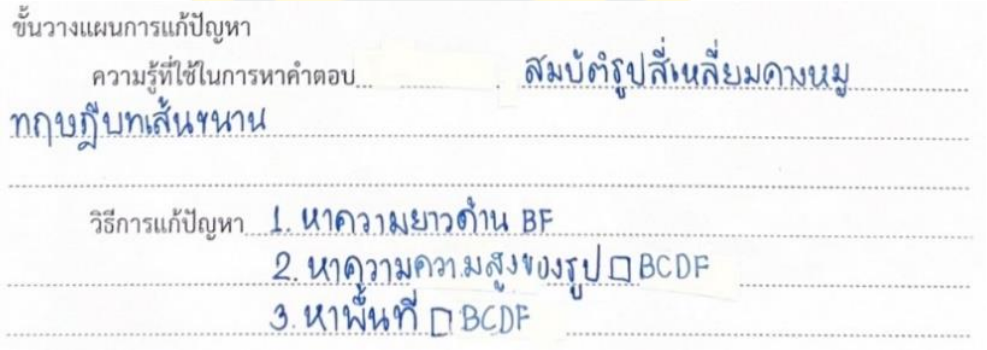

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา
ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ 1.สูตร พท. □ความหนา 2.ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน
วิธีการแก้ปัญหา 1. หา ความยาว FB
2. หา ความยาว BC
3. หา พท. □BCDF

11ภาพที่ 4.9 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ภาพที่ 4.9 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 4.8 จะเห็นได้ว่านักเรียนเขียนอธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วน

2.2 นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา คือ นักเรียนที่อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาถูกได้ต้องบางส่วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.9

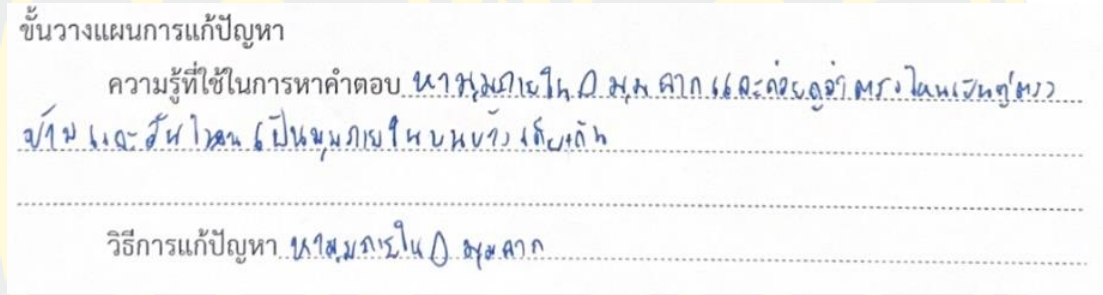

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา
ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ สมบัติรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
ทฤษฎีบทเส้นขนาน
วิธีการแก้ปัญหา 1. หาความยาวด้าน BF
2. หาความความสูงของรูป □BCDF
3. หาพื้นที่ □BCDF

ภาพที่ 4.10 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 4.10 จะเห็นได้ว่า นักเรียนอธิบายวิธีแก้ปัญหาได้ถูกต้องครบถ้วนแต่นักเรียนระบุความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบถูกต้องเพียงบางส่วน เนื่องจาก โจทย์ต้องการหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $BCDF$ แต่นักเรียนระบุความรู้ที่ใช้เป็น สมบัติรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และโจทย์ต้องใช้ความรู้เรื่องระยะห่างระหว่างเส้นขนานในการหาส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่งนักเรียนระบุว่าใช้ ทฤษฎีบทเส้นขนาน ดังนั้นความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบถูกต้องคือ “สูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู และระยะห่างระหว่างเส้นขนาน”

2.3 นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา แบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

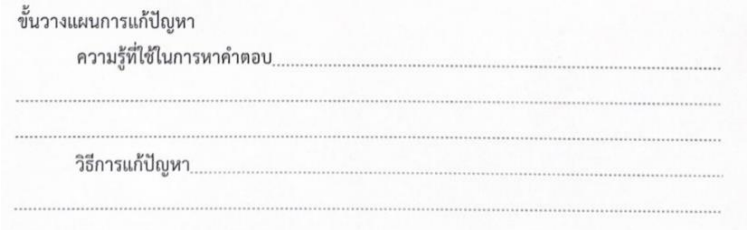
กรณีที่ 1 นักเรียนที่อธิบายวิธีแก้ปัญหาและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.11



ภาพที่ 4.11 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา กรณีที่ 1

จากภาพที่ 4.11 จะเห็นได้ว่า นักเรียนนักเรียนเขียนอธิบายความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาเกี่ยวกับมุมภายในสามเหลี่ยมมุมฉากและมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งที่ระบุมานั้นไม่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

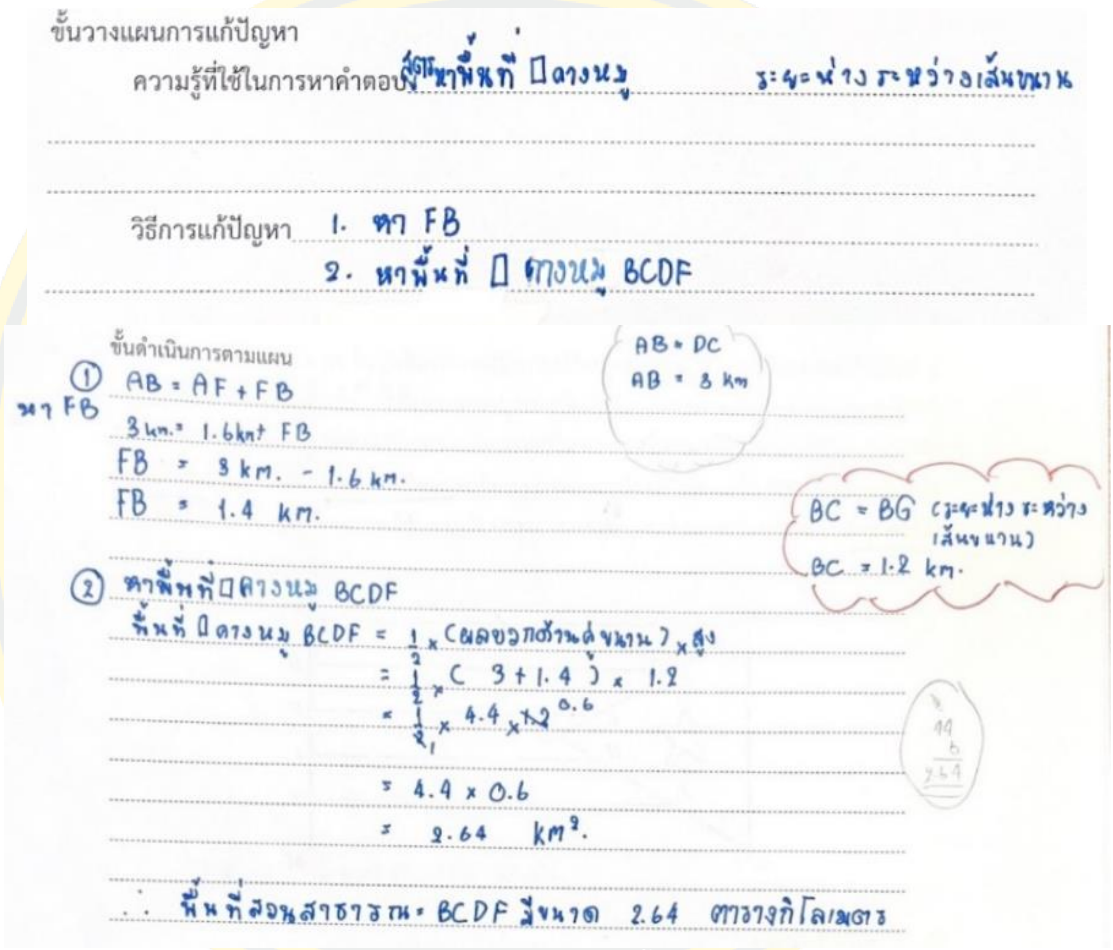
กรณีที่ 2 นักเรียนที่ไม่อธิบายวิธีแก้ปัญหาและไม่ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ จากการตรวจแบบวัดพบว่าในข้อนี้มีนักเรียนที่ไม่เขียนอธิบายวิธีแก้ปัญหาและไม่ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 คน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.12



ภาพที่ 4.12 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา กรณีที่ 2

3. ขั้นดำเนินการตามแผน

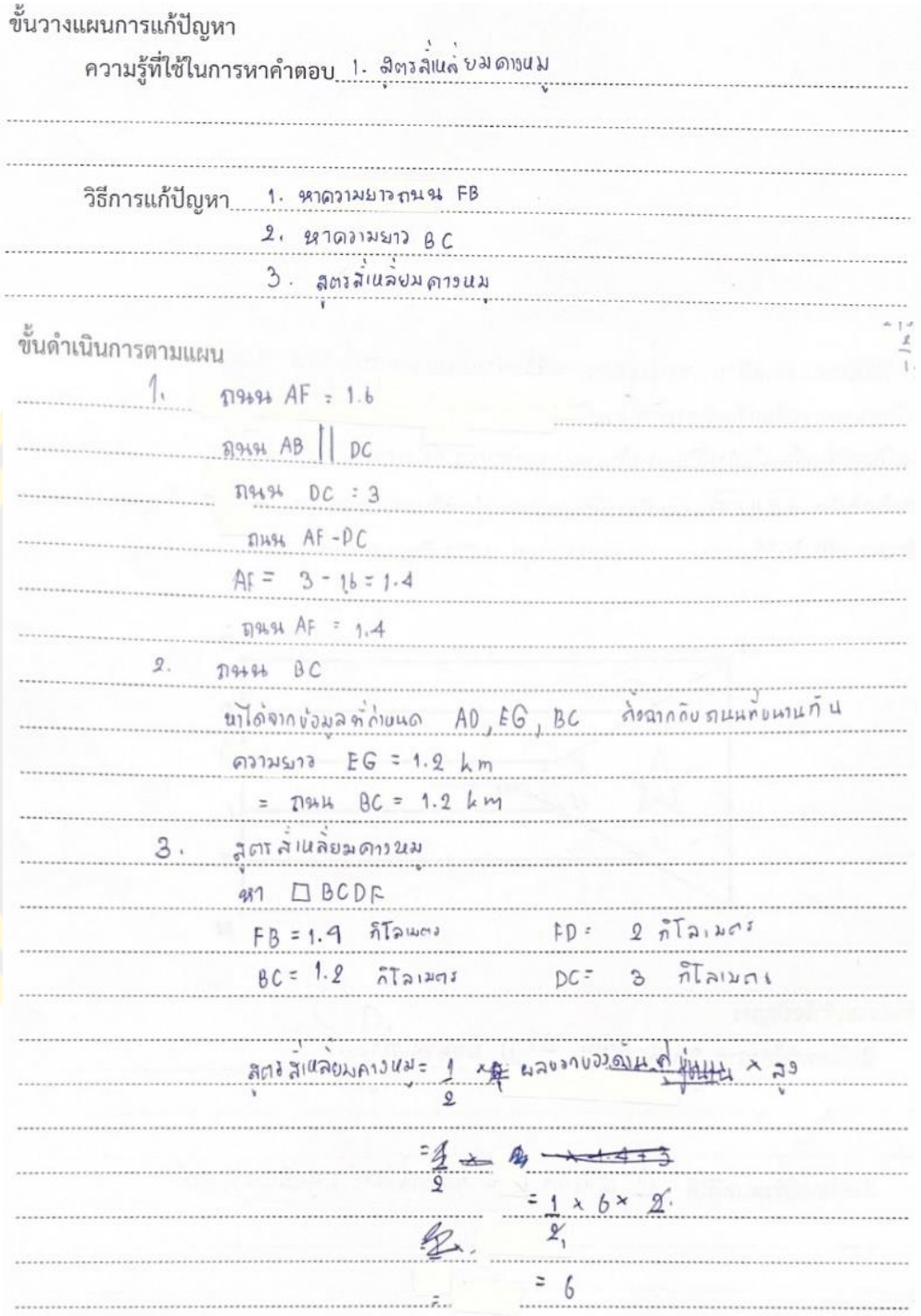
3.1 นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน คือ นักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.13



ภาพที่ 4.13 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน

จากภาพที่ 4.13 เห็นได้ว่า นักเรียนได้ทำการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง

3.2 นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน คือ นักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องบางส่วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.14


ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ 1. สูตรสี่เหลี่ยมคางหมู

วิธีการแก้ปัญหา 1. หาความยาวถนน FB

2. หาความยาว BC

3. สูตรสี่เหลี่ยมคางหมู

ขั้นดำเนินการตามแผน

1. ถนน AF = 1.6

ถนน AB || DC

ถนน DC = 3

ถนน AF - DC

AF = 3 - 1.6 = 1.4

ถนน AF = 1.4

2. ถนน BC

นำได้จากข้อมูลที่กำหนด AD, EG, BC ล้อมกลับถนนทั้งหมดกัน

ความยาว EG = 1.2 km

= ถนน BC = 1.2 km

3. สูตรสี่เหลี่ยมคางหมู

หา □BCDF

FB = 1.4 กิโลเมตร FD = 2 กิโลเมตร

BC = 1.2 กิโลเมตร DC = 3 กิโลเมตร

สูตรสี่เหลี่ยมคางหมู = $\frac{1}{2}$ × ผลบวกของด้านคู่ขนาน × สูง

$= \frac{1}{2} \times$ [illegible]

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 2$

$= 6$

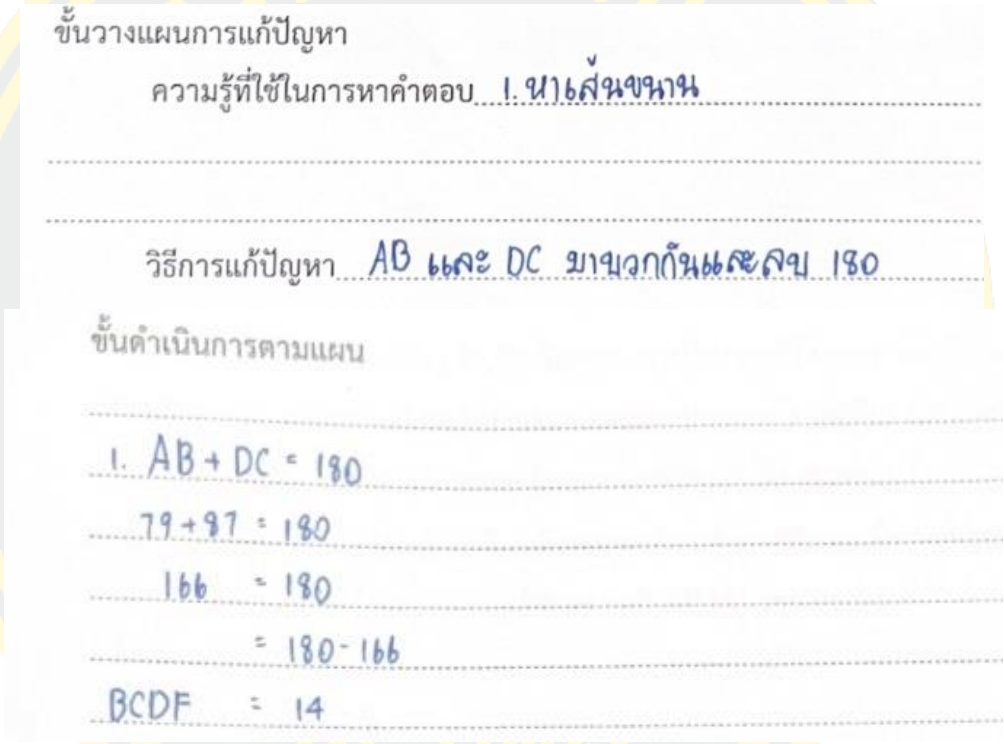
ภาพที่ 4.14 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน

จากภาพที่ 4.12 จะเห็นได้ว่า ในขั้นที่ 1 นักเรียนวางแผนไว้เป็นการหาความยาวถนน FB แต่นักเรียนเขียนว่า $AF = 3 - 1.6 = 1.4$ ซึ่งที่ถูกต้องคือ $FB = 3 - 1.6 = 1.4$

กิโลเมตร และในขั้นที่ 3 การหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู $BCDF$ นักเรียนแทนค่าลงในสูตรการหาพื้นที่ยังไม่ถูกต้อง ซึ่งที่ถูกต้อง คือ $\frac{1}{2}\times(3+1.4)\times 1.2$ และจะได้คำตอบที่ถูกต้อง คือ 2.64 ตร.กม.

3.3 นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน แบ่งออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 นักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.15


ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ 1. หาส่วนขนาน

วิธีการแก้ปัญหา AB และ DC มาบวกกันและลบ 180

ขั้นดำเนินการตามแผน

1. AB + DC = 180

79 + 87 = 180

166 = 180

= 180 - 166

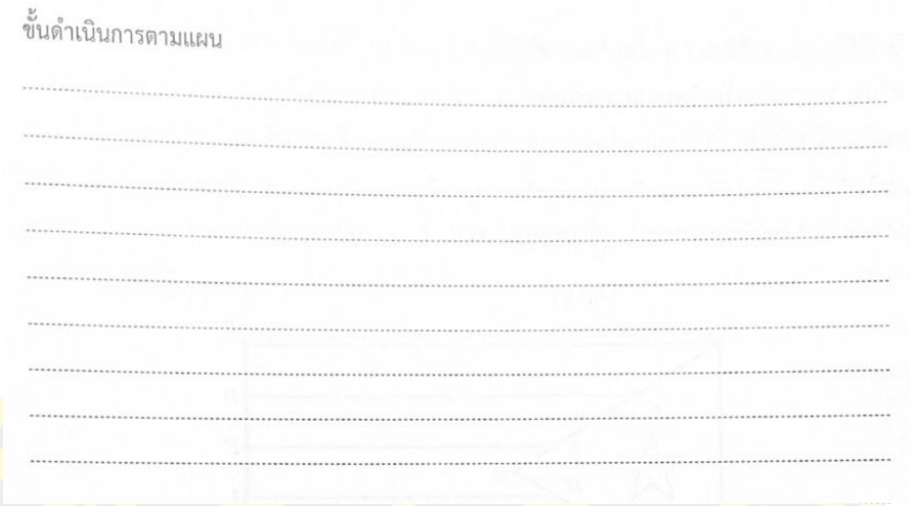
BCDF = 14

ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน

ภาพที่ 4.15 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน กรณีที่ 1

จากภาพที่ 4.15 จะเห็นได้ว่านักเรียนได้เขียนอธิบายการคิดคำนวณโดยที่ไม่ได้ระบุที่มาของตัวเลขที่นำมาคิดคำนวณ และไม่เกี่ยวข้องกับการหาพื้นที่สี่รูปเหลี่ยมคางหมู $BCDF$

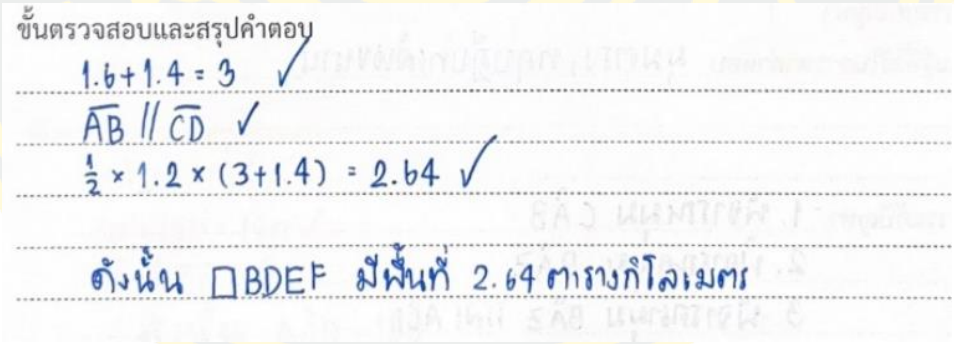
กรณีที่ 2 นักเรียนที่ไม่ดำเนินการแก้ปัญหา จากการตรวจแบบวัดพบว่าในข้อนี้มีนักเรียนจำนวน 4 คนที่ไม่เขียนอธิบายการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.16



ภาพที่ 4.16 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน กรณีที่ 2

4. ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

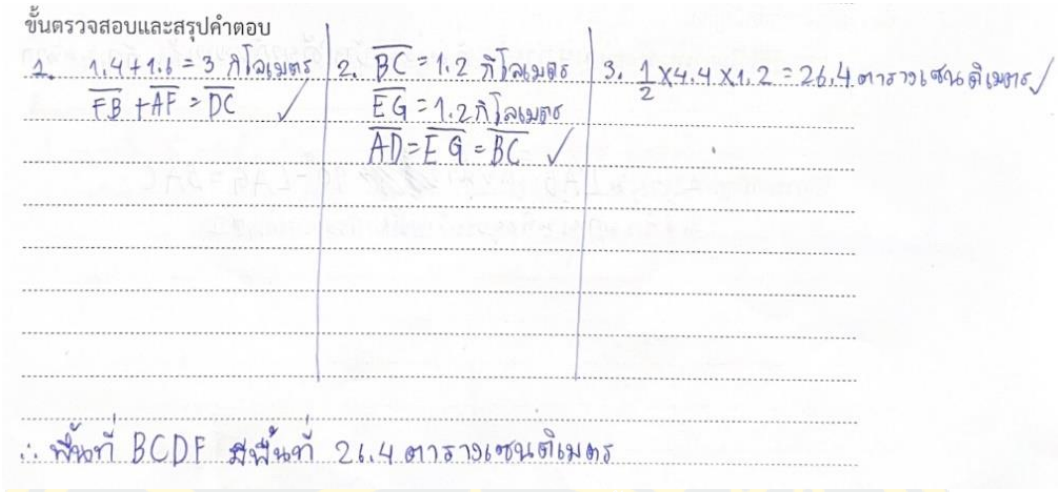
4.1 นักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ คือ นักเรียนที่ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.17



ภาพที่ 4.17 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

จากภาพที่ 4.17 จะเห็นได้ว่านักเรียนเขียนตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วนตามเกณฑ์ที่ได้ตั้งไว้

4.2 นักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ คือ นักเรียนที่ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.18

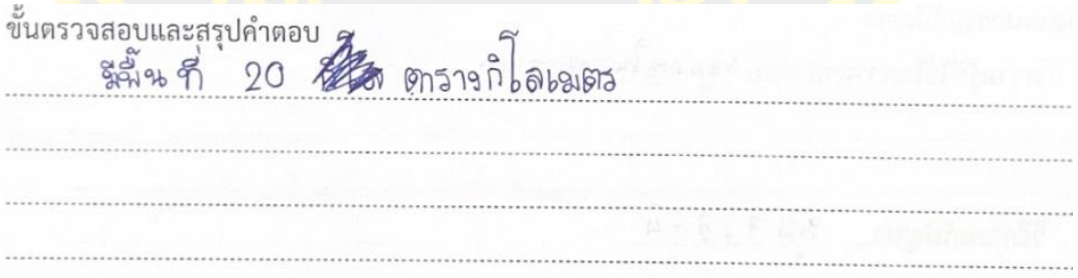


ภาพที่ 4.18 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

ภาพที่ 4.18 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

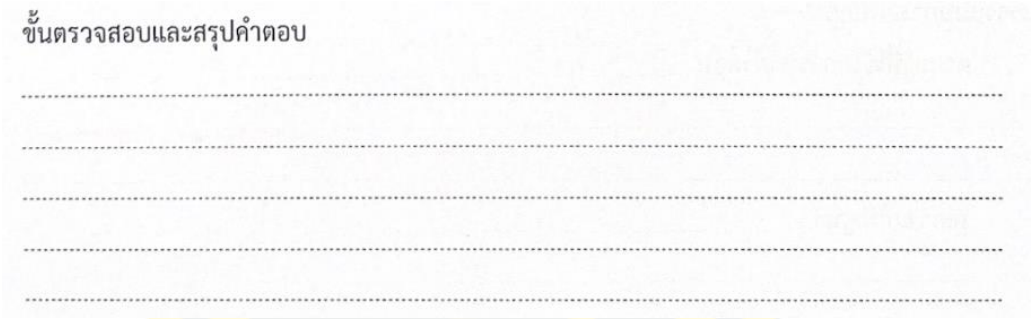
จากภาพที่ 4.18 จะเห็นได้ว่า ในข้อที่ 1 และข้อที่ 2 นักเรียนตรวจสอบคำตอบถูกต้อง แต่ในข้อที่ 3 นักเรียนได้เขียนตรวจสอบคำตอบว่า $\frac{1}{2} \times 4.4 \times 1.2 = 26.4$ ตารางเซนติเมตร ซึ่งที่ถูกต้อง คือ $\frac{1}{2} \times 4.4 \times 1.2 = 2.64$ ตารางกิโลเมตร อีกทั้งยังสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ดังนั้นจึงสอดคล้องกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ คือ ตรวจสอบคำตอบและสรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน

4.3 นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ คือ นักเรียนที่ไม่ตรวจสอบคำตอบและไม่สรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.19



ภาพที่ 4.19 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ (1)

จากภาพที่ 4.19 จะเห็นได้ว่า นักเรียนไม่มีการตรวจสอบคำตอบ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ 2.64 ตารางกิโลเมตร อีกทั้งจากการตรวจแบบวัดพบว่ามีนักเรียนที่ไม่เขียนอธิบายการตรวจสอบคำตอบและไม่สรุปคำตอบจำนวน 6 คน ซึ่งมีตัวอย่างดังภาพที่ 4.20



ภาพที่ 4.20 ตัวอย่างคำตอบนักเรียนที่ได้ 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ (2)

บทที่ 5
สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โปรแกรมปกติ จำนวน 4 ห้องเรียนที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โปรแกรมปกติ จำนวน 1 ห้องเรียน 32 คน ที่เรียนในรายวิชา ค22102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี โดยได้มาจากวิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เนื่องจากทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องในโปรแกรมปกติแบบคละความสามารถ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ รายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 5 แผน โดยมีค่าความเหมาะสมเฉลี่ยเท่ากับ 4.93 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.25 2. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.80-1.00 มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.30-0.48 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.39-0.58 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.89 3. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยเป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.80-1.00 มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.34-0.50 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25-0.37 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ 1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) 2. ร้อยละ 3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD) 4. t-test for one sample

สรุปผลการวิจัย

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เป็นผลมาจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ซึ่งเป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่ครูจะนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์แก่นักเรียนผ่านใบกิจกรรมที่ครูเตรียมไว้ เพื่อให้นักเรียนฝึกสังเกตลักษณะร่วมและความแตกต่างของตัวอย่างที่ได้รับ ตลอดจนนักเรียนตั้งสมมติฐานและทดสอบสมมติฐานของตนเองจนสามารถระบุลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์และชื่อของมโนทัศน์ได้ อีกทั้งนักเรียนยังได้ทดสอบความเข้าใจในมโนทัศน์นั้นด้วยการยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเอง สอดคล้องกับ Eggen & Kauchak (2001) กล่าวว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ คือ การจัดการเรียนรู้ที่ให้ตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์เพื่อพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ และให้นักเรียนได้ฝึกฝนการตั้งสมมติฐานและการทดสอบสมมติฐาน และการนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์ยังช่วยให้มโนทัศน์เป็นรูปธรรมมากขึ้น และ Dienes & Golding (1971, อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2552) กล่าวว่า ผู้เรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคง จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์กระตุ้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองจากตัวอย่างต่าง ๆ ที่ได้รับ

เมื่อพิจารณาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ จะเห็นได้ว่ามีขั้นตอนทั้งหมด 6 ขั้นตอนที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม เป็นขั้นที่ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ และครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งตัวอย่างที่ครูเตรียมมานั้นเป็นตัวอย่างที่หลากหลาย

และครอบคลุมทุกกรณีของมโนทัศน์ ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้เห็นตัวอย่างทั้งที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ที่หลากหลายอีกทั้งเพื่อให้นักเรียนไม่พลาดลักษณะสำคัญในการสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ นวลลออ ทินานนท์ (2540) กล่าวว่า ครูต้องมีการเตรียมหาตัวอย่างของมโนทัศน์นั้นหลาย ๆ ตัวอย่าง ทั้งที่ใช่และไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์ และต้องมีให้มากพอที่จะครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนจับเอาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่ใช่ และแยกแยะลักษณะของสิ่งที่ใช่ และไม่ใช่ออกจากกัน

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียนผ่านใบกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบคุณลักษณะเฉพาะที่เหมือนหรือแตกต่างกันของตัวอย่างทั้ง 2 ประเภทจากการวัดมุม วัดความยาว รวมไปถึงตอบคำถามต่าง ๆ ลงในใบกิจกรรมที่ได้รับ ซึ่งสอดคล้องกับ Lasley, Matczynski, & Rowley (2002) กล่าวว่า ครูควรให้ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์นั้นควรเป็นตัวอย่างที่เฉพาะเจาะจง ชัดเจน ไม่ทำให้นักเรียนสับสนและทำให้นักเรียนสามารถหาคุณลักษณะเฉพาะร่วมได้ ส่วนตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์นั้นควรหลากหลายและมีจุดร่วมที่ใกล้เคียงกับมโนทัศน์แต่ไม่เป็นมโนทัศน์ ซึ่งตัวอย่างทั้ง 2 ประเภทนั้นจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้เห็นจุดร่วม หรือจุดแตกต่างของคุณลักษณะเฉพาะได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน และขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติมเป็นขั้นที่ต่อเนื่องกัน โดยเริ่มจากครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานและตั้งชื่อของมโนทัศน์จากการสังเกตลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนได้รับ พร้อมอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐาน จากนั้นครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนเพื่อทดสอบความถูกต้องของสมมติฐาน และทำซ้ำจนกว่านักเรียนจะได้สมมติฐานของมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือตัวอย่างที่ครูเตรียมไว้หมด ซึ่งสอดคล้องกับ Gunter, Estes, & Mintz (2007) และทิศนา แขมมณี (2551) กล่าวว่า ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานของลักษณะร่วมของตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ทั้งหมด หลังจากนักเรียนได้สมมติฐานแรกเริ่มแล้ว ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมแก่นักเรียนทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์เพื่อทดสอบสมมติฐานของมโนทัศน์ว่าสามารถอธิบายตัวอย่างเพิ่มเติมได้หรือไม่ หากคำตอบผิดนักเรียนจะต้องหาคำตอบใหม่ ซึ่งหมายความว่าต้องเปลี่ยนสมมติฐานที่เป็นฐานของคำตอบเดิม ด้วยวิธีนี้นักเรียนจะค่อย ๆ สร้างมโนทัศน์ขึ้นมา

ขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายสมมติฐานเพื่อสรุปลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิดและวิธีการที่ทำให้ได้มาซึ่งมโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งนักเรียนได้ฝึกสังเกตตัวอย่าง คิด อภิปราย และนำไปสู่การสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้องด้วยตนเองผ่านคำถามกระตุ้นที่ครูใช้ในห้องเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2557) ที่ได้กล่าวเกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่าพยายามให้ผู้เรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วย

ตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของผู้เรียน และไม่ยากเกินกว่าที่ผู้เรียนจะคิดได้

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้กลวิธี SQRQCQ 6 ขั้นตอน ดังนี้ 1. ขั้นสำรวจปัญหา (Survey) 2. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ (Question) 3. ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล (Reread) 4. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา (Question) 5. ขั้นแสดงการคำนวณ (Compute) 6. ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ (Question) ซึ่งสอดคล้องกับ Gunter, Estes, & Mintz (2007) กล่าวว่า เพื่อประเมินผลความเข้าใจของนักเรียนต่อมโนทัศน์ ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างเพิ่มเติมด้วยตัวเองทั้งตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ อีกทั้งอัมพร ม้าคนอง (2557) และเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2566) กล่าวเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า ครูควรพัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐานสำคัญของการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้แล้วไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ รวมทั้งนำไปใช้ในการแก้ปัญหาและมีโอกาสในการตัดสินใจ

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ส่งผลให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้นี้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ จิรภัทร สิงห์มนต์ (2565) ที่ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยมีกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยนเรศวร จำนวน 1 ห้องเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Anjum (2014) ที่ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์และกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ จำนวน 120 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 60 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 60 คน ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เป็นผลมาจากการ

จัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ซึ่งเป็นรูปแบบจัดการเรียนการสอนที่ครูจะให้นักเรียนค้นพบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จากการนำเสนอตัวอย่างที่เป็นและไม่เป็นมโนทัศน์ให้แก่นักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสถานการณ์โจทย์ในชีวิตจริงที่หลากหลาย โดยที่สถานการณ์เหล่านั้นมีทั้งข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ซึ่งเป็นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยการอ่านสถานการณ์โจทย์และแยกแยะข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็น จากนั้นระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์กำหนด ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหา และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555) ได้กล่าวเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้ ครูควรเตรียมสถานการณ์โจทย์ที่มีความเหมาะสมตามวัย มีความท้าทายชวนให้คิดแปลกใหม่ และควรเป็นสถานการณ์โจทย์ที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน เนื่องจากเป็นสิ่งที่นักเรียนจะได้เผชิญในชีวิตจริง ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา อีกทั้งครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้ตั้งคำถามกับตัวเองโดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบายจากนั้นให้นักเรียนได้สำรวจ และรวบรวมข้อมูล รวมไปถึงตรวจสอบข้อคาดการณ์ที่ได้ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้ ควรเพิ่มโจทย์ปัญหาให้มีโครงสร้างหลากหลาย และมีความซับซ้อนกว่าปัญหาที่เป็นตัวอย่างและแบบฝึกหัด ควรเพิ่มโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและการประยุกต์ ควรเพิ่มเทคนิคและกลวิธีแก้ปัญหาให้หลากหลายมากยิ่งขึ้น และควรเพิ่มการตรวจสอบความเหมาะสมของวิธีแก้ปัญหาและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

เมื่อพิจารณาขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ จะเห็นได้ว่ามีขั้นตอนทั้งหมด 1 ขั้นตอนที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 คือ ขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ โดยที่ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์เพิ่มเติมด้วยตนเองเพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียน และครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ซึ่งประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 S (Survey) ขั้นสำรวจปัญหา เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างรวดเร็วเพื่อสำรวจหัวข้อสำคัญ และลักษณะทั่วไปของปัญหา ขั้นที่ 2 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและนักเรียนใช้คำพูดตามความเข้าใจของตัวเอง ขั้นที่ 3 R (Reread) ขั้นการอ่านและแยกแยะข้อมูล เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหา จากทั้ง 3 ขั้นตอนที่ได้กล่าวมานั้นสามารถเทียบได้กับขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา คือ

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับปรีชา เนาว์เย็นผล (2556) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลโดยตรงต่อความสามารถด้านนี้คือทักษะการอ่านและการฟัง แต่ปัญหาส่วนใหญ่มักอยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหา นักเรียนจะต้องอ่านและทำความเข้าใจ โดยสามารถแยกประเด็นที่สำคัญ ๆ ของปัญหาออกมาให้ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งต้องแยกแยะให้ได้ว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้างและปัญหาต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็น และไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง ซึ่งขั้นที่ 4 นี้ สามารถเทียบได้กับขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา คือ ขั้นวางการแผนแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับปรีชา เนาว์เย็นผล (2556) ได้กล่าวว่า ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อ นักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างของปัญหาคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้าง นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

ขั้นที่ 5 C (Compute) ขั้นแสดงการคำนวณ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ ซึ่งขั้นที่ 5 นี้ สามารถเทียบได้กับขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา คือ ขั้นดำเนินการตามแผน ซึ่งสอดคล้องกับปรีชา เนาว์เย็นผล (2556) ได้กล่าวว่า การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัด และวางแผนแก้ปัญหาได้เหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้องการแก้ปัญหานั้นก็ถือได้ว่าไม่ประสบความสำเร็จนักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความสามารถในการคิดคำนวณโดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการคิดคำนวณพื้นฐาน ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร ถ้านักเรียนได้รับการฝึกฝนมาไม่ดีพอย่อมเป็นปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ทั่ว ๆ ไปไม่เฉพาะแต่การเรียนการแก้ปัญหาเท่านั้น

ขั้นที่ 6 Q (Question) ขั้นตั้งคำถามเกี่ยวกับคำตอบ ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ ซึ่งขั้นที่ 6 นี้ สามารถเทียบได้กับขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา คือ ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ที่ได้เสนอว่า ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้

ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกหรือไม่ เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไป

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้นี้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของอัศวิน ดวงจิตร (2563) ที่ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหา SQRQCQ เรื่องดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับกลวิธี SQRQCQ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของสิรภพ สินธุประเสริฐ (2559) ที่ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ร่วมกับคำถามระดับสูง เรื่อง สถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และมีผลการวิจัย คือ นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กลวิธี SQRQCQ ร่วมกับคำถามระดับสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. ในขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม ครูควรศึกษาลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้นอย่างถี่ถ้วน และครูควรเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ให้ครอบคลุมทุกกรณีของลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์นั้น ถ้าหากตัวอย่างที่ครูเตรียมไม่ครอบคลุมพอ อาจจะส่งผลต่อความเข้าใจของนักเรียนในมโนทัศน์นั้น ๆ หรือนักเรียนอาจจะสรุปมโนทัศน์คลาดเคลื่อนหรือขาดลักษณะสำคัญบางอย่างได้

2. ในขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูควรนำเสนอตัวอย่างโดยไม่ให้มีรูปแบบมากเกินไป เช่น การนำเสนอตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์โดยการสลับข้อคู่ข้อคี่ เนื่องจากอาจจะให้นักเรียนคาดเดาได้ว่าตัวอย่างถัดไปเป็นตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ได้โดยที่ไม่ได้คำนึงถึงลักษณะเฉพาะของตัวอย่างนั้น ๆ ซึ่งอาจจะนำไปสู่การตอบคำถามผิดและสรุปมโนทัศน์คลาดเคลื่อน

3. ในขั้นที่ 3 ขั้นตั้งสมมติฐาน ขั้นที่ 4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม และขั้นที่ 5 ขั้นการสรุป ครูไม่ควรเฉลยมโนทัศน์ที่ถูกต้องให้แก่นักเรียน เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่เน้นให้นักเรียนค้นพบมโนทัศน์ด้วยตนเอง ดังนั้นครูควรกระตุ้นให้นักเรียนค้นพบมโนทัศน์ด้วยตนเอง ถ้าหากนักเรียนทราบมโนทัศน์ที่ถูกต้องอยู่ก่อนแล้ว ครูอาจจะใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความอยากรู้ที่จะพิสูจน์มโนทัศน์ที่ทราบว่าถูกต้องหรือไม่

4. ในขั้นที่ 6 ขั้นการนำไปใช้ ครูไม่ควรเฉลยวิธีการแก้ปัญหา หรือความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจจะจดจำวิธีการแก้ปัญหาเพียงรูปแบบเดียวโดยที่ไม่สามารถแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่แตกต่างออกไปได้ อีกทั้งในการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่เน้นให้นักเรียนอ่านสถานการณ์โจทย์ ทำความเข้าใจปัญหา และแก้ปัญหาด้วยตนเอง ดังนั้นครูควรเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิดและดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบตามกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัย

1. ควรนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ไปวิจัยในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หรือทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและใช้ความรู้ และทักษะหลาย ๆ อย่างที่สำคัญ เช่น การให้เหตุผล และการสื่อสาร

2. ควรมีการศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น วงกลม ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ความคล้าย เป็นต้น เนื่องจากเนื้อหาเหล่านี้มีโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับ เรื่อง เส้นขนาน โดยที่มีมโนทัศน์ที่หลากหลายและต้องนำแต่ละมโนทัศน์ไปใช้แก้สถาณการณ์โจทย์ปัญหาต่าง ๆ

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

จินดารัตน์ โพธิ์นอก. (21 มีนาคม 2557). *มโนทัศน์*. เรียกใช้เมื่อ 2 2567 จาก สำนักงานราชบัณฑิตยสภา: http://legacy.orst.go.th

จิรภัทร สิงห์มนต์. (2565). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์และความสามารถการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยนเรศวร).

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2561). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). *เอกสารประกอบการสอน: สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา (Statistics for Educational Research)*. นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.

ณัฐไฉไล พริ้งมาดี. (2544). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย)

ดุจจิตต์ คุณากูลวิศาล. (2565). *ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนมโนทัศน์ร่วมกับเทคนิค Think Write Pair Share ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา).

ทิศนา แขมมณี. (2551). *ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นวลลออ ทินานนท์. (2540). การสอนมโนทัศน์: หัวใจของการเรียนรู้. *วารสารศิลปกรรมศาสตร์*, 5(2).

นพพร แหยมแสง. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์* (เล่มที่ 1). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

นาสียะห์ สาหาด. (2559). *ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสอนแบบมโนทัศน์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาปัตตานี เขต 3.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์).

บุญชม ศรีสะอาด. (2560). *การวิจัยเบื้องต้น ฉบับปรับปรุงใหม่* (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2556). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. ใน ยุพิน พิพิธกุล, ปรีชา เนาว์เย็นผล, จรรยา ภูอุดม, และ อัมพร ม้าคนอง, *สารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์* (เล่มที่ 2). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

พรปวีณ์ ประจวบสุข. (2566). *การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง สัดส่วน โดยการจัดการเรียนรู้ด้วยกลวิธีการสอนแบบ SQRQCQ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1*. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์).

ราตรี นันทสุคนธ์. (2553). *หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา.* กรุงเทพฯ: จุดทองจำกัด.

วินัย ดำสุวรรณ. (2558). *มโนทัศน์และการวิจัย ความเข้าใจคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: แดเน็กซ์อินเตอร์คอร์ปอเรชั่น.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอนและการวิจัย.* กรงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์ จำกัด.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2563). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาสถิติของนิสิตระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.* ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2566). *การสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.

ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์* (เล่มที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. (9 กรกฎาคม 2550). *มโนทัศน์*. เข้าถึงได้จาก สำนักงานราชบัณฑิตสภา: http://legacy.orst.go.th

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2560). *แผนการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2560 – 2579.* กรุงเทพฯ: บริษัท พริกหวานกราฟฟิค จำกัด.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค, จรรยา ภูอุดม, และ สมเดช บุญประจักษ์. (2549). *ผลสำรวจสาเหตุเด็กไทยอ่อนคณิตศาสตร์และแนวทางแก้ไข*. เข้าถึงได้จาก สถาบันคณิตศาสตร์นานาชาติ: http://www.intermathschool.com

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *O-NET คืออะไร*. เข้าถึงได้จาก สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ: https://www.niets.or.th

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). การวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). *การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย การพัฒนา-ผลกระทบ-ภาวะถดถอยในปัจจุบัน.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย.* กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2.* สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (6 ธันวาคม 2566). *การแถลงข่าวผลการประเมิน PISA 2022*. เข้าถึงได้จาก PISA Thailand: https://pisathailand.ipst.ac.th

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เล่ม 2.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิรภพ สินธุประเสริฐ. (2560). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิวร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *วารสารศึกษาศาสตร์*, 210-222.

สุรศักดิ์ อมรรัตนศักดิ์. (2553). *หลักการวัดและการประเมิน.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

อัศวิน ดวงจิตร. (2563). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับกลวิธีเอสคิวอาร์คิวซีคิว เรื่อง ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์*, 71-83.

อัมพร ม้าคนอง. (2552). *การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง.* กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตสาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Aguila, D. M. (2020). *Mathematical Learning Package Utilizing SQRQCQ Strategy in Improving Worded Problem-Solving Skills*. (A Master's Thesis, College of Teacher Education Southern Luzon State University).

Anjum, K. S. (2014). A study of effect of concept attainment model on achievement of geometric concepts of VIII standard students of English medium students of aurangbad City. *Scholarly Research Journal for Interdisciplinary Studies, 2*(15), 2451-2456.

Ardini, D. A., & Dion, S. (2013). Using SQRQCQ to Mathematical Reading Texts: Sharpening Students' Critical Thinking and Reasoning Skills. *English Linguistics and Literature Conference.* Blitar: Institute of Teacher Training and Education PGRI Blitar.

Arends, R. I. (2009). *Learning to Teach.* New York, New York, United States of America: McGraw-Hill.

Eggen, P. D., & Kauchak, D. P. (2001). *Strategies for Teachers : Teaching Content and Thinking Skills.* Needham, Massachusetts, United States of America: Allyn and Bacon.

Fay, L. (1965). Reading Study Skills: Math and Science. *International Reading Association Conference Proceedings Reports on Elementary Reading* (p. 93). Indianapolis: Eric/Crier.

Fisher, D., & Frey, N. (2012). *Improving Adolescent Literacy : [content area strategies at work].* Hoboken, New Jersey, United States of America: Pearson Education.

Gunter, M. A., Estes, T. H., & Mintz, S. L. (2007). *Instruction : A Models Approach.* Boston, Massachusetts, United States of America: Allyn and Bacon.

Heidema, C. (2009). Reading and Writing to Learn in Mathematics: Strategies to Improve Problem Solving. *Adolescent Literacy In Perspective*, 2-9.

Joyce, B., & Weil, M. (2003). *Models of Teaching.* New Delhi, India: Prentice-Hall of India Private Limited.

Lasley, T. J., Matczynski, T. J., & Rowley, J. B. (2002). *Instructional Models Strategies for Teaching in a Diverse Society.* Belmont, California, United States of America: Wadsworth/Thomson Learning.

Moore, K. D. (2015). *Effective Instructional Strategies.* Thousand Oaks, California, United States of America: SAGE.

Mulyati, T., Wahyudin, Herman, T., & Mulyana, T. (2017). Effect of integrating children's literature and SQRQCQ problem solving learning on elementary school student's mathematical reading comprehension skill. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 217-232

Rose, K. (2011). *The Effect of SQRQCQ on Fourth Graders' Math Word Problem Performance.* (A Master's thesis, Graduate College of Bowling Green State University).

Strichart, S. S., & Mangrum, C. T. (1993). *Teaching study strategies to student with learning disabilities.* Needham Heights, Massachusetts, United States of America: Allyn and Bacon.

มหาวิทยาลัยบูรพา
BURAPHA UNIVERSITY

บรรณานุกรม

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

-รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

-สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจความเที่ยงตรงของเครื่องมือวิจัย

-สำเนาเอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา

-สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.คงรัฐ นวลแปง	อาจารย์ประจำสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ดร.เปรมยุดา เดชบุญ	อาจารย์ประจำสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. ดร.พาวา พงษ์พันธุ์	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา
4. นางสาวสญามณ รูปต่ำ	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา
5. นางสุนิสา วรรัตน์	ครูประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนแสนสุข จังหวัดชลบุรี

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗
ที่ อว ๘๑๓๗/๒๔๓๕ **วันที่** ๑๘ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๖๗
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.คงรัฐ นวลแปง (คณะศึกษาศาสตร์)

ด้วย นายรัฐยุทธ นันต๊ะน้อย รหัสประจำตัวนิสิต ๖๖๙๑๐๑๒๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่าน ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถและประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย โดยนิสิตได้ส่งเค้าโครงเล่มวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ) และเครื่องมือวิจัยไปให้ท่านเรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตดังรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๘๘-๒๖๗๒๔๑๑ หรือที่ E-mail: 66910120@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ้งเอี่ยม)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

เอกสารนี้ลงนามด้วยลายเซ็นอิเล็กทรอนิกส์ ตรวจสอบได้ที่ (https://e-sign.buu.ac.th/verify)

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗
ที่ อว ๘๑๓๗/๒๔๓๔ **วันที่** ๑๘ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๖๗
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.เปรมยุดา เดชบุญ (คณะศึกษาศาสตร์)

ด้วย นายรัฐยุทธ นันต๊ะน้อย รหัสประจำตัวนิสิต ๖๖๙๑๐๑๒๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่าน ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถและประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย โดยนิสิตได้ส่งเค้าโครงเล่มวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ) และเครื่องมือวิจัยไปให้ท่านเรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตดังรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๘๘-๒๖๗๒๔๑๑ หรือที่ E-mail: 66910120@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ้งเอี่ยม)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

เอกสารนี้ลงนามด้วยลายเซ็นอิเล็กทรอนิกส์ ตรวจสอบได้ที่ (https://e-sign.buu.ac.th/verify)

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗
ที่ อว ๘๑๓๗/๒๔๓๖ **วันที่** ๑๘ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๖๗
เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต "พิบูลบำเพ็ญ" มหาวิทยาลัยบูรพา

ด้วย นายรัฐยุทธ นันต๊ะน้อย รหัสประจำตัวนิสิต ๖๖๙๑๐๑๒๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัดของท่าน คือ ดร.พาวา พงษ์พันธุ์ และนางสาวสญามณ รูปต่ำ ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย โดยนิสิตได้ส่งเค้าโครงเล่มวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ) และเครื่องมือวิจัยไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิเรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตดังรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๘๘-๒๖๗๒๔๑๑ หรือที่ E-mail: 66910120@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ้งเอี่ยม)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

สำเนาเรียน ดร.พาวา พงษ์พันธุ์ และนางสาวสญามณ รูปต่ำ

เอกสารนี้ลงนามด้วยลายเซ็นอิเล็กทรอนิกส์ ตรวจสอบได้ที่ (https://e-sign.buu.ac.th/verify)

ที่ อว ๘๑๓๗/๒๗๔๖

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๘ พฤศจิกายน ๒๕๖๗

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนแสนสุข

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เค้าโครงวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ)
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วย นายรัฐยุทธ นันต๊ะน้อย รหัสประจำตัวนิสิต ๖๖๙๑๐๑๒๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย นั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัดของท่าน คือ นางสุนิสา วรรัตน์ ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย โดยนิสิตได้ส่งเค้าโครงเล่มวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ) และเครื่องมือวิจัยไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิเรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตดังรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๘๘-๒๖๗๒๔๑๑ หรือที่ E-mail: 66910120@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ้งเอี่ยม)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th
สำเนาเรียน นางสุนิสา วรรัตน์

เอกสารนี้ลงนามด้วยลายเซ็นอิเล็กทรอนิกส์ ตรวจสอบได้ที่ (https://e-sign.buu.ac.th/verify)

สำเนา

ที่ IRB4-032/2568

เอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์

มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาโครงการวิจัย

รหัสโครงการวิจัย : G-HU265/2567

โครงการวิจัยเรื่อง : ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวหน้าโครงการวิจัย : นายรัฐยุทธ นันต๊ะน้อย

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการหลัก (สารนิพนธ์/ งานนิพนธ์/ วิทยานิพนธ์/ ดุษฎีนิพนธ์) : รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการร่วม (สารนิพนธ์/ งานนิพนธ์/ วิทยานิพนธ์/ ดุษฎีนิพนธ์) : อาจารย์ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

วิธีพิจารณา : ☐ Exemption Determination ☐ Expedited Reviews ☑ Full Board

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาแล้วเห็นว่า โครงการวิจัยดังกล่าวเป็นไปตามหลักการของจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โดยที่ผู้วิจัยเคารพสิทธิและศักดิ์ศรีในความเป็นมนุษย์ไม่มีการล่วงละเมิดสิทธิ สวัสดิภาพ และไม่ก่อให้เกิดภยันตรายแก่ตัวอย่างการวิจัยและผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย

จึงเห็นสมควรให้ดำเนินการวิจัยในขอบข่ายของโครงการวิจัยที่เสนอได้ (ดูตามเอกสารตรวจสอบ)

1. แบบเสนอเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ ฉบับที่ 3 วันที่ 7 เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2568
2. โครงการวิจัยฉบับภาษาไทย ฉบับที่ 1 วันที่ 21 เดือน พฤศจิกายน พ.ศ. 2567
3. เอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 2 วันที่ 5 เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2568
4. เอกสารแสดงความยินยอมของผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 1 วันที่ 18 เดือน พฤศจิกายน พ.ศ. 2567
5. แบบเก็บรวมรวบข้อมูล เช่น แบบบันทึกข้อมูล (Data Collection Form)
แบบสอบถาม หรือสัมภาษณ์ หรืออื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ฉบับที่ 1 วันที่ 21 เดือน พฤศจิกายน พ.ศ. 2567
6. เอกสารอื่น ๆ (ถ้ามี) ฉบับที่ - วันที่ - เดือน - พ.ศ. -

วันที่รับรอง : วันที่ 11 เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2568

วันที่หมดอายุ : วันที่ 11 เดือน กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2569

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗
ที่ อว ๘๑๓๗/๐๓๓๑ **วันที่** ๒๖ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๘
เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา

ด้วย นายรัฐยุทธ นันต๊ะน้อย รหัสประจำตัวนิสิต ๖๖๙๑๐๑๒๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนของท่านในการเก็บข้อมูลการเพื่อดำเนินการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตดังรายนามข้างต้น ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๒ โปรแกรมปกติ จำนวน ๑ ห้องเรียน ที่เรียนในรายวิชา ค๒๒๑๐๒ คณิตศาสตร์พื้นฐาน ๔ ภาคเรียนที่ ๒ ปีการศึกษา ๒๕๖๗ โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จำนวน ๓๒ คน ระหว่างวันที่ ๒๔ กุมภาพันธ์ - ๗ มีนาคม พ.ศ. ๒๕๖๘ ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตดังรายนามข้างต้น ได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๘๘-๒๖๗๒๔๑๑ หรือที่ E-mail: 66910120@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและโปรดพิจารณา

มัณฑนา รังสิโยภาส

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มัณฑนา รังสิโยภาส)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

เอกสารนี้ลงนามด้วยลายเซ็นอิเล็กทรอนิกส์ ตรวจสอบได้ที่ (https://e-sign.buu.ac.th/verify)

ภาคผนวก ข

-ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ

-แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

-เฉลยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

-แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

-เฉลยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 ชื่อ-สกุล นายรัฐยุทธ นันต๊ะน้อย กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
รายวิชาคณิตศาสตร์ ค22102 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
ชั้นมัธยมศึกษาที่ 2 ภาคเรียนที่ 2/2567 จำนวน 2 ชั่วโมง

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.2/2 นำความรู้เกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน และรูปสามเหลี่ยมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K)

นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ (P)

นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

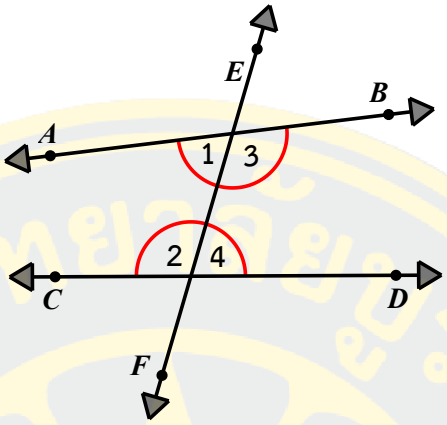
1. นักเรียนมีวินัย
2. นักเรียนใฝ่เรียนรู้
3. นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน

สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

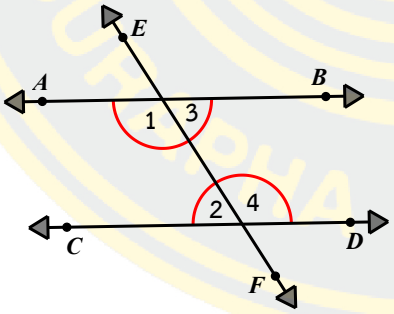
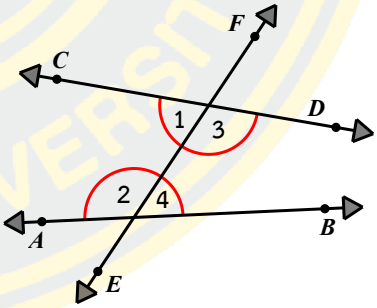
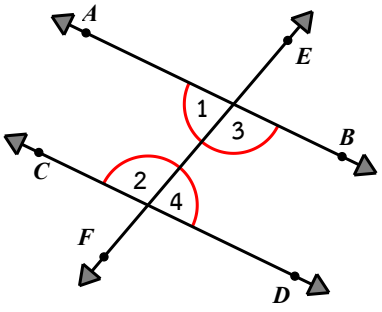
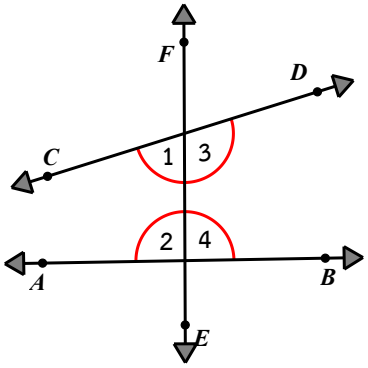
สาระการเรียนรู้

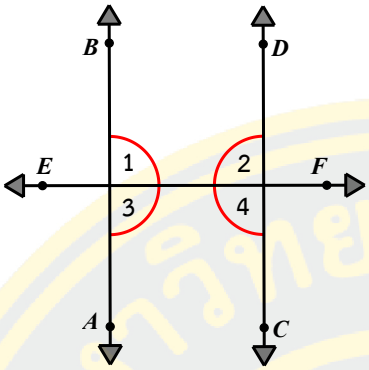
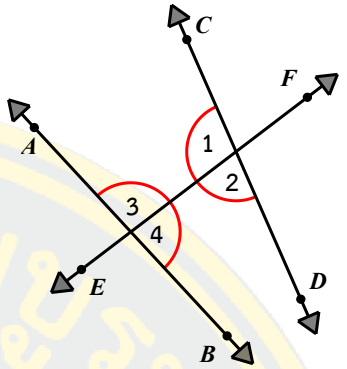
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด



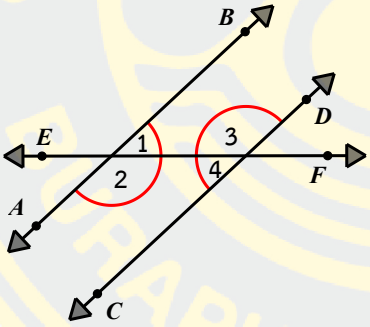
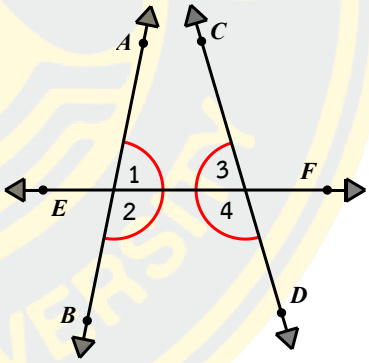
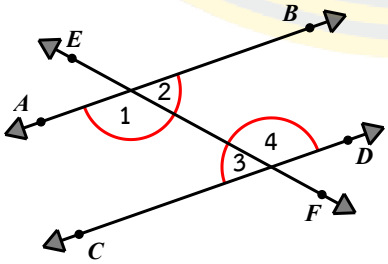
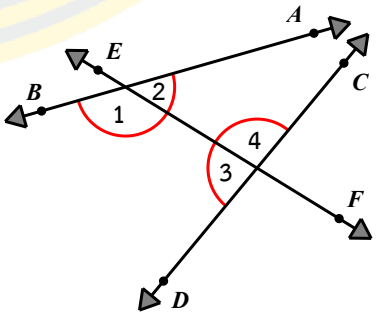
$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน โดยมี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด จะเรียก $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ ว่า มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และยังเรียก $\hat{3}$ และ $\hat{4}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ที่ใช้ในขั้นนำเสนอตัวอย่าง

ขนาน	ไม่ขนาน
1. 	2. 
3. 	4. 

ขนาน	ไม่ขนาน
5. 	6. 

ตัวอย่างเพิ่มเติมที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานของนักเรียน

ขนาน	ไม่ขนาน
	
	

สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียน

☑ ความสามารถในการสื่อสาร ☑ ความสามารถในการคิด ☑ ความสามารถในการแก้ปัญหา
☐ ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต ☐ ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

☐ รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ ☐ ซื่อสัตย์ สุจริต ☑ มีวินัย
☐ อยู่อย่างพอเพียง ☑ ใฝ่เรียนรู้ ☑ มุ่งมั่นในการทำงาน
☐ มีจิตสารธารณะ ☐ รักความเป็นไทย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

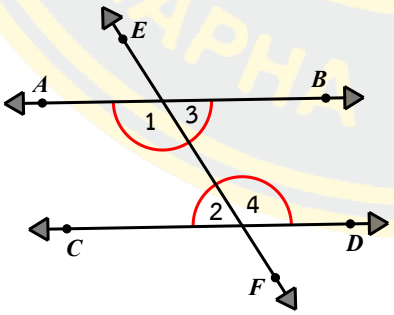
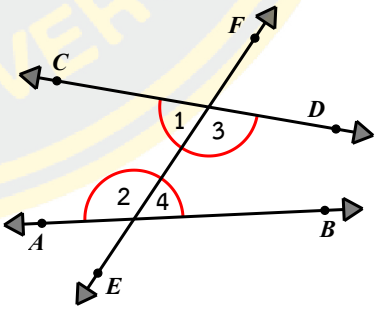
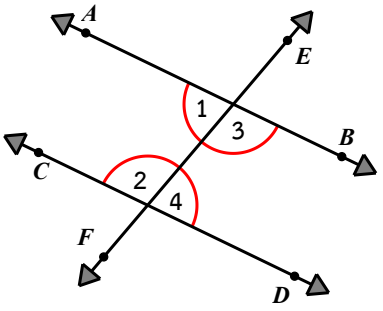
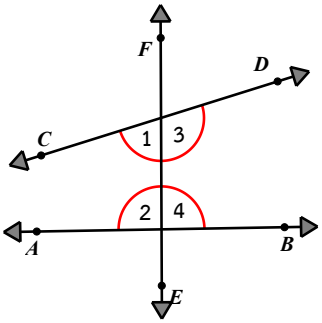
<u>ชั่วโมงที่ 1</u>

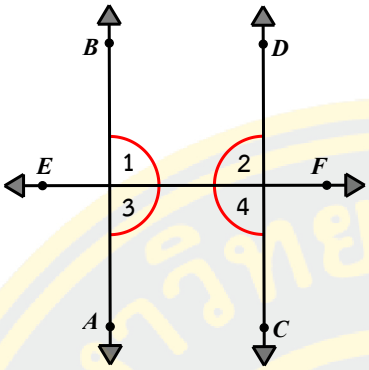
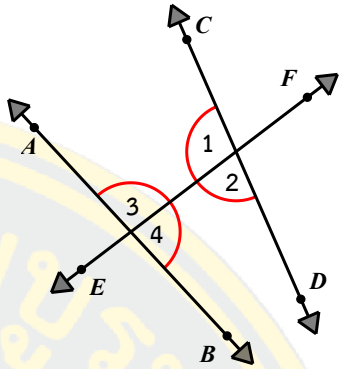
ขั้นเตรียม

1. ครูกำหนดมโนทัศน์ที่ต้องการสอนคือ เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

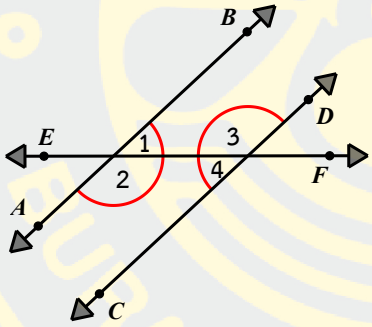
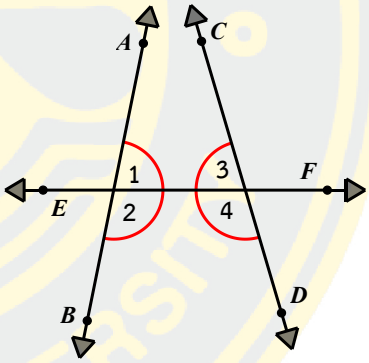
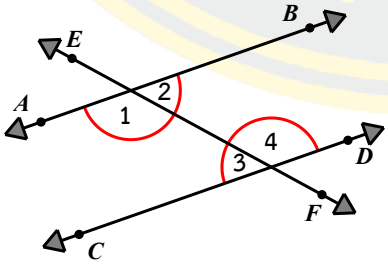
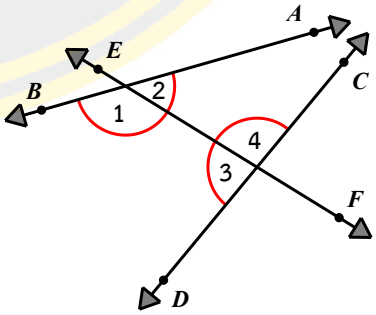
2. ครูเตรียมตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ และตัวอย่างเพิ่มเติมเพื่อใช้ทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และตัวอย่างที่ไม่เป็นมโนทัศน์ที่ใช้ในขั้นนำเสนอตัวอย่าง

ขนาน	ไม่ขนาน
1. 	2. 
3. 	4. 

ขนาน	ไม่ขนาน
5. 	6. 

ตัวอย่างเพิ่มเติมที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานของนักเรียน

ขนาน	ไม่ขนาน
	
	

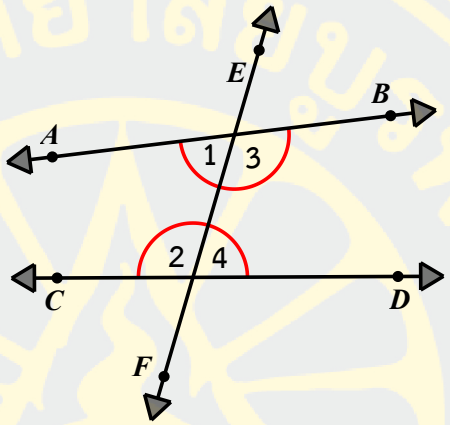
3. ครูทบทวนความรู้เดิมของนักเรียนในชั่วโมงก่อนหน้า โดยใช้คำถาม ดังนี้

-ในชั่วโมงก่อนหน้านักเรียนได้เรียนเกี่ยวกับเรื่องอะไร (เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน)

-เส้นขนานคืออะไร (เส้นตรงสองเส้นที่ไม่ตัดกัน หรือระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากัน)

-ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันแล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงจะเป็นอย่างไร (ระยะห่างระหว่างเส้นตรงจะเท่ากันเสมอ)

4. ครูยกตัวอย่างรูป โดยมี $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงที่อยู่ในระนาบเดียวกัน โดยมี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด ดังนี้



จากนั้นครูใช้คำถาม ดังนี้

-มุมภายในคือมุมใดบ้าง ($\hat{1}$, $\hat{2}$, $\hat{3}$ และ $\hat{4}$)

-มุมคู่ใดบ้างเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด (คู่ของ $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ และคู่ของ $\hat{3}$ และ $\hat{4}$)

-ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งจะเกิดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดทั้งหมดกี่คู่ (2 คู่)

ขั้นนำเสนอตัวอย่าง

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ให้แก่นักเรียน

6. จากนั้นครูให้นักเรียนระบุว่า มุมคู่ใดบ้างเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้นในตอนที่ 1 ของใบกิจกรรมที่ 3 ซึ่งกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงคู่ที่มี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด จากนั้นเติมค่าลงและตอบคำถามลงในตาราง

7. หลังจากนักเรียนเติมค่าและตอบคำถามลงในตารางแล้ว ครูให้นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 1 ถึงข้อที่ 6 ในตอนที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 3

ขั้นตั้งสมมติฐาน

8. ครูให้นักเรียนสังเกตถึงความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดและการขนานกันของเส้นตรงคู่นั้น โดยครูใช้คำถาม ดังนี้

-ผลรวมมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดในแต่ละรูปแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร (บางรูปรวมกันเท่ากับ 180 องศา และบางรูปรวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา)

-ถ้ารูปที่ผลรวมมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศา แล้ว $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ (ขนานกัน)

-ถ้ารูปที่ผลรวมมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไม่เท่ากับ 180 องศา แล้ว $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ (ไม่ขนานกัน)

-นักเรียนคิดว่าผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดส่งผลอย่างไรกับ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ (ถ้าผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเท่ากับ 180 องศาจะทำให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน)

จากนั้นครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐานโดยการตอบคำถามข้อที่ 7 ในตอนที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 3 โดยมีคำถาม ดังนี้

-นักเรียนสามารถสรุปสมมติฐานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ว่าอย่างไร พร้อมตั้งชื่อสมมติฐานนั้น

9. ครูให้นักเรียนอธิบายเหตุผลในการตั้งสมมติฐานและชื่อของสมมติฐานโดยครูใช้คำถามดังนี้

-นักเรียนใช้เหตุผลอะไรในการตั้งสมมติฐานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดและตั้งชื่อของสมมติฐานนั้น

ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม

10. ครูให้ตัวอย่างเพิ่มเติมในตอนที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 3 เพื่อทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด จากนั้นครูใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

-นักเรียนคิดว่าสมมติฐานที่นักเรียนตั้งมานั้นสามารถอธิบายตัวอย่างเพิ่มเติมได้หรือไม่ อย่างไร

-จากตัวอย่างเพิ่มเติมสมมติฐานเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของนักเรียนต่างจากเดิมหรือไม่อย่างไร

จากนั้นครูให้นักเรียนตอบคำถามในตอนที่ 3 ของใบกิจกรรมที่ 3

ขั้นการสรุป

11. ครูสุ่มนักเรียนออกมาอธิบายสมมติฐานเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และครูถามนักเรียนว่าเห็นด้วยกับเพื่อนหรือไม่อย่างไร หรือมีนักเรียนคนไหนที่สรุปแตกต่างไปจากคนอื่นหรือไม่อย่างไร

12. ครูและนักเรียนอภิปรายร่วมกันว่า จากการที่มี $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงคู่หนึ่งและมี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัดจากนั้นวัดมุมภายในและคำนวนค่าของผลบวกของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดแต่ละคู่ จะพบว่าเมื่อไหร่ก็ตามที่ผลบวกของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าเท่ากับ 180 องศา $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ จะขนานกัน ดังนั้นสามารถสรุปทฤษฎีบทของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ ดังนี้ “เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา”

13. ครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ถึงตัวอย่างที่ได้รับ วิธีการคิด และวิธีการที่นักเรียนได้มาซึ่งมโนทัศน์โดยครูใช้คำถาม ดังนี้

-ก่อนที่นักเรียนจะทราบทฤษฎีบทนี้นักเรียนมีแนวคิดอย่างไรเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

-จากตัวอย่างที่ได้รับนักเรียนคิดว่าตัวอย่างใดเห็นได้ชัดที่สุดที่ทำให้ได้มาซึ่งทฤษฎีบทนี้

ขั้นการนำไปใช้

14. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปที่ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา และรูปที่รวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา พร้อมระบุขนาดของมุมลงในรูปที่วาด ลงในตอนที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 3

15. ครูมอบหมายแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน เพื่อทดสอบความเข้าใจของนักเรียนที่มีต่อทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

<u>ชั่วโมงที่ 2</u>

16. ครูทบทวนความรู้ของนักเรียนโดยใช้คำถาม ดังนี้

-จากชั่วโมงก่อนหน้า นักเรียนได้เรียนเรื่องอะไร (มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด)

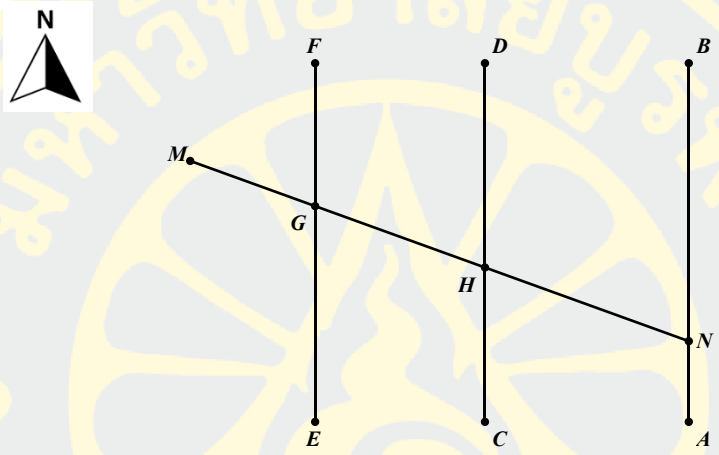
-มีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ถ้าเส้นตรงคู่นั้นขนานกันแล้วผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดเป็นอย่างไร (ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าเท่ากับ 180 องศา)

-นักเรียนรู้จักมุมตรงหรือไม่ และมุมตรงมีขนาดกี่องศา (180 องศา)

17. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ให้แก่นักเรียน

18. ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์โจทย์อย่างผ่าน ๆ เพื่อสำรวจว่าเป็นโจทย์ปัญหาลักษณะใด (Survey) โดยมีสถานการณ์ แม่น้ำและถนน ดังนี้

-ถนนสาย AB เป็นถนนที่มุ่งหน้าไปยังทิศเหนือคู่ไปกับแม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF โดยถนนสาย AB มีความยาว 15 กิโลเมตร แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF มีความยาว 17 กิโลเมตร ต่อมากรมทางหลวงได้สร้างถนนสาย MN เป็นส้นตรงมุ่งหน้าไปยังทิศตะวันตกเฉียงเหนือ ซึ่งถนนสาย MN ตัดกับถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF ที่จุด N, H, และ G ตามลำดับ ทำให้ $H\hat{N}B$, $G\hat{H}D$ และ $M\hat{G}F$ มีขนาด 70 องศาเท่ากันทั้ง 3 มุม กรมทางหลวงต้องการทราบว่า ถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF จะตัดกันหรือไม่เพราะเหตุใด



19. ครูให้นักเรียนตั้งคำถามกับตนเองว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร (Question) และระบุลงในใบกิจกรรมที่ 4

20. ครูให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างรอบคอบอีกหนึ่งรอบ (Reread) เพื่อให้นักเรียนแยกแยะข้อมูลที่เกี่ยวข้องและไม่เกี่ยวข้อง จากนั้นครูให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการแก้ปัญหาลงในใบกิจกรรม

21. ครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่จะนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบและระบุความรู้ที่ใช้การหาคำตอบ (Question) โดยครูใช้คำถามกระตุ้น ดังนี้

-โจทย์ต้องการทราบว่าถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF จะตัดกันหรือไม่ หมายถึงอะไร (ถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF จะขนานกันหรือไม่)

-นักเรียนสามารถใช้ความรู้ใดบ้างในการบอกว่าเส้นตรงขนานกันเมื่อโจทย์กำหนดขนาดของมุมให้ (ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด)

-จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้นักเรียนสามารถหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้อย่างไร (หาจากมุมตรง)

22. ครูให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามขั้นตอนที่นักเรียนได้ระบุไว้ในขั้นก่อนหน้า (Compute)

23. เมื่อได้คำตอบแล้วครูให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่นักเรียนใช้หาคำตอบ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมถึงใช้ความรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องหรือไม่ (Question) จากนั้นให้นักเรียนสรุปคำตอบที่ได้

24. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบพร้อมใช้คำถาม ดังนี้

-นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ใดบ้างในการแก้ปัญหา และคำตอบคืออะไร

-จากวิธีการแก้ปัญหาและคำตอบที่เพื่อนนำเสนอมีนักเรียนคนไหนใช้วิธีการหรือได้คำตอบแตกต่างจากเพื่อนบ้าง อย่างไร

25. ครูมอบหมายแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
2. แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
3. ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
4. แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

การวัดและประเมินผล

สิ่งที่ต้องการวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมินผล
ด้านความรู้ (K)			
นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 3 และแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	-ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด -แบบฝึกหัดที่ 3 มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 3และแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดถูกต้องเกินร้อยละ 70 ถือว่าผ่านเกณฑ์
ด้านทักษะและกระบวนการ (P)			
นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 4 และแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	-ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด -แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4 และแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ถูกต้องเกินร้อยละ 70 ถือว่าผ่านเกณฑ์
ด้านเจตคติ (A)			
-นักเรียนมีวินัย -นักเรียนใฝ่เรียนรู้ -นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน	การสังเกตพฤติกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์รายบุคคล	นักเรียนมีคะแนนพฤติกรรมอยู่ในระดับพอใช้เป็นต้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์รายบุคคล

ชื่อ-สกุล.....ชั้น.....เลขที่.....

พฤติกรรมบ่งชี้	ระดับพฤติกรรม			
	0	1	2	3
1. มีวินัย				
-ตรงต่อเวลาในการเข้าเรียน				
-รับผิดชอบในการทำงาน ส่งงานภายในเวลาที่กำหนด				
-ปฏิบัติตามกฎและกฎเกณฑ์ในห้องเรียน				
2. ใฝ่เรียนรู้				
-ตั้งใจเรียนและสนใจเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ				
-บันทึกและสรุปองค์ความรู้				
-ศึกษาค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ				
3. มุ่งมั่นในการทำงาน				
-ตั้งใจและรับผิดชอบในการทำงานให้เสร็จ				
-พยายามแก้ปัญหาและอุปสรรคในการทำงานให้เสร็จ				

โดยกำหนดคะแนนระดับพฤติกรรมต่าง ๆ ดังนี้

ระดับคะแนน	ความหมาย
3	แสดงพฤติกรรมหรือสิ่งที่ต้องการวัดอย่างสม่ำเสมอ
2	แสดงพฤติกรรมหรือสิ่งที่ต้องการวัดบ่อยครั้ง
1	แสดงพฤติกรรมหรือสิ่งที่ต้องการวัดบางครั้ง
0	แสดงพฤติกรรมหรือสิ่งที่ต้องการวัดน้อยมากหรือไม่มีการแสดงพฤติกรรมหรือสิ่งที่ต้องการวัด

และมีเกณฑ์การประเมินผล ดังนี้

คะแนนรวม	ความหมาย
19-24	มีผลการประเมินในระดับดีมาก
13-18	มีผลการประเมินในระดับดี
7-12	มีผลการประเมินในระดับพอใช้
0-6	มีผลการประเมินในระดับปรับปรุง

บันทึกหลังจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

-ขั้นเตรียม นักเรียนสามารถตอบคำถามที่ครูใช้ในการทบทวนความรู้ได้อย่างถูกต้องอีกทั้งนักเรียนยังสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้อย่างถูกต้อง

-ขั้นนำเสนอตัวอย่าง นักเรียนมีความกระตือรือร้นและมีความสนใจที่จะวัดในการวัดมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และตอบคำถามในตาราง ที่ครูกำหนดให้

-ขั้นตั้งสมมติฐาน นักเรียนสามารถตอบคำถามที่นำไปสู่สมมติฐานได้อย่างถูกต้อง อีกทั้งนักเรียนยังมีความหลากหมายในการตั้งชื่อมโนทัศน์

-ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม นักเรียนสามารถใช้สมมติฐานที่ตั้งไว้มาอธิบายตัวอย่างเพิ่มเติมได้อย่างถูกต้อง

-ขั้นการสรุป นักเรียนมีส่วนร่วมและกล้าแสดงออกในการมานำเสนอสมมติฐานของมโนทัศน์ที่หน้าชั้นเรียน และครูและนักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ร่วมกันได้อย่างถูกต้อง

-ขั้นการนำไปใช้ นักเรียนสามารถยกตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์และไม่เป็นมโนทัศน์ด้วยตนเองได้ สังเกตได้จากการตรวจใบกิจกรรมที่ 3 ทั้งอีกนักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำมโนทัศน์เกี่ยวกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดไปแก้ปัญหาในใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดโดยใช้กลวิธี SQRQCQ ได้

ปัญหาและอุปสรรค

ในขั้นนำเสนอตัวอย่าง เมื่อนักเรียนต้องวัดค่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด มีนักเรียนบางส่วนสับสนหรือไม่เข้าใจการอ่านค่าของมุมจากไม้โปรแทรคเตอร์ เช่น เมื่อนักเรียนวัดมุมแหลมเมื่อใช้ไม้โปรแทรคเตอร์วัดจะได้ว่าแขนของมุมอยู่ที่ตำแหน่ง 70 องศา และ 110 องศา ซึ่งนักเรียนเกิดความสับสนว่าจะต้องอ่านค่าใด ซึ่งนำไปสู่การบันทึกค่ามุมที่ไม่ถูกต้องและสรุปมโนทัศน์คลาดเคลื่อน

แนวทางแก้ไข

ครูควรสาธิตการใช้ไม้โปรแทรคเตอร์วัดค่า โดยยกตัวอย่างลักษณะของมุมต่าง ๆ เช่น มุมแหลมมีค่าตั้งแต่ 0 องศา แต่ไม่ถึง 90 องศา มุมป้านมีค่ามากกว่า 90 องศา แต่ไม่ถึง 180 องศา เพื่อให้นักเรียนเข้าใจและอ่านค่าของมุมได้ถูกต้องแม่นยำมากขึ้น

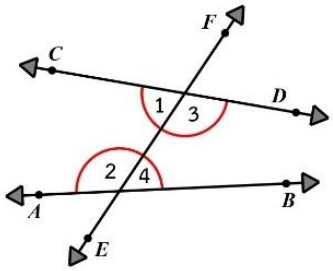
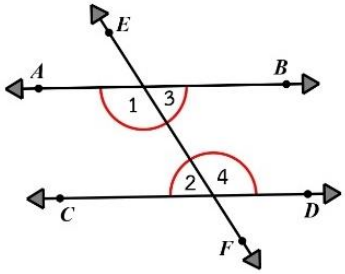
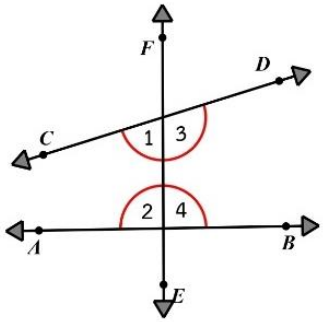
ลงชื่อ.....ผู้ใช้แผนการจัดการเรียนรู้

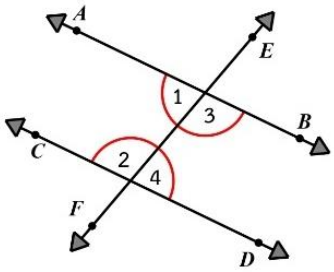
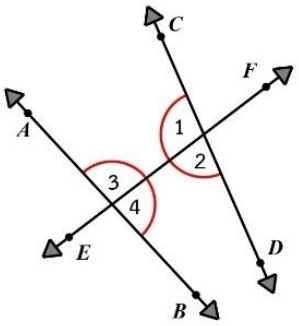
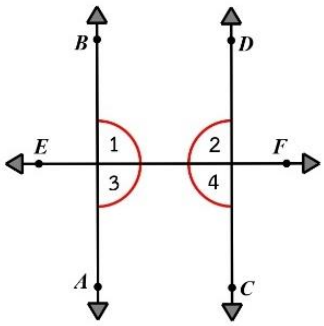
(รัฐยุทธ นันต๊ะน้อย)

ชื่อ_____ชั้น_____เลขที่_____

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตอนที่ 1 ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงคู่ที่มี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด จากนั้นให้ระบุว่า มุมคู่ใดบ้างเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้น จากนั้นเติมค่าลงในตารางและตอบคำถามต่อไปนี้

รูปที่	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$
1. 	คู่ที่ 1				☐ ขนาน ☑ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2				
2. 	คู่ที่ 1				☑ ขนาน ☐ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2				
3. 	คู่ที่ 1				☐ ขนาน ☐ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2				

รูปที่	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$
4. 	คู่ที่ 1				☐ ขนาน ☐ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2				
5. 	คู่ที่ 1				☐ ขนาน ☐ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2				
6. 	คู่ที่ 1				☐ ขนาน ☐ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2				

ตอนที่ 2 จากตารางในตอนที่ 1 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. มีรูปใดบ้างที่ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ รวมกันได้เท่ากับ 180 องศา

.....

.....

.....

2. มีรูปใดบ้างที่ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ รวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา

.....

.....

.....

3. มีรูปใดบ้างที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน

.....

.....

.....

4. มีรูปใดบ้างที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน

.....

.....

.....

5. รูปที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นอย่างไร

.....

.....

6. รูปที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นอย่างไร

.....

.....

7. นักเรียนสามารถสรุปสมมติฐานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ว่าอย่างไร พร้อมตั้งชื่อสมมติฐานนั้น

.....

.....

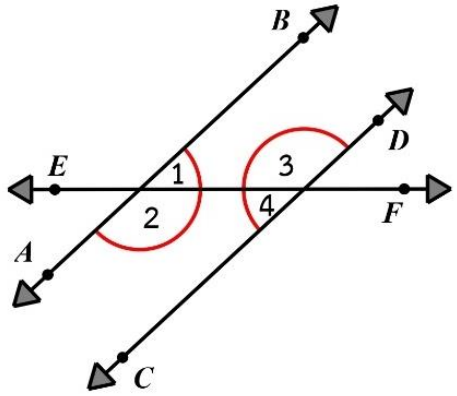
.....

.....

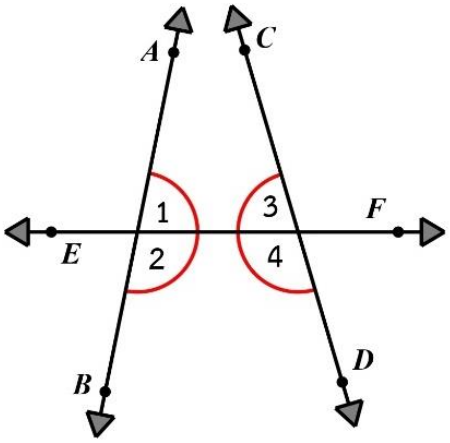
.....

<u>ตอนที่ 3</u> ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างเพิ่มเติมและตอบคำถามต่อไปนี้

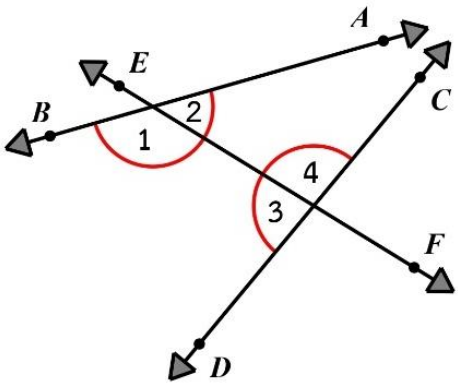
1.



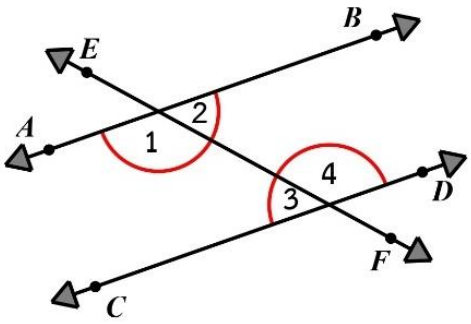
2.



3.



4.



1. รูปใดบ้างที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน เพราะเหตุใด

.....

.....

2. รูปใดบ้างที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน เพราะเหตุใด

.....

.....

3. จากตัวอย่างเพิ่มเติมสมมติฐานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของนักเรียนต่างจากเดิมหรือไม่อย่างไร

.....

.....

สรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ว่า .....

.....

.....

.....

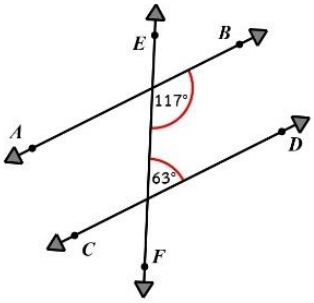
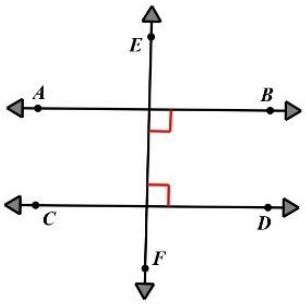
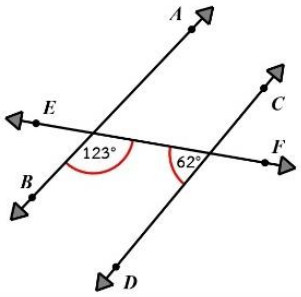
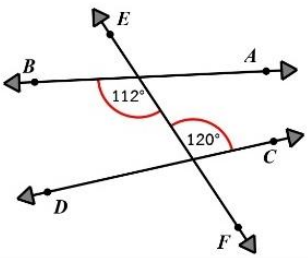
<u>ตอนที่ 4</u> ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปที่ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา และรูปที่รวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา พร้อมระบุขนาดของมุมลงในรูปที่วาด

ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180	ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันไม่เท่ากับ 180

ชื่อ_____ชั้น_____เลขที่_____

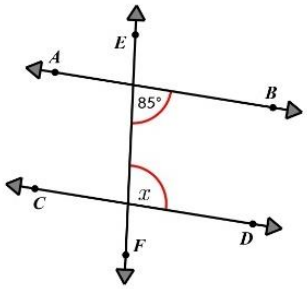
แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1. จงบอกว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

รูปที่	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$	เหตุผล
1.1 	☐ ขนาน ☐ ไม่ขนาน	.....
1.2 	☐ ขนาน ☐ ไม่ขนาน	.....
1.3 	☐ ขนาน ☐ ไม่ขนาน	.....
1.4 	☐ ขนาน ☐ ไม่ขนาน	.....

2. จงหาค่าของ x ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

2.1



วิธีทำ.....

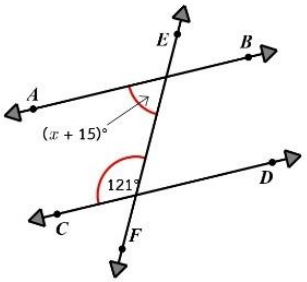
.....

.....

.....

.....

2.2



วิธีทำ.....

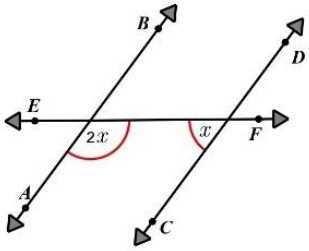
.....

.....

.....

.....

2.3



วิธีทำ.....

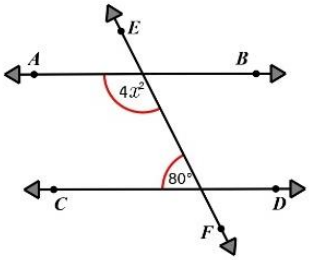
.....

.....

.....

.....

2.4



วิธีทำ.....

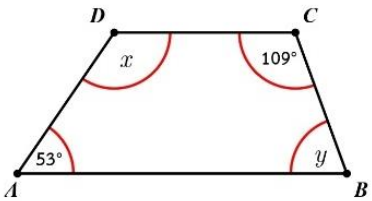
.....

.....

.....

.....

3. จากรูปกำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยมีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ดังรูป จงหาค่าของ x และ y



วิธีทำ.....

.....

.....

.....

.....

ชื่อ_____ชั้น_____เลขที่_____

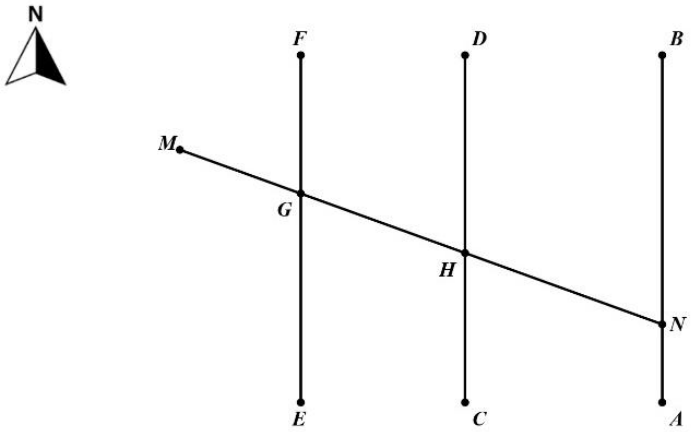
ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จากนั้นตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา (S: Survey)

สถานการณ์: แม่น้ำและถนน

ถนนสาย AB เป็นถนนที่มุ่งหน้าไปยังทิศเหนือคู่ไปกับแม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF โดยถนนสาย AB มีความยาว 15 กิโลเมตร แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF มีความยาว 17 กิโลเมตร ต่อมากรมทางหลวงได้สร้างถนนสาย MN เป็นส้นตรงมุ่งหน้าไปยังทิศตะวันตกเฉียงเหนือ ซึ่งถนนสาย MN ตัดกับถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF ที่จุด N , H , และ G ตามลำดับ ทำให้ $H\hat{N}B$, $G\hat{H}D$ และ $M\hat{G}F$ มีขนาด 70 องศาเท่ากันทั้ง 3 มุม กรมทางหลวงต้องการทราบว่า ถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF จะตัดกันหรือไม่เพราะเหตุใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง.....

คำตอบ.....

.....

.....

.....

ให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้ (R: Reread)

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการหาคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง.....

คำตอบ.....

.....

.....

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง.....

คำตอบ.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ (C: Compute)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง.....

คำตอบ.....

.....

.....

ชื่อ_____ชั้น_____เลขที่_____

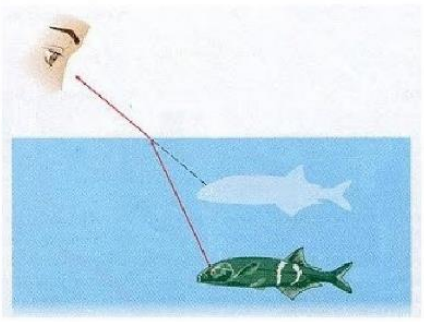
แบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

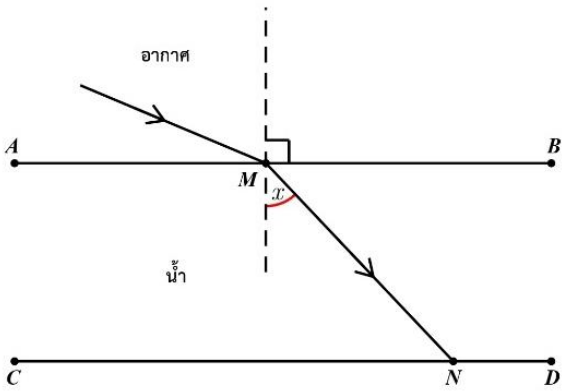
คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จากนั้นตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา (S: Survey)

สถานการณ์: การหักเหของแสง

การหักเหของแสงเกิดจากการเดินทางของแสงจากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลาง หนึ่งซึ่งมีความหนาแน่นแตกต่างกันจะมีความเร็วไม่เท่ากัน เช่น แสงเดินทางผ่านตัวกลางที่เป็นอากาศไปยังตัวกลางที่เป็นน้ำ ทำให้เกิดปรากฏการณ์วัตถุที่อยู่ในน้ำจะตื้นกว่าความเป็นจริง ถ้า $\overline{AB}$ คือผิวน้ำ และ $\overline{CD}$ คือก้นบ่อที่มีความลึกจากผิวน้ำ 3 เมตร ซึ่งผิวน้ำและก้นบ่อขนานกัน โดยมีแสงเดินทางผ่านอากาศและเกิดการหักเหที่จุด M จากนั้นเดินทางไปยังก้นบ่อทำให้เกิดมุม MNC ซึ่งมีขนาด 45 องศา อยากทราบว่า มุมหักเห x มีขนาดกี่องศา





ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง.....

คำตอบ.....

.....

.....

.....

ให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้ (R: Reread)

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการหาคำตอบ.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง.....

คำตอบ.....

.....

.....

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง.....

คำตอบ.....

.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ (C: Compute)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง.....

คำตอบ.....

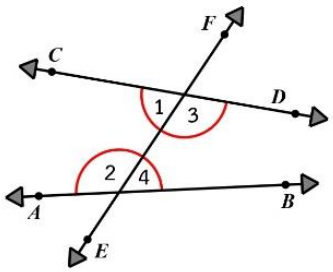
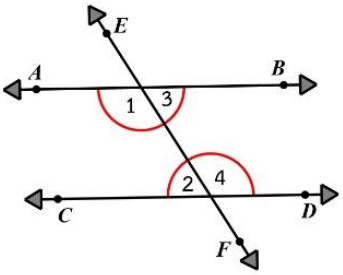
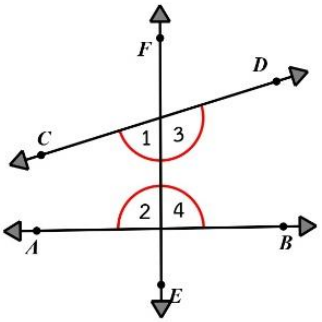
.....

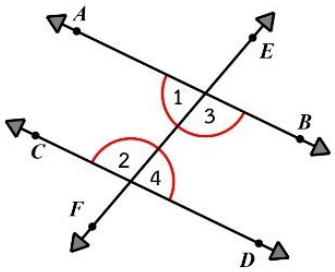
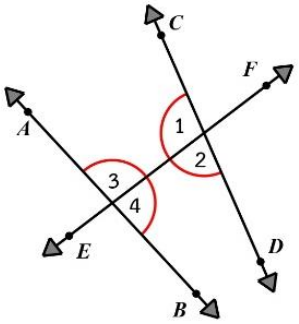
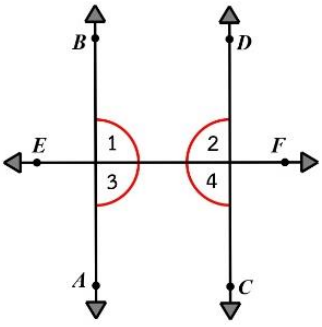
.....

ชื่อ_____ชั้น_____เลขที่_____

เฉลยใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ตอนที่ 1 ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงคู่ที่มี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด จากนั้นให้ระบุว่า มุมคู่ใดบ้างเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้น จากนั้นเติมค่าลงในตารางและตอบคำถามต่อไปนี้

รูปที่	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$
1. 	คู่ที่ 1	1	67	192	☐ ขนาน ☑ ไม่ขนาน
		2	125		
	คู่ที่ 2	3	113	168	
		4	55		
2. 	คู่ที่ 1	1	123	180	☑ ขนาน ☐ ไม่ขนาน
		2	57		
	คู่ที่ 2	3	57	180	
		4	123		
3. 	คู่ที่ 1	1	74	164	☐ ขนาน ☑ ไม่ขนาน
		2	90		
	คู่ที่ 2	3	106	196	
		4	90		

รูปที่	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$
4. 	คู่ที่ 1	1	75	180	☑ ขนาน ☐ ไม่ขนาน
		2	105		
	คู่ที่ 2	3	105	180	
		4	75		
5. 	คู่ที่ 1	1	104	200	☐ ขนาน ☑ ไม่ขนาน
		3	96		
	คู่ที่ 2	2	76	160	
		4	84		
6. 	คู่ที่ 1	1	90	180	☑ ขนาน ☐ ไม่ขนาน
		2	90		
	คู่ที่ 2	3	90	180	
		4	90		

ตอนที่ 2 จากตารางในตอนที่ 1 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. มีรูปใดบ้างที่ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ รวมกันได้เท่ากับ 180 องศา

รูปที่ 2, 4, 6

2. มีรูปใดบ้างที่ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ รวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา

รูปที่ 1, 3, 5

3. มีรูปใดบ้างที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน

รูปที่ 2, 4, 6

4. มีรูปใดบ้างที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน

รูปที่ 1, 3, 5

5. รูปที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นอย่างไร

มีค่าเท่ากับ 180 องศา

6. รูปที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นอย่างไร

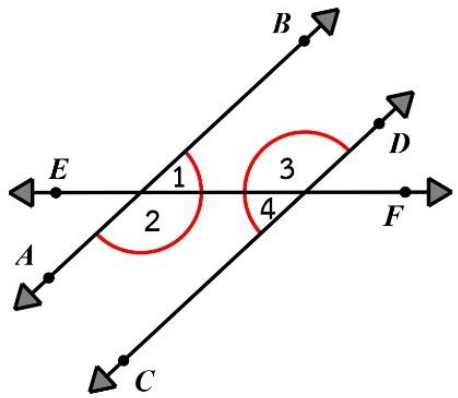
มีค่าไม่เท่ากับ 180 องศา

7. นักเรียนสามารถสรุปสมมติฐานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ว่าอย่างไร พร้อมตั้งชื่อสมมติฐานนั้น

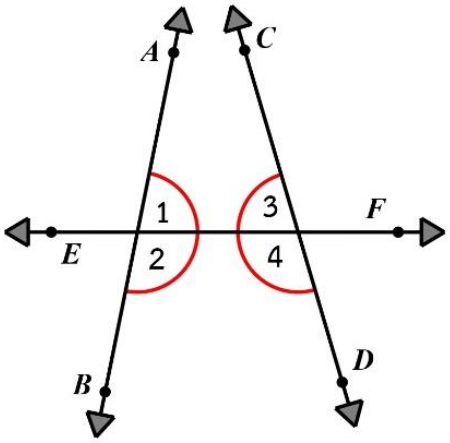
คำตอบขึ้นอยู่กับแนวคิดของนักเรียน

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างเพิ่มเติมและตอบคำถามต่อไปนี้

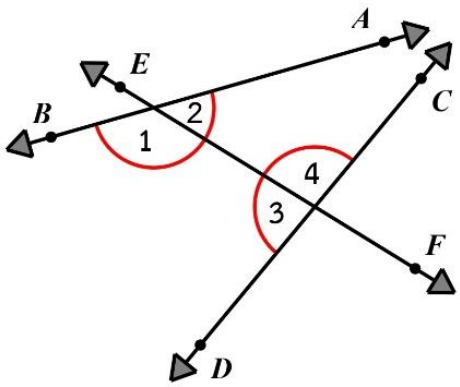
1.



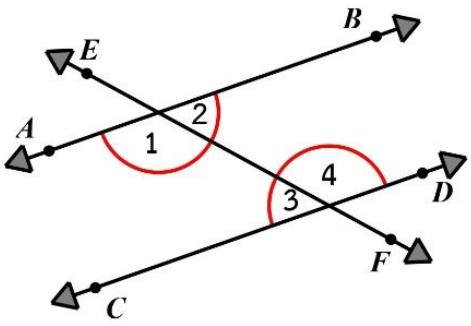
2.



3.



4.



1. รูปใดบ้างที่ $\overrightarrow{AB}$ และ $\overrightarrow{CD}$ ขนานกัน เพราะเหตุใด

รูปที่ 1 และ 4 เนื่องจากผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าเท่ากับ 180 องศา

2. รูปใดบ้างที่ $\overrightarrow{AB}$ และ $\overrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน เพราะเหตุใด

รูปที่ 2 และ 3 เนื่องจากผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าไม่เท่ากับ 180 องศา

3. จากตัวอย่างเพิ่มเติมสมมติฐานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของนักเรียนต่างจากเดิมหรือไม่อย่างไร

คำตอบขึ้นอยู่กับแนวคิดของนักเรียน

สรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ว่า เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา

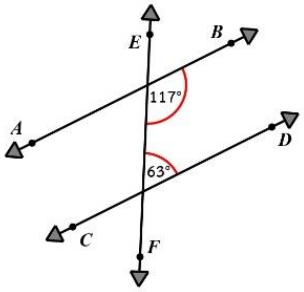
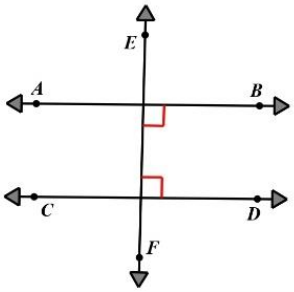
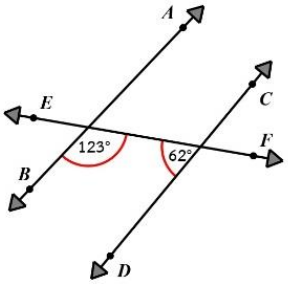
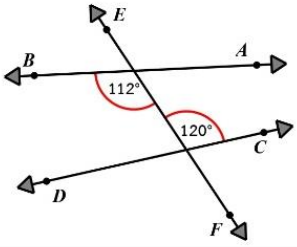
ตอนที่ 4 ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปที่ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา และรูปที่รวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา พร้อมระบุขนาดของมุมลงในรูปที่วาด

ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180	ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันไม่เท่ากับ 180

ชื่อ_____ชั้น_____เลขที่_____

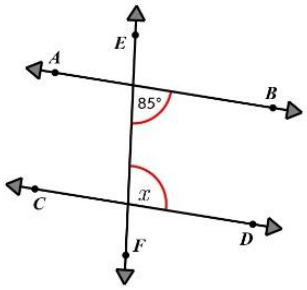
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1. จงบอกว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

รูปที่	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$	เหตุผล
1.1 	☑ ขนาน ☐ ไม่ขนาน	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าเท่ากับ 180 องศา
1.2 	☑ ขนาน ☐ ไม่ขนาน	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าเท่ากับ 180 องศา
1.3 	☐ ขนาน ☑ ไม่ขนาน	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าเท่ากับ 180 องศา
1.4 	☐ ขนาน ☑ ไม่ขนาน	ผลรวมของขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าเท่ากับ 180 องศา

2. จงหาค่าของ x ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

2.1

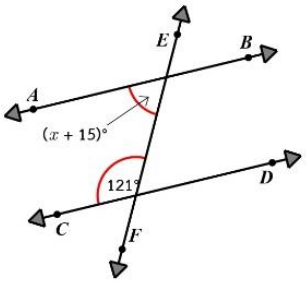


วิธีทำ $x + 85 = 180$

$x = 180 - 85$

$x = 95$

2.2

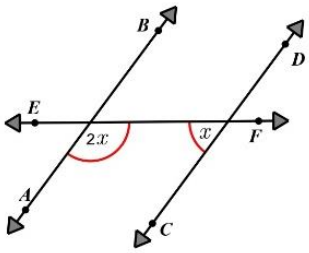


วิธีทำ $(x + 15) + 121 = 180$

$x = 180 - 121 - 15$

$x = 44$

2.3

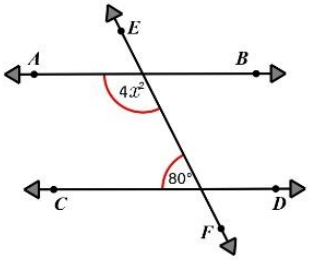


วิธีทำ $2x + x = 180$

$3x = 180$

$x = 60$

2.4

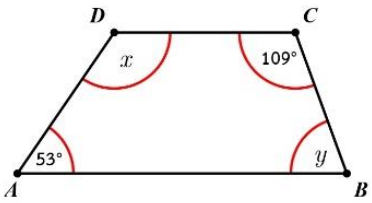


วิธีทำ $4x + 80 = 180$

$4x = 100$

$x = 25$

3. จากรูปกำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยมีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ดังรูป จงหาค่าของ x และ y



วิธีทำ $x + 53 = 180$ $\quad y + 109 = 180$

$x = 127$ $\quad y = 71$

ชื่อ_____ชั้น_____เลขที่_____

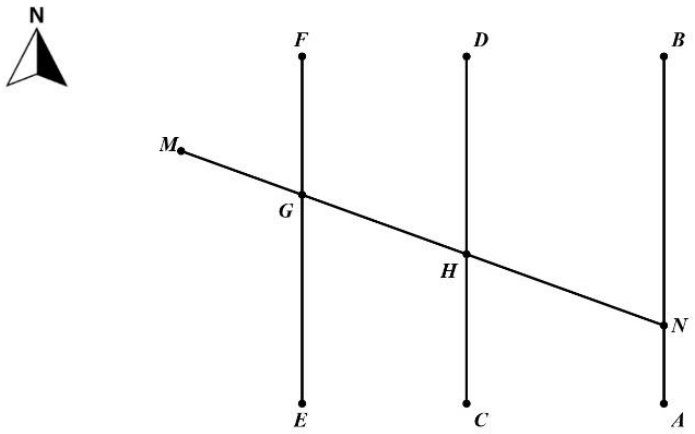
เฉลยใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

คำชี้แจง ให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จากนั้นตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา (S: Survey)

สถานการณ์: แม่น้ำและถนน

ถนนสาย AB เป็นถนนที่มุ่งหน้าไปยังทิศเหนือคู่ไปกับแม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF โดยถนนสาย AB มีความยาว 15 กิโลเมตร แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF มีความยาว 17 กิโลเมตร ต่อมากรมทางหลวงได้สร้างถนนสาย MN เป็นส้นตรงมุ่งหน้าไปยังทิศตะวันตกเฉียงเหนือ ซึ่งถนนสาย MN ตัดกับถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF ที่จุด N, H, และ G ตามลำดับ ทำให้ $H\hat{N}B$, $G\hat{H}D$ และ $M\hat{G}F$ มีขนาด 70 องศาเท่ากันทั้ง 3 มุม กรมทางหลวงต้องการทราบว่า ถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF จะตัดกันหรือไม่เพราะเหตุใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร.....

คำตอบ ถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF จะตัดกันหรือไม่.....

.....

.....

.....

ให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้ (R: Reread)

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการหาคำตอบ $H\hat{N}B$, $G\hat{H}D$ และ $M\hat{G}F$ มีขนาด 70 องศาเท่ากัน,.....

.....

.....

.....

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้างในการแก้ปัญหา

คำตอบ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และมุมตรง

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง จะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

คำตอบ 1. หาขนาด $F\hat{G}H$ 2. หาขนาด $D\hat{H}N$ 3. หาผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดทั้ง 3 คู่

ขั้นดำเนินการตามแผน

ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ (C: Compute)

1. เนื่องจาก $M\hat{G}H$ เป็นมุมตรงมีขนาด 180 องศา

จะได้ว่า $F\hat{G}H + M\hat{G}F = 180$

$$F\hat{G}H + 70 = 180$$

$$F\hat{G}H = 110 \text{ องศา}$$

2. ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า $D\hat{H}N = 110$ องศา

3. $F\hat{G}H + G\hat{H}D = 110 + 70 = 180$ องศา

$D\hat{H}N + H\hat{N}B = 110 + 70 = 180$ องศา

และ $F\hat{G}H + H\hat{N}B = 110 + 70 = 180$ องศา

ดังนั้น ถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF จะไม่ตัดกันหรือขนานกันเนื่องจากผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีค่าเท่ากับ 180 องศา

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง ดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องหรือไม่

คำตอบ 1. $F\hat{G}H + M\hat{G}F = 110 + 70 = 180$ ถูกต้อง

2. $D\hat{H}N + G\hat{H}D = 110 + 70 = 180$ ถูกต้อง

3. $F\hat{G}H + G\hat{H}D = 110 + 70 = 180$ องศา $D\hat{H}N + H\hat{N}B = 110 + 70 = 180$ องศา

และ $F\hat{G}H + H\hat{N}B = 110 + 70 = 180$ องศา ถูกต้อง

ชื่อ_____ชั้น_____เลขที่_____

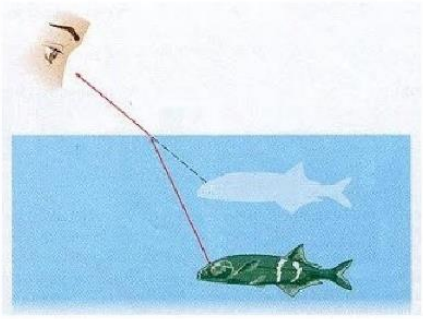
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

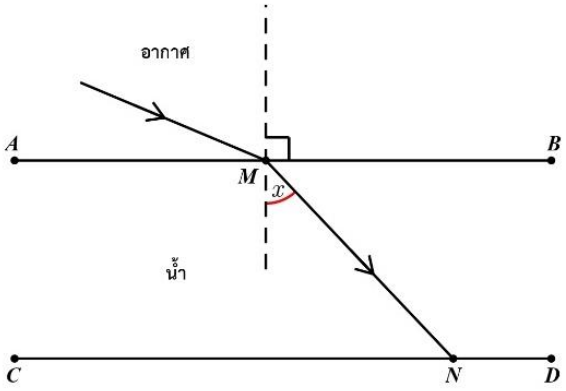
<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จากนั้นตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา (S: Survey)

สถานการณ์: การหักเหของแสง

การหักเหของแสงเกิดจากการเดินทางของแสงจากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลาง หนึ่งซึ่งมีความหนาแน่นแตกต่างกันจะมีความเร็วไม่เท่ากัน เช่น แสงเดินทางผ่านตัวกลางที่เป็นอากาศไปยังตัวกลางที่เป็นน้ำ ทำให้เกิดปรากฏการณ์วัตถุที่อยู่ในน้ำจะตื้นกว่าความเป็นจริง ถ้า $\overline{AB}$ คือผิวน้ำ และ $\overline{CD}$ คือก้นบ่อที่มีความลึกจากผิวน้ำ 3 เมตร ซึ่งผิวน้ำและก้นบ่อขนานกัน โดยมีแสงเดินทางผ่านอากาศและเกิดการหักเหที่จุด M จากนั้นเดินทางไปยังก้นบ่อทำให้เกิดมุม MNC ซึ่งมีขนาด 45 องศา อยากทราบว่า มุมหักเห x มีขนาดกี่องศา





ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง <u>สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร</u>

คำตอบ <u>มุมหักเห x มีขนาดกี่องศา</u>

ให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้ (R: Reread)

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการหาคำตอบ <u>$\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ขนานกัน $M\hat{N}C$ มีขนาด 45 องศา</u>

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง ใช้ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้างในการแก้ปัญหา

คำตอบ มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด และมุมตรง

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง จะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร

คำตอบ 1. หาขนาด $M\hat{N}D$ 2. หาขนาด $B\hat{M}N$ 3. หามุมหักเห x

ขั้นดำเนินการตามแผน

ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ (C: Compute)

1. เนื่องจาก $C\hat{N}D$ เป็นมุมตรงมีขนาดเท่ากับ 180 องศา

จะได้ว่า $M\hat{N}D + M\hat{N}C = 180$

$$M\hat{N}D + 45 = 180$$

$$M\hat{N}D = 135 \text{ องศา}$$

2. จาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ แล้วมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะรวมกันได้ 180 องศา

จะได้ว่า $B\hat{M}N + M\hat{N}D = 180$

$$B\hat{M}N + 135 = 180$$

$$B\hat{M}N = 45 \text{ องศา}$$

3. จากมุมตรงจะได้ว่า $x + B\hat{M}N + 90 = 180$

$$x + 45 = 90$$

$$x = 45 \text{ องศา}$$

ดังนั้น มุมหักเห x มีขนาด 45 องศา

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง ดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องหรือไม่

คำตอบ 1. $M\hat{N}D + M\hat{N}C = 135 + 45 = 180$ ถูกต้อง

2. $B\hat{M}N + M\hat{N}D = 45 + 135 = 180$ ถูกต้อง

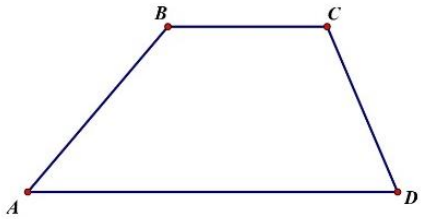
3. $x + B\hat{M}N + 90 = 45 + 135 + 90 = 180$ ถูกต้อง

ชื่อ-นามสกุล_____ชั้น_____เลขที่_____

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามพร้อมแสดงแนวคิดประกอบให้ถูกต้อง

1. จากรูปกำหนดสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมคางหมูที่มี $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ แล้วส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ ที่ลากจากจุด B และจุด C จะเท่ากันหรือไม่ พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ



ตอบ.....

.....

.....

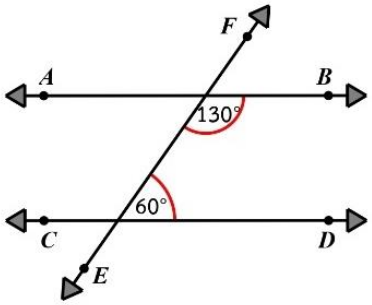
.....

.....

.....

.....

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ และถ้าไม่ขนานกันนักเรียนคิดว่าควรแก้ไขขนาดของมุมใดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน



ตอบ.....

.....

.....

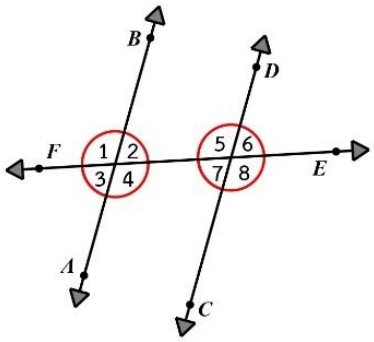
.....

.....

.....

.....

3. จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ และมี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด มีมุมคู่ใดบ้างเป็นมุมแย้งกันและมุมแย้งเท่ากันหรือไม่ พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ



ตอบ.....

.....

.....

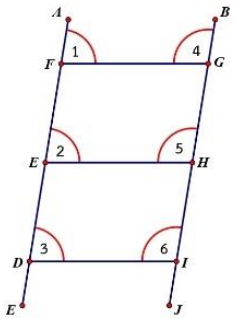
.....

.....

.....

.....

4. จากรูปคือมุมมองด้านข้างของบันไดลิงอันหนึ่ง ถ้าต้องการตรวจสอบว่าขั้นบันไดแต่ละขั้นขนานกัน สามารถตรวจสอบได้อย่างไร พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ



ตอบ.....

.....

.....

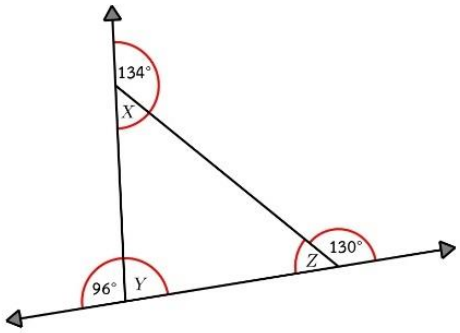
.....

.....

.....

.....

5. จากรูป มีมุมคู่ใดบ้างที่มีผลรวมขนาดของมุมเท่ากับ 130 องศา พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ



ตอบ.....

.....

.....

.....

.....

.....

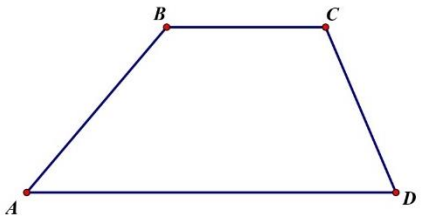
.....

ชื่อ-นามสกุล_____ชั้น_____เลขที่_____

เฉลยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

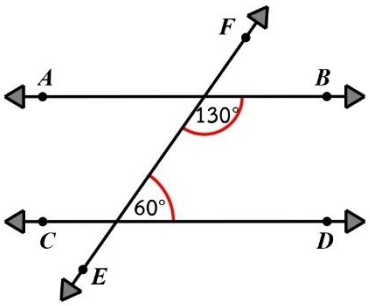
คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามพร้อมแสดงแนวคิดประกอบให้ถูกต้อง

1. จากรูปกำหนดสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นสี่เหลี่ยมคางหมูที่มี $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ แล้วส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ ที่ลากจากจุด B และจุด C จะเท่ากันหรือไม่ พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ



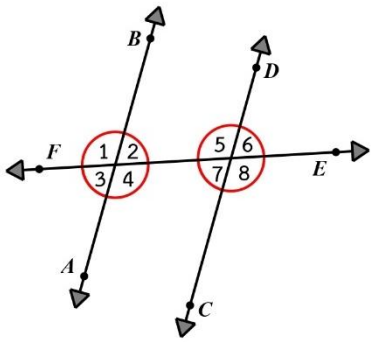
ตอบ เท่ากันเนื่องจาก $\overline{AD}$ ขนานกับ $\overline{BC}$ ดังนั้นระยะห่างระหว่างเส้นขนานที่วัดจากจุด B และจุด C ไปยัง $\overline{AD}$ จะเท่ากัน ซึ่งคือระยะเดียวกับส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ ที่ลากจากจุด B และจุด C ไปยัง $\overline{AD}$

2. จากรูป $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ และถ้าไม่ขนานกันนักเรียนคิดว่าควรแก้ไขขนาดของมุมใดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน



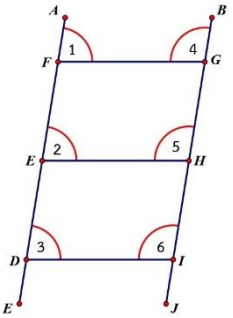
ตอบ ไม่ขนานกัน เนื่องจากขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 190 องศา ซึ่งไม่เท่ากับ 180 องศา ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน และแก้ไขขนาดของมุม 130 องศา ให้มีขนาด 120 องศา หรือแก้ไขขนาดของมุม 60 องศา ให้มีขนาด 50 องศา เพื่อให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน

3. จากรูปกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ และมี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด มีมุมคู่ใดบ้างเป็นมุมแย้งกันและมุมแย้งเท่ากันหรือไม่ พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ



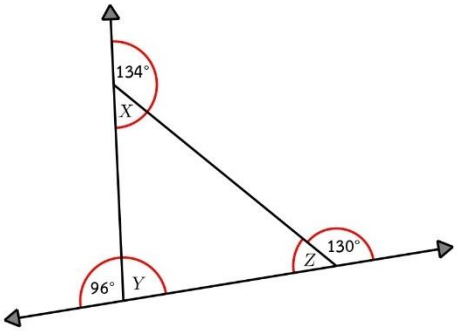
ตอบ คู่ $\hat{2}$ และ $\hat{7}$ เป็นมุมแย้งกัน และคู่ $\hat{4}$ และ $\hat{5}$ เป็นมุมแย้งกัน ซึ่งมุมแย้งทั้ง 2 คู่มีขนาดเท่ากัน เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB}$ ขนานกับ $\overleftrightarrow{CD}$ และมี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด ทำให้มุมแย้งที่เกิดขึ้นมีขนาดเท่ากัน

4. จากรูปคือมุมมองด้านข้างของบันไดลิงอันหนึ่ง ถ้าต้องการตรวจสอบว่าขั้นบันไดแต่ละขั้นขนานกัน สามารถตรวจสอบได้อย่างไร พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ



ตอบ เมื่อพิจารณาบันไดจะได้ว่า ถ้าขั้นบันไดแต่ละขั้นเป็นเส้นตรงคู่และมีราวบันไดเป็นเส้นตัด ดังนั้นสามารถตรวจสอบความขนานกันของขั้นบันไดได้จากมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดว่าแต่ละคู่มีขนาดเท่ากันหรือไม่ เช่น พิจารณา $\overline{DI}$ และ $\overline{EH}$ โดยที่มี $\overline{DE}$ เป็นเส้นตัด ถ้าพบว่า $\hat{2}$ และ $\hat{3}$ เท่ากัน สามารถสรุปได้ว่า $\overline{DI}$ และ $\overline{EH}$ ขนานกัน

5. จากรูป มีมุมคู่ใดบ้างที่มีผลรวมขนาดของมุมเท่ากับ 130 องศา พร้อมแสดงแนวคิดประกอบ



ตอบ คู่ $\hat{X}$ และ $\hat{Y}$ เนื่องจากถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป แล้วมุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น ซึ่ง $\hat{Z}$ เป็นมุมประชิดกับมุมภายนอกที่มีขนาด 130 องศา ดังนั้น ผลบวกของ $\hat{X}$ และ $\hat{Y}$ ซึ่งไม่ใช่มุมประชิดกับมุมที่มีขนาด 130 องศา จะมีขนาดเท่ากับ 130 องศา

ชื่อ-นามสกุล_____ชั้น_____เลขที่_____

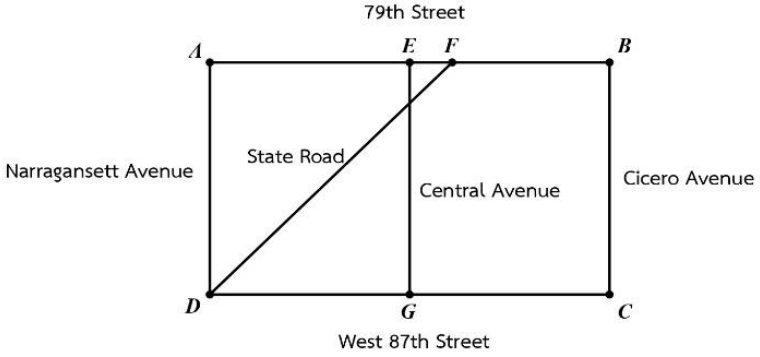
แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

คำชี้แจง

1. เวลาที่ใช้ในการสอบ 1 ชั่วโมง
2. ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำในแต่ละขั้นตอนอย่างละเอียด
3. ข้อสอบมีทั้งหมด 5 ข้อ ข้อละ 8 คะแนน
   -ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2 คะแนน
   -ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 2 คะแนน
   -ขั้นดำเนินการตามแผน 2 คะแนน
   -ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ 2 คะแนน

ข้อที่	คะแนน
1	
2	
3	
4	
5	
รวม	

1. ณ ย่าน Burbank ในเมือง Chicago ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งมีถนนเป็นรูปตารางสี่เหลี่ยม ดังรูป โดยที่มีถนน 79th Street (AB) และถนน West 87th Street (DC) เป็นถนนที่ขนานกันและมีถนน Narragansett Avenue (AD) ถนน Central Avenue (EG) และถนน Cicero Avenue (BC) ตั้งฉากกับถนนที่ขนานกัน ถ้านายกเทศมนตรีจอห์นสันมีแผนในการปรับปรุงย่านนี้ของเมืองให้เป็นสวนสาธารณะใจกลางเมืองโดยจะครอบคลุมพื้นที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $BCDF$ ซึ่งได้จัดสรรงบประมาณในการปรับปรุงเป็นเงิน 1 ล้านดอลลาร์สหรัฐ ต่อ 1 เอเคอร์ แต่นายกเทศมนตรีมีข้อมูลผังเมืองเพียง ดังนี้ ถนน Central Avenue (EG) มีความยาว 1.2 กิโลเมตร ถนน State Road (DF) มีความยาว 2 กิโลเมตร ถนน West 87th Street (DC) มีความยาว 3 กิโลเมตร และถนน AF มีความยาว 1.6 กิโลเมตร นายกเทศมนตรีจอห์นสันต้องการทราบว่าพื้นที่ของสวนสาธารณะ $BCDF$ ที่ต้องการสร้างมีพื้นที่กี่ตารางกิโลเมตร



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้.....

.....

.....

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ.....

.....

.....

วิธีการแก้ปัญหา.....

.....

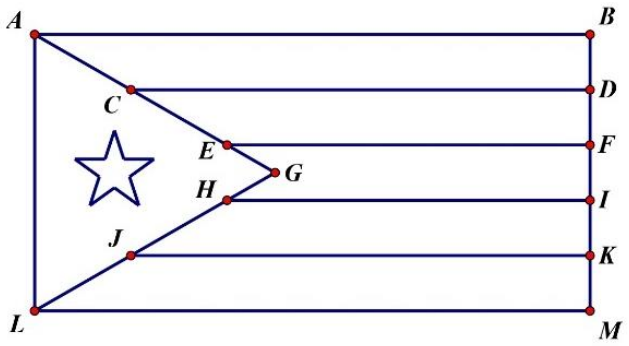
.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

2. โบว์ได้ศึกษาธงชาติคิวบา พบว่าธงประกาศใช้อย่างเป็นทางการเมื่อวันที่ 20 พฤษภาคม ค.ศ. 1902 ใช้สำหรับขบวนการเรียกร้องอิสรภาพ รวมถึงต่อต้านการปกครองของสเปน โดยที่ธงมีขนาด 150×90 ซม. ซึ่งธงเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีมุมภายในแต่ละมุมเป็นมุมฉากประกอบด้วยแถบห้าแถบสลับกันและทั้ง 5 แถบขนานกันนั่นคือ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และมีดาวห้าแฉกสีขาวอยู่ภายในสามเหลี่ยมด้านเท่า AGL ซึ่งมุมภายในแต่ละมุมมีขนาด $60°$ โบว์ต้องการทราบว่า ขนานของมุม ACD มีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้.....

.....

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ.....

.....

.....

วิธีการแก้ปัญหา.....

.....

.....

.....

.....

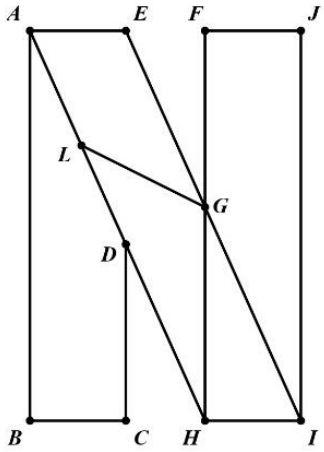
.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

3. แอปพลิเคชัน Netflix เป็นบริการดูภาพยนตร์ออนไลน์ ซึ่งมีโลโก้เป็นรูปตัว N ดังรูป ถ้าเมย์ลากส่วนของเส้นตรงเพิ่มเติมคือ $\overline{GL}$ และ $\overline{GH}$ เมื่อกำหนดให้ $\overline{AH} \parallel \overline{EI}$ และเมย์วัดขนาดมุมต่าง ๆ ได้ดังนี้ $A\hat{B}C = 90°$, $H\hat{G}L = 115°$ และ $L\hat{H}G = 25°$ เมย์ต้องการทราบว่าขนาดของ $L\hat{G}E$ มีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้.....

.....

.....

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ.....

.....

.....

.....

วิธีการแก้ปัญหา.....

.....

.....

.....

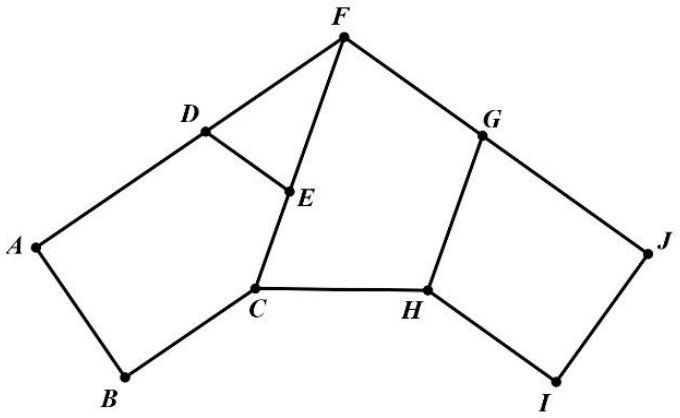
.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

4. ในวันแลกของขวัญปีใหม่ ไนซ์ได้นำกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดกว้าง 3 เซนติเมตร และยาว 15 เซนติเมตรมาผูกเป็นโบว์ได้ ดังภาพ โดยที่มี $\overline{FC} \parallel \overline{GH}$ และ $\overline{FG} \parallel \overline{DE}$ ซึ่งวัดมุมต่าง ๆ ได้ดังนี้ $D\hat{F}E = 40°$, $H\hat{G}J = 70°$ ไนซ์ต้องการทราบว่า $F\hat{D}E$ มีขนาดกี่องศา



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้.....

.....

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ.....

.....

.....

.....

วิธีการแก้ปัญหา.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

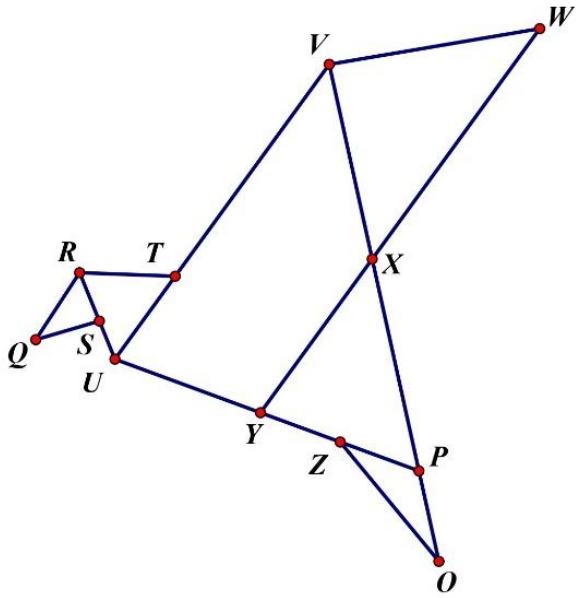
.....

.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

5. ดาวนำกระดาษขนาด A3 มาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 25×25 เซนติเมตร จากนั้นนำมาพับเป็นนกฮัมมิงเบิร์ดกระดาษได้ ดังรูป ซึ่งดาววัดขนาดของมุมต่าง ๆ ได้ ดังนี้ $Y\hat{X}P = 50°$, $V\hat{W}X = 45°$, $P\hat{O}Z = 29°$, $R\hat{Q}S = 43°$ และ $O\hat{Z}P = 30°$ ดาวต้องการทราบว่า $U\hat{Y}X$ มีขนาดกี่องศา



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้.....

.....

.....

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ.....

.....

.....

.....

วิธีการแก้ปัญหา.....

.....

.....

.....

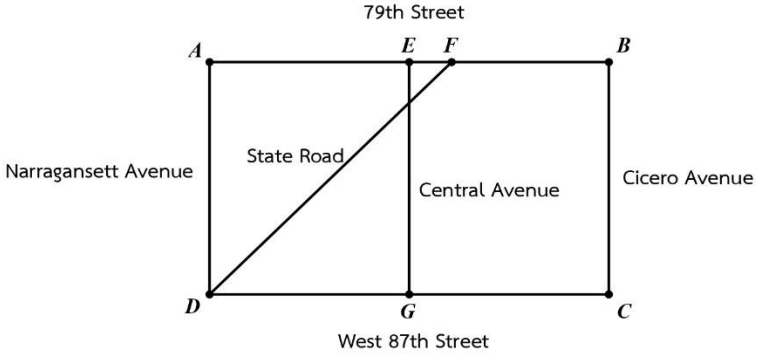
.....

ขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

เฉลยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

1. ณ ย่าน Burbank ในเมือง Chicago ประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งมีถนนเป็นรูปตารางสี่เหลี่ยม ดังรูป โดยที่มีถนน 79th Street (AB) และถนน West 87th Street (DC) เป็นถนนที่ขนานกันและมีถนน Narragansett Avenue (AD) ถนน Central Avenue (EG) และถนน Cicero Avenue (BC) ตั้งฉากกับถนนที่ขนานกัน ถ้านายกเทศมนตรีจอห์นสันมีแผนในการปรับปรุงย่านนี้ของเมืองให้เป็นสวนสาธารณะใจกลางเมืองโดยจะครอบคลุมพื้นที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $BCDF$ ซึ่งได้จัดสรรงบประมาณในการปรับปรุงเป็นเงิน 1 ล้านดอลลาร์สหรัฐ ต่อ 1 เอเคอร์ แต่นายกเทศมนตรีมีข้อมูลผังเมืองเพียง ดังนี้ ถนน Central Avenue (EG) มีความยาว 1.2 กิโลเมตร ถนน State Road (DF) มีความยาว 2 กิโลเมตร ถนน West 87th Street (DC) มีความยาว 3 กิโลเมตร และถนน AF มีความยาว 1.6 กิโลเมตร นายกเทศมนตรีจอห์นสันต้องการทราบว่าพื้นที่ของสวนสาธารณะ $BCDF$ ที่ต้องการสร้างมีพื้นที่กี่ตารางกิโลเมตร



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ พื้นที่ของสวนสาธารณะที่ต้องการสร้าง หรือพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $BCDF$

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ ถนน 79th Street และถนน West 87th Street ขนานกัน และมีถนน Narragansett Avenue ถนน Central Avenue และถนน Cicero Avenue ตั้งฉากถนน Central Avenue ยาว 1.2 กิโลเมตร ถนน West 87th Street ยาว 3 กิโลเมตร และถนน AF มีความยาว 1.6 กิโลเมตร

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน และการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

วิธีการแก้ปัญหา 1.หาความยาวของ $\overline{BC}$ โดยใช้ความรู้เรื่องระยะห่างระหว่างเส้นขนาน

2. หาความยาวของ $\overline{BF}$ จากการนำ CD ลบด้วย AF

3. หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $BCDF$ โดยใช้สูตร $\frac{1}{2}$ x (ผลบวกด้านคู่ขนาน) x สูง

ขั้นดำเนินการตามแผน

1. หาความยาวของ $\overline{BC}$

เนื่องจาก $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ขนานกันโดยมี $\overline{EG}$ และ $\overline{BC}$ เป็นระยะห่างระหว่างเส้นขนาน

ดังนั้น $EG = BC = 1.2$

2. หาความยาวของ $\overline{BF}$

$$BF = CD - AF$$
$$= 3 - 1.6$$
$$= 1.4 \text{ กิโลเมตร}$$

3. หาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $BCDF$

จากสูตร พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู $= \frac{1}{2}$ x (ผลบวกด้านคู่ขนาน) x สูง

จะได้ พื้นที่ $BCDF = \frac{1}{2} \times (3 + 1.4) \times 1.2$

$$= \frac{1}{2} \times 4.4 \times 1.2$$
$$= 2.2 \times 1.2$$
$$= 2.64 \text{ ตารางกิโลเมตร}$$

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

1. $EG = BC = 1.2$ ถูกต้อง เนื่องจาก $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ขนานกันจากโจทย์กำหนดให้

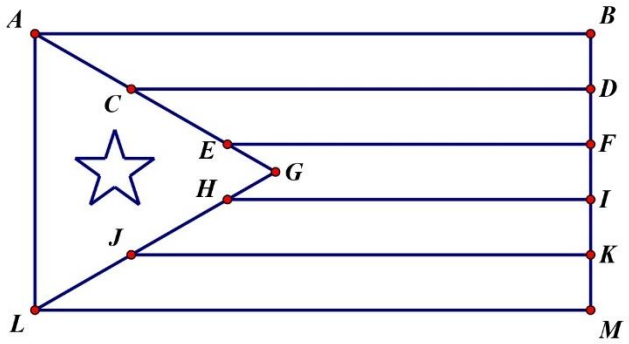
2. $CD - AF = BF$

$3 - 1.6 = 1.4$ กิโลเมตร ถูกต้อง

3. $2.64 = \frac{1}{2} \times (3 + 1.4) \times 1.2$ ถูกต้อง

ดังนั้น สวนสาธารณะที่ต้องการสร้างจะครอบคลุมพื้นที่ 2.64 ตารางกิโลเมตร

2. โบว์ได้ศึกษาธงชาติคิวบา พบว่าธงประกาศใช้อย่างเป็นทางการเมื่อวันที่ 20 พฤษภาคม ค.ศ. 1902 ใช้สำหรับขบวนการเรียกร้องอิสรภาพ รวมถึงต่อต้านการปกครองของสเปน โดยที่ธงมีขนาด 150×90 ซม. ซึ่งธงเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีมุมภายในแต่ละมุมเป็นมุมฉากประกอบด้วยแถบห้าแถบสลับกันและทั้ง 5 แถบขนานกันนั่นคือ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และมีดาวห้าแฉกสีขาวอยู่ภายในสามเหลี่ยมด้านเท่า AGL ซึ่งมุมภายในแต่ละมุมมีขนาด $60°$ โบว์ต้องการทราบว่า ขนานของมุม ACD มีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ ขนาดของมุม ACD

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ ธงเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีมุมภายในแต่ละมุมเป็นมุมฉาก, สามเหลี่ยม AGL เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีมุมภายในแต่ละมุมมีขนาด $60°$ และ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ ทฤษฎีบทมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

วิธีการแก้ปัญหา 1. หาขนาดของ $C\hat{A}B$ จากการนำ $L\hat{A}B$ ลบด้วย $L\hat{A}C$

2. หาขนาดของ $A\hat{C}D$ จากทฤษฎีบทมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ขั้นดำเนินการตามแผน

1. หาขนาดของ $C\hat{A}B$

จากสามเหลี่ยม AGL เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าและมุมภายในสามเหลี่ยมด้านเท่าแต่ละมุม มีขนาด 60 องศา จะได้ว่า $L\hat{A}C = 60°$

จากธงเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และมุมภายในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละมุมมีขนาด 90 องศา จะได้ว่า $L\hat{A}B = 90°$

$$L\hat{A}B = L\hat{A}C + C\hat{A}B$$

$$90 = 60 + C\hat{A}B$$

$$C\hat{A}B = 90 - 60$$

$C\hat{A}B = 30$ องศา

2. หาขนาดของ $A\hat{C}D$

จาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และมี $\overline{AC}$ เป็นเส้นตัด

จากทฤษฎีบทมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

จะได้ $A\hat{C}D + C\hat{A}B = 180$

$$A\hat{C}D = 180 - C\hat{A}B$$

$$= 180 - 30$$

$= 150$ องศา

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

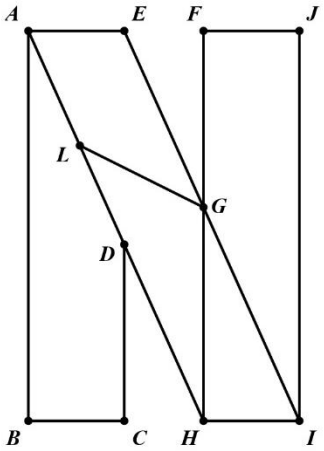
1. $90 = 60 + 30$ ถูกต้อง

2. $A\hat{C}D + C\hat{A}B = 180$

$150 + 30 = 180$ ถูกต้อง

ดังนั้น ขนาดของมุม ACD คือ 150 องศา

3. แอปพลิเคชัน Netflix เป็นบริการดูภาพยนตร์ออนไลน์ ซึ่งมีโลโก้เป็นรูปตัว N ดังรูป ถ้าเมย์ลากส่วนของเส้นตรงเพิ่มเติมคือ $\overline{GL}$ และ $\overline{GH}$ เมื่อกำหนดให้ $\overline{AH} \parallel \overline{EI}$ และเมย์วัดขนาดมุมต่าง ๆ ได้ดังนี้ $A\hat{B}C = 90°$, $H\hat{G}L = 115°$ และ $L\hat{H}G = 25°$ เมย์ต้องการทราบว่าขนาดของ $L\hat{G}E$ มีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ ขนาดของ $L\hat{G}E$

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ $\overline{AH} \parallel \overline{EI}$, $H\hat{G}L = 115°$ และ $L\hat{H}G = 25°$

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม และทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมแย้ง

วิธีการแก้ปัญหา 1. หา $H\hat{L}G$ จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

2. หา $L\hat{G}E$ จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมแย้ง

ขั้นดำเนินการตามแผน

1. หา $H\hat{L}G$

จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม และ $H\hat{G}L = 115°$ และ $L\hat{H}G = 25°$

จะได้ว่า $H\hat{L}G + L\hat{H}G + H\hat{G}L = 180$

และ $H\hat{L}G + 25 + 115 = 180$

$H\hat{L}G + 140 = 180$

$H\hat{L}G = 180 - 140$

$H\hat{L}G = 40$ องศา

2. หา $L\hat{G}E$

จาก $\overline{AH} \parallel \overline{EI}$ โดยที่ $\overline{LG}$ เป็นเส้นตัดและมี $H\hat{L}G$ และ $L\hat{G}E$ เป็นมุมแย้งกัน

ดังนั้น $L\hat{G}E = H\hat{L}G = 40$ องศา เนื่องจากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมแย้ง

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

1. $H\hat{L}G + L\hat{H}G + H\hat{G}L = 180$

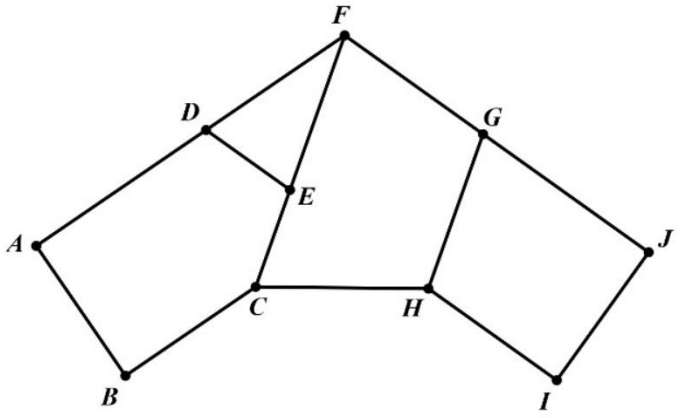
$40 + 25 + 115 = 180$ ถูกต้อง

2. จาก $\overline{AH} \parallel \overline{EI}$ โดยที่ $\overline{LG}$ เป็นเส้นตัด และ $H\hat{L}G$ และ $L\hat{G}E$ เป็นมุมแย้งกัน

$L\hat{G}E = H\hat{L}G = 40$ ถูกต้อง

ดังนั้น $L\hat{G}E = 40$ องศา

4. ในวันแลกของขวัญปีใหม่ ไนซ์ได้นำกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดกว้าง 3 เซนติเมตร และยาว 15 เซนติเมตรมาผูกเป็นโบว์ได้ ดังภาพ โดยที่มี $\overline{FC} \parallel \overline{GH}$ และ $\overline{FG} \parallel \overline{DE}$ ซึ่งวัดมุมต่าง ๆ ได้ดังนี้ $D\hat{F}E = 40°$, $H\hat{G}J = 70°$ ไนซ์ต้องการทราบว่า $F\hat{D}E$ มีขนาดกี่องศา



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ ขนาดของ $F\hat{D}E$

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ $\overline{FC} \parallel \overline{GH}$, $\overline{FG} \parallel \overline{DE}$, $D\hat{F}E = 40°$ และ $H\hat{G}J = 70°$

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในและมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

วิธีการแก้ปัญหา 1. หาขนาดของ $E\hat{F}G$ จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

2. หา $D\hat{E}F$ จากมุมแย้ง

3. หาขนาดของ $F\hat{D}E$ จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ขั้นดำเนินการตามแผน

1. หาขนาดของ $E\hat{F}G$

เนื่องจาก $\overline{FC} \parallel \overline{GH}$ โดยที่ $\overline{FJ}$ เป็นเส้นตัด ซึ่งมี $E\hat{F}G$ และ $H\hat{G}J$ เป็นมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

จะได้ว่า $E\hat{F}G = H\hat{G}J = 70$ องศา

2. หาขนาดของ $D\hat{E}F$

จาก $\overline{FG} \parallel \overline{DE}$ โดยที่ $\overline{FE}$ เป็นเส้นตัด ซึ่งมี $D\hat{E}F$ และ $E\hat{F}G$ เป็นมุมแย้งกัน

จะได้ว่า $D\hat{E}F = E\hat{F}G = 70$ องศา

3. หาขนาดของ $F\hat{D}E$

จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม และ $D\hat{F}E = 40°$ และ $D\hat{E}F = 70°$

จะได้ว่า $F\hat{D}E + D\hat{F}E + D\hat{E}F = 180$

$$F\hat{D}E + 40 + 70 = 180$$

$$F\hat{D}E + 110 = 180$$

$$F\hat{D}E = 180 - 110$$

$$F\hat{D}E = 70 \text{ องศา}$$

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

1. จาก $\overline{FC} \parallel \overline{GH}$ โดยที่ $\overline{FJ}$ เป็นเส้นตัด ซึ่งมี $E\hat{F}G$ และ $H\hat{G}J$ เป็นมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด $E\hat{F}G = H\hat{G}J = 70$ องศา ถูกต้อง

2. จาก $\overline{FG} \parallel \overline{DE}$ โดยที่ $\overline{FE}$ เป็นเส้นตัด ซึ่งมี $D\hat{E}F$ และ $E\hat{F}G$ เป็นมุมแย้งกัน

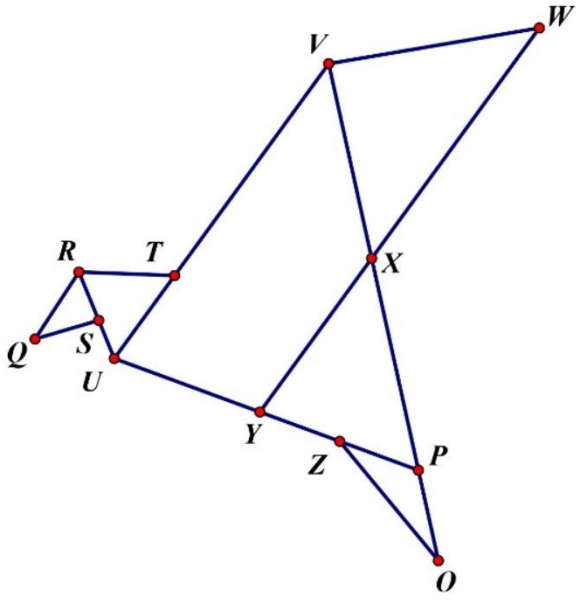
$D\hat{E}F = E\hat{F}G = 70$ องศา ถูกต้อง

3. $F\hat{D}E + D\hat{F}E + D\hat{E}F = 180$

$70 + 40 + 70 = 180$ ถูกต้อง

ดังนั้น $F\hat{D}E$ มีขนาด 70 องศา

5. ดาวนำกระดาษขนาด A3 มาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 25×25 เซนติเมตร จากนั้นนำมาพับเป็นนกฮัมมิงเบิร์ดกระดาษได้ ดังรูป ซึ่งดาววัดขนาดของมุมต่าง ๆ ได้ ดังนี้ $Y\hat{X}P = 50°$, $V\hat{W}X = 45°$, $P\hat{O}Z = 29°$, $R\hat{Q}S = 43°$ และ $O\hat{Z}P = 30°$ ดาวต้องการทราบว่า $U\hat{Y}X$ มีขนาดกี่องศา



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ $U\hat{Y}X$ มีขนาดกี่องศา

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ $Y\hat{X}P = 50°$, $P\hat{O}Z = 29°$ และ $O\hat{Z}P = 30°$

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ความรู้ที่ใช้ในการหาคำตอบ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยม

วิธีการแก้ปัญหา 1. หาขนาดของ $X\hat{P}Y$ จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยม

2. หาขนาดของ $U\hat{Y}X$ จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยม

ขั้นดำเนินการตามแผน

1. หาขนาดของ $X\hat{P}Y$

พิจารณาสามเหลี่ยม POZ จะได้ว่า $X\hat{P}Y$ เป็นมุมภายนอกที่เกิดจากการต่อด้าน PO และมี $P\hat{O}Z$ และ $O\hat{Z}P$ เป็นมุมภายในสามเหลี่ยม POZ ที่ไม่ใช่มุมประชิดกับ $X\hat{P}Y$ และจากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยม

จะได้ว่า $X\hat{P}Y = P\hat{O}Z + O\hat{Z}P$

$X\hat{P}Y = 29 + 30$

$X\hat{P}Y = 59$ องศา

2. หาขนาดของ $U\hat{Y}X$

พิจารณาสามเหลี่ยม PXY จะได้ว่า $U\hat{Y}X$ เป็นมุมภายนอกที่เกิดจากการต่อด้าน PY และมี $X\hat{P}Y$ และ $Y\hat{X}P$ เป็นมุมภายในสามเหลี่ยม PXY ที่ไม่ใช่มุมประชิดกับ $U\hat{Y}X$ และจากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมประชิดและรูปสามเหลี่ยม

จะได้ว่า $U\hat{Y}X = X\hat{P}Y + Y\hat{X}P$

$U\hat{Y}X = 59 + 50$

$U\hat{Y}X = 109$ องศา

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

1. $X\hat{P}Y = P\hat{O}Z + O\hat{Z}P$

$59 = 29 + 30$ ถูกต้อง

2. $U\hat{Y}X = X\hat{P}Y + Y\hat{X}P$

$109 = 59 + 50$ ถูกต้อง

ดังนั้น $U\hat{Y}X$ มีขนาด 109 องศา

ภาคผนวก ค

-แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน

-ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน

-ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of objective congruence) ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

-ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

-ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of objective congruence) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

-ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

-คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

-คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

-ผลการวิเคราะห์ข้อมูลวิจัยจากโปรแกรม SPSS

แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1
เรื่อง เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน โดยผู้เชี่ยวชาญ

คำชี้แจง 1. แบบประเมินนี้สร้างขึ้นเพื่อพิจารณาความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ในการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. ขอให้ผู้เชี่ยวชาญแสดงความคิดเห็นของท่านโดยการทำเครื่องหมาย (✓) ลงในช่องความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ พร้อมทั้งเขียนข้อเสนอแนะ เพื่อนำไปพิจารณาปรับปรุงแก้ไขต่อไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

5	หมายถึง	มีความเหมาะสมมากที่สุด
4	หมายถึง	มีความเหมาะสมมาก
3	หมายถึง	มีความเหมาะสมปานกลาง
2	หมายถึง	มีความเหมาะสมน้อย
1	หมายถึง	มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ข้อเสนอแนะ
	5	4	3	2	1	
1. มาตรฐานการเรียนรู้						
2. ตัวชี้วัด						
3. จุดประสงค์การเรียนรู้						
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด						
5. สาระการเรียนรู้						
6. สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียน						
7. คุณลักษณะอันพึงประสงค์						
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้						
8.1 ขั้นเตรียม						
8.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง						
8.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน						
8.4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม						
8.5 ขั้นการสรุป						
8.6 ขั้นการนำไปใช้						
9. สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งเรียนรู้						
10. การวัดและประเมินผล						

ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

จากผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 5 แผน และผลการประเมินในภาพรวมแสดงดังตารางที่ 6.1

ตารางที่ 6.1 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	$\bar{X}$	S	**ระดับความเหมาะสม**
1. เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน	4.91	0.12	มากที่สุด
2. เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	4.95	0.09	มากที่สุด
3. เส้นขนานและมุมแย้ง	4.96	0.08	มากที่สุด
4. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	4.92	0.12	มากที่สุด
5. เส้นขนานและมุมประชิดของรูปสามเหลี่ยม	4.92	0.10	มากที่สุด
เฉลี่ย	4.93	0.25	มากที่สุด

จากการตารางที่ 6.1 พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ เรื่อง เส้นขนาน มีค่าความเหมาะสมเฉลี่ยเท่ากับ 4.93 ซึ่งมีระดับความเหมาะสมมากที่สุด และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 0.25

ตารางที่ 6.2 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	5	4	5	5	5	4.8	0.40	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
6. สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
7. คุณลักษณะอันพึงประสงค์	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้								
8.1 ขั้นเตรียม	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
8.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน	5	5	5	4	4	4.6	0.49	มากที่สุด
8.4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
8.5 ขั้นการสรุป	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.6 ขั้นการนำไปใช้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
9. สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
10. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.91	0.12	มากที่สุด

จากตารางที่ 6.2 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง เส้นขนานและระยะห่างระหว่างเส้นขนาน โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 6.3 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
6. สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
7. คุณลักษณะอันพึงประสงค์	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้								
8.1 ขั้นเตรียม	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	5	5	5	4.8	0.40	มากที่สุด
8.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
8.5 ขั้นการสรุป	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.6 ขั้นการนำไปใช้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
9. สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
10. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.95	0.09	มากที่สุด

จากตารางที่ 6.3 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 6.4 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
6. สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
7. คุณลักษณะอันพึงประสงค์	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้								
8.1 ขั้นเตรียม	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	5	5	5	4.8	0.40	มากที่สุด
8.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.5 ขั้นการสรุป	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.6 ขั้นการนำไปใช้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
9. สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
10. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.96	0.08	มากที่สุด

จากตารางที่ 6.4 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 6.5 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
6. สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
7. คุณลักษณะอันพึงประสงค์	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้								
8.1 ขั้นเตรียม	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	5	5	4	4.6	0.49	มากที่สุด
8.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
8.4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.5 ขั้นการสรุป	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.6 ขั้นการนำไปใช้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
9. สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
10. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.92	0.12	มากที่สุด

จากตารางที่ 6.5 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 6.6 ค่าประเมินระดับความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมประชิดของรูปสามเหลี่ยม จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\bar{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
4. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
6. สมรรถนะที่สำคัญของผู้เรียน	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
7. คุณลักษณะอันพึงประสงค์	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้								
8.1 ขั้นเตรียม	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
8.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	5	5	5	4.8	0.40	มากที่สุด
8.3 ขั้นตั้งสมมติฐาน	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
8.4 ขั้นให้ตัวอย่างเพิ่มเติม	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
8.5 ขั้นการสรุป	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
8.6 ขั้นการนำไปใช้	5	5	5	5	5	5	0	มากที่สุด
9. สื่อ/อุปกรณ์/แหล่งเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
10. การวัดและประเมินผล	5	5	5	5	4	4.8	0.40	มากที่สุด
เฉลี่ย						4.92	0.10	มากที่สุด

จากตารางที่ 6.6 พบว่า ค่าเฉลี่ยความคิดเห็นของผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง เส้นขนานและมุมประชิดของรูปสามเหลี่ยม โดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 5 ท่าน พบว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

จากผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ประเมินความเหมาะสมของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 ข้อ ผลการประเมินในรายข้อแสดงดังตารางที่ 6.7

ตารางที่ 6.7 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	0	+1	4	0.8
3	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
10	+1	+1	+1	0	+1	4	0.8

จากตารางที่ 6.7 พบว่าแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 ข้อ มีค่าความสอดคล้องตั้งแต่ 0.8-1

จากการนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนที่ผ่านการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกแสดงดังตารางที่ 6.8

ตารางที่ 6.8 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.40	0.57	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.35	0.41	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.48	0.58	ใช้ได้	คัดเลือก
4	0.33	0.43	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
5	0.33	0.48	ใช้ได้	คัดเลือก
6	0.36	0.41	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
7	0.30	0.46	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.18	0.30	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
9	0.34	0.39	ใช้ได้	คัดเลือก
10	0.30	0.29	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก

จากตารางที่ 6.8 พบว่าข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวน 9 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.30-0.48 และค่าคำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.29-0.57 โดยคัดเลือกแบบวัดโดยที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 5 ข้อได้แก่ ข้อ 1, 3, 5, 7 และ 9 โดยมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.30-0.48 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.39-0.58 และมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.89 โดยที่ข้อสอบข้อที่ใช้ได้แต่ผู้วิจัยไม่คัดเลือกเนื่องจากมีค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่าข้อสอบที่คัดเลือกในจุดประสงค์เดียวกัน

ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาครอนบาค (Cronbach) แสดงดังภาพที่ 6.1

Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	46	100.0
	Excluded[a]	0	.0
	Total	46	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.890	5

23ภาพที่ 6.1 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขน

ภาพที่ 6.1 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ประเมินความเหมาะสมของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 ข้อ ผลการประเมินในรายข้อแสดงดังตารางที่ 6.9

ตารางที่ 6.9 ค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จากผู้เชี่ยวชาญ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum R$	IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
3	+1	+1	+1	0	+1	4	0.8
4	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
6	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
7	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	5	1
9	+1	+1	+1	0	+1	4	0.8
10	+1	+1	+1	+1	+1	5	1

จากตารางที่ 6.9 พบว่าแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน จำนวน 10 ข้อ มีค่าความสอดคล้องตั้งแต่ 0.8-1

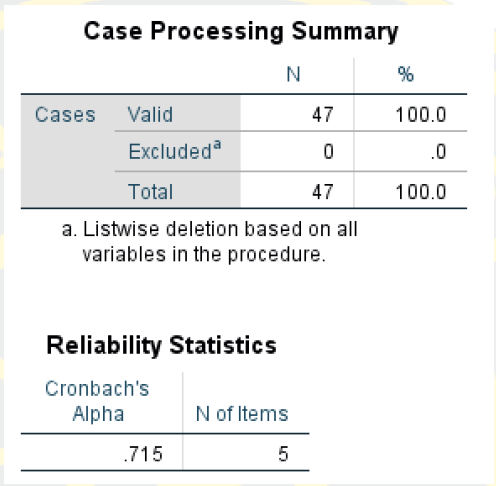
จากการนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนที่ผ่านการเรียน เรื่อง เส้นขนาน และไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2567 โรงเรียนสาธิต “พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกแสดงดังตารางที่ 6.10

ตารางที่ 6.10 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา	ผลการคัดเลือก
1	0.50	0.30	ใช้ได้	คัดเลือก
2	0.48	0.13	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
3	0.41	0.37	ใช้ได้	คัดเลือก
4	0.31	0.18	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
5	0.48	0.17	ใช้ไม่ได้	ไม่คัดเลือก
6	0.38	0.25	ใช้ได้	คัดเลือก
7	0.44	0.33	ใช้ได้	คัดเลือก
8	0.38	0.29	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
9	0.28	0.27	ใช้ได้	ไม่คัดเลือก
10	0.34	0.30	ใช้ได้	คัดเลือก

จากตารางที่ 6.10 พบว่าข้อสอบที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวน 7 ข้อ มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.28-0.50 และค่าคำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.27-0.37 โดยคัดเลือกแบบวัดโดยที่ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 5 ข้อได้แก่ ข้อ 1, 3, 6, 7 และ 10 โดยมีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.34-0.50 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.25-0.37 และมีค่าความเชื่อมั่น เท่ากับ 0.72 โดยที่ข้อสอบข้อที่ใช้ได้แต่ผู้วิจัยไม่คัดเลือกเนื่องจากมีค่าอำนาจจำแนกต่ำกว่าข้อสอบที่คัดเลือกในจุดประสงค์เดียวกัน

ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาครอนบาค (Cronbach) แสดงดังภาพที่ 6.2



Case Processing Summary

		N	%
Cases	Valid	47	100.0
	Excluded[a]	0	.0
	Total	47	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.715	5

ภาพที่ 6.2 ผลการวิเคราะห์ค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน

จากที่ผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบ จำนวน 5 ข้อ ในแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แล้ว ผู้วิจัยนำไปให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน ทดสอบหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ซึ่งผลคะแนนสอบแสดงดังตารางที่ 6.11

ตารางที่ 6.11 คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	**คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน (คะแนนเต็ม 15)**
1	12
2	10
3	9
4	11
5	9
6	15
7	10
8	11
9	11
10	8
11	14
12	13
13	11
14	9
15	9
16	15
17	11
18	12
19	10
20	9
21	9

ตารางที่ 6.11 (ต่อ)

คนที่	**คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน (คะแนนเต็ม 15)**
22	15
23	9
24	12
25	10
26	10
27	10
28	15
29	10
30	15
31	14
32	10
คะแนนเฉลี่ย ($\overline{X}$)	11.19
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD)	2.19

จากที่ผู้วิจัยคัดเลือกข้อสอบ จำนวน 5 ข้อ ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน แล้ว ผู้วิจัยนำไปให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน ทดสอบหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้มโนทัศน์ร่วมกับกลวิธี SQRQCQ ซึ่งผลคะแนนสอบแสดงดังตารางที่ 6.12

ตารางที่ 6.12 คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

คนที่	**คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน (คะแนนเต็ม 40)**
1	38
2	30
3	23
4	22
5	27
6	40
7	36
8	24
9	27
10	24
11	35
12	35
13	35
14	24
15	18
16	40
17	32
18	31
19	32
20	25

ตารางที่ 6.12 (ต่อ)

คนที่	**คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน (คะแนนเต็ม 40)**
21	21
22	40
23	22
24	31
25	28
26	30
27	22
28	32
29	36
30	40
31	40
32	22
คะแนนเฉลี่ย ($\overline{X}$)	30.06
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD)	6.74

ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้คะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน โดยใช้สถิติ t-test for one sample แสดงดังภาพที่ 6.3

T-Test

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Concept	32	11.1875	2.19144	.38740

One-Sample Test

Test Value = 10.5

	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Concept	1.775	31	.086	.68750	-.1026	1.4776

25ภาพที่ 6.3 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่

ภาพที่ 6.3 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 32 คน โดยใช้สถิติ t-test for one sample แสดงดังภาพที่ 6.4

T-Test

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Problem.solving	32	30.0625	6.74387	1.19216

One-Sample Test

Test Value = 28

	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Problem.solving	1.730	31	.094	2.06250	-.3689	4.4939

ภาพที่ 6.4 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

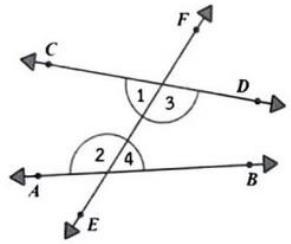
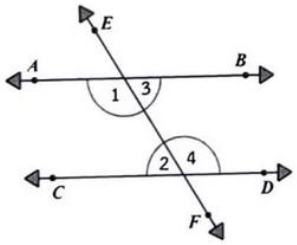
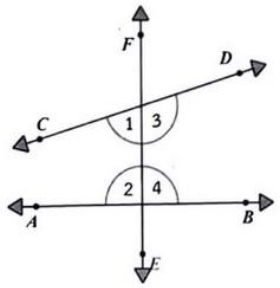
ภาคผนวก จ

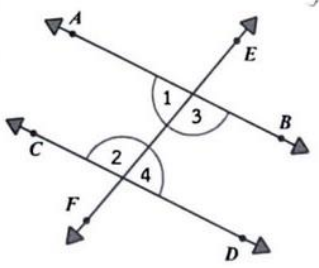
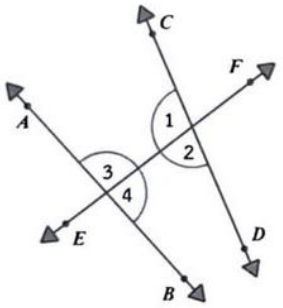
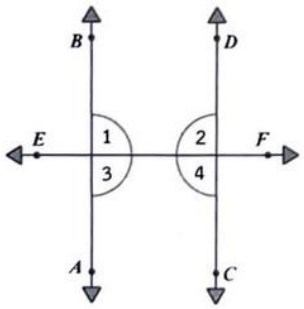
ตัวอย่างใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดของนักเรียน

ชื่อ_____ _____ชั้น_ _เลขที่_____

ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

<u>ตอนที่ 1</u> ในแต่ละข้อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ เป็นเส้นตรงคู่ที่มี $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นเส้นตัด จากนั้นให้ระบุว่า มุมคู่ใดบ้างเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ พร้อมทั้งวัดขนาดของมุมเหล่านั้น จากนั้นเติมค่าลงในตารางและตอบคำถามต่อไปนี้

รูปที่	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$
1. 	คู่ที่ 1	$\hat{1}$	65°		
		$\hat{2}$	125°	190°	☐ ขนาน
	คู่ที่ 2	$\hat{3}$	115°		☑ ไม่ขนาน
		$\hat{4}$	65°	180°	
2. 	คู่ที่ 1	$\hat{1}$	120°		
		$\hat{2}$	60°	180°	☑ ขนาน
	คู่ที่ 2	$\hat{3}$	60°		☐ ไม่ขนาน
		$\hat{4}$	120°	180°	
3. 	คู่ที่ 1	$\hat{1}$	75°		
		$\hat{2}$	90°	165°	☐ ขนาน
	คู่ที่ 2	$\hat{3}$	107°		☐ ไม่ขนาน
		$\hat{4}$	90°	197°	

รูปที่	มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	ชื่อมุม	ขนาดของมุม	ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$
4. 	คู่ที่ 1	$\hat{1}$	75°	180°	☒ ขนาน
		$\hat{2}$	105°		☐ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2	$\hat{3}$	105°	180°	
		$\hat{4}$	75°		
5. 	คู่ที่ 1	$\hat{1}$	105°	200°	☐ ขนาน
		$\hat{3}$	95°		☒ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2	$\hat{2}$	75°	160°	
		$\hat{4}$	85°		
6. 	คู่ที่ 1	$\hat{1}$	90°	180°	☒ ขนาน
		$\hat{2}$	90°		☐ ไม่ขนาน
	คู่ที่ 2	$\hat{3}$	90°	180°	
		$\hat{4}$	90°		

ตอนที่ 2 จากตารางในตอนที่ 1 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. มีรูปใดบ้างที่ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ รวมกันได้เท่ากับ 180 องศา

รูป 2, 4, 6

2. มีรูปใดบ้างที่ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ รวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา

รูป 1, 3, 5

3. มีรูปใดบ้างที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน

รูป 2, 4, 6

4. มีรูปใดบ้างที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน

รูป 1, 3, 5

5. รูปที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นอย่างไร

ผลรวมเท่ากัน, ผลรวมเท่ากัน 180°

6. รูปที่ $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ไม่ขนานกัน ผลรวมขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด $\overleftrightarrow{EF}$ เป็นอย่างไร

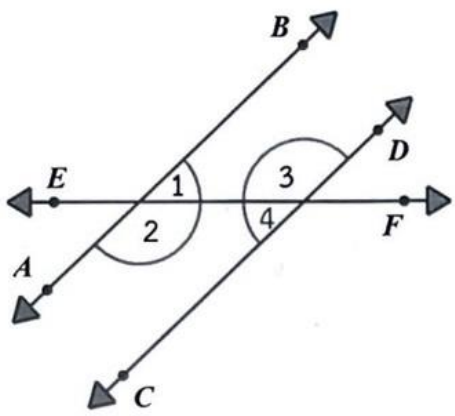
ผลรวมไม่เท่า และไม่เท่ากัน 180°

7. นักเรียนสามารถสรุปสมมติฐานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ว่าอย่างไร พร้อมตั้งชื่อสมมติฐานนั้น

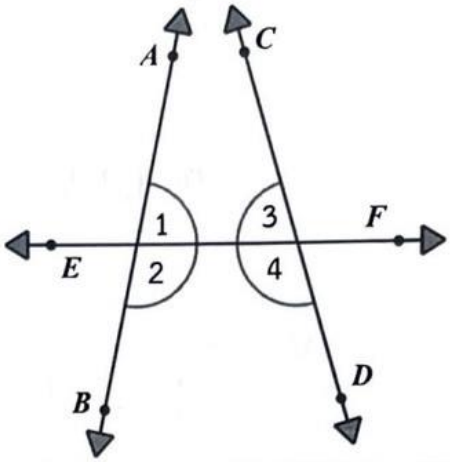
ผลรวมมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด เมื่อรวมแล้วเท่ากัน และได้ผลรวม = 180° ดังนั้น AB และ CD จะขนานกัน (ชื่อว่า อ.โอม)

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างเพิ่มเติมและตอบคำถามต่อไปนี้

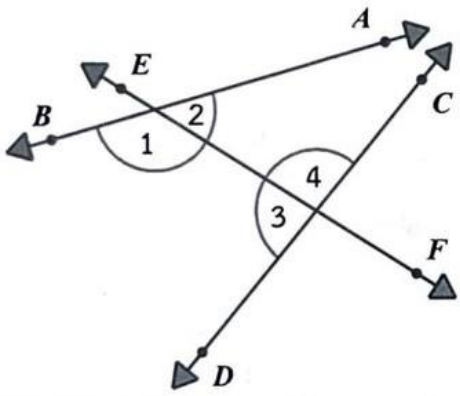
1.



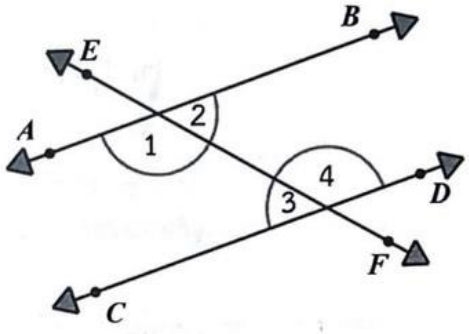
2.



3.



4.



1. รูปใดบ้างที่ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ขนานกัน เพราะเหตุใด

1, 4 เพราะผลรวมมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันเท่ากัน และ $= 180^\circ$

2. รูปใดบ้างที่ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ไม่ขนานกัน เพราะเหตุใด

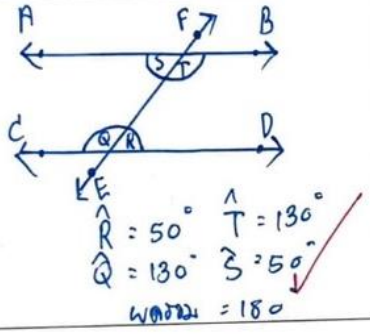
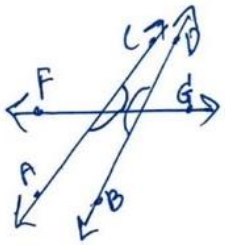
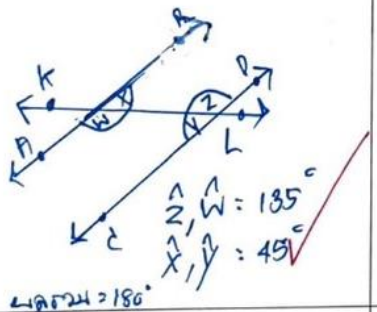
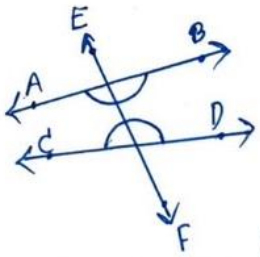
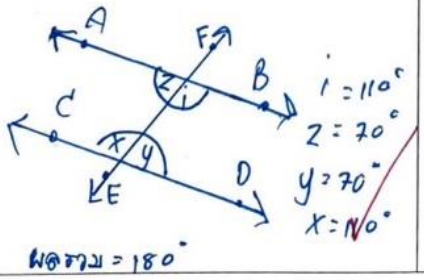
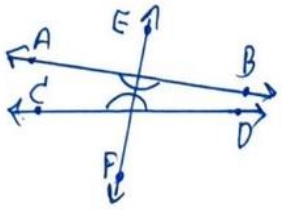
2, 3 เพราะผลรวมมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันไม่เท่ากัน และ $\neq 180^\circ$

3. จากตัวอย่างเพิ่มเติมสมมติฐานของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดของนักเรียนต่างจากเดิมหรือไม่อย่างไร

ไม่ต่าง เพราะ: เหมือนเดิม

สรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้ว่า ถ้ามีเส้นตรงคู่ แล้วมีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัด เส้นตรงคู่นั้นว่า ขนานกัน ส่วนมุมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด = 180°

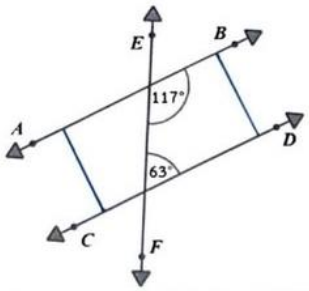
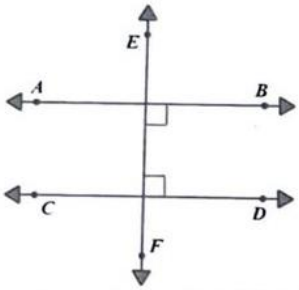
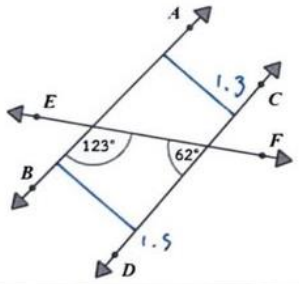
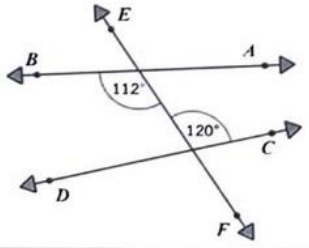
ตอนที่ 4 ให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปที่ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา และรูปที่รวมกันไม่เท่ากับ 180 องศา พร้อมระบุขนาดของมุมลงในรูปที่วาด

ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180	ผลรวมของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันไม่เท่ากับ 180
	
	
	

ชื่อ_____ _____ชั้น_____เลขที่_____

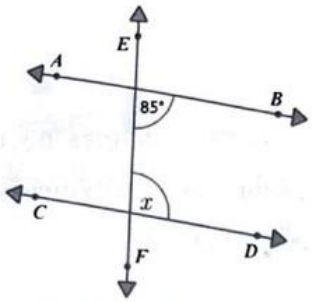
แบบฝึกหัดที่ 3 เรื่อง มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

1. จงบอกว่า $\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

รูปที่	$\overleftrightarrow{AB}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$	เหตุผล
1.1 	☑ ขนาน ☐ ไม่ขนาน	ระยะห่างระหว่างเส้นตรง $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เท่ากัน และมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180° ระยะห่าง
1.2 	☑ ขนาน ☐ ไม่ขนาน	ระยะห่าง $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เท่ากัน และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้ 180° ระยะห่าง
1.3 	☐ ขนาน ☑ ไม่ขนาน	ระยะห่าง $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ไม่เท่ากัน และมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกัน ≠ 180° ระยะห่าง
1.4 	☐ ขนาน ☑ ไม่ขนาน	ระยะห่าง $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ไม่เท่ากัน มุมแต่ละมุมไม่เท่ากัน

2. จงหาค่าของ x ในแต่ละข้อต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

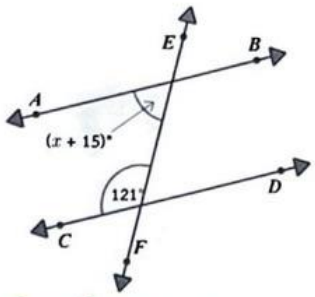
2.1



วิธีทำ $x = 180 - 85$

$x = 95^\circ$ #

2.2



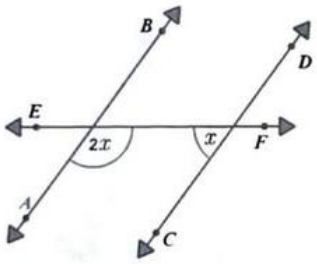
วิธีทำ $(x+15)+121 = 180$

$x+136 = 180$

$x = 180-136$

$x = 44^\circ$ #

2.3

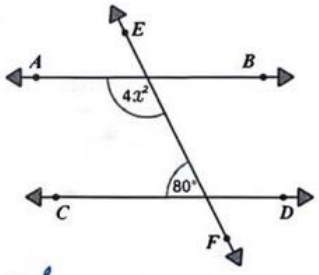


วิธีทำ $2x+x = 180$

$3x = 180$

$x = 60^\circ$ #

2.4



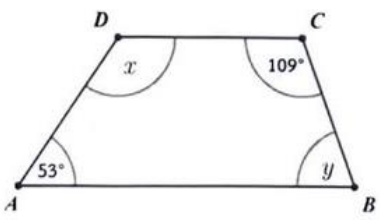
วิธีทำ $4x^2 + 80 = 180$

$4x^2 = 100$

$x^2 = 25$

$x = 5^\circ$ #

3. จากรูปกำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยมีด้าน AB ขนานกับด้าน CD ดังรูป จงหาค่าของ x และ y



วิธีทำ $x = 180 - 53$ $y = 180 - 109$

$x = 127^\circ$ # $y = 71^\circ$ #

ชื่อ_____ _____ชั้น_____เลขที่_____

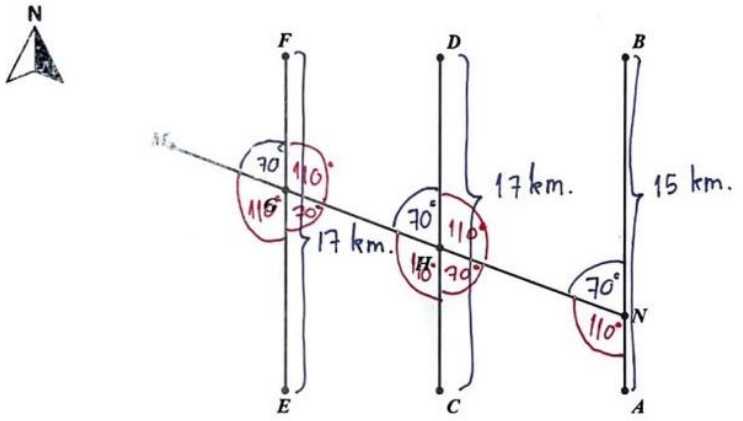
ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง โจทย์ปัญหามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนอ่านสถานการณ์จากนั้นตอบคำถามและแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาอย่างคร่าว ๆ เพื่อให้ได้แนวคิดหรือลักษณะทั่วไปของปัญหา (S: Survey)

สถานการณ์: แม่น้ำและถนน

ถนนสาย AB เป็นถนนที่มุ่งหน้าไปยังทิศเหนือคู่ไปกับแม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF โดยถนนสาย AB มีความยาว 15 กิโลเมตร แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF มีความยาว 17 กิโลเมตร ต่อมากรมทางหลวงได้สร้างถนนสาย MN เป็นส้นตรงมุ่งหน้าไปยังทิศตะวันตกเฉียงเหนือ ซึ่งถนนสาย MN ตัดกับถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF ที่จุด N, H, และ G ตามลำดับ ทำให้ $H\hat{N}B$, $G\hat{H}D$ และ $M\hat{G}F$ มีขนาด 70 องศาเท่ากันทั้ง 3 มุม กรมทางหลวงต้องการทราบว่า ถนนสาย AB แม่น้ำ CD และแม่น้ำ EF จะตัดกันหรือไม่



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงสิ่งที่โจทย์ต้องการ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง โจทย์ต้องการจะให้หาอะไร T-T

คำตอบ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ ขนานกันมั้ย

ให้นักเรียนอ่านปัญหาอย่างรอบคอบอีกครั้งเพื่อแยกแยะข้อมูลที่สำคัญที่โจทย์กำหนดให้ (R: Reread)

สิ่งที่โจทย์กำหนดที่ใช้ในการหาคำตอบ $H\hat{N}B$, $G\hat{H}D$, $M\hat{G}F = 70°$

$\overline{MN}$ เป็นเส้นตัด

ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการแก้ปัญหาว่าจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร และใช้องค์ความรู้คณิตศาสตร์ใดบ้าง (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง จะแก้ปัญหายังไง

คำตอบ 1. หา $D\hat{H}N$ 2. หา $F\hat{G}H$ 3. ตรวจสอบมุมภายใน $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ 4. ตรวจสอบมุมภายใน $\overline{CD}$ และ $\overline{EF}$ 5. ตรวจสอบ $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง ใช้ความรู้อะไรบ้าง

คำตอบ 1. มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด 2 มุมตรง

ขั้นดำเนินการตามแผน

ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ (C: Compute)

1. หา $D\hat{H}N$

$D\hat{H}N = 180 - 70 = 110^\circ$

2. หา $F\hat{G}H$

$F\hat{G}H = 180 - 70 = 110^\circ$

3. ตรวจสอบมุมภายใน $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ $\overline{AB}$ และ $\overline{CD} = 180^\circ$ (ขนาบกัน) $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$

4. ตรวจสอบมุมภายใน $\overline{CD}$ และ $\overline{EF}$

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ $\overline{CD}$ และ $\overline{EF} = 180^\circ$ (ขนาบกัน) $\therefore \overline{CD} \parallel \overline{EF}$

5. ตรวจสอบ $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ $\overline{AB}$ และ $\overline{EF}$ เท่ากัน 180° (ขนาบกัน) $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{EF}$ (สมบัติถ่ายทอด)

$\therefore \overline{AB}, \overline{CD}, \overline{EF}$ ไม่ตัดกันเพราะขนานกัน

ขั้นตรวจสอบและสรุปคำตอบ

ให้นักเรียนถามตนเองถึงวิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมไปถึงการใช้องค์ความรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องหรือไม่ (Q: Question)

คำถามที่นักเรียนถามตัวเอง คำตอบถูกมั้ย

คำตอบ 1. $180 - 70 = 110^\circ$ ✓

2. $180 - 70 = 110^\circ$ ✓

3. $110 + 70 = 180^\circ$ ✓

4. $110 + 70 = 180^\circ$ ✓

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล นายรัฐยุทธ นันต๊ะน้อย

วัน เดือน ปี เกิด 15 กุมภาพันธ์ 2543

สถานที่เกิด จังหวัดลำปาง

สถานที่อยู่ปัจจุบัน 44 หมู่ 4 ตำบลวังพร้าว อำเภอเกาะคา จังหวัดลำปาง 52130

ประวัติการศึกษา มัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนยุพราชวิทยาลัย จังหวัดเชียงใหม่

ปริญญาตรี วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์) คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

ปริญญาโท การศึกษามหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา