



การสร้างชุดทดลองเพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิลิ์กัลเพนดูลัม



ธัญจิรา ท้าวหน่อ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2568

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

การสร้างชุดทดลองเพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัม



ธัญจิรา ท้าวหน่อ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2568

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

The fabrication of an experiment set up for investigation of physical pendulum
motion



THANJIRA THAWNOR

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENTS FOR MASTER DEGREE OF SCIENCE
IN PHYSICS EDUCATION
FACULTY OF SCIENCE
BURAPHA UNIVERSITY

2025

COPYRIGHT OF BURAPHA UNIVERSITY

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ธัญจิรา ท้าวหน่อ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์
อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนัสถา รัตนะ)

..... ประธาน
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิตรา เกตุแก้ว)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กัญจน์ชญา หงส์เลิศคง
สกุล)

..... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.อรรถพล เขยศุภเกต)

..... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธนัสถา รัตนะ)

..... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. อุษาวดี ตันติวรานุรักษ์)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ
การศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ่มเอี่ยม)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

63920457: MAJOR: PHYSICS EDUCATION; M.Sc. (PHYSICS EDUCATION)

KEYWORDS: Moment of Inertia Physical Pendulum Arduino Ultrasonic Sensor

THANJIRA THAWNOR : THE FABRICATION OF AN EXPERIMENT SET UP FOR INVESTIGATION OF PHYSICAL PENDULUM MOTION. ADVISORY COMMITTEE: TANATTHA RATTANA, 2025.

This research aims to study the motion of a simple physical pendulum using a self-constructed experimental setup and to determine the moment of inertia about the center of mass of a hollow cylindrical object and a rectangular aluminum bar. The results obtained from the experiment are compared with theoretical calculations. The experimental setup incorporates a simple physical pendulum, an Arduino board, and an ultrasonic sensor to collect distance data of the object and analyze it to determine the average oscillation period of the physical pendulum. The data is transmitted and displayed in real-time through an add-in program in Microsoft Excel. The experimental results reveal that the moment of inertia about the center of mass of a hollow cylindrical steel pipe is $0.04720 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, with a percentage error of 0.40%. Similarly, the moment of inertia about the center of mass of a rectangular aluminum bar is $0.02819 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, with a percentage error of 0.27%.

กิตติกรรมประกาศ

งานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความกรุณาจากผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธันสลา รัตนะ อาจารย์ที่ปรึกษาที่กรุณาให้คำปรึกษาแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตรวจสอบแก้ไข และวิพากษ์วิจารณ์งาน ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความละเอียด และเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กัญจน์ชญา หงส์เลิศคงสกุล ดร.อรรถพล เขยศุภเกต และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิตรา เกตุแก้ว คณะกรรมการสอบงานวิทยานิพนธ์นี้ ที่ให้คำแนะนำ เสนอแนะ เพื่อให้งานวิทยานิพนธ์สำเร็จสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ที่ให้กำลังใจ ช่วยเหลือให้คำปรึกษา และสละท่ายอบคุณตนเองที่ทำให้งานวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ผู้วิจัยหวังว่าผู้ที่ได้อ่านงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะได้รับความรู้เพิ่มเติมไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อไปได้ ขอขอบคุณค่าและประโยชน์ของงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นกตัญญูกตเวทิตาต่อบุพการี บุรพจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบนทุกวันนี้

ธัญจิรา ท้าวหน่อ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ญ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1.....	1
บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
วัตถุประสงค์.....	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
ขอบเขตของการวิจัย.....	2
บทที่ 2.....	4
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
วัตถุแข็งเกร็ง(Rigid body).....	4
แรงบิด(Torque).....	4
โมเมนต์ความเฉื่อย(Moment of Inertia).....	6
การคำนวณโมเมนต์ความเฉื่อย.....	6
ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงพื้นฐาน.....	7
การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของแท่งโลหะสี่เหลี่ยมผืนผ้า.....	8
ทฤษฎีบทแกนขนาน (parallel axis theorem).....	9

ทฤษฎีบทแกนตั้งฉาก (Perpendicular Axis Theorem)	9
การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของท่อเหลี่ยมกลวง	10
การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย(Simple Harmonic Motion)	12
การเคลื่อนที่ของมวลติดสปริง.....	13
การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย	14
การแกว่งของฟิสิกส์เพนดูลัม.....	16
อาร์ดูโน(Arduino)	18
แผงควบคุมอาร์ดูโน	18
ส่วนประกอบพื้นฐานของบอร์ด Arduino UNO R3	19
เซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก(Ultrasonic Sensor).....	20
หลักการของเซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก	20
ขาเชื่อมต่อของเซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก	21
การวัดระยะด้วยคลื่นอัลตราโซนิก	22
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	23
บทที่ 3.....	25
วิธีดำเนินการวิจัย	25
อุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง	25
การสร้างชุดทดลอง	26
การเขียนคำสั่งและทดสอบการทำงานของชุดทดลอง	27
การวัดค่าคาบเวลาเพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจากชุดทดลองที่สร้างขึ้น	29
บทที่ 4.....	32
ผลการวิจัย.....	32
ผลการทดสอบการทำงานของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 และแผงวงจร Arduino สำหรับการวัดระยะการแกว่งของฟิสิกส์เพนดูลัม	32

ผลการทดลองการศึกษากาเวงของพื้สีกัลเพนดูล้่ม.....	33
ผลการทดลองการกาเวงของท้อเหลี้กกลวง	34
ผลการทดลองการกาเวงของแทงอะลุมิเนี่ยม.....	39
บทที่ 5.....	44
สรุปลผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	44
สรุปลผลการวิจัย	44
อภิปรายผลการวิจัย	45
ข้อเสนอแนะ	46
ภาคผนวก.....	47
บรรณานุกรม.....	48
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	50



สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 ระยะเฉลี่ยที่วัดจากเซนเซอร์เปรียบเทียบกับระยะจริงที่วัดได้จากไม้บรรทัด	32
ตารางที่ 2 ค่าคาบเวลาของท่อเหล็กกลวง ณ ตำแหน่งแกนหมุนห่างจากจุดศูนย์กลางมวลเป็นระยะ 15.00 เซนติเมตร	35
ตารางที่ 3 คาบเวลา(T) คาบเวลาเฉลี่ย($T_{เฉลี่ย}$) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.) ค่า $(mgT^2D/4\pi^2)$ และค่า mD^2 จากการแกว่งท่อเหล็กกลวงที่จุดหมุนอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวล(D)ระยะต่างๆ	36
ตารางที่ 4 ค่าความชัน ค่าจุดตัดแกน y (C) ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลจากทาง ทฤษฎีและการทดลอง และค่าความคลาดเคลื่อนของท่อเหล็กกลวง	38
ตารางที่ 5 ค่าคาบเวลาของแท่งอะลูมิเนียมผืนผ้า ที่ระยะห่างจากแกนหมุน $D = 13.90$ เซนติเมตร 40	
ตารางที่ 6 ค่าคาบเวลา(T) คาบเวลาเฉลี่ย($T_{เฉลี่ย}$) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.) ค่า $(mgT^2D/4\pi^2)$ และ ค่า mD^2 จากการแกว่งแท่งอะลูมิเนียมที่จุดหมุนอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวล(D)ระยะต่างๆ	41
ตารางที่ 7 ค่าความชันของกราฟ ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่ได้จากการทดลองและ ที่คำนวณได้จากทางทฤษฎี และค่าความคลาดเคลื่อนของแท่งอะลูมิเนียมผืนผ้า	42

สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 1 อนุภาคย่อยมวล(m_i)ในวัตถุแข็งเกร็งที่กำลังหมุนรอบจุดหมุน	4
ภาพที่ 2 ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงต่างๆ	8
ภาพที่ 3 วัตถุที่มีรูปร่างเป็นแผ่นบางวางในระนาบ xy	9
ภาพที่ 4 ท่อโลหะทรงกลมกลวงมีความยาว L รัศมีภายในเป็น R_{in} และมีรัศมีภายนอกเป็น R_{out}	11
ภาพที่ 5 การเคลื่อนที่ของมวลติดสปริงบนพื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน	13
ภาพที่ 6 ลูกตุ้มอย่างง่าย	15
ภาพที่ 7 ฟิสิกส์เพนดูลัม.....	16
ภาพที่ 8 ฟิสิกส์เพนดูลัมรูปแบบไม่เรียวยาว	17
ภาพที่ 9 ตัวอย่างบอร์ด Arduino รุ่นต่างๆ.....	19
ภาพที่ 10 ส่วนประกอบพื้นฐานของบอร์ด Arduino UNO R3	20
ภาพที่ 11 การทำงานของอัลตราโซนิกเซนเซอร์	21
ภาพที่ 12 ขาเชื่อมต่อเซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก	21
ภาพที่ 13 การทำงานของอัลตราโซนิกเซนเซอร์	22
ภาพที่ 14 วัตถุที่ใช้เป็นฟิสิกส์เพนดูลัม (g) ท่อเหล็กกลวงยาว 100.00 เซนติเมตร (y) แท่ง อะลูมิเนียมพื้นผิวยาว 80.00 เซนติเมตร	25
ภาพที่ 15 แผนภาพแสดงชุดการทดลอง	27
ภาพที่ 16 การเชื่อมต่อขาของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 กับแผงวงจร Arduino	28
ภาพที่ 17 แผนภาพแสดงการติดตั้งอุปกรณ์การทดลอง.....	29
ภาพที่ 18 แลปเครื่องมือ Data streamer เพื่อรับข้อมูลเข้าสู่โปรแกรม Microsoft excel	30
ภาพที่ 19 แผนภูมิกระจายที่มีเส้นเรียบและตัวแสดงข้อมูล	30
ภาพที่ 20 ตัวอย่างชุดทดลองการแกว่งของฟิสิกส์ดูลัม	33

ภาพที่ 21 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างของปลายท่อเหล็กกลวงและ เซนเซอร์อัลตราโซนิก
กับเวลา ที่ระยะ $D = 15 \text{ cm}$ 34

ภาพที่ 22 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $(mgT^2D/4\pi^2)$ และค่า mD^2 ของท่อเหล็กกลวง 37

ภาพที่ 23 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างของปลายแท่งอะลูมิเนียมฝืนผ้าและเซนเซอร์อัลตรา
โซนิกที่ระยะ $D = 13.90$ เซนติเมตร..... 39

ภาพที่ 24 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $(mgT^2D/4\pi^2)$ และค่า mD^2 ของแท่งอะลูมิเนียมฝืนผ้า ... 42



บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมีความสำคัญอย่างยิ่งในการดำเนินชีวิตของมนุษย์ ไม่ว่าจะเป็นด้านการอำนวยความสะดวกให้กับมนุษย์ในการใช้ชีวิตประจำวัน ด้านการศึกษา ด้านการแพทย์ ด้านการทำงานทุกแขนง หรือการค้นพบสิ่งใหม่เพื่อพัฒนาต่อยอดองค์ความรู้เดิม วิทยาศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานที่ทำให้มนุษย์มีทักษะการสังเกต ทักษะการเรียนรู้ การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล และสามารถแก้ไขปัญหาอย่างเป็นระบบ เทคโนโลยีนอกจากจะช่วยพัฒนาการศึกษาและสามารถช่วยให้มนุษย์สร้างสรรค์นวัตกรรมใหม่ๆ ได้แล้วนั้นยังเป็นส่วนสนับสนุนสำคัญในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ ดังนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้เรียนทุกคนที่ศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาสายการเรียนวิทยาศาสตร์และนักศึกษาสาขาวิชาที่เกี่ยวข้องกับวิชาฟิสิกส์ในระดับอุดมศึกษาจะต้องได้รับการเรียนรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี แต่ในการเรียนรู้ทางด้านวิชาฟิสิกส์ซึ่งเป็นแขนงหนึ่งของวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนั้นผู้เรียนส่วนใหญ่ยังไม่ค่อยเข้าใจในเนื้อหาวิชาฟิสิกส์เนื่องจากผู้เรียนขาดทักษะการทดลองหรือการลงมือปฏิบัติด้วยตนเองควบคู่ไปกับการเรียนทฤษฎีทำให้เกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้หรืออาจเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในเนื้อหาวิชาฟิสิกส์ได้ ดังนั้นการที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ทฤษฎีทางฟิสิกส์ควบคู่ไปกับการทำการทดลองนั้นเป็นเรื่องสำคัญอย่างยิ่งโดยเฉพาะเนื้อหาฟิสิกส์ในด้านกลศาสตร์ซึ่งเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุในรูปแบบต่าง ๆ และเป็นเนื้อหาพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเริ่มต้นศึกษาในวิชาฟิสิกส์ของผู้เรียน แม้ว่าปัจจุบันชุดทดลองที่ใช้เพื่อประกอบการเรียนการสอนทางด้านฟิสิกส์โดยเฉพาะด้านกลศาสตร์(Mechanics)เริ่มมีหลากหลายมากขึ้น แต่ชุดอุปกรณ์ด้านกลศาสตร์ส่วนใหญ่ยังมีข้อจำกัดโดยถูกออกแบบมาเพื่อใช้ศึกษาในเงื่อนไขที่วัตถุนั้นมีขนาดเล็กหรือสมมติได้ว่าเป็นจุดมวล อีกทั้งเครื่องมือหรืออุปกรณ์การทดลองเหล่านั้นยังไม่สามารถที่จะเก็บข้อมูลการวัดไปพร้อม ๆ กับการประมวลผลแบบเวลาจริง(Real time) ได้

จากการศึกษาในเนื้อหาฟิสิกส์ด้านกลศาสตร์เรื่อง การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย (Simple Harmonic Motion) เช่น การเคลื่อนที่ของลูกตุ้มนาฬิกา การสั่นของมวลติดสปริง เป็นต้น โดยพิจารณาวัตถุที่แกว่งว่ามีขนาดเล็กหรือเป็นจุดมวล โดยกำหนดให้มุมเริ่มต้นของการแกว่งวัตถุมีค่าน้อย ๆ วัตถุจะมีการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาผ่านตำแหน่งสมดุล โดยมีคาบของการเคลื่อนที่และแอมพลิจูดคงที่ แต่ในความเป็นจริงวัตถุที่ศึกษานั้นจะต้องมีการพิจารณาถึงขนาดและรูปร่างของวัตถุที่แกว่งด้วยซึ่งจะเป็นการศึกษาการแกว่งของวัตถุในรูปแบบฟิสิกัลเพนดูลัม(Physical Pendulum)

และการทดลองที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมในปัจจุบันยังไม่ได้มีชุดทดลองมากนัก สำหรับวัตถุที่มีขนาดและรูปร่างซึ่งสองปัจจัยนี้จะส่งผลต่อรูปแบบการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัม นอกจากนี้การวัดคาบของการสั่นของวัตถุโดยทั่วไปจะใช้นาฬิกาในการจับวัดคาบการแกว่งของวัตถุ ประกอบการทดลองซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายแต่ค่าคาบที่ได้จะเป็นในรูปแบบของค่าประมาณที่มีความแม่นยำไม่มากนัก ซึ่งในปัจจุบันมีอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่จะช่วยอำนวยความสะดวกในการวัด เช่น เซนเซอร์ตรวจจับการเคลื่อนที่ใช้ร่วมกับบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino Uno สามารถตรวจจับค่าที่ต้องการวัดได้แบบเวลาจริง(Real time) ซึ่งได้ค่าข้อมูลจากการวัดที่มีความละเอียดและรวดเร็ว สามารถนำไปสู่การวิเคราะห์ข้อมูล โดยเซนเซอร์อัลตราโซนิก(Ultrasonic sensor)เป็นเซนเซอร์ที่นิยมใช้ในการตรวจจับตำแหน่งการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยเป็นอุปกรณ์ที่สามารถใช้งานได้ง่าย ตรวจจับค่าระยะทางได้อย่างแม่นยำ และมีราคาถูก จึงทำให้เป็นอุปกรณ์ที่น่าสนใจในการนำมาใช้ศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมแทนการใช้นาฬิกาจับเวลา

จากรายละเอียดดังกล่าวข้างต้นผู้วิจัยมีความสนใจที่จะสร้างชุดทดลองเพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมโดยใช้เซนเซอร์ตรวจจับการเคลื่อนที่ร่วมกับบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino Uno เพื่อศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมและเปรียบเทียบค่าที่ได้จากชุดทดลองกับค่ามาตรฐานที่คำนวณได้จากทางทฤษฎีเพื่อนำไปสู่การพัฒนาหรือปรับปรุงสำหรับนำชุดทดลองนี้ไปใช้ประกอบการเรียนการสอนในห้องเรียนฟิสิกส์ต่อไป

วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างชุดทดลองสำหรับการศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัม
2. เพื่อศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการแกว่งของฟิสิกส์เพนดูลัม

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ชุดทดลองสำหรับการศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัม
2. สามารถศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมจากชุดทดลองที่สร้างขึ้นได้

ขอบเขตของการวิจัย

1. ออกแบบและสร้างชุดทดลองสำหรับการศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัม
2. ศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัม ประกอบไปด้วย ค่าคาบเวลาของการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมที่เปลี่ยนแปลงตามจุดหมุนและนำค่าคาบเวลามาคำนวณหาค่า

โมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุรอบจุดศูนย์กลางมวล และหาค่าความคลาดเคลื่อนโดยการเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทดลองกับค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎี



บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

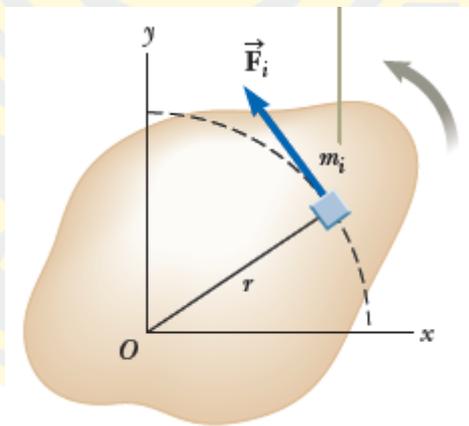
เนื้อหาในบทนี้ประกอบไปด้วยทฤษฎีและเนื้อหาทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวข้องรวมทั้งงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยมีรายละเอียดดังนี้

วัตถุแข็งเกร็ง(Rigid body)

วัตถุแข็งเกร็งซึ่งวัดประจำวัน เช่น ล้อรถที่หมุนรอบตัวเอง เป็นวัตถุที่ถูกสมมติว่ารูปร่างของวัตถุไม่เปลี่ยนแปลง แม้ว่าวัตถุจะมีการเคลื่อนที่แบบหมุนแต่ตำแหน่งของอนุภาคมวลย่อยที่ประกอบขึ้นเป็นวัตถุแข็งเกร็งนั้นไม่มีการเปลี่ยนตำแหน่ง

แรงบิด(Torque)

เมื่อออกแรงกระทำกับวัตถุแข็งเกร็งรอบแกนหนึ่ง วัตถุจะมีแนวโน้มที่จะหมุนรอบแกนนั้น โดยแนวโน้มของแรงที่จะทำให้วัตถุหมุนรอบแกนหนึ่งๆ ถูกวัดด้วยปริมาณที่เรียกว่า แรงบิดหรือทอร์ก (Torque)



ภาพที่ 1 อนุภาคมวลย่อย (m_i) ในวัตถุแข็งเกร็งที่กำลังหมุนรอบจุดหมุน

(Jr Raymond A. Serway and John W. Jewett, 2008)

พิจารณาภาพที่ 1 อนุภาคมวลย่อย m_i ของวัตถุแข็งเกร็งถูกแรงเชิงเส้น F_i กระทำที่ตำแหน่งห่างจากจุดหมุน O เป็นระยะ r ทำให้วัตถุเกิดการหมุนด้วยความเร่งเชิงมุม α เท่ากันตลอดทั้งเนื้อวัตถุ ซึ่งทอร์กและแรงเชิงเส้นมีความสัมพันธ์กันดังสมการ (2-1)

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}_i \quad (2-1)$$

โดยที่ $\vec{\tau}$ คือ ทอร์กเป็นปริมาณเวกเตอร์ มีหน่วยเป็น นิวตัน.เมตร(N.m)

\vec{F}_i คือ แรงเชิงเส้น (N)

m_i คือ มวลของอนุภาคย่อยๆ ในวัตถุแข็งเกร็ง (kg)

\vec{r} คือ เวกเตอร์ชี้ตำแหน่งของอนุภาคสัมผัสกับจุดกำเนิด

จากสมการ (2-1) หากพิจารณาแต่ขนาดจะได้ $\tau = rF_i \sin\theta$

เมื่อ \vec{r} และ \vec{F}_i ตั้งฉากกัน จะได้ $\tau = r_i F_i$

โดยที่ r_i คือ ระยะตั้งฉากจากแกนหมุนไปถึงมวลมวล m_i (m)

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$\tau = r_i m_i a_i \quad (2-2)$$

ความเร่งเชิงเส้น (a_i) และความเร่งเชิงมุม (α) สัมพันธ์กันนั่นคือ

$$a_i = r_i \alpha \quad (2-3)$$

แทนค่าสมการ (2-3) ลงสมการ (2-2) จะได้

$$\tau = m_i r_i^2 \alpha$$

เมื่อกำหนดให้โมเมนต์ความเฉื่อยของมวล m_i เป็น

$$I = m_i r_i^2 \quad (2-4)$$

จะได้ทอร์กดังสมการ

$$\tau = I \alpha \quad (2-5)$$

โดยที่ I คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของมวล m_i (kg.m²)

α คือ ความเร่งเชิงมุมของวัตถุแข็งเกร็ง (rad/s²)

โมเมนต์ความเฉื่อย(Moment of Inertia)

โมเมนต์ความเฉื่อยเป็นปริมาณที่บอกถึงความเฉื่อยในการหมุนของวัตถุ ในการที่จะรักษาสภาพเดิมของการหมุนเอาไว้ โดยถ้าวัตถุมีโมเมนต์ความเฉื่อยมากแสดงว่าวัตถุนั้นเปลี่ยนสภาพการหมุนได้ยากและถ้าวัตถุนั้นมีโมเมนต์ความเฉื่อยน้อยแสดงว่าวัตถุนั้นเปลี่ยนสภาพการหมุนได้ง่าย เป็นปริมาณสเกลาร์ แทนด้วยสัญลักษณ์ I มีหน่วยเป็น กิโลกรัม.เมตร² (kg.m²) จากสมการที่ (2-4) เราสามารถคำนวณค่าโมเมนต์ความเฉื่อยได้ ดังนี้

การคำนวณโมเมนต์ความเฉื่อย

พิจารณาได้สองกรณี คือ

กรณีที่ 1 การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบอนุภาค

พิจารณาระบบของมวลหลายๆ มวล โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนหมุน หาได้จาก

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (2-6)$$

โดยที่ r_i คือ ระยะตั้งฉากจากแกนหมุนไปถึงมวล m_i (m)

m_i คือ อนุภาคย่อยมวลของวัตถุ (kg)

กรณีที่ 2 การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็ง

พิจารณาวัตถุแข็งเกร็งที่มีมวลกระจายอย่างต่อเนื่องเป็นเนื้อเดียวกัน โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนใด ๆ หาได้จาก

$$I = \int r^2 dm \quad (2-7)$$

โดยที่ r คือระยะทางตั้งฉากจากแกนหมุนถึงมวล dm

หากพิจารณารูปทรงของวัตถุจะได้ว่าค่าโมเมนต์ความเฉื่อย ดังนี้

วัตถุมีรูปร่าง 1 มิติ เช่น เส้นลวด และมีมวลต่อหนึ่งหน่วยความยาวเท่ากับ λ

$$I = \int r^2 \lambda dl \quad (2-8)$$

วัตถุมีรูปร่าง 2 มิติ เช่น แผ่นบาง และมีมวลต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่เท่ากับ σ

$$I = \int r^2 \sigma dA \quad (2-9)$$

วัตถุมีรูปร่าง 3 มิติ เช่น ทรงกลม และมีมวลต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรเท่ากับ ρ

$$I = \int r^2 \rho dV \quad (2-10)$$

โดยที่ dl เป็นความยาวน้อย ๆ

dA เป็นพื้นที่น้อย ๆ

dV เป็นปริมาตรน้อย ๆ

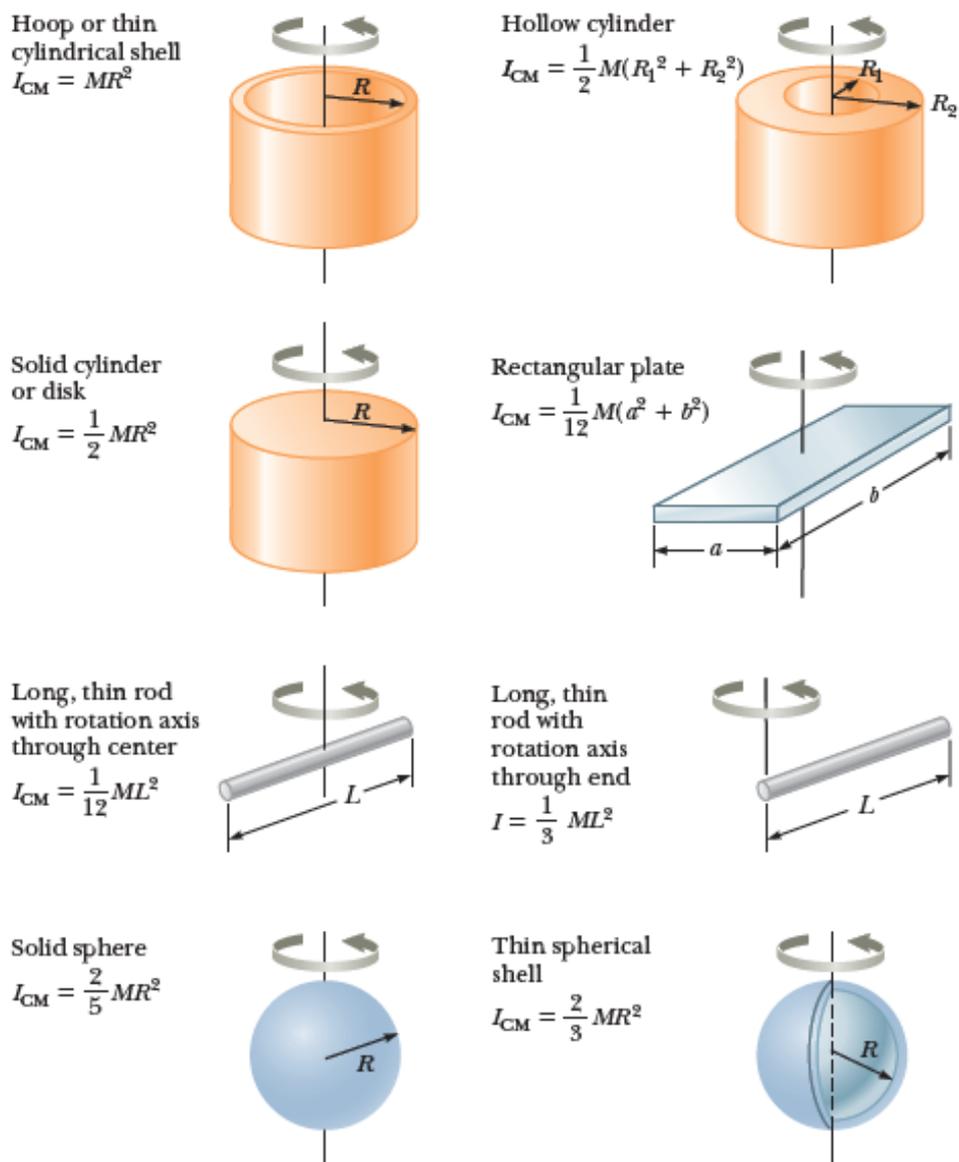
หากพิจารณาวัตถุแข็งเกร็งหลาย ๆ อัน จะได้โมเมนต์ความเฉื่อยรวมของวัตถุแข็งเกร็ง คือ

$$I = I_1 + I_2 + \dots$$

เมื่อ I_1, I_2, \dots เป็นโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุที่ 1, 2, ... ตามลำดับ ที่มีแกนหมุนอันเดียวกัน

ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงพื้นฐาน

โมเมนต์ความเฉื่อยจะมีค่าขึ้นกับมวลของอนุภาคที่รวมกันเป็นวัตถุก้อนนั้นและขึ้นกับระยะห่างจากมวลไปยังแกนหมุนถ้าแกนหมุนเปลี่ยนไปจะมีผลทำให้ลักษณะการหมุนและค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุเปลี่ยนไปด้วย ดังนั้นวัตถุชิ้นหนึ่งจึงมีโมเมนต์ความเฉื่อยได้หลายค่าขึ้นอยู่กับการเลือกแกนหมุน ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงพื้นฐานที่หมุนรอบแกนต่าง ๆ แสดงตามภาพที่ 2



ภาพที่ 2 ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็งรูปทรงต่างๆ

(Jr Raymond A. Serway and John W. Jewett, 2008)

การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของแท่งโลหะสี่เหลี่ยมผืนผ้า จากภาพที่ 2 เมื่อพิจารณาแท่งโลหะสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Rectangular plate) ที่มีมวล M มีความกว้าง a และมีความยาว b สามารถคำนวณค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของแท่งโลหะสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้จากสมการ (2-11)

$$I_{cm} = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2) \quad (2-11)$$

โดยที่ M คือ มวลของวัตถุ (kg)

I_{cm} คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)

a คือ ความกว้างของแท่งโลหะสี่เหลี่ยมผืนผ้า (m)

b คือ ความยาวของแท่งโลหะสี่เหลี่ยมผืนผ้า (m)

ทฤษฎีบทแกนขนาน (parallel axis theorem)

การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนใด ๆ จากผลรวมของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลกับผลคูณระหว่างมวลของวัตถุและกำลังสองของระยะจากแกนนั้น ๆ ถึงจุดศูนย์กลางมวล

$$I = MD^2 + I_{cm} \quad (2-12)$$

โดยที่ I คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนใด ๆ ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)

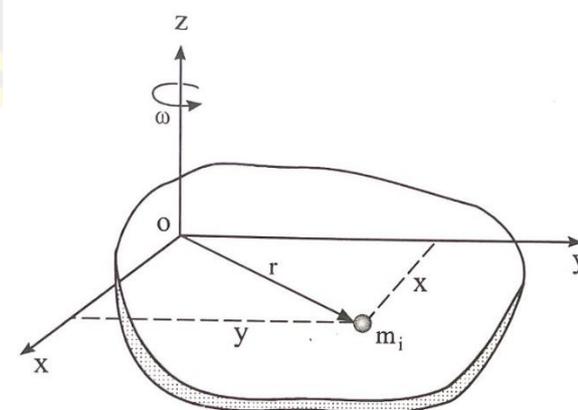
M คือ มวลของวัตถุ (kg)

I_{cm} คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)

D คือ ระยะทางจากแกนหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล (m)

ทฤษฎีบทแกนตั้งฉาก (Perpendicular Axis Theorem)

ในกรณีที่วัตถุมีรูปร่างเป็นแผ่นบาง ซึ่งมีมวลอยู่ในระนาบ xy ดังภาพที่ 3



ภาพที่ 3 วัตถุที่มีรูปร่างเป็นแผ่นบางวางในระนาบ xy

(พิเชษฐ ลีสุวรรณ, 2541)

กรณีวัตถุมีการกระจายตัวอย่างต่อเนื่องบนระนาบ xy ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน z หาได้จาก

$$I_z = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2) = \int (x^2 + y^2) \rho dV \quad (2-13)$$

ถ้าวัตถุหมุนรอบแกน x จะได้โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x เป็น

$$I_x = \int (y^2 + z^2) \rho dV \quad (2-14)$$

และถ้าวัตถุหมุนรอบแกน y จะได้โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน y เป็น

$$I_y = \int (x^2 + z^2) \rho dV \quad (2-15)$$

ในกรณีที่วัตถุเป็นแผ่นบาง จะได้แทนค่า $z=0$ ลงในสมการ (2-14) และ สมการ (2-15) จะได้

$$I_x = \int (y^2) \rho dV \quad (2-16)$$

และ

$$I_y = \int (x^2) \rho dV \quad (2-17)$$

ผลรวมของสมการ (2-16) กับ (2-17) ได้เป็น

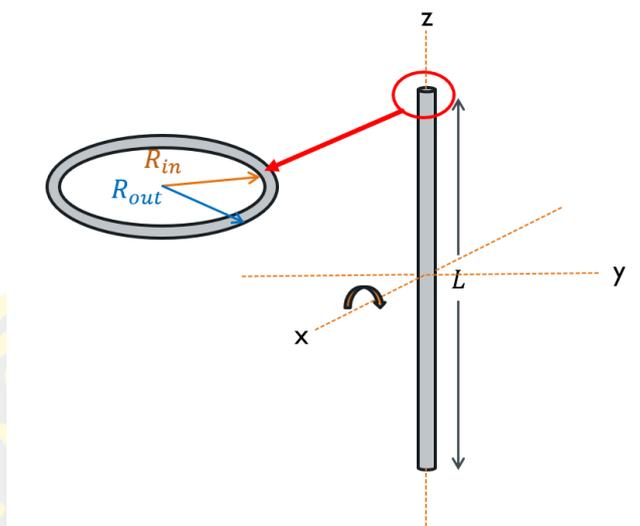
$$I_z = I_x + I_y \quad (2-18)$$

ได้ว่าสมการที่ (2-18) เป็นทฤษฎีของแกนตั้งฉาก คือ ผลรวมของโมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นวัตถุบางรอบแกน 2 แกน ซึ่งตั้งฉากกันและอยู่ในระนาบของแผ่นวัตถุ เท่ากับ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนซึ่งผ่านจุดตัดของแกนทั้งสองและตั้งฉากกับระนาบของแผ่นวัตถุ

การหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของท่อเหล็กกลวง

พิจารณาท่อโลหะทรงกลมกลวงมีความยาว L รัศมีภายในเป็น R_{in} และมีรัศมีภายนอกเป็น

R_{out} มีมวลรวมเป็น M และมีความหนาแน่นเชิงปริมาตรเป็น ρ ที่หมุนรอบแกน x ดังภาพที่ 4



ภาพที่ 4 ท่อโลหะทรงกลมกลวงมีความยาว L รัศมีภายในเป็น R_{in} และมีรัศมีภายนอกเป็น R_{out}

จากภาพที่ 4 ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกนที่ตั้งฉากกับท่อสามารถคำนวณได้จากนิยามของโมเมนต์ความเฉื่อย ดังสมการ (2-7) และพิจารณาองค์ประกอบมวล dm เราสามารถแบ่งท่อออกเป็นชั้นวงแหวนบาง ๆ ตามแนวแกน z โดยพิจารณาชั้นวงแหวนบางที่รัศมี r และความหนา dr มวลของวงแหวนบาง ๆ หาได้จาก

$$dm = \rho dV$$

โดยที่ ρ คือความหนาแน่นของมวล (kg/m^3)

dV คือปริมาตรของวงแหวนบาง ๆ

จะได้ปริมาตรของวงแหวนบาง ๆ ที่รัศมี r และความหนา dr มีค่าเป็น

$$dV = (2\pi r dr)$$

ดังนั้น มวลของวงแหวนบาง ๆ จะได้

$$dm = \rho(2\pi r dr) \quad (2-19)$$

แทนค่า dm ลงในสมการ (2-7) จะได้ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวงแหวนที่มีรัศมีภายในเป็น R_{in} และมีรัศมีภายนอกเป็น R_{out} ดังนี้

$$I = \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^2 \rho (2\pi r dr) L$$

$$I = 2\pi\rho L \int_{R_{in}}^{R_{out}} r^3 dr$$

$$I = 2\pi\rho L \left(\frac{R_{out}^4 - R_{in}^4}{4} \right) \quad (2-20)$$

และมวลทั้งหมดของท่อคือ

$$M = \rho\pi(R_{out}^2 - R_{in}^2)L$$

ดังนั้น

$$\rho = \frac{M}{\pi(R_{out}^2 - R_{in}^2)L} \quad (2-21)$$

แทนค่า ρ จากสมการ (2-21) ลงสมการ (2-20) จะได้

$$I = \frac{M}{4} (R_{out}^2 + R_{in}^2)$$

เนื่องจากท่อนี้มี ความยาว L ทำให้มวลกระจายตัวออกไปตามแนวแกน z และเนื่องจากการกระจายตัวของมวลโดยใช้ ทฤษฎีแกนขนาน (Parallel Axis Theorem) จะได้

$$I_{cm} = \frac{1}{12} M [3(R_{out}^2 + R_{in}^2) + L^2] \quad (2-22)$$

จากสมการที่ (2-22) กรณี $R_{in} \ll L$ และ $R_{out} \ll L$ จะได้ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของท่อเหล็กกลวยาว L ที่มีรัศมีภายในเป็น R_{in} และมีรัศมีภายนอกเป็น R_{out} ดังสมการ (2-23)

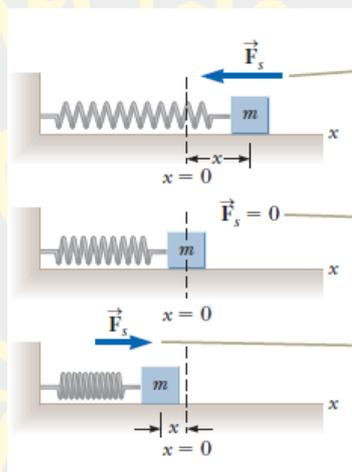
$$I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2 \quad (2-23)$$

การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย(Simple Harmonic Motion)

การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ในรายวิชาฟิสิกส์มีหลายเหตุการณ์ เช่น การสั่นของมวลติดสปริง การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย(simple pendulum) การแกว่งของลูกตุ้มฟิสิกัล (physical pendulum) และเงาของการเคลื่อนที่แบบวงกลม เป็นต้น เป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุที่ถูก

ปล่อยด้วยมุมเริ่มต้นที่มีค่าน้อย ๆ จากสมดุล เคลื่อนที่กลับไปกลับมาผ่านตำแหน่งสมดุล มีคาบการเคลื่อนที่และแอมพลิจูดที่คงที่เสมอ เนื่องจากวัตถุถูกกระทำด้วยแรงดึงกลับสู่สมดุล(restoring force) ตลอดเวลา โดยแรงนี้จะแปรผันตรงกับการกระจัดแต่มีทิศทางตรงข้ามกับการกระจัดตลอดเวลา ส่งผลให้ความเร็ว และความเร่งของการเคลื่อนที่เปลี่ยนแปลงตามเวลาด้วย

การเคลื่อนที่ของมวลติดสปริง



ภาพที่ 5 การเคลื่อนที่ของมวลติดสปริงบนพื้นที่ไม่มีความเสียดทาน
(Jr Raymond A. Serway and John W. Jewett, 2008)

การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายของวัตถุมวล m บนพื้นที่ไม่มีความเสียดทาน เมื่อตั้งวัตถุให้มีการกระจัด x ดังภาพที่ 5 จะมีแรง \vec{F} กระทำต่อวัตถุ เป็นไปตามกฎของฮุก (hooke's law) ดังนี้

$$\vec{F} = -k\vec{x} \quad (2-24)$$

โดยที่ \vec{F} คือ แรงดึงกลับในสปริง (N)

\vec{x} คือ การกระจัดของวัตถุจากตำแหน่งสมดุล (m)

k ค่านิจสปริง (N/m)

จากสมการที่ (2-24) แรงดึงกลับสู่สมดุลสำหรับการเคลื่อนที่ของมวลติดสปริง คือ แรงดึงในสปริง มีขนาดแปรผันโดยตรงกับการกระจัด และเครื่องหมายลบแสดงถึงแรงดึงกลับมีทิศทางตรงข้ามกับการกระจัดเสมอ

วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นไปตามกฎข้อที่สองของนิวตัน คือ

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (2-25)$$

แทนค่า \vec{F} จากสมการ (2-24) ลงในสมการ (2-25) จะได้

$$-kx = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

จัดรูปสมการใหม่เป็น

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (2-26)$$

ผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง จะได้

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi) \quad (2-27)$$

$$\text{เมื่อ} \quad \omega^2 = \frac{k}{m} \quad (2-28)$$

โดยที่ A = การกระจัดสูงสุดของการเคลื่อนที่ เรียกว่า แอมพลิจูด (m)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{คือ} \quad \text{อัตราเร็วเชิงมุมของวัตถุ(rad/s)}$$

$$f = \text{ความถี่ (s}^{-1}\text{)}$$

ดังนั้นคาบการเคลื่อนที่ของมวลติดสปริงเป็นดังสมการที่ (2-29)

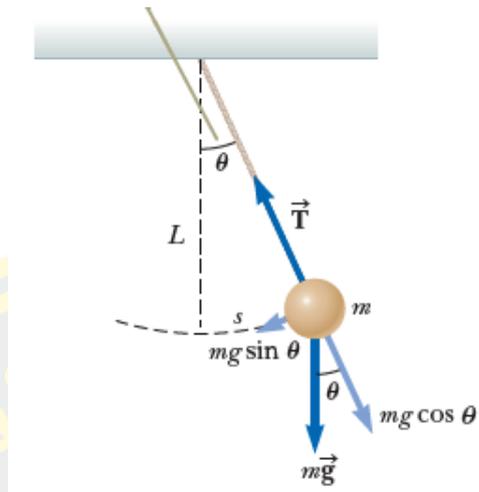
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2-29)$$

โดยที่ T คือ คาบของการเคลื่อนที่ (s)

m คือ มวลของวัตถุ (kg)

การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย

ลูกตุ้มมวล m ผูกเชือกยาว L ดึงออกจากสมดุด้วย แล้วปล่อยให้วัตถุจะเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย โดยมีแรง $-mgsin\theta$ เป็นแรงดึงกลับสู่สมดุ ดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 ลูกตุ้มอย่างง่าย
(Jr Raymond A. Serway and John W. Jewett, 2008)

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$-mg \sin \theta = m \frac{d^2 s}{dt^2} \quad (2-30)$$

จากภาพที่ 5 ได้ว่า $s = L\theta$ และจัดรูปสมการ ใหม่จะได้

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta$$

ถ้ามุมเริ่มต้น (θ) มีค่าน้อย ๆ ประมาณได้ว่า $\sin \theta \approx \theta$ จะได้

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta \quad (2-31)$$

ผลเฉลยของสมการได้ว่า

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega t + \phi) \quad (2-32)$$

โดยที่ θ_{max} คือ การกระจัดเชิงมุมสูงสุด (rad)

ω คือ อัตราเร็วเชิงมุม (rad/s)

เมื่อ
$$\omega^2 = \frac{g}{L} \quad (2-33)$$

ดังนั้น คาบของการเคลื่อนที่ลูกตุ้มอย่างง่าย คือ

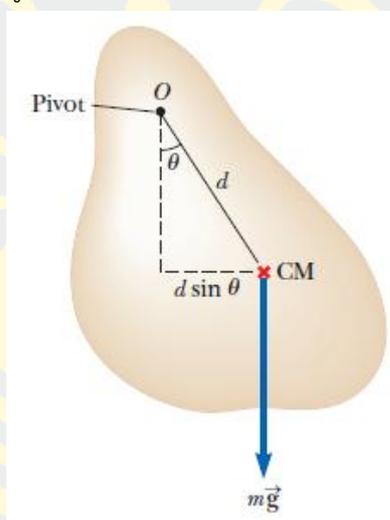
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (2-34)$$

โดยที่ L คือ ความยาวเชือกของลูกตุ้ม (m)

g คือ ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง เท่ากับ 9.81 เมตรต่อวินาที² (m/s²)

จากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการพิจารณาคาบของการเคลื่อนที่สำหรับวัตถุที่ถือได้ว่าเป็นจุด แต่ถ้าวัตถุมีขนาดและรูปร่าง เช่น ไม้เรียวยาว วัตถุทรงกระบอกตัน วัตถุทรงกระบอกกลวง เป็นต้น เราสามารถพิจารณาคาบของการเคลื่อนที่ของวัตถุดังกล่าวในรูปแบบการแกว่งของฟิสิกัลเพนดูลัม

การแกว่งของฟิสิกัลเพนดูลัม



ภาพที่ 7 ฟิสิกัลเพนดูลัม

(Jr Raymond A. Serway and John W. Jewett, 2008)

พิจารณาวัตถุแข็งเกร็ง ที่มีจุดหมุนอยู่ที่จุด O โดยจุดศูนย์กลางมวลมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะ d ดังภาพที่ 7 ขนาดของทอร์กลัพธ์ คือ $mgd\sin\theta$ วิเคราะห์ทอร์กลัพธ์ที่เกิดกับวัตถุโดยใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน จะได้

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha} \quad (2-35)$$

แทนค่าทอร์กลัพธ์ ลงสมการที่ (2-35) ได้

$$-mgd\sin\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2-36)$$

ถ้ามุมเริ่มต้น (θ) มีค่าน้อย ๆ ประมาณได้ว่า $\sin\theta \approx \theta$ และจัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{mgd}{I}\right)\theta \quad (2-37)$$

ผลเฉลยของสมการ (2-37) ได้ว่า

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega t + \phi) \quad (2-38)$$

เมื่อ
$$\omega^2 = \frac{mgd}{I} \quad (2-39)$$

ดังนั้น คาบของการเคลื่อนที่ของฟิสิกัลเพนดูลัม คือ

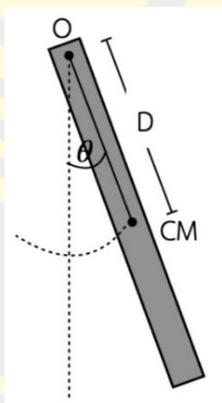
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (2-40)$$

โดยที่ I คือ ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของวัตถุแข็งเกร็ง (kg/m^2)

d คือ ระยะระหว่างจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ (m)

m คือ มวลของวัตถุ (kg)

คาบของการเคลื่อนที่ของฟิสิกัลเพนดูลัมเมื่อจุดหมุนไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล



ภาพที่ 8 ฟิสิกัลเพนดูลัมรูปแบบไม่เรียวยาว

พิจารณาวัตถุแข็งเกร็งลักษณะเรียวยาว L มีจุดศูนย์กลางมวล $C.M.$ มีจุดหมุน O อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวลเป็นระยะ D ซึ่งจุดหมุนนั้นไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ ดังภาพที่ 8 ถ้าทำการแกว่งวัตถุด้วยมุมน้อย ๆ และหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยโดยใช้ทฤษฎีบทแกนขนาน จะได้คาบของการเคลื่อนที่เป็น

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{CM} + mD^2}{mgD}} \quad (2-41)$$

โดยที่ T คือ คาบของการแกว่ง (s)

I_{CM} คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ (kg/m^2)

D คือ ระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล (m)

m คือ มวลของวัตถุ (kg)

อาร์ดูโน้(Arduino)

แผงควบคุมอาร์ดูโน้

Arduino อ่านว่า อาร์ดูอิโน้ หรือ อาร์ดูโน เป็นไมโครคอนโทรลเลอร์ขนาด 8 บิต อยู่ในตระกูล AVR ซึ่งเป็นตระกูลที่อยู่ในรูปแบบสมองกลฝังตัว(Embedded system) มีการพัฒนาให้ฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์เป็นแบบเปิดเผยข้อมูล(open source) ไม่มีลิขสิทธิ์ จึงทำให้เข้าถึงได้ง่าย เหมาะกับผู้เริ่มต้นใช้งาน โดย Arduino นั้นถูกออกแบบมาให้ใช้งานง่ายสามารถเชื่อมต่อคอมพิวเตอร์และ Interface ผ่าน USB ได้โดยตรง มีบอร์ดอุปกรณ์เชื่อมต่อเสริมหรือ Arduino Shield ที่หลากหลาย สะดวกต่อการพัฒนาเพราะคำสั่งไม่ซับซ้อนสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้หลากหลาย บอร์ด Arduino มีหลายรุ่น เช่น Arduino UNO R3, Arduino UNO SMD Arduino Nano 3.0 และ Arduino MEGA 2560R3 เป็นต้น ดังภาพที่ 9



Arduino UNO R3



Arduino UNO SMD



Arduino Nano 3.0

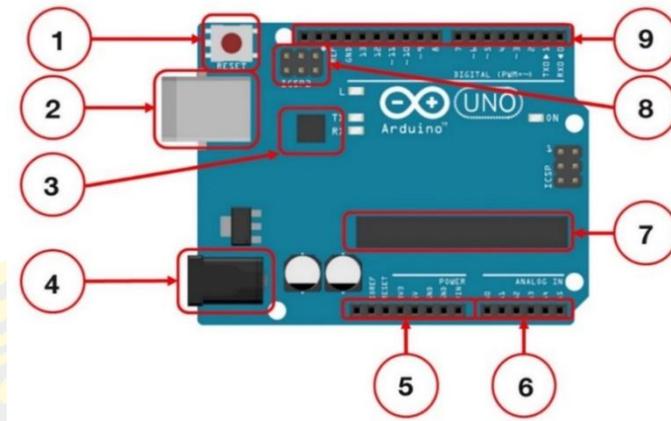


Arduino MEGA 2560R3

ภาพที่ 9 ตัวอย่างบอร์ด Arduino รุ่นต่างๆ
(arduino-makerzone, 2564)

ส่วนประกอบพื้นฐานของบอร์ด Arduino UNO R3

Arduino UNO R3 คือ ไมโครคอนโทรลเลอร์ ATmega328P ขนาด 8 บิต เป็นบอร์ดที่มีขาสัญญาณใช้งานเป็นดิจิตอลอินพุต/เอาต์พุต 14 ขา (D0-D13) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับการสั่งใช้งาน โดยมีขาสัญญาณแอนาล็อกอินพุต 6 ขา (A0-A5) และมีแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงขนาด 3.3 โวลต์ และ 5 โวลต์ เพื่อเชื่อมต่อไปใช้งาน ส่วนของแรงดันที่จ่ายให้กับบอร์ดจะอยู่ที่ 7-12 โวลต์ เป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงเช่นกัน และยังเป็นบอร์ดที่ได้รับความนิยมเนื่องจากใช้งานได้ง่าย ราคาไม่แพง และสามารถใช้งานร่วมกับอุปกรณ์เซนเซอร์ได้หลากหลายชนิดทำให้สามารถนำบอร์ดอาร์ดูโน้ไปประยุกต์ใช้ในงานประเภทต่าง ๆ ได้หลากหลาย



ภาพที่ 10 ส่วนประกอบพื้นฐานของบอร์ด Arduino UNO R3
(ประกาศ พุ่มพวง, 2561)

จากภาพที่ 10 แสดงส่วนประกอบและหน้าที่ของขาสัญญาณของบอร์ด Arduino UNO เบื้องต้น มีรายละเอียดดังนี้

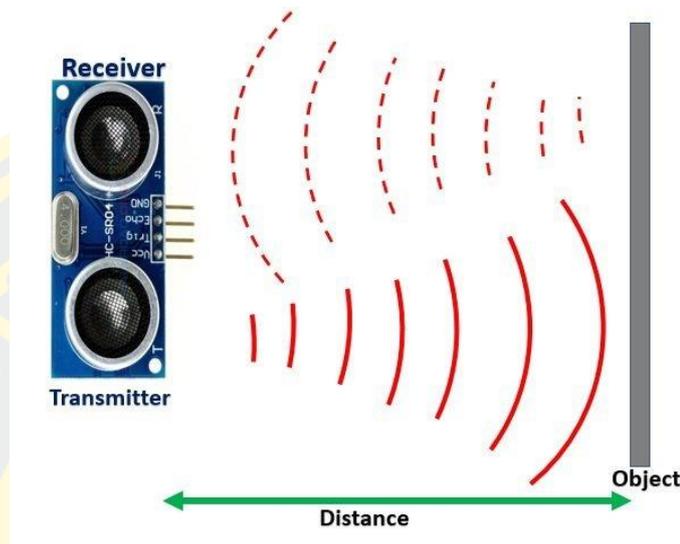
1. ปุ่มสำหรับรีเซ็ต
2. ช่องสำหรับเสียบสาย USB
3. ชิพไอซีไมโครคอนโทรลเลอร์ชนิด Atmega16U2
4. ช่องเสียบสำหรับแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง 7-12 โวลต์
5. ช่องเสียบขาสัญญาณแรงดันไฟฟ้ากระแสตรง 3.3 โวลต์, 5 โวลต์ และกราวด์(GND)
6. ช่องเสียบขาอินพุตสัญญาณแอนะล็อก(Analog)
7. ชิพไอซีไมโครคอนโทรลเลอร์ Atmega328
8. ขาพอร์ต ICSP สำหรับยูเอสบีอินเตอร์เฟส(USB interface)
9. ขาสัญญาณดิจิทัล(Digital) Input/Output 14 ขา และมีเอาต์พุต PWM 6 ขา คือ 3 5 6 9 10 และ 1

เซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก(Ultrasonic Sensor)

หลักการของเซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก

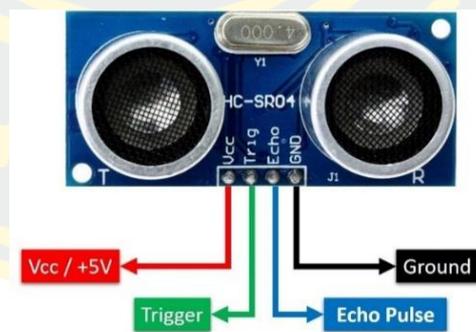
เซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก เป็นเซนเซอร์ที่อาศัยคลื่นความถี่สูง ซึ่งเป็นย่านที่มนุษย์ไม่สามารถได้ยิน โดยอาศัยหลักการส่งคลื่นไปกระทบกับผิววัตถุที่ระยะตั้งแต่ 2 - 400 เซนติเมตร ด้วยความแม่นยำ 0.3 เซนติเมตร ประกอบด้วยโมดูลตัวส่งและตัวรับแสดงได้ดังภาพที่ 11 โดยคลื่นเสียง

ส่วนมากจะสะท้อนกลับเมื่อเจอสิ่งกีดขวาง ช่วงเวลาที่คลื่นเสียงสะท้อนกลับมากจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะห่างระหว่างวัตถุกับเซนเซอร์ ทำให้เราสามารถหาระยะห่างของวัตถุได้



ภาพที่ 11 การทำงานของอัลตราโซนิกเซนเซอร์
(microcontrollerslab, 2566)

ขาเชื่อมต่อของเซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก



ภาพที่ 12 ขาเชื่อมต่อเซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก
(microcontrollerslab, 2566)

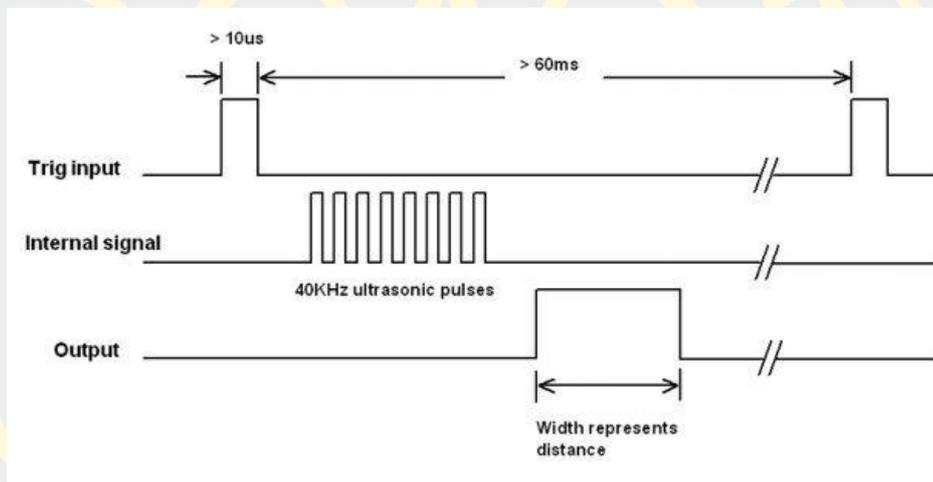
จากภาพที่ 12 เซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิกมีขาเชื่อมต่อสำหรับการใช้งานทั้งหมด 4 ขา ดังนี้

1. ขา Vcc/+5V ใช้จ่ายไฟเลี้ยง 5 โวลต์ ให้กับเซนเซอร์คลื่นอัลตราโซนิก
2. ขา GROUND (GND) ของเซนเซอร์ ทำการเชื่อมต่อขา GND กับขั้วกราวด์ของแหล่งจ่ายไฟ

3. ขา Trig เป็นขาอินพุต เมื่อส่งสัญญาณเข้าขา Trig ให้เซ็นเซอร์คลื่นอัลตราโซนิกเริ่มต้นการวัดระยะทางหรือระยะห่างจากเซ็นเซอร์ เราจะใช้พัลส์ 10 μ s กับขานี้

4. ขา Echo เป็นขาเอาต์พุต จะสร้างพัลส์เป็นเอาต์พุต ความกว้างของพัลส์หรือเวลาของพัลส์ขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างเซ็นเซอร์อัลตราโซนิกและสิ่งกีดขวางที่วางอยู่ด้านหน้าของเซ็นเซอร์ การวัดระยะด้วยคลื่นอัลตราโซนิก

เมื่อมีการส่งสัญญาณพัลส์สั้นๆ ประมาณ 10 μ s เข้าที่ขา Trig จากนั้นเซ็นเซอร์อัลตราโซนิกจะสร้างคลื่นความถี่ที่มนุษย์ไม่ได้ยิน(ประมาณความถี่ 40 KHz) ส่งออกไป 8 พัลส์ และหากมีสิ่งกีดขวางอยู่ข้างหน้าเซ็นเซอร์ คลื่นเหล่านี้จะสะท้อนกลับมา ที่ขา Echo จากนั้นจะให้สัญญาณออกมาโดยเปลี่ยนสถานะจากลอจิกต่ำ(ลอจิก 0) เป็นลอจิกสูง(ลอจิก 1) ดังภาพที่ 13 ซึ่งช่วงเวลาที่จะบันทึกลอจิก 1 นี้จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทางของวัตถุกับเซ็นเซอร์



ภาพที่ 13 การทำงานของอัลตราโซนิกเซ็นเซอร์
(microcontrollerslab, 2566)

ดังนั้นเราสามารถคำนวณหาระยะห่างระหว่างวัตถุกับเซ็นเซอร์ได้ ตามสมการ

$$S = v_{\text{เสียง}} \frac{t_{\text{ไป-กลับ}}}{2} \quad (2-42)$$

โดยที่ S คือ ระยะห่างระหว่างวัตถุกับเซ็นเซอร์(m)

$t_{\text{ไป-กลับ}}$ คือ เวลาที่คลื่นเสียงใช้ในการเดินทางขาไปและขากลับ(s)

$v_{\text{เสียง}}$ คือ อัตราเร็วของคลื่นเสียงในอากาศ(m/s)

โดยคลื่นอัลตราโซนิกจะเดินทางผ่านอากาศ ดังนั้นอัตราเร็วของคลื่นเสียงในอากาศขึ้นอยู่กับอุณหภูมิของอากาศในขณะนั้น สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$v_{\text{เสียง}} = 331 + 0.6t \quad (2-43)$$

โดยที่ t คือ อุณหภูมิของอากาศ (องศาเซลเซียส)

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาและค้นคว้าเพื่อหาข้อมูลในการสร้างชุดทดลองที่สามารถศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของฟิลิกลเพนดูลัม เพื่อให้ผลการวิจัยเป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาและค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้

(ปิ่นแก้ว กฤษแสงโชติและโชติ เนื่องนันท์, 2560) ออกแบบชุดทดลองฟิลิกลเพนดูลัมรูปทรงเรขาคณิตแบบแผ่นบาง ประกอบด้วยแผ่นอะคริลิกที่มีรูปทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ทดลองแกว่งวัตถุให้เคลื่อนที่ไปกลับแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ใช้นาฬิกาจับเวลาในการวัดค่าคาบเวลาของการแกว่ง แล้วคำนวณค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุรูปทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า สามเหลี่ยมมุมฉาก และสามเหลี่ยมหน้าจั่ว พบว่า ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่ได้จากการทดลอง มีค่าใกล้เคียงกับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่คำนวณได้จากทางทฤษฎี โดยมีความคลาดเคลื่อนต่ำกว่าร้อยละ 5 อีกทั้งยังสรุปได้ว่าตำแหน่งที่ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าเป็นสองเท่าของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลเป็นตำแหน่งที่คาบของการแกว่งมีค่าน้อยที่สุด โดยผลของการแกว่งจากการทดลองกับผลการคำนวณทางทฤษฎีมีความแตกต่างกันในระดับมีลิวินาที

(K L Cristiano. et al., 2019) ศึกษาการหาค่าแรงโน้มถ่วงและโมเมนต์ความเฉื่อยในเชิงวิเคราะห์และทดลองโดยใช้ฟิลิกลเพนดูลัมที่มีคานโลหะสม่ำเสมอมีจุดหมุนที่ปลาย มีมวลของระบบเป็นค่าคงที่ ทำการทดลองโดยแกว่งชุดทดลองที่มุมน้อย ๆ และติดแผ่นกลมบนคานโลหะในตำแหน่งที่แตกต่างกัน วัดคาบของการแกว่งโดยนาฬิกาจับเวลา พบว่า เมื่อระยะห่างจากจุดหมุนของแผ่นกลมมากขึ้นส่งผลให้คาบการเคลื่อนที่เพิ่มขึ้น ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงที่วิเคราะห์ได้จากการทดลอง มีค่าเท่ากับ 9.53 เมตรต่อวินาทีกำลังสอง ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลเท่ากับ 0.42 กิโลกรัมเมตรต่อวินาทีกำลังสอง มีความคลาดเคลื่อนร้อยละ 2.85 และ 4.54 ตามลำดับ

(Unofre Pili & Renante Violanda, 2019) ได้ออกแบบการทดลองเพื่อหาค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของลูกตุ้มอย่างง่ายโดยใช้เซนเซอร์อัลตราโซนิกและอาคูโน้ อูโน้ บอร์ด โดยใช้หลักการสะท้อนของเสียงและเขียนคำสั่งในการตรวจจับระยะทางของลูกตุ้มซึ่งเป็นผิวสะท้อนและใช้ไมโครซอฟท์ เอ็กซ์เซล ในการวิเคราะห์คาบของการแกว่ง พบว่า ลูกตุ้มอย่างง่ายที่มีความยาวขาแขือกมากที่สุดจะมีคาบการแกว่งนานที่สุด และความสัมพันธ์ระหว่างคาบกำลังสองกับความยาวขาแขือกมีแนวโน้มเชิงเส้นสามารถวิเคราะห์ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงได้เท่ากับ 9.82 เมตรต่อวินาทีกำลังสอง ซึ่งมีค่าสอดคล้องกับค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎีโดยมีความคลาดเคลื่อนร้อยละ 0.40

(Kotchakorn Mangmee Jiraporn Poonyawatpornkul, Onuma Methakeson, 2022) ได้สร้างอุปกรณ์ทดลองเพื่อศึกษาการแกว่งของลูกตุ้มวงแหวนแบบเต็มและวงแหวนบางส่วนที่ถูกตัด ซึ่งมีมวลแตกต่างกัน แต่มีรัศมีความโค้งเท่ากันโดยใช้กล้องวิดีโออัตราเร็วสูง ในการเก็บผลการทดลอง และใช้โปรแกรมแทรกเกอร์ในการวิเคราะห์ผล พบว่า ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยที่ได้จากการทดลองมีความสอดคล้องกับค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎี โดยมีความคลาดเคลื่อนต่ำกว่าร้อยละ 5 ทุกการทดลอง ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงจากการทดลองได้เท่ากับ 9.77 เมตรต่อวินาทีกำลังสอง ซึ่งมีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ที่ร้อยละ 0.31 วงแหวนที่มีรัศมีความโค้งเท่ากันจะมีคาบของการแกว่งเท่ากัน โดยมีความแตกต่างกันเพียงร้อยละ 1.38 เนื่องจากคาบของการแกว่งจะขึ้นกับรัศมีความโค้งของวงแหวนโดยวงแหวนที่มีรัศมีความโค้งมากกว่าจะมีคาบของการแกว่งที่มากกว่า

(S Methet & N Chattrapiban & P Wattanakasiwich, 2023) ได้ทำการทดลองเพื่อศึกษาการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่ายเพื่อหาค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงโดยใช้ Ultrasonic sensor และ Arduino Uno board ในการวิเคราะห์คาบการเคลื่อนที่ของวัตถุพบว่าค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงที่ได้จากการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับค่ามาตรฐานโดยมีความแตกต่างกันประมาณร้อยละ 1 และได้มีการศึกษาคาบการแกว่งของวัตถุที่มีรูปร่างที่แตกต่างกันพบว่า รูปร่างของวัตถุไม่ส่งผลต่อคาบของการแกว่งและค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการสร้างชุดทดลองสำหรับการศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมอย่างง่าย เพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของฟิสิกส์เพนดูลัมอย่างง่ายและศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมอย่างง่ายจากชุดทดลองที่สร้างขึ้น โดยมีรายละเอียดและขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย ดังต่อไปนี้

อุปกรณ์และเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1. ท่อเหล็กทรงกลมกลวงมีรัศมีภายใน (R_{in}) 0.868 เซนติเมตร รัศมีภายนอก (R_{out}) 1.03 เซนติเมตร มีความยาว(L) 100 เซนติเมตร และมีมวล(M) 0.568 กิโลกรัม โดยเจาะรูทุกๆ 5.00 เซนติเมตร วัดจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล (Center of Mass; C.M.) ดังภาพที่ 14 (ก)

2. แท่งอะลูมิเนียมสี่เหลี่ยมผืนผ้า มีความกว้าง(a) 3.704 เซนติเมตร ยาว(b) 80.00 เซนติเมตร และมีมวล(M) 0.529 กิโลกรัม โดยเจาะรูทุกๆ 5 เซนติเมตร วัดจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล(C.M.) ดังภาพที่ 14 (ข)



(ก)



(ข)

ภาพที่ 14 วัตถุที่ใช้เป็นฟิสิกส์เพนดูลัม (ก) ท่อเหล็กกลวงยาว 100.00 เซนติเมตร

(ข) แท่งอะลูมิเนียมสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว 80.00 เซนติเมตร

1. แผ่นกระดาษแข็งขนาด 2.00x1.50 ตารางเซนติเมตร สำหรับติดปลายฟิสิกส์เพนดูลัมเพื่อการตรวจจับของเซนเซอร์

2. ไม้บรรทัด

3. ขาตั้ง พร้อมที่ยึดจับและแกนหมุน

4. คอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊ก

5. เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04

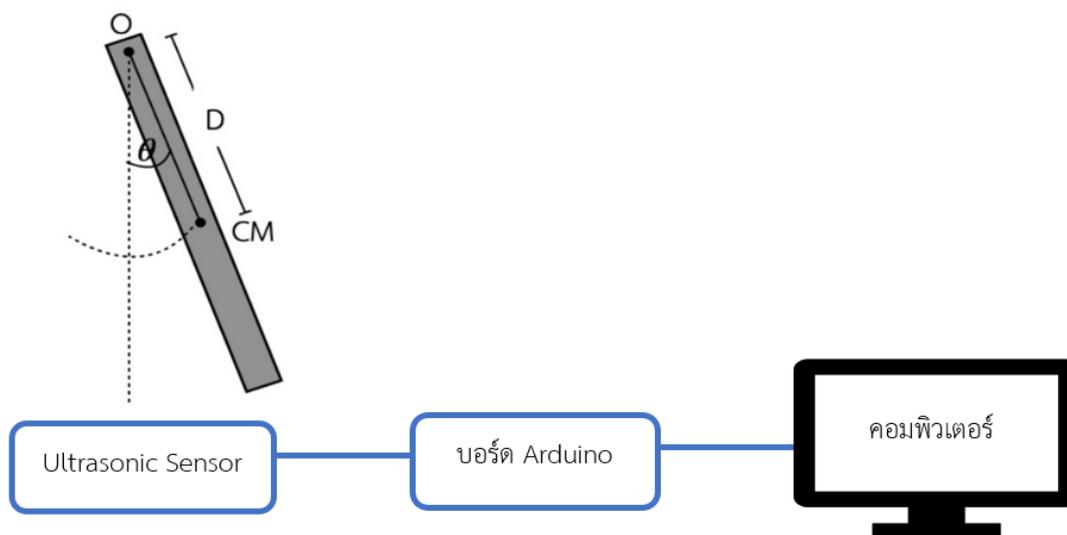
6. แผงวงจร Arduino
7. ซอฟต์แวร์ Arduino
8. Exel add-in Data Streamer

การออกแบบและสร้างชุดทดลองเป็นการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทดลองการหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของฟิสิกัลเพนดูลัมอย่างง่าย โดยจะนำชุดทดลองไปวัดคาบของการเคลื่อนที่ของฟิสิกัลเพนดูลัมอย่างง่าย จากนั้นนำค่าคาบที่ได้ไปคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่ได้จากการทดลอง เพื่อเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎีโดยมีขั้นตอนดังนี้

การสร้างชุดทดลอง

1. ท่อเหล็กทรงกลมกลวงยาว 100.00 เซนติเมตร เจาะรูห่างจากจุดศูนย์กลางมวล(D)ที่ระยะ 10.00, 15.00, 20.00, 25.00 และ 30.00 เซนติเมตร
2. แท่งอะลูมิเนียมแผ่นผ้ายาว 80.00 เซนติเมตร เจาะรูห่างจากจุดศูนย์กลางมวล(D)ที่ระยะ 13.80, 18.80, 23.90, 28.90 และ 33.80 เซนติเมตร

ชุดทดลองจะถูกเจาะรูตามระยะห่างข้างต้นเพื่อใช้เป็นจุดหมุนของการแกว่งวัตถุที่เคลื่อนที่แบบฟิสิกัลเพนดูลัมอย่างง่ายและจะใช้เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 ในการตรวจจับระยะห่างร่วมกับการประมวลผ่านแผงควบคุมวงจรไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino UNO เพื่อวัดการแกว่งของฟิสิกัลเพนดูลัม โดยเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 จะถูกวางไว้ใต้ฟิสิกัลเพนดูลัมและข้อมูลระยะห่างและเวลาที่เซนเซอร์ตรวจจับได้จะถูกส่งเข้าสู่คอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊กแบบเวลาจริง(real time) ผ่านโปรแกรมส่วนเสริม Data streamer ใน Microsoft excel แสดงดังภาพที่ 15

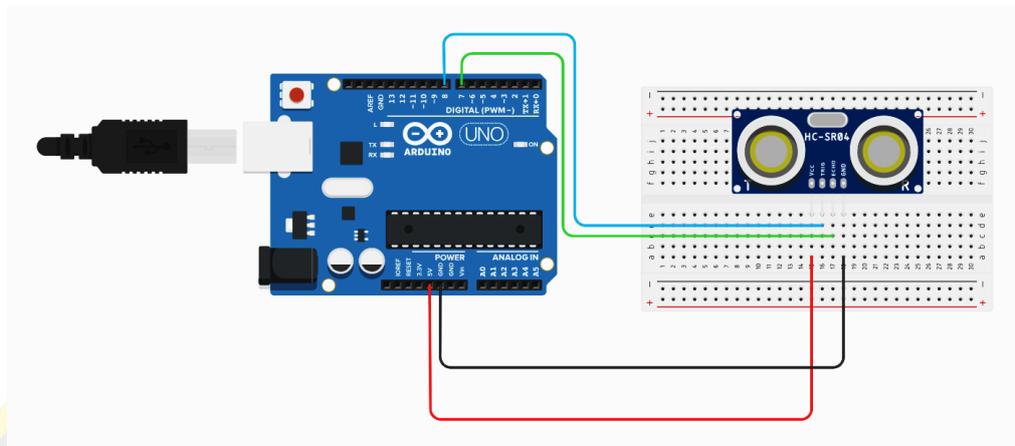


ภาพที่ 15 แผนภาพแสดงชุดการทดลอง

การเขียนคำสั่งและทดสอบการทำงานของชุดทดลอง

การเขียนคำสั่งและทดสอบการทำงานของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 และแผงวงจร Arduino สำหรับการวัดระยะการแกว่งของฟิสิกัลเพนดูลัม มีขั้นตอนดังนี้

1. ติดตั้งซอฟต์แวร์ Arduino บนคอมพิวเตอร์ พร้อมต่อสาย USB จากแผงวงจร Arduino เข้ากับเครื่องคอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊กเพื่อเชื่อมต่อการทำงาน โดยการเลือก Tool > Board > Arduino Uno และเลือก Port > COM4
2. เขียนชุดคำสั่งของการใช้เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 ร่วมกับแผงวงจร Arduino เพื่อวัดการแกว่งของฟิสิกัลเพนดูลัม
3. การเชื่อมต่อเซนเซอร์เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 กับแผงควบคุมวงจร Arduino
 - 3.1 ต่อขา Echo ของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 กับช่องดิจิตอลขาออก หมายเลข 7 ของแผงวงจร Arduino
 - 3.2 ต่อขา Trig Echo ของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 กับช่องดิจิตอลขาออก หมายเลข 8 ของแผงวงจร Arduino
 - 3.3 ใช้แหล่งจ่ายไฟเลี้ยง 5 V ต่อกับขา V_{CC} ของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04
 - 3.4 ใช้ช่อง GND บนแผงวงจร Arduino ต่อกับขา GND ของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 ดังแสดงในภาพที่ 16



ภาพที่ 16 การเชื่อมต่อขาของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 กับแผงวงจร Arduino

4. ทดลองใช้ชุดคำสั่ง บน Arduino แล้ว upload และ verify โดยการทดสอบเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 โดยนำแผ่นกระดาษแข็งติดใต้ท่ออะลูมิเนียม สำหรับทดสอบที่ระยะ 1.00, 2.00, 3.00, 4.00, 5.00, 10.00, 15.00, 20.00 และ 25.00 เซนติเมตร ตามลำดับ เพื่อหาค่าความแม่นยำของการวัด ทำซ้ำ 10 ครั้ง และนำระยะที่วัดได้มาหาค่าเฉลี่ย

5. นำผลที่ได้จากการวัดจากเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 เปรียบเทียบกับค่าที่วัดได้จากไม้บรรทัด จากนั้นคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อน ดังนี้
ค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์(relative error)

$$\text{Relative error} = \left| \frac{x_m - x_T}{x_T} \right|$$

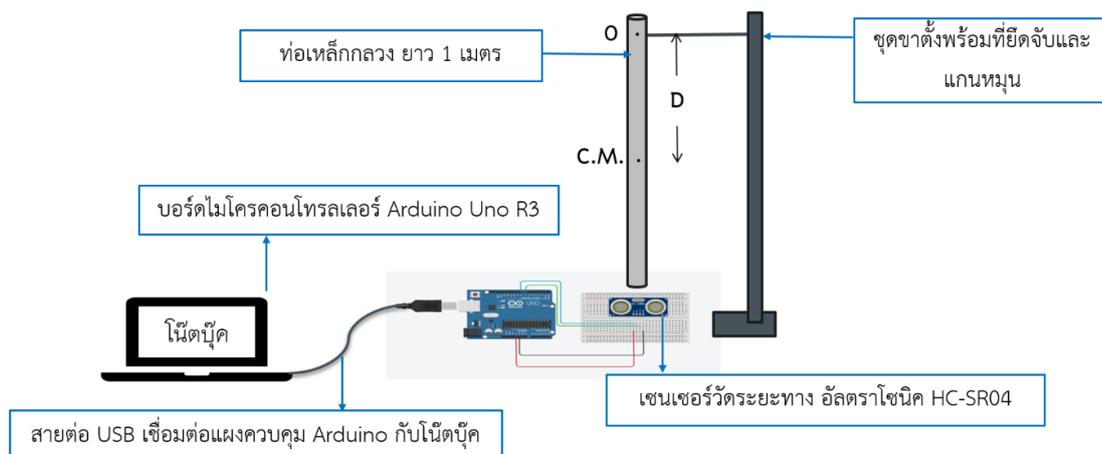
$$\% \text{Relative error} = \text{Relative error} \times 100\% \quad (3-1)$$

โดย x_T คือ ระยะจริงที่วัดได้จากไม้บรรทัด (True value)

x_m คือ ระยะจากการวัดด้วยเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 (Measured value)

การวัดค่าคาบเวลาเพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจากชุดทดลองที่สร้างขึ้น การติดตั้งอุปกรณ์และเครื่องมือวัด

1. ติดตั้งอุปกรณ์และเครื่องมือวัด โดยแขวนท่อเหล็กกลวง ยาว 100.00 เซนติเมตร กับแกนหมุนที่ถูกยึดไว้ โดยทำการทดลองที่จุดหมุนห่างจากจุดศูนย์กลางมวลเริ่มต้นที่ระยะ 10.00 เซนติเมตร ดังภาพที่ 17

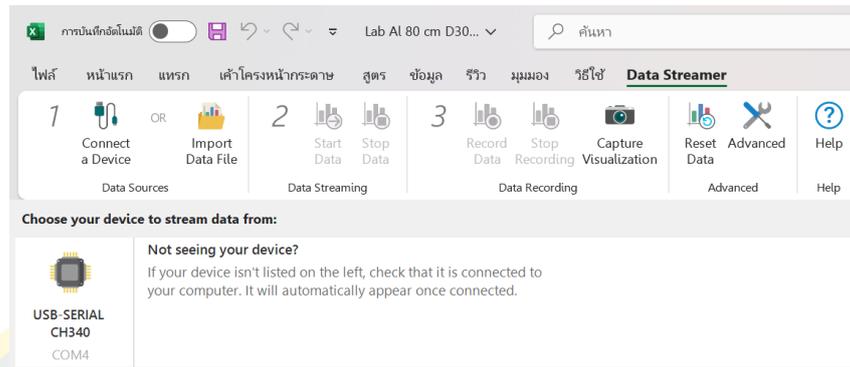


ภาพที่ 17 แผนภาพแสดงการติดตั้งอุปกรณ์การทดลอง

2. ต่อสาย USB จากแผงวงจร Arduino เข้ากับเครื่องคอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊ก เพื่อเชื่อมต่อการทำงานกับโปรแกรม Arduino พร้อม Upload ชุดคำสั่งลงแผงวงจร Arduino ให้เรียบร้อย

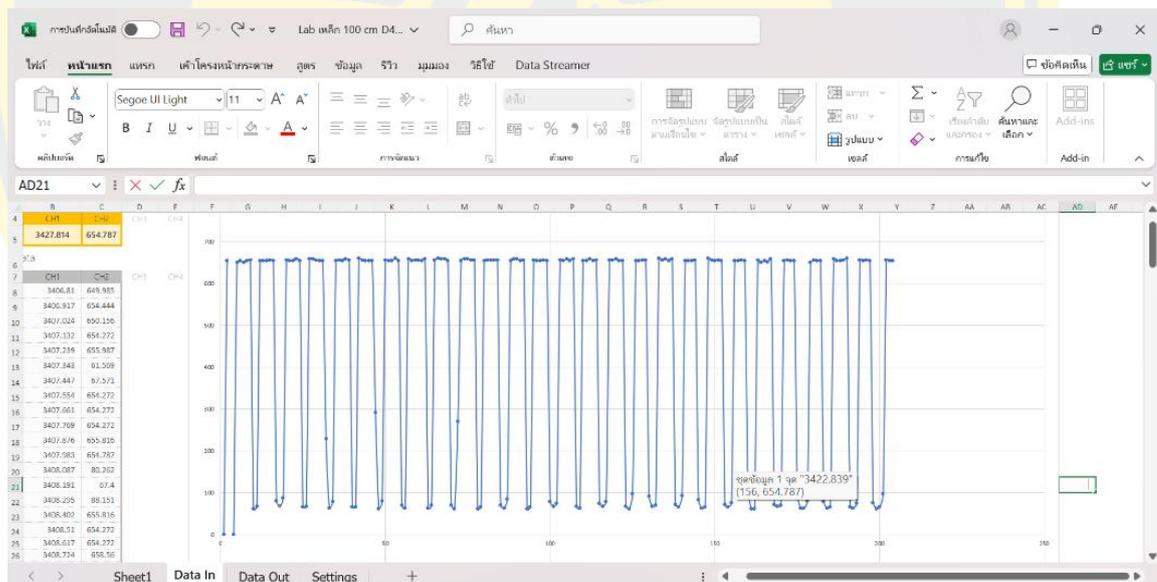
3. ติดตั้งโปรแกรม Data Streamer ในเครื่องคอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊ก โปรแกรมจะปรากฏใน Add-in ของ Microsoft Excel

4. เปิดโปรแกรม Data Streamer เลือกแถบคำสั่ง Data Streamer กด Connect a Device แล้วเลือก port ที่ตรงกับโปรแกรม Arduino จากนั้นกด Start Data เพื่อรับข้อมูลเข้าสู่โปรแกรม Microsoft excel ดังภาพที่ 18



ภาพที่ 18 แถบเครื่องมือ Data streamer เพื่อรับข้อมูลเข้าสู่โปรแกรม Microsoft excel

5. เลือกแถบ Sheet Data In เลือกข้อมูลเวลาที่แสดงในช่อง CH 1 และข้อมูลระยะทางในช่อง CH2 กดแถบคำสั่งแทรก แล้วเลือกแผนภูมิกระจายที่มีเส้นเรียบและตัวแสดงข้อมูล ข้อมูลระยะทางจะถูกแสดงแบบเวลาจริง ดังภาพที่ 19



ภาพที่ 19 แผนภูมิกระจายที่มีเส้นเรียบและตัวแสดงข้อมูล

วิธีการทดลอง

1. แขนงท่อเหล็กกลวงที่เจาะรูโดยใช้จุดแขนงที่ระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมวลที่ระยะ 10.00 เซนติเมตร เป็นจุดแขนง โดยควบคุมระยะห่างระหว่างเซนเซอร์อัลตราโซนิกห่างจากปลายท่อเหล็กกลวงที่ระยะ 5.00 เซนติเมตร

2. บันทึกระยะ D ซึ่งวัดจากจุดแขวนถึงจุดศูนย์กลางมวลของท่อ จากนั้นทำการแกว่งท่อด้วยมุมน้อยๆ ข้อมูลการแกว่งของฟิลิแกลเพนดูลัมจะปรากฏบนกราฟที่จัดทำในการติดตั้งอุปกรณ์และเครื่องมือวัดในข้อ 5. ดังภาพที่ 19

3. หาค่าคาบ(T) โดยการเลือกจุดที่มีระยะต่ำสุดบนกราฟที่ระยะห่างกัน 2 ช่วงจุดซึ่งนับเป็นหนึ่งในห้ามาหาผลต่างของเวลา จำนวน 5 รอบของการแกว่ง และนำผลต่างของเวลามาหาค่าคาบ(T) (หรือพิจารณาได้จากช่วงเวลาที่วัตถุใช้ในการผ่านตำแหน่งสมดุลครั้งที่ 1 ถึงครั้งที่ 3)

4. ทำการทดลองของท่อเหล็กกลวง ซ้ำอีก 2 ครั้ง และนำค่าคาบที่ได้มาหาค่าคาบเฉลี่ย(\bar{T})

5. ทำการทดลองตามข้อ 1. ถึง ข้อ 4 โดยการเปลี่ยนจุดหมุนของการแกว่งห่างจากจุดศูนย์กลางมวลเป็น 15.00, 20.00, 25.00 และ 30.00 เซนติเมตร ตามลำดับ

6. เปลี่ยนท่อเหล็กกลวงเป็นแท่งอะลูมิเนียมสี่เหลี่ยมผืนผ้า ทำการทดลองตามข้อ 1. ถึงข้อ

5. สำหรับแผ่นอะลูมิเนียมนี้ จะใช้ระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล(D)เป็น 13.90, 18.80, 23.90, 28.90 และ 33.80 เซนติเมตร ตามลำดับ

7. เขียนกราฟความสัมพันธ์โดยให้ $\frac{mgDT^2}{4\pi^2}$ เป็นแกนตั้ง และ mD^2 เป็นแกนนอนโดยไม่ต้องย่อกราฟ และหาค่าจุดตัดแกน y (c) โดย $c = I_{cm}$ ของท่อเหล็กกลวงและแท่งอะลูมิเนียมผืนผ้า

8. คำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของท่อเหล็กกลวงและแผ่นอะลูมิเนียมจากการทดลอง $I_{cm,ทดลอง} = c$ และคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของท่อเหล็กกลวงจากการคำนวณทางทฤษฎี โดยใช้สมการ (2-23) และ คำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของแผ่นอะลูมิเนียมจากการคำนวณทางทฤษฎี โดยใช้สมการ (2-11) และวิเคราะห์ค่าร้อยละความคลาดเคลื่อนโดยใช้สมการ (3-1)

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการออกแบบและสร้างชุดการทดลองเพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิลิ์กัลเพนดูลัมโดยใช้เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 ตรวจสอบการเคลื่อนที่ของฟิลิ์กัลเพนดูลัมและประมวลผลร่วมกับบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ Arduino UNO ผู้วิจัยได้ดำเนินการออกแบบและสร้างชุดทดลองได้ผลการวิจัย ดังนี้

ผลการทดสอบการทำงานของเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 และแผงวงจร Arduino สำหรับการวัดระยะการแกว่งของฟิลิ์กัลเพนดูลัม

จากการเขียนชุดคำสั่งสำหรับตรวจสอบการเคลื่อนที่ เมื่อทำการทดสอบคำสั่งด้วยการวัดระยะห่างในระยะต่างๆ โดยการใช้กระดาษแข็งติดใต้ท่อเหล็กกวางในการกำหนดขอบเขตของการวัดระยะห่างของเซนเซอร์ ซึ่งการวัดระยะห่างจะอยู่ที่ 1.00, 2.00, 3.00, 4.00, 5.00, 10.00, 15.00, 20.00 และ 25.00 เซนติเมตร เพื่อตรวจสอบความแม่นยำของการวัดระยะห่างผลการทดลองจะถูกบันทึกในตารางที่ 1

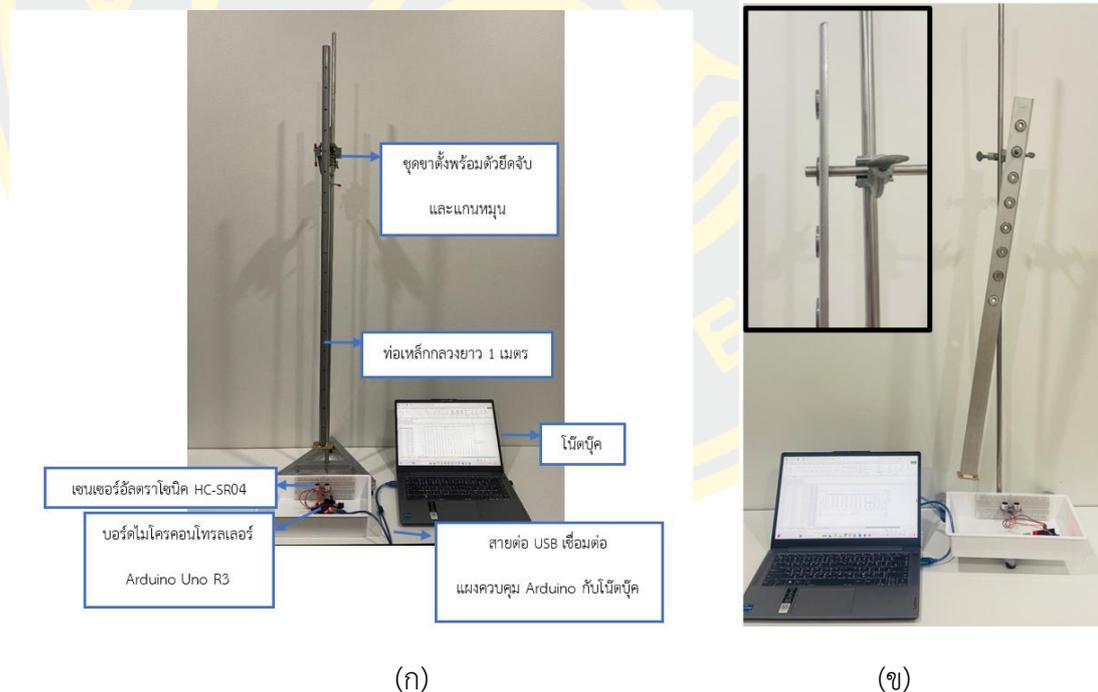
ตารางที่ 1 ระยะเฉลี่ยที่วัดจากเซนเซอร์เปรียบเทียบกับระยะจริงที่วัดได้จากไม้บรรทัด

ระยะจริงวัดโดยไม้บรรทัด (เซนติเมตร)	ระยะเฉลี่ยที่วัดจากเซนเซอร์ (เซนติเมตร)	ร้อยละความคลาดเคลื่อน (เปอร์เซ็นต์)
1.00	N/A	N/A
2.00	2.86	38.00
3.00	3.54	18.00
4.00	3.71	7.25
5.00	4.95	1.00
10.00	9.98	0.20
15.00	14.96	0.27
20.00	19.97	0.15
25.00	24.96	0.16

จากตารางที่ 1 พบว่าขอบเขตของเซนเซอร์ HC-SR04 ที่ใช้ร่วมกับแผงควบคุม Arduino สามารถวัดระยะได้แม่นยำได้ในช่วง 5.00 – 25.00 เซนติเมตร โดยมีร้อยละความคลาดเคลื่อนของระยะอยู่ที่ 0.16 – 1.00 เปอร์เซ็นต์ ในส่วนของระยะที่ต่ำกว่า 5.00 เซนติเมตร จะให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่มากกว่า 5.00 เปอร์เซ็นต์ และที่ระยะ 1.00 เซนติเมตร พบว่า เซนเซอร์ HC-SR04 ที่ใช้ร่วมกับแผงควบคุม Arduino ไม่สามารถตรวจจับระยะได้ ดังนั้น ในการทดลองการศึกษาการแกว่งของฟิลิ์กล้วนเพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล จึงจะทำการติดตั้งให้เซนเซอร์ HC-SR04 มีระยะห่างจากปลายของฟิลิ์กล้วนที่ระยะ 5.00 เซนติเมตร

ผลการทดลองการศึกษาการแกว่งของฟิลิ์กล้วน

จากการทดลองการแกว่งของฟิลิ์กล้วน โดยใช้ท่อเหล็กกลวงยาว 100.00 เซนติเมตร และแท่งอะลูมิเนียมบางทรงสี่เหลี่ยมผืนผ้า ยาว 80.00 เซนติเมตร โดยมุมในการแกว่งมีค่าน้อยๆและใช้เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 ในการตรวจจับการเคลื่อนที่และประมวลผลร่วมกับบอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์อาดูโน่ โดยตัวอย่างชุดทดลองที่ได้ แสดงดังภาพที่ 20



ภาพที่ 20 ตัวอย่างชุดทดลองการแกว่งของฟิลิ์กล้วน

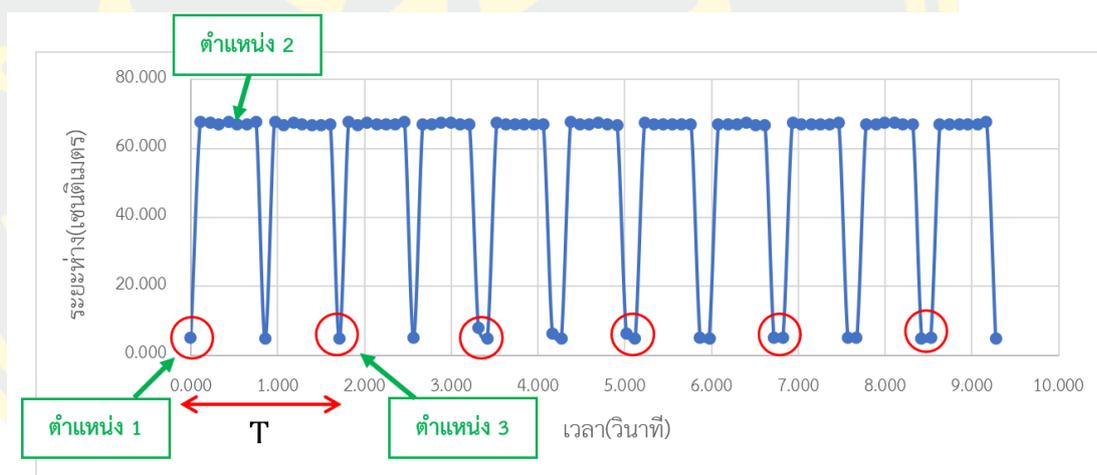
(ก) การใช้ท่อเหล็กทรงกลมกลวงเป็นฟิลิ์กล้วน

(ข) การใช้แท่งอะลูมิเนียมเป็นฟิลิ์กล้วน

จากภาพที่ 20 (ก) ตัวอย่างชุดทดลองการแกว่งโดยใช้ท่อเหล็กทรงกลมกลวงเป็นฟิสิกัลเพนดูลัม และภาพที่ 20 (ข) ตัวอย่างชุดทดลองการแกว่งโดยใช้แท่งอะลูมิเนียมสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นฟิสิกัลเพนดูลัม โดยการทดลองจะทำการแกว่งด้วยมุมเริ่มต้นที่มีค่าเป็น 10 องศา เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 จะถูกวางไว้ได้ฟิสิกัลเพนดูลัมในระยะ 5.00 เซนติเมตร เพื่อตรวจจับค่าระยะห่างระหว่างเซนเซอร์และปลายท่อเหล็กกลวงในหน่วยเซนติเมตร(cm)และค่าเวลาในหน่วยวินาที(s)จากนั้นทำการเปลี่ยนระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล(D)ที่แตกต่างกันและนำค่าเวลาที่เซนเซอร์ตรวจจับได้ประมวลเป็นค่าคาบเวลาของการเคลื่อนที่ แสดงผลดังนี้

ผลการทดลองการแกว่งของท่อเหล็กกลวง

จากการแกว่งท่อเหล็กกลวงยาว 100.00 เซนติเมตร โดยมุมในการแกว่งมีค่าเป็น 10 องศา ได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างของปลายท่อเหล็กกลวงและเซนเซอร์อัลตราโซนิก ตัวอย่างเช่น ภาพที่ 21



ภาพที่ 21 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างของปลายท่อเหล็กกลวงและเซนเซอร์อัลตราโซนิกกับเวลา ที่ระยะ $D = 15$ cm

จากภาพที่ 21 พบว่าเมื่อท่อเหล็กกลวงวางตัวอยู่ในแนวตั้งขณะนั้นท่อเหล็กกลวงเคลื่อนที่ผ่านเซนเซอร์อัลตราโซนิกในตำแหน่งสมดุลระยะห่างระหว่างปลายท่อกับเซนเซอร์อัลตราโซนิกจะมีค่าต่ำสุด(ตำแหน่ง 1) เมื่อท่อแกว่งไปปลายสุดค่าระยะห่างที่เซนเซอร์อัลตราโซนิกตรวจจับได้จะเป็นค่าสูงสุด(ตำแหน่ง 2) เนื่องจากเซนเซอร์ตรวจจับท่อเหล็กกลวงปลายบนสุด และท่อเหล็กกลวงจะแกว่งครบหนึ่งรอบเมื่อแกว่งผ่านตำแหน่งสมดุลครั้งที่ 3 (ตำแหน่ง 3) ดังนั้นค่าคาบเวลาของการแกว่ง

จึงคำนวณได้จากผลต่างของเวลาที่ตำแหน่งที่ 3 ลบด้วยเวลาที่ตำแหน่งที่ 1 โดยค่าคาบเวลาจากการทดลองในงานวิจัยนี้จะพิจารณาการแกว่งของท่อहारобการเคลื่อนที่จากนั้นคำนวณค่าคาบเวลาเฉลี่ยของการทดลองครั้งที่ 1 บันทึกเป็น $T_{1, \text{เฉลี่ย}}$ จากนั้นทำการทดลองซ้ำอีก 2 ครั้ง บันทึกเป็น $T_{2, \text{เฉลี่ย}}$ และ $T_{3, \text{เฉลี่ย}}$ จากนั้นทำการคำนวณค่าคาบเวลาเฉลี่ย ($T_{\text{เฉลี่ย}}$) ของการทดลองซ้ำ แสดงได้ดังตารางที่ 2 ตารางที่ 2 ค่าคาบเวลาของท่อเหล็กกลวง ณ ตำแหน่งแกนหมุนห่างจากจุดศูนย์กลางมวลเป็นระยะ 15.00 เซนติเมตร

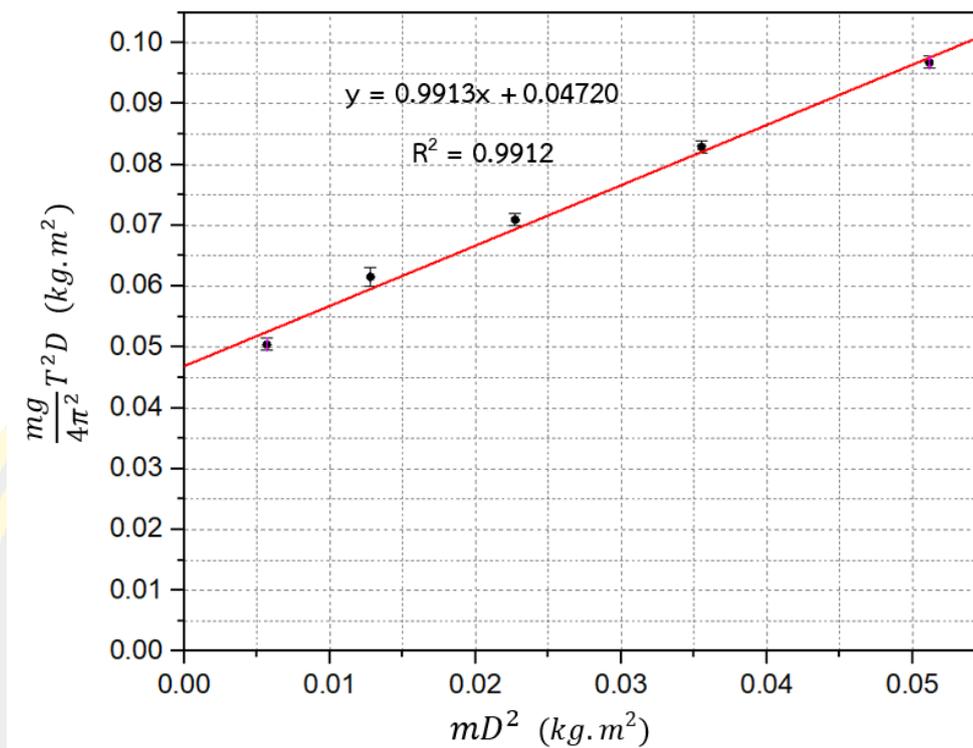
จุดที่	ครั้งที่ 1		ครั้งที่ 2		ครั้งที่ 3		คาบเวลาเฉลี่ย; $T_{\text{เฉลี่ย}}$ (วินาที)
	เวลา (วินาที)	คาบ ; T_1 (วินาที)	เวลา (วินาที)	คาบ ; T_2 (วินาที)	เวลา (วินาที)	คาบ ; T_3 (วินาที)	
1	0.000		0.000		0.000		1.705
2	1.711	1.711	1.707	1.707	1.710	1.710	
3	3.417	1.706	3.410	1.703	3.421	1.711	
4	5.12	1.703	5.113	1.703	5.131	1.710	
5	6.823	1.703	6.815	1.702	6.834	1.703	
6	8.526	1.703	8.518	1.703	8.537	1.703	
	$T_{1, \text{เฉลี่ย}}$	1.705	$T_{2, \text{เฉลี่ย}}$	1.704	$T_{3, \text{เฉลี่ย}}$	1.707	

จากตารางที่ 2 พบว่า เวลาในการแกว่งแต่ละรอบของท่อเหล็กกลวงนี้ มีค่าคาบเวลาที่ใกล้เคียงกัน แสดงว่า ท่อเหล็กกลวงมีการเคลื่อนที่ในลักษณะที่มีค่าคาบเวลามีค่าคงที่ สอดคล้องกับรูปแบบของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย ตามรายละเอียดที่แสดงไว้ในบทที่ 2 โดยทำการทดลองโดยใช้ตำแหน่งที่ให้จุดหมุนอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวล(D)เป็นระยะ 10.00, 15.00, 20.00, 25.00 และ 30.00 เซนติเมตร ตามลำดับ ค่าคาบเวลาที่ได้มีค่าเปลี่ยนแปลงตามระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล(D) และทำการคำนวณค่าคาบเวลาเฉลี่ย ($T_{\text{เฉลี่ย}}$), ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation ; S.D.), ค่า $\frac{mg}{4\pi^2} T^2 D$ และ mD^2 แสดงได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 คาบเวลา(T) คาบเวลาเฉลี่ย($T_{เฉลี่ย}$) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.) ค่า $(\frac{mg}{4\pi^2}T^2D)$ และค่า mD^2 จากการแกว่งต่อเหล็กกลวงที่จุดหมุนอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวล(D)ระยะต่างๆ

D (cm)	ค่าคาบเวลา (s)			ค่าคาบเวลา เฉลี่ย ; $T_{เฉลี่ย}(s)$	ค่าเบี่ยงเบน มาตรฐาน(S.D.)	$\frac{mg}{4\pi^2}T^2D$ (kg.m ²)	mD^2 (kg.m ²)
	ครั้งที่	ครั้งที่	ครั้งที่				
	1	2	3				
10.00	1.899	1.897	1.889	1.890	0.001	0.05041	0.005684
15.00	1.705	1.704	1.707	1.705	0.002	0.06154	0.01279
20.00	1.584	1.586	1.585	1.585	0.001	0.07091	0.02274
25.00	1.533	1.532	1.534	1.533	0.001	0.08292	0.03553
30.00	1.513	1.512	1.511	1.512	0.001	0.09679	0.05116

จากตารางที่ 3 พบว่า เมื่อระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล(D)เปลี่ยนแปลงส่งผลให้ค่าคาบเวลาเฉลี่ยของการแกว่งแตกต่างกันด้วย โดยค่าคาบเวลามีค่าต่ำสุดเมื่อระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล(D) เป็น 30.00 เซนติเมตร และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.) มีค่าน้อยมากแสดงว่าค่าคาบเวลาที่ได้จากการทำการทดลองซ้ำมีค่าที่ใกล้เคียงกับค่าคาบเวลาเฉลี่ยซึ่งแสดงว่าค่าคาบเวลาที่วัดได้มีความแม่นยำ จากนั้นนำค่าคาบเวลาเฉลี่ยที่ได้มาคำนวณค่า $\frac{mg}{4\pi^2}T^2D$ และค่า mD^2 และทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์โดยให้ค่า $\frac{mg}{4\pi^2}T^2D$ อยู่บนแกนตั้ง และค่า mD^2 อยู่บนแกนนอน แสดงได้ดังภาพที่ 22



ภาพที่ 22 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $(mgT^2D/4\pi^2)$ และค่า mD^2 ของท่อเหล็กกลวง

เมื่อได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\frac{mg}{4\pi^2} T^2 D$ และ mD^2 ของท่อเหล็กกลวง ยาว 100.00 เซนติเมตร จึงทำการสร้างเส้นแนวโน้มและสมการเชิงเส้นพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ(R-squared)เท่ากับ 0.9912 ซึ่งมีค่าเข้าใกล้ 1 และค่าความชันของเส้นตรงที่ได้จากสมการเท่ากับ 0.9913 ค่าความชันในทางทฤษฎีเท่ากับ 1.00 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกันแสดงว่าสมการนี้มีความน่าเชื่อถือ

ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่ได้จากการทดลองของท่อเหล็กกลวง ($I_{cm, \text{ทดลอง}}$) หาได้จากค่าจุดตัดแกน y (c) ที่ได้จากสมการเชิงเส้น โดยมีค่าเท่ากับ 0.04720 กิโลกรัม.เมตร² และคำนวณค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่คำนวณจากทางทฤษฎี ($I_{cm, \text{ทฤษฎี}}$) แสดงดังตารางที่ 4

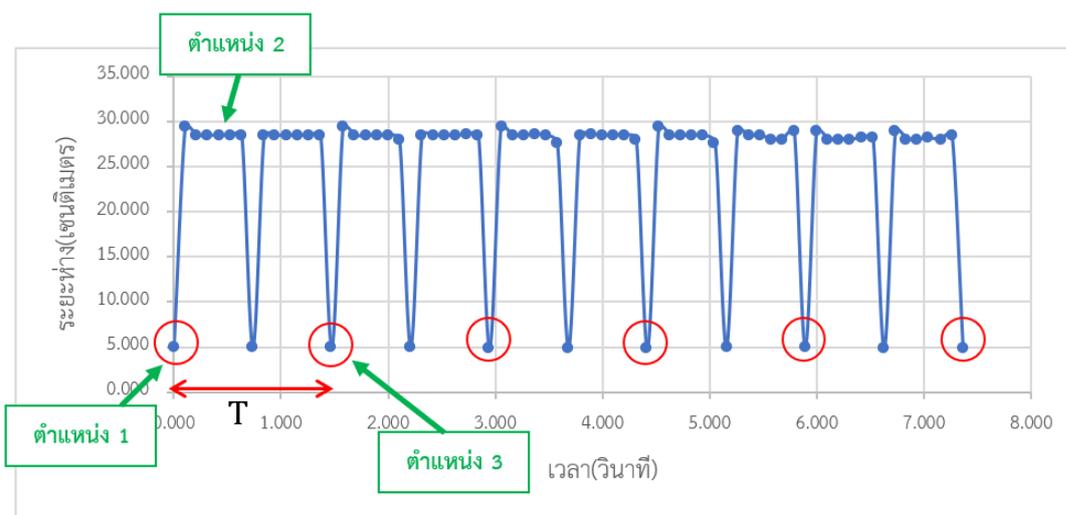
ตารางที่ 4 ค่าความชัน ค่าจุดตัดแกน y (C) ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลจากทาง
ทฤษฎีและจากการทดลอง และค่าความคลาดเคลื่อนของท่อเหล็กกลวง

	ค่าที่ได้จาก การทดลอง	ค่าที่คำนวณได้จาก ทางทฤษฎี	ความคลาดเคลื่อน (%)
ค่าความชัน	0.9913	1.000	0.87
จุดตัดแกน y (C)	0.04720	-	-
ค่าโมเมนต์ความเฉื่อย รอบจุดศูนย์กลางมวล (kg.m ²)	0.04720 $I_{cm, \text{ทดลอง}} = C$	0.04739 $I_{cm, \text{ทฤษฎี}} = \frac{1}{12} mL^2$	0.40

จากตารางที่ 4 พบว่าค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่ได้จากการทดลองของท่อ
เหล็กกลวงมีค่าใกล้เคียงกับโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่คำนวณได้จากทางทฤษฎีซึ่ง
สอดคล้องกับทฤษฎีที่แสดงไว้ในบทที่ 2 โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ที่ 0.40 เปอร์เซ็นต์

ผลการทดลองการแกว่งของแท่งอะลูมิเนียม

จากการแกว่งแท่งอะลูมิเนียมที่มีความกว้าง(a)เป็น 3.704 เซนติเมตร และมีความยาว(b)เป็น 80.00 เซนติเมตร โดยมุมเริ่มต้นในการแกว่งเท่ากับ 10 องศา ได้ตัวอย่างกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างของปลายแท่งอะลูมิเนียมและเซนเซอร์อัลตราโซนิก ดังเช่นภาพที่ 23



ภาพที่ 23 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างของปลายแท่งอะลูมิเนียมผืนผ้าและเซนเซอร์อัลตราโซนิกที่ระยะ $D = 13.90$ เซนติเมตร

จากภาพที่ 23 พบว่า เมื่อแท่งอะลูมิเนียมวางตัวอยู่ในแนวตั้ง ซึ่งเป็นขณะที่แท่งอะลูมิเนียมกำลังเคลื่อนที่ผ่านเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 ในตำแหน่งสมดุลระยะห่างระหว่างปลายต่อกับเซนเซอร์อัลตราโซนิกจะมีค่าต่ำสุด(ตำแหน่ง 1) เมื่อท่อแกว่งไปปลายสุดค่าระยะห่างที่เซนเซอร์อัลตราโซนิกตรวจจับได้จะเป็นค่าสูงสุด(ตำแหน่ง 2) เนื่องจากเซนเซอร์ตรวจจับท่อเหล็กกลวงปลายบนสุด และท่อเหล็กกลวงจะแกว่งครบหนึ่งรอบเมื่อแกว่งผ่านตำแหน่งสมดุลครั้งที่ 3 (ตำแหน่ง 3) ดังนั้นค่าคาบเวลาของการแกว่งจึงคำนวณได้จากผลต่างของเวลาที่ตำแหน่งที่ 3 ลบด้วยเวลาที่ตำแหน่งที่ 1 โดยการทดลองพิจารณาการแกว่งของท่อห้ารอบ ทำการทดลองซ้ำ 3 ครั้ง และคำนวณค่าคาบเวลาเฉลี่ย แสดงได้ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 ค่าคาบเวลาของแท่งอะลูมิเนียมผืนผ้า ที่ระยะห่างจากแกนหมุน $D = 13.90$ เซนติเมตร

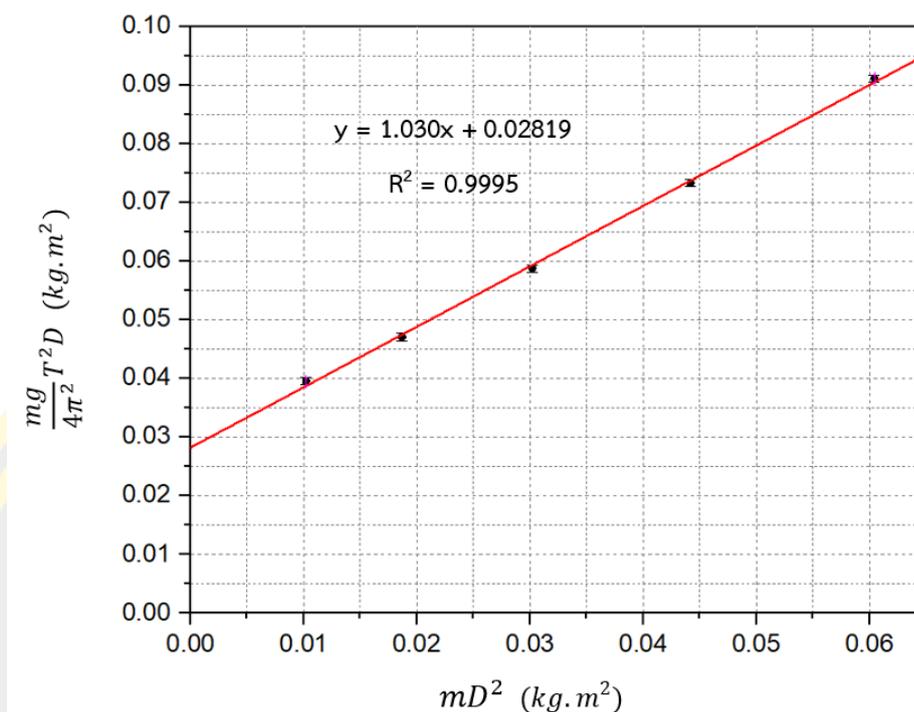
จุดที่	ครั้งที่ 1		ครั้งที่ 2		ครั้งที่ 3		คาบเวลาเฉลี่ย ; $T_{เฉลี่ย}$ (วินาที)
	เวลา (วินาที)	คาบ ; T_1 (วินาที)	เวลา (วินาที)	คาบ ; T_2 (วินาที)	เวลา (วินาที)	คาบ ; T_3 (วินาที)	
1	0.000		0.000		0.000		1.472
2	1.471	1.471	1.472	1.472	1.472	1.472	
3	2.942	1.471	2.943	1.471	2.944	1.472	
4	4.414	1.472	4.415	1.472	4.416	1.472	
5	5.885	1.471	5.886	1.471	5.888	1.472	
6	7.357	1.472	7.358	1.472	7.360	1.472	
	$T_1, เฉลี่ย$	1.471	$T_2, เฉลี่ย$	1.472	$T_3, เฉลี่ย$	1.472	

จากตารางที่ 5 พบว่าเวลาในการแกว่งแต่ละรอบของแท่งอะลูมิเนียม ยาว 80.00 เซนติเมตร มีค่าคาบเวลาที่ใกล้เคียงกัน แสดงว่าแท่งอะลูมิเนียมมีการเคลื่อนที่สอดคล้องกับรูปแบบของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย เนื่องจากค่าคาบเวลามีค่าคงที่ ตามรายละเอียดที่แสดงไว้ในบทที่ 2 สำหรับการทดลองของแท่งอะลูมิเนียมนี้จะใช้ตำแหน่งของจุดหมุนโดยให้จุดหมุนอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวล(D)ที่ระยะ 13.90, 18.80, 23.90, 28.90 และ 33.80 เซนติเมตร ตามลำดับ ค่าคาบเวลาที่ได้มีค่าเปลี่ยนแปลงตามระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล(D) และทำการคำนวณค่าคาบเวลาเฉลี่ย($T_{เฉลี่ย}$), ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.), ค่า $\frac{mg}{4\pi^2} T^2 D$ และ mD^2 แสดงได้ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 ค่าคาบเวลา(T) คาบเวลาเฉลี่ย($T_{เฉลี่ย}$) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.) ค่า $(\frac{mg}{4\pi^2}T^2D)$ และค่า mD^2 จากการแกว่งแกงอะลูมิเนียมที่จุดหมุนอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมวล(D)ระยะต่างๆ

D (cm)	ค่าคาบเวลา (s)			ค่า คาบเวลา เฉลี่ย ; $T_{เฉลี่ย}(s)$	ค่า เบี่ยงเบน มาตรฐาน (S.D.)	$\frac{mg}{4\pi^2}T^2D$	mD^2
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3				
	13.90	1.471	1.472				
18.80	1.381	1.382	1.381	1.381	0.0006	0.04705	0.01870
23.90	1.368	1.368	1.367	1.368	0.0006	0.05875	0.03022
28.90	1.389	1.390	1.389	1.389	0.0006	0.07328	0.04419
33.80	1.433	1.432	1.432	1.432	0.0006	0.09107	0.06044

จากตารางที่ 6 พบว่าเมื่อระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล(D)เปลี่ยนแปลงส่งผลให้ค่าคาบเวลาของการแกว่งแตกต่างกันด้วย ค่าคาบเวลาจะมีค่าต่ำสุดเมื่อระยะห่างจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล(D) เป็น 23.90 เซนติเมตร และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน(S.D.) มีค่าน้อยมากแสดงว่าค่าคาบเวลาที่ได้จากการทำการทดลองซ้ำมีค่าที่ใกล้เคียงกับค่าคาบเวลาเฉลี่ยซึ่งแสดงว่าค่าคาบเวลาที่วัดได้มีความแม่นยำ จากนั้นนำค่าคาบเวลาที่ได้มาคำนวณค่า $\frac{mg}{4\pi^2}T^2D$ และค่า mD^2 และทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์โดยให้ค่า $\frac{mg}{4\pi^2}T^2D$ อยู่บนแกนตั้ง และค่า mD^2 อยู่บนแกนนอน แสดงได้ดังภาพที่ 24



ภาพที่ 24 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $(mgT^2D/4\pi^2)$ และค่า mD^2 ของแท่งอะลูมิเนียมพื้นผ้า

เมื่อได้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่า $\frac{mg}{4\pi^2} T^2 D$ และ mD^2 ของแท่งอะลูมิเนียม ยาว 80.00 เซนติเมตร จึงทำการสร้างเส้นแนวโน้ม และสมการเชิงเส้น พบว่า ค่า R-squared = 0.9995 ซึ่งมีค่าเข้าใกล้ 1 และค่าความชันของเส้นตรงที่ได้จากสมการเท่ากับ 1.030 ค่าความชันในทางทฤษฎีเท่ากับ 1.000 ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกันแสดงว่าสมการนี้มีความน่าเชื่อถือ และนำค่าจุดตัดแกน y (c) ไปคำนวณค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลาง แสดงดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 ค่าความชันของกราฟ ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่ได้จากการทดลองและที่คำนวณได้จากทางทฤษฎี และค่าความคลาดเคลื่อนของแท่งอะลูมิเนียมพื้นผ้า

	ค่าที่ได้จากการทดลอง	ค่าที่คำนวณได้จากทางทฤษฎี	ความคลาดเคลื่อน (%)
ค่าความชัน	1.030	1.000	1.00
ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล ($kg.m^2$)	0.02819	0.02828	0.27
	$I_{cm,ทดลอง} = C$	$I_{cm,ทฤษฎี} = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$	

จากตารางที่ 7 พบว่าค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของแท่งอะลูมิเนียมแผ่นฟ้าที่ได้จากการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลที่คำนวณได้จากทางทฤษฎีซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีที่แสดงไว้ในบทที่ 2 โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ที่ 0.27 เปอร์เซ็นต์



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างชุดทดลองสำหรับการศึกษากการเคลื่อนที่ของฟิสิกัลเพนดูลัมอย่างง่ายและศึกษาตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับการแกว่งของฟิสิกัลเพนดูลัมอย่างง่าย โดยมีรายละเอียดการสรุปผลการวิจัย อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะต่างๆ ดังนี้

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยในครั้งนี้มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัยที่ตั้งไว้ดังนี้

1. ชุดการทดลองสำหรับการศึกษากการเคลื่อนที่ของฟิสิกัลเพนดูลัมได้ออกแบบและสร้างขึ้นมีส่วนประกอบหลักสองส่วนคือส่วนที่หนึ่งชุดการทดลองการแกว่งของฟิสิกัลเพนดูลัมอย่างง่ายประกอบด้วยฟิสิกัลเพนดูลัมจากแท่งเหล็กทรงกลมกลวงและแท่งอะลูมิเนียมผืนผ้า ขาดังพร้อมที่ยึดจับและแกนหมุน และส่วนที่สองประกอบด้วย คอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊ก เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 แผงควบคุม Arduino โปรแกรม Arduino และโปรแกรมส่วนเสริม Data Streamer ใน microsoft excel ซึ่งเป็นส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวรับสัญญาณของข้อมูลเวลาและระยะห่างด้วยเซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 แผงควบคุม Arduino และตัวแปลงข้อมูลของระยะห่างระหว่างปลายฟิสิกัลเพนดูลัมและเซนเซอร์ตรวจจับการเคลื่อนที่ที่ตรวจจับได้ออกมาเป็นตัวเลข และแสดงออกมาเป็นแผนภูมิกระจายที่มีเส้นเรียบและตัวแสดงข้อมูลที่แสดงผลได้แบบเวลาจริง(Real time)

ผลการทดลองที่ได้จากชุดการทดลองที่สร้างขึ้นโดยผลการทดสอบระยะที่วัดได้จากเซนเซอร์มีความใกล้เคียงกับระยะจริงที่วัดได้จากไม้บรรทัดโดยจะมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 5.00% เมื่อมีการติดตั้งให้เซนเซอร์อัลตราโซนิก HC-SR04 มีระยะห่างจากปลายของฟิสิกัลเพนดูลัม ให้อยู่ในช่วง 5.00 - 25.00 เซนติเมตร อีกทั้งสามารถแสดงผลทางหน้าจอคอมพิวเตอร์โน้ตบุ๊กในรูปแบบเวลาจริง (Real time) โดยแสดงเป็นแผนภูมิกระจายที่มีเส้นเรียบและตัวแสดงข้อมูลโดยแกนนอนเป็นข้อมูลเวลา และแกนตั้งเป็นข้อมูลระยะห่างซึ่งค่าคาบเวลาของการแกว่งของฟิสิกัลเพนดูลัมมีค่าคงที่นั่น แสดงว่าฟิสิกัลเพนดูลัมมีการแกว่งในลักษณะที่มีแอมพลิจูดคงที่ทำให้ชุดการทดลองสำหรับการศึกษากการเคลื่อนที่ของฟิสิกัลเพนดูลัมที่สร้างขึ้นสามารถใช้เป็นชุดการทดลองที่ใช้ในการศึกษากการเคลื่อนที่ของฟิสิกัลเพนดูลัมอย่างง่ายได้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนรายวิชาฟิสิกส์ เรื่อง การศึกษากการเคลื่อนที่ของฟิสิกัลเพนดูลัมอย่างง่ายได้

2. ข้อมูลระยะห่างของเซนเซอร์ที่ตรวจจับได้จากเซนเซอร์ HC-SR04 ที่ได้จากการทดลองสามารถหาค่าคาบเฉลี่ย ($T_{เฉลี่ย}$) ของการเคลื่อนที่แบบพิสทิลเพนดูลัมของท่อเหล็กกลวงยาว 100.00 เซนติเมตร มีรัศมีภายใน(R_{in}) เป็น 8.68 เซนติเมตร รัศมีภายนอก(R_{out}) เป็น 1.03 เซนติเมตร และมีมวล(M) เป็น 568.4 กรัม ได้หาค่าคาบเวลาของการแกว่งมีค่าเปลี่ยนแปลงตามจุดหมุน เมื่อนำค่าคาบที่ได้ไปคำนวณเป็นค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลจากการทดลอง($I_{cm,ทดลอง}$) เป็น 0.04720 กิโลกรัม.เมตร² เมื่อเปรียบเทียบกับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางที่คำนวณได้จากทางทฤษฎี ($I_{cm,ทฤษฎี}$) เป็น 0.04739 กิโลกรัม.เมตร² มีค่าความคลาดเคลื่อนคิดเป็น 0.40 เปอร์เซ็นต์

3. ข้อมูลระยะห่างของเซนเซอร์ที่ตรวจจับได้จากเซนเซอร์ HC-SR04 ที่ได้จากการทดลองสามารถหาค่าคาบ ($T_{เฉลี่ย}$) ของการเคลื่อนที่แบบพิสทิลเพนดูลัมของแท่งอะลูมิเนียมแผ่นสี่เหลี่ยมที่มีความกว้าง(a)เป็น 3.704 เซนติเมตร ความยาว(b) เป็น 80.00 เซนติเมตร และมีมวล(M)เป็น 529.1 กรัม ได้หาค่าคาบเวลาของการแกว่งมีค่าเปลี่ยนแปลงตามจุดหมุน เมื่อนำค่าคาบที่ได้ไปคำนวณเป็นค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลจากการทดลอง($I_{cm,ทดลอง}$) เป็น 0.02819 กิโลกรัม.เมตร² เมื่อเปรียบเทียบกับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางที่คำนวณได้จากทางทฤษฎี ($I_{cm,ทฤษฎี}$) เป็น 0.02828 กิโลกรัม.เมตร² มีค่าความคลาดเคลื่อนคิดเป็น 0.27 เปอร์เซ็นต์

อภิปรายผลการวิจัย

จากการวัดค่าคาบเวลาเพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของท่อเหล็กกลวงและแท่งอะลูมิเนียมแผ่นสี่เหลี่ยมโดยใช้ชุดทดลองพิสทิลเพนดูลัมอย่างง่ายร่วมกับบอร์ดอาร์ดูโนเซนเซอร์อัลตราโซนิก ทั้งนี้ค่าระยะห่างที่เซนเซอร์อัลตราโซนิกตรวจจับได้สามารถแสดงผลผ่านโปรแกรมส่วนเสริม microsoft excel data streammer Add in ได้แบบเวลาจริง(Real time) ที่จะได้ข้อมูลระยะห่างของวัตถุกับเซนเซอร์ที่ถูกตรวจจับได้ตามเวลาออกมาในรูปแบบแผนภูมิกระจายที่มีเส้นเรียบและตัวแสดงข้อมูล ซึ่งการใช้ข้อมูลระยะห่างของวัตถุกับเซนเซอร์ที่ถูกตรวจจับได้ตามเวลาเพื่อนำไปหาค่าคาบเวลาของการเคลื่อนที่จากแผนภูมินี้สามารถนำไปใช้ได้ เมื่อเปรียบเทียบกับการแสดงผลในงานวิจัยของ S Methet และคณะที่ได้ใช้เซนเซอร์อัลตราโซนิกและอาร์ดูโนในการวัดค่าคาบเวลาเพื่อวิเคราะห์หาค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงจากการเคลื่อนที่ของพิสทิลเพนดูลัมโดยมีค่าความคลาดเคลื่อน 1 เปอร์เซ็นต์ (S Methet & N Chattrapiban & P Wattanakasiwich,2023) และจากผลการทดลองพบว่าค่าคาบเวลาของการแกว่งท่อเหล็กกลวงและแท่งอะลูมิเนียมแผ่นสี่เหลี่ยมที่อ่านได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างระยะห่างกับเวลาแต่ละรอบมีค่าใกล้เคียงกัน แสดงถึงลักษณะการเคลื่อนที่แบบคาบซึ่งมีแอมพลิจูดการแกว่งคงที่จึงสอดคล้องกับทฤษฎีการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก

อย่างง่าย(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562)

เมื่อนำค่าคาบเฉลี่ยที่ได้ไปเขียนกราฟความสัมพันธ์โดยกำหนดให้แกนตั้งเป็นค่าของ $\frac{mg}{4\pi^2} T^2 D$ และแกนนอนเป็นค่าของ mD^2 สร้างเส้นแนวโน้มและสมการเชิงเส้น จากการวิเคราะห์พบว่า ความสัมพันธ์มีกราฟเป็นลักษณะเส้นตรง (linear relation) และเมื่อนำค่าที่ได้จากสมการเชิงเส้นไปคำนวณค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล พบว่า ค่าที่ได้จากการทดลองมีความใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้ทางทฤษฎีโดยทั้งท่อเหล็กทรงกลมกลวงและแท่งอะลูมิเนียมฝืนผ้ามีเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 1 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเปรียบเทียบกับงานงานวิจัยของ K L Cristiano และคณะที่ได้ทำการทดลองเพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลโดยใช้ชุดทดลองฟิสิกส์เพนดูลัมซึ่งการวัดค่าคาบเวลาจากการทดลองนี้ใช้นาฬิกาในการจับเวลาได้ค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ที่ระดับไม่เกิน 5 เปอร์เซ็นต์ (K L Cristiano. et al., 2019)

จากผลการอภิปรายที่กล่าวมาข้างต้น แสดงให้เห็นว่าชุดทดลองที่ออกแบบสามารถใช้ศึกษาการเคลื่อนที่ของฟิสิกส์เพนดูลัมอย่างง่ายและหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของท่อเหล็กกลวงและแท่งอะลูมิเนียมฝืนผ้าได้

ข้อเสนอแนะ

1. ชุดทดลองในการวิจัยนี้เป็นชุดทดลองเพื่อศึกษาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวล (I_{cm}) ของท่อเหล็กกลวงและแท่งอะลูมิเนียมฝืนผ้า นอกจากนี้ยังสามารถต่อยอดนำไปสู่การวิเคราะห์เพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยที่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามจุดหมุนบนฟิสิกส์เพนดูลัมและหาค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงได้อีกด้วย
2. ควรใช้ตุลุปืนเพื่อลดแรงเสียดทานระหว่างแกนหมุนกับฟิสิกส์เพนดูลัม
3. ควรเพิ่มชนิดวัสดุและรูปทรงที่ใช้ในการทดลองให้หลากหลายมากยิ่งขึ้น เพื่อให้ชุดทดลองนี้สามารถใช้ในการประเมินค่าโมเมนต์ความเฉื่อยในสถานการณ์ที่แตกต่างกันได้

ภาคผนวก

ตัวอย่างชุดคำสั่งที่ใช้ในโปรแกรม Arduino IDE

1. ชุดคำสั่งโปรแกรมในการประกาศขาดิจิตอลที่ใช้งาน

```
const int pingPin = 8;
int inPin = 7;
void setup() {
  Serial.begin(9600);
}
```

2. ชุดคำสั่งโปรแกรมสำหรับการแปลงค่าเวลาเป็นค่าระยะห่างระหว่างเซนเซอร์อัลตราโซนิกและปลายฟิสกัลเพนดูลัม

```
time = micros();
distance = echo_time/2.0*0.343;
Serial.print(time/1000000.0,3);
Serial.print(",");
Serial.print(distance,3);
Serial.println();
```

บรรณานุกรม

- arduino-makerzone. (2564). Arduino Basic [EP0]. Retrieved from <http://www.arduino-makerzone.com/article/1/arduino-basic-ep0-arduino-คืออะไร-ทำอะไรได้-มีกี่แบบ>
- Kotchakorn Mangmee Jiraporn Poonyawatpornkul, Onuma Methakeson. (2022). Oscillation of full and partialring pendulum: physics laboratory experiment. *Science&Techonology Asia*, 27(3), 85-94. doi:10.14456/scitechasia.2022.47
- K L Cristiano. et al. (2019). Analytical and experimentaldetermination of gravity and moment of inertia using a physical pendulum. *Journal of physics: Conference Series*. doi:10.1088/1742-6596/1386/1/012139
- microcontrollerslab. (2566). HC-SR04 Ultrasonic Sensor with STM32 Blue Pill using STM32CubeIDE. Retrieved from <https://microcontrollerslab.com/hc-sr04-ultrasonic-sensor-stm32-blue-pill-stm32cubeide/>
- Jr Raymond A. Serway and John W. Jewett. (2008). *Physics for scientists and engineers With Modern Physics,Ninth Edition*: Mary Finch.
- S Methet & N Chattrapiban & P Wattanakasiwich. (2023). Application of ultrasonicsensor and Arduino in analysing motion of damped pendulum. *Journal of physics: Conference Series.*, 2431. doi:10.1088/1742-6596/2431/1/012025
- Unofre Pili & Renante Violanda. (2019). Measurement of the gravitational acceleration using a simple pendulum apparatus, ultrasonic sensor, and Arduino. *Physics Education*, 54. doi:10.1088/1361-6552/ab2011
- ประกาส พุ่มพวง. (2561). การเขียนและการประยุกต์ใช้งานโปรแกรม *ARDUINO*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.
- ปิ่นแก้ว กฤษแสงโชติและโชติ เนื่องนันท์. (2560). การศึกษาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุรูปทรงเรขาคณิตแบบแผ่นบางโดยใช้ทฤษฎีแกนขนานด้วยชุดทดลองฟิสิกส์เพนดูลัม. *วารสารวิจัยรำไพพรรณี*, 11(2), 89-97.
- พิเชษฐ ลิ้มสุวรรณ. (2541). กลศาสตร์เชิงวิเคราะห์. กรุงเทพฯ: เลียงเชียง.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมวิทยาศาสตร์ ฟิสิกส์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 3. กรุงเทพฯ: ศูนย์หนังสือจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นางสาวธัญจิรา ท้าวหน่อ
วัน เดือน ปี เกิด	17 พฤศจิกายน 2535
สถานที่เกิด	น่าน
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	230 หมู่ 10 ตำบล ไชยสถาน อำเภอ เมือง จังหวัดน่าน 55000
ตำแหน่งและประวัติการทำงาน	ครูชำนาญการ โรงเรียนศรีสวัสดิ์วิทยาคารจังหวัดน่าน
ประวัติการศึกษา	วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

