



ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทาง
คณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ณัฐิญา สยุมภาค

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทาง
คณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



ณัฐภา สยมภาค

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

THE EFFECTS OF LEARNING MANAGEMENT BASED ON FIVE PRACTICES OF STEIN
ET AL.'S MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND COMMUNICATION ABILITY
OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS



NATHIDA SAYOMPARK

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENTS FOR MASTER DEGREE OF EDUCATION
IN MATHEMATICS TEACHING
FACULTY OF EDUCATION
BURAPHA UNIVERSITY

2024

COPYRIGHT OF BURAPHA UNIVERSITY

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ ฌฎิฎา สยมภาค ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

.....

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

.....

(ดร.คงรัฐ นวลแปง)

ประธาน

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)

กรรมการ

.....
(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

กรรมการ

.....
(ดร.คงรัฐ นวลแปง)

กรรมการ

.....
(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร)

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. สฎายุ ธีระวนิชตระกูล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการ
การศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัย
บูรพา

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ้เยี่ยม)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

63910088: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ, มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ณัฐภา สยมภาค : ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (THE EFFECTS OF LEARNING MANAGEMENT BASED ON FIVE PRACTICES OF STEIN ET AL.'S MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND COMMUNICATION ABILITY OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: อาพันธ์ชนิต เจนจิต, กศ.ด., คงรัฐ นวลเป่ง, กศ.ด. ปี พ.ศ. 2567.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 5 แผน 11 คาบ 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.71 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทีแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (*t-test* for one sample) ผลการวิจัยพบว่า

1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

63910088: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: LEARNING MANAGEMENT BASED ON FIVE PRACTICES OF STEIN ET AL.'S MODEL, MATHEMATICAL CONCEPTS, MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

NATHIDA SAYOMPARK : THE EFFECTS OF LEARNING MANAGEMENT BASED ON FIVE PRACTICES OF STEIN ET AL.'S MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND COMMUNICATION ABILITY OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: APUNCHANIT JENJIT, Ed.D. KONGRAT NUALPANG, Ed.D. 2024.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical concepts of Mathayomsuksa 3 students after using learning management based on five practices of Stein et al.'s model with the criterion 70% and; 2) to compare mathematical communication ability of Mathayomsuksa 3 students after using learning management based on five practices of Stein et al.'s model with the criterion 70%. The sample were 44 students of Mathayomsuksa 3 students of the second semester in 2023 academic year they were selected by cluster random sampling method. The research instruments used in this research consisted of; 1) five lesson plans on linear inequalities in one variable for 11 class periods, 2) Mathematical concepts test, with the reliability of 0.81, 3) Mathematical communication abilities test, with the reliability of 0.71. The statistical for analyzing the collected data were percent, mean, standard deviation and *t-test* for one sample. Research results were that;

1) Mathematical concepts of Mathayomsuksa 3 students after using learning management based on five practices of Stein et al.'s model was higher than the set criterion of 70% at .05 level of statistical significance. 2) Mathematical communication ability of Mathayomsuksa 3 students after using learning management based on five practices of Stein et al.'s model was higher than the set criterion of 70% at .05 level of statistical significance.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี เนื่องจากความอนุเคราะห์ของ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.คงรัฐ นวลแบ่ง อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่าเพื่อให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งกับความกรุณาและทุ่มเทของอาจารย์ทั้งสองเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล และรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคะภักทรจจร กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำชี้แนะและตรวจแก้ไข ทำให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการ คณะครูและนักเรียนโรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา ที่ให้ความอนุเคราะห์ และให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ชวนพิศ สยมภาค ที่สนับสนุนเป็นกำลังใจในการทำงานให้สำเร็จลุล่วงไปได้ และขอบคุณนายจิรวัดน์ พิมพ์พันธ์โชติ และนางสาวศศิ ดวงพรหม ที่ให้กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยเสมอ รวมถึงเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ทุกคนที่ให้กำลังใจและให้คำปรึกษาที่ดีเสมอมา และขอกราบขอบพระคุณสิ่งศักดิ์สิทธิ์ทั้งหลายที่ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

คุณความดีทั้งหลายอันเกิดจากการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูกตเวทิตาแด่ บิดามารดา และครูบาอาจารย์ที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย ที่ทำให้ผู้วิจัยเป็นผู้ประสบความสำเร็จครบถ้วนทุกวันนี้

ณัฐภา สยมภาค

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฌ
สารบัญรูปภาพ	ฎ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์การวิจัย	6
สมมติฐานของการวิจัย	6
ประโยชน์ที่รับจากการวิจัย	7
ขอบเขตการวิจัย	7
นิยามศัพท์เฉพาะ	8
กรอบแนวคิดงานวิจัย	10
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	12
1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	13
2. การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ	17
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	37
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	47
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	67

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	71
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	71
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	72
การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	72
แบบแผนการวิจัย	96
การเก็บรวบรวมข้อมูล	97
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	98
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	99
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	102
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	102
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	102
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ	128
สรุปผลการวิจัย	128
อภิปรายผล.....	129
ข้อเสนอแนะ.....	138
บรรณานุกรม	140
ภาคผนวก	147
ภาคผนวก ก	148
ภาคผนวก ข	158
ภาคผนวก ค	227
ภาคผนวก ง.....	244
ประวัติย่อของผู้วิจัย	246

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	16
ตารางที่ 2 แสดงความสอดคล้องของขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ระหว่างการเรียนรู้แบบสืบสอบตาม รูปแบบ LEADS รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ และรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น ของลาร์สัน.....	20
ตารางที่ 3 สักระยะขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และ คณะ	29
ตารางที่ 4 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร	45
ตารางที่ 5 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	46
ตารางที่ 6 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ	59
ตารางที่ 7 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร	61
ตารางที่ 8 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี	61
ตารางที่ 9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของซูแซน (Suzzanne).....	62
ตารางที่ 10 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ พร้อมพรรณ อุคมสิน และอัมพร ม้าคนอง	64
ตารางที่ 11 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....	66
ตารางที่ 12 การวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนคาบของ แผนการจัดการเรียนรู้	73

ตารางที่ 13 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	81
ตารางที่ 14 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	86
ตารางที่ 15 วิเคราะห์ความสอดคล้องของตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	91
ตารางที่ 16 เกณฑ์การวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	93
ตารางที่ 17 แบบแผนการวิจัย	96
ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	103
ตารางที่ 19 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	104
ตารางที่ 20 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 70	107
ตารางที่ 21 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์	108
ตารางที่ 22 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์	116
ตารางที่ 23 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนอ	121
ตารางที่ 24 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	228
ตารางที่ 25 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	229
ตารางที่ 26 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	230

ตารางที่ 27 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	231
ตารางที่ 28 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5.....	232
ตารางที่ 29 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไตน์และคณะ	233
ตารางที่ 30 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	234
ตารางที่ 31 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	235
ตารางที่ 32 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว.....	237
ตารางที่ 33 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	237
ตารางที่ 34 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ การปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ	240
ตารางที่ 35 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับ การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ	242

สารบัญรูปภาพ

หน้า

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดงานวิจัย	11
ภาพที่ 2 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 3 คะแนน	105
ภาพที่ 3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 2 คะแนน	105
ภาพที่ 4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 1 คะแนน	106
ภาพที่ 5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 0 คะแนน	107
ภาพที่ 6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 3 คะแนน	110
ภาพที่ 7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 2 คะแนน	111
ภาพที่ 8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 1 คะแนน	113
ภาพที่ 9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 0 คะแนน	115
ภาพที่ 10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 3 คะแนน	117
ภาพที่ 11 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 2 คะแนน	118
ภาพที่ 12 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 1 คะแนน	120

ภาพที่ 13 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนออยู่ที่ระดับ 3 คะแนน	123
ภาพที่ 14 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนออยู่ที่ระดับ 2 คะแนน	124
ภาพที่ 15 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนออยู่ที่ระดับ 1 คะแนน	126
ภาพที่ 16 ผลการวิเคราะห์ห้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ $t - \text{test for one sample}$	245
ภาพที่ 17 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ $t - \text{test for one sample}$	245

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาพื้นฐานการคิด การพัฒนาคนให้มีความรู้ ความสามารถและทักษะในการดำเนินชีวิต เพื่อใช้ในการสร้างองค์ความรู้ ตลอดจนพัฒนานวัตกรรม เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2551, หน้า 1) ที่ระบุถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม มีเหตุผลในการแก้ปัญหา รู้จักการทำกิจกรรมด้วยความเข้าใจและเกิดความคิดสร้างสรรค์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ส่งผลให้ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับนี้ จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมนักเรียนให้มีความรู้ด้านการคิด วิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสาร และการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมนักเรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งจะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของนักเรียน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1)

เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือการใช้วิธีการ เครื่องมือ แนวคิด และหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ร่วมกับการมีกระบวนการทางสติปัญญาที่มีประสิทธิภาพของนักเรียน ซึ่งจะต้องมีความรู้หรือมโนทัศน์พื้นฐานที่จำเป็นก่อนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Kinard and Kozulin, 2008, p.2) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมาก เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ต้องเกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนสามารถ

เชื่อมโยงไปสู่การใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ และจะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้น ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 17) ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.] (2555ข, หน้า 55) ที่ระบุว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ให้ถูกต้องได้ อีกทั้งมโนทัศน์ยังเป็นรากฐานของการคิดของมนุษย์ โดยมโนทัศน์จะช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งที่ศึกษา ช่วยในการจัดประเภท ทั้งยังทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมความรู้หรือความคิดเดิมกับมโนทัศน์ใหม่ได้ และเพื่อที่จะนำเสนอองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นให้ผู้อื่นได้รับรู้ จะต้องมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปด้วย

นอกจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญเช่นเดียวกัน โดยการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนในการอธิบายชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษา สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแสดงขั้นตอนในการหาคำตอบ รวมทั้งการเขียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน นำไปสู่การอธิบายแนวความคิดที่เกี่ยวกับเนื้อหา คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม ซึ่งการที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือ การเขียนแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็น ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวาง ลึกซึ้ง และจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย (สสวท. 2555ข, หน้า 56) นอกจากนี้การอภิปรายร่วมกันภายในชั้นเรียน จะช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความคิด และสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเองได้ และยังช่วยเพิ่มการมีปฏิสัมพันธ์ที่ดีกับเพื่อนในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนมีความสนุกสนานในการเรียนรู้ และเต็มใจที่จะพูดเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิด ถึงแม้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไปจะนิยมให้นักเรียนสื่อสารโดยการพูด แต่นักการศึกษาหลายท่านให้ความเห็นว่า การให้นักเรียนสื่อสาร โดยการเขียนก็เป็นสิ่งจำเป็น เนื่องจากการเขียนให้ผู้อื่นอ่าน นักเรียนจะต้องใช้ความระมัดระวังมากกว่าการพูด จึงต้องมีการทบทวนไตร่ตรองให้แน่ใจว่าความหมายของสิ่งที่กำลังอธิบายนั้นชัดเจนและตรงตามที่ตนเองต้องการบอกให้ผู้อื่นทราบ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 10 – 12)

ถึงแม้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญมากเพียงใดก็ตาม แต่ในปัจจุบันการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร เห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (Ordinary National Educational Test; O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในวิชาคณิตศาสตร์ โดยสถาบันทดสอบการศึกษาแห่งชาติ (สทศ.) ประจำปีการศึกษา 2563, 2564 และ 2565 พบว่า มีคะแนนเฉลี่ย 25.46, 24.47 และ

24.39 จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานคือร้อยละ 50 และมีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่อง (สทศ., 2566) และจากผลการทดสอบ O-NET ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2563, 2564 และ 2565 ของโรงเรียนมหาวิทยาลัยราชบุรี จังหวัดสงขลา พบว่า มีคะแนนเฉลี่ย 42.63, 37.23 และ 39.65 คะแนน ตามลำดับ ถึงแม้ว่าคะแนนเฉลี่ยผลการทดสอบ O-NET วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชบุรี จังหวัดสงขลา สูงกว่าระดับประเทศทุกปี แต่โดยภาพรวมคะแนนเฉลี่ยยังต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานทุกปี และเมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยของสาระจำนวนและพีชคณิตปีการศึกษา 2564 และ 2565 พบว่า มีคะแนนเฉลี่ย 45.15 และ 44.37 ตามลำดับ ซึ่งอยู่ในระดับต่ำกว่าร้อยละ 50 สอดคล้องกับการสัมภาษณ์ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชบุรี จังหวัดสงขลา พบว่า เนื้อหา เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวซึ่งเป็นเนื้อหาหนึ่งที่ใช้ในการประเมินการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ในสาระจำนวนและพีชคณิต เป็นเนื้อหาที่นักเรียนประสบปัญหาค่อนข้างมาก นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจผิดเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยวิธีแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนักเรียนมักใช้คำว่า “ย้ายข้าง” และเข้าใจว่ามีสมบัติการย้ายข้าง และยังมีนักเรียนหลายคนที่ไม่เข้าใจผิดว่าการย้ายข้างคือการย้ายไปดำเนินการแบบเดิมในอีกฝั่งเช่น $x + 2 < 5$ จะได้ $x < 5 + 2$ นั่นคือ $x < 7$ ซึ่งไม่ถูกต้อง (วนิดา อาตตันตรา, ผู้ให้สัมภาษณ์, 24 พฤษภาคม 2566) แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังขาดความเข้าใจอย่างแท้จริงเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน ซึ่งสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2552, หน้า 2) ที่กล่าวว่า นักเรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์ยังไม่ดีพอ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ให้มากกว่าที่เป็นอยู่ ซึ่งการที่นักเรียนจะมีความสามารถดังกล่าวได้นักเรียนต้องมีความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต่อเนื่องเกี่ยวกับเนื้อหา นอกจากนี้ การเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนข้อความก็เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนส่วนใหญ่เช่นเดียวกัน เห็นได้จากผลการสอบในเนื้อหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนบางคนยังไม่สามารถบอกได้ว่า สัญลักษณ์ที่ใช้แสดงความสัมพันธ์ของจำนวนแต่ละสัญลักษณ์มีความหมายว่าอย่างไรบ้าง ส่งผลต่อเนื่องถึงเนื้อหาข้อเรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นปัญหาที่พบมากที่สุด เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และประเมินโจทย์ปัญหาได้ ไม่สามารถจัดระบบและรวบรวมความคิดเพื่อสื่อสารว่าโจทย์ต้องการอะไร และไม่สามารถใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และตัวแทนทางคณิตศาสตร์เพื่อนำเสนอแนวคิดได้อย่างชัดเจน (วนิดา อาตตันตรา, ผู้ให้สัมภาษณ์, 24 พฤษภาคม 2566)

จากปัญหาข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีมโนทัศน์ในเนื้อหาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่คลาดเคลื่อน ส่งผลให้ไม่สามารถนำเสนอแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจ โดยการใช้

ภาษาทางคณิตศาสตร์และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง และเมื่อพิจารณาถึงสาเหตุของปัญหาแล้วพบว่า มีสาเหตุสำคัญหลายประการ อาจเนื่องมาจากการเรียนของตัวนักเรียน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของครูผู้สอน หรือธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นนามธรรม จึงทำให้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความเข้าใจผิดได้ง่าย หรืออาจจะเข้าใจไม่ตรงกันได้ (สุวัฒนา เอี่ยมอพรพรรณ, 2549, หน้า 33-36) อีกทั้งสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ยังคงยึดครูเป็นศูนย์กลาง ครูยังคงใช้วิธีการสอนแบบอธิบายประกอบการยกตัวอย่างให้นักเรียนฟังเน้นความจำเรื่องสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องโดยครูเขียนสิ่งที่อธิบายทั้งหมดให้นักเรียนดู สิ่งนี้นักเรียนได้รับจึงเป็นเพียงความรู้ความจำเท่านั้น แต่ไม่ได้ฝึกกระบวนการคิด เพราะครูขาดการปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่จะรู้จักสังเกต สำรวจ ตั้งข้อความคาดการณ์พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่างๆ ได้ด้วยตนเอง การดำเนินการหาคำตอบมักมุ่งเน้นไปที่ความรวดเร็วในการได้มาซึ่งคำตอบมากกว่าพิจารณาที่กระบวนการคิดของนักเรียน (กิตติ พัฒนตระกูลสุข, 2546, หน้า 54-58) ซึ่งสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 62) ได้กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไปนั้นครูผู้สอนมักสอนโดยการอธิบายมโนทัศน์ให้นักเรียน จากนั้นให้ตัวอย่างที่หลากหลายตามนิยามหรือมโนทัศน์ที่สอน เพื่อให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายตัวอย่าง แต่มีข้อจำกัดเฉพาะกรอบที่ครูเตรียมมา ทำให้นักเรียนมีแนวคิดและมุมมองที่ไม่กว้างพอ นักเรียนจึงขาดความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ของเรื่องที่เรียน การที่นักเรียนจะเกิดมโนทัศน์ในการเรียนคณิตศาสตร์ และสามารถสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้นั้น จำเป็นต้องได้รับประสบการณ์จากการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม ประกอบกับการสัมผัสของครูในโรงเรียนมหาวิทยาลัยพบว่า ปริมาณเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ในหนึ่งภาคเรียนไม่สอดคล้องกับระยะเวลาในการจัดการเรียนรู้ รวมถึงนักเรียนแต่ละคนใช้เวลาในการทำความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนไม่เท่ากัน ทำให้ครูต้องเร่งสอนในบางเนื้อหาเพื่อให้นักเรียนได้ความรู้ครบถ้วน ครูส่วนใหญ่จึงใช้การสอนโดยให้นักเรียนท่องจำอย่างเดียว ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง และนักเรียนไม่ได้สื่อสาร พูดคุย แลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนภายในชั้นเรียน ส่งผลให้ไม่เกิดการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (วนิดา อาตคันตรา, ผู้ให้สัมภาษณ์, 24 พฤษภาคม 2566) ซึ่งสอดคล้องกับบาร์วูดี้ (Baroody, 1993, p.2) ได้กล่าวว่า ลักษณะการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยทั่วไป ไม่ใช่การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงต้องเน้นให้นักเรียนได้สำรวจ และดำเนินการหาคำตอบด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนได้มีโอกาสสื่อสาร แลกเปลี่ยนความรู้ทั้งกับครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียนเพราะการศึกษาคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมทางสังคม โดยทักษะการสื่อสารจะช่วยเสริมสร้างความเข้าใจใน

เนื้อหาที่เรียนอย่างลึกซึ้ง อันก่อให้เกิดเป็นความเข้าใจร่วมกันระหว่างนักเรียนและยังช่วยให้ครูสามารถมองเห็นความเข้าใจของนักเรียนได้อีกด้วย (Mumme and Shepherd, 1993, pp.7-9)

การจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง ร่วมกับการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารให้นักเรียนด้วย ซึ่งรูปแบบในการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจรูปแบบหนึ่ง นั่นคือการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ถูกออกแบบโดยสไตน์และคณะ (Stein, Engle, Smith and Hughes, 2008) เพื่อเป็นตัวช่วยให้ครูผู้สอนใช้คำตอบของนักเรียนแต่ละกลุ่มเพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งห้อง โดยครูเปลี่ยนบทบาทจากการอธิบายความรู้เป็นผู้แนะนำ และยังช่วยให้ครูสามารถควบคุมการจัดการเรียนรู้ให้เป็นไปในทิศทางที่ครูต้องการได้ เพื่อให้เป็นประโยชน์สูงสุดแก่นักเรียน ซึ่งการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ประกอบด้วย ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ครูจะออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่ทำให้นักเรียนสามารถสรุปเป็นความรู้จากการลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง รวมทั้งครูต้องคาดการณ์การตอบสนองของนักเรียน คิดคำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้มาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ได้ รวมถึงจัดลำดับการอภิปรายของนักเรียน ซึ่งในขั้นนี้ครูจะเตรียมทุกอย่างก่อนที่จะมีการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนได้ใช้เวลาเต็มที่ในการเรียนรู้เมื่ออยู่ในชั่วโมงเรียน ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ และถามคำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์ ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนได้ลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปเป็นความรู้ของตนเอง โดยนักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันระหว่างเพื่อนในกลุ่ม เพื่อให้ได้ความรู้ที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้น ในขั้นนี้จะช่วยฝึกการเขียนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งฝึกการสรุปความคิดจากงานทางคณิตศาสตร์ที่ได้ลงมือทำ ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนและจัดลำดับการอภิปรายตามความเหมาะสม และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนออกมาอภิปรายตามลำดับ เพื่อให้เพื่อนในชั้นเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง เกิดการอธิบายโต้แย้ง แสดงเหตุผล เพื่อให้ได้ข้อสรุปของความรู้ที่ถูกต้อง ให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ ในขั้นนี้ความรู้ที่ได้จากขั้นการปฏิบัติที่ 3 อาจได้รับการแก้ไข เพื่อนำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ทำการศึกษางานวิจัยของพรรณน วิชัยโกศล (2561) ที่ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดล

ของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผลการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ดังนั้น การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ จึงเป็นแนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้หรือมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยของนภัสสร งามขำ (2564) เรื่องการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติ 5 ขั้นเพื่อส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เรื่องร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติ 5 ขั้นสามารถส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ได้ ผู้วิจัยจึงศึกษางานวิจัยดังกล่าวเพื่อเป็นแนวทางในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางด้านการเขียนสำหรับนักเรียน

ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของการวิจัย

1. มีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์และผู้ที่สนใจในการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขต ดังนี้

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา จำนวน 10 ห้องเรียน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดแต่ละห้องแบบละความสามารถ รวมจำนวนทั้งสิ้น 439 คน (ไม่นับรวมห้องเรียนพิเศษ)

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา จำนวน 44 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาย่อย 5 เรื่อง ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ จำนวน 11 คาบ คาบละ 50 นาที ดังนี้

- | | |
|---|-------------|
| - แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว | จำนวน 2 คาบ |
| - คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว | จำนวน 2 คาบ |
| - สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน | จำนวน 2 คาบ |
| - การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน | จำนวน 2 คาบ |
| - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว | จำนวน 3 คาบ |

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการวิจัย ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งใช้เวลาในการวิจัยทั้งหมด 13 คาบ ประกอบด้วยการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ และคณะจำนวน 11 คาบ และการทดสอบหลังเรียน (Post-test) จำนวน 2 คาบ

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ
ตัวแปรตาม ได้แก่

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบจากการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ และนำคำตอบที่ได้มาอภิปรายร่วมกันภายในชั้นเรียน โดยครูจะคอยกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดที่หลากหลาย เพื่อสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายได้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์

(Anticipating) ครูออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์วิธีการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งวิธีคิดและคำตอบที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด พร้อมกับวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนอานทางคณิตศาสตร์ที่ทำทนาย ให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

(Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูคอยสังเกตการตอบสนองของนักเรียน ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่า 1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครูจะคอยชี้แนะโดยใช้คำถามกระตุ้นและ

2) แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ พร้อมทั้งจัดบันทึกคำตอบแนวคิดหรือวิธีการที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้นบันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายและจัดลำดับการอภิปรายตามความเหมาะสม ซึ่งจะพิจารณาจาก 1) แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ 2) แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือวิธีการ 3) แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ 4) แนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายหรือแปลกใหม่ และ 5) แนวคิดหรือวิธีการที่ทำให้ปัญหาง่าย โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมและเพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ และแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือก ได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ทีละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผล เพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้เปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่การสรุปเป็นองค์ความรู้ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

2. งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Tasks) หมายถึง สิ่งที่ถูกคัดเลือก หรือเป็นสิ่งที่ถูกออกแบบโดยครูเพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยมีลักษณะเป็นกิจกรรม สถานการณ์ หรือคำถาม ที่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดปัญหาหรือข้อสงสัยเพื่อนำไปสู่การลงมือแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อหาข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถแสดงความเข้าใจออกมาในรูปของความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งในงานวิจัยนี้สามารถวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 12 ข้อ

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์ ซึ่งในงานวิจัยนี้สามารถวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 4 ข้อ โดยมีองค์ประกอบ 3 ด้านในการประเมิน ดังนี้

4.1 ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษาและคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

4.2 ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถของนักเรียนในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้อย่างถูกต้อง

4.3 ด้านการนำเสนอ คือ ความสามารถของนักเรียนในการแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วน

5. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับได้ กล่าวคือ หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะแล้ว นักเรียนต้องได้คะแนนโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่าสอบผ่านเกณฑ์ ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่อยู่ในระดับดีตามเกณฑ์ของสำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553, หน้า 22)

กรอบแนวคิดงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่ได้จากการสังเคราะห์ขั้นตอนมาจากสไตน์และคณะ ร่วมกับลาร์สัน ซึ่งมีทั้งหมด 5 ขั้นการปฏิบัติ มาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 1

การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ (Stein et al., 2008)	
ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating)	ครูออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์วิธีการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งวิธีคิดและคำตอบที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด พร้อมกับวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบาย เหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย
ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)	ครูนำเสนอานทางคณิตศาสตร์ที่ทำทนาย ให้นักเรียนมีส่วนร่วมกักิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์
ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)	นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูคอยสังเกตการตอบสนองของนักเรียน ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่า 1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องจะคอยชี้แนะ โดยใช้คำถามกระตุ้นและ 2) แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ พร้อมทั้งจดบันทึกคำตอบแนวคิดหรือวิธีการที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย
ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing)	ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายและจัดลำดับการอภิปรายตามความเหมาะสม ซึ่งจะพิจารณาจาก 1) แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ 2) แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือวิธีการ 3) แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ 4) แนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายหรือแปลกใหม่ และ 5) แนวคิดหรือวิธีการที่ทำให้ปัญหาคง่าย โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมและเพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ และแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือก ได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน
ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่ (Connecting)	นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ทีละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผล เพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้เปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่การสรุปเป็นองค์ความรู้ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่งดกล่าวไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดงานวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง มีรายละเอียดดังนี้

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
 - 1.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์
 - 1.2 คุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
 - 1.3 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
2. การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ
 - 2.1 ที่มาของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ
 - 2.2 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ
 - 2.3 ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ
 - 2.4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ
 - 2.5 ข้อเสนอแนะในการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 แนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 แนวทางการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 3.5 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 4.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
 - 4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.4 บทบาทของครูในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.5 การวัดและประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยในประเทศ

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.1 ความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 1) ได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์

1.2 คุณภาพผู้เรียน

เมื่อนักเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 4) นักเรียนจะต้อง

1.2.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.5 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2.6 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสองและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.7 มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและเส้นตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิตตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.8 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ

1.2.9 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวยและทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.10 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ รูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.11 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.12 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

1.2.13 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.2.14 มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูล ที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโตแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่องและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

1.2.15 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้เน้นคุณภาพของผู้เรียนเกี่ยวกับการใช้ความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.3 สารและมาตรฐานการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ อย่างต่อเนื่องตาม ศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักและมาตรฐานการเรียนรู้สำหรับผู้เรียนทุกคน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2) ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

- | | |
|---------------|--|
| มาตรฐาน ค 1.1 | เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้ |
| มาตรฐาน ค 1.2 | เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้ |
| มาตรฐาน ค 1.3 | ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้ |

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

- | | |
|---------------|--|
| มาตรฐาน ค 2.1 | เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของ สิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้ |
| มาตรฐาน ค 2.2 | เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้ |

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

- | | |
|---------------|--|
| มาตรฐาน ค 3.1 | เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา |
| มาตรฐาน ค 3.2 | เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ |

จากการศึกษาสารและมาตรฐานการเรียนรู้สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในตัวชี้วัดและ สาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุงพ.ศ. 2560) ตาม หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีทั้งหมด 3 สาระ 7 มาตรฐาน ซึ่งผู้วิจัย สนใจศึกษาเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สาระที่ 1 จำนวน และพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วย แก้ปัญหาที่กำหนดให้ ตัวชี้วัด ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และ แก้ปัญหา โดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.3	ม 3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของ การไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และ แก้ปัญหา โดยใช้สมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว	อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในการ แก้ปัญหา

ผู้วิจัยนำเนื้อหาจากตารางที่ 1 ไปจัดทำเป็นแผนจัดการเรียนรู้ โดยการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ในรายวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 5 แผน โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ 11 คาบ

1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3)

1.4.1 การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ทดวิเคราะห์วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

1.4.2 การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูปภาพและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

1.4.3 การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

1.4.4 การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

1.4.5 การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

จากที่กล่าวมา จะเห็นว่าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วย 5 ความสามารถ ได้แก่ 1) การแก้ปัญหา 2) การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 3) การเชื่อมโยง 4) การให้เหตุผล และ 5) การคิดสร้างสรรค์ ซึ่งงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยมุ่งเน้นพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

2.1 ที่มาของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

การจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ครูผู้สอนต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้ นักเรียนได้เกิดความคิด ค้นหาตอบด้วยตนเอง และสามารถสร้างความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นเรื่องยากสำหรับครูส่วนใหญ่ เพราะนักเรียนต้องได้ความรู้ที่จำเป็นอย่างครบถ้วน จึงจะนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้ ดังนั้นแนวทางในการแก้ปัญหานี้คือ การจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งแนวทางดังกล่าวจะทำให้ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ร่วมกันผ่านการอภิปรายภายในชั้นเรียน พร้อมทั้งเชื่อมโยงความรู้ที่หลากหลาย เพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง (Stein et al., 2008)

สไตน์และคณะ (Stein et al., 2008) ได้คิดค้นการจัดการเรียนรู้ซึ่งเป็นรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง มีจุดมุ่งหมายให้ครูวางแผนการจัดการอภิปรายในชั้นเรียนให้มีประสิทธิภาพ เพื่อช่วยนักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองและนำความรู้ไปแก้ปัญหาต่อไป โดยมีฐานแนวคิดมาจากการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry-based) ซึ่งเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดและแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการค้นหาความรู้ด้วยตนเอง

ต่อมาลาร์สัน (Larsson, 2015) ได้พัฒนาการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เพื่อตอบสนองต่อแนวทางการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน ลาร์สันได้นำรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะที่คิดค้นขึ้น โดยสไตน์และคณะ มาใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายอย่างมีประสิทธิภาพพร้อมกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบ LEADS (Launch- Explore-Discuss-Summarize) เพื่อเอื้อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในงานทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้ร่วมคิด ร่วมแสดงความรู้

คิดเห็น ให้เหตุผล และสรุปความรู้ด้วยตนเอง จากการใช้คำถามหรือการชี้แนะจากครู ซึ่งนอกจากการใช้รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะแล้ว ยังขึ้นอยู่กับงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องมีเป้าหมายการเรียนรู้ที่ชัดเจนและต้องส่งเสริมให้นักเรียนใช้การตอบสนองได้อย่างหลากหลาย

จากที่มาของการจัดการเรียนรู้จะเห็นว่า สไตน์และคณะเป็นผู้ริเริ่มคิดค้นการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวเป็นคนแรก ผู้วิจัยจึงใช้ชื่อการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะเป็นชื่อตัวแปรต้นในงานวิจัยนี้

2.2 ความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

สไตน์และคณะ (Stein et al., 2008) ได้ให้ความหมายการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะว่าเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยให้ครูผู้สอนสามารถใช้การตอบสนองของนักเรียนจากการทำงานทางคณิตศาสตร์มาพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งชั้นเรียน โดยครูผู้สอนจะคอยกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดที่หลากหลาย และนำแนวคิดเหล่านั้นมาให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ซึ่งครูผู้สอนจะคอยควบคุมชั้นเรียนในขณะที่มีการอภิปรายร่วมกัน และจะต้องเตรียมจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตั้งแต่ขั้นตอนการวางแผนการจัดการเรียนรู้มาเป็นอย่างดี

ลาร์สัน (Larsson, 2015) กล่าวถึงความหมายการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะว่าเป็นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ ปัญหา โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้ขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้น (5 Practices) ในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดเพื่อให้สรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ

จากการศึกษาความหมายของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ผู้วิจัยจึงสรุปว่า การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะหมายถึง การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบจากการทำงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ และนำคำตอบที่ได้มาอภิปรายร่วมกันภายในชั้นเรียน โดยครูผู้สอนจะคอยกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดที่หลากหลาย เพื่อสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายได้

2.3 ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

สไตน์และคณะ (Stein et al., 2008) กล่าวว่าลักษณะสำคัญของรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เน้นให้นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบโดยลงมือปฏิบัติจริงผ่านการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยครูจะเป็นผู้ออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในการเรียนที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้แนวคิดได้อย่างหลากหลาย และวางแผนการจัดการเรียนรู้ให้ครอบคลุม นำไปสู่การร่วมกันอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ที่ถูกต้อง ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) การเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry – based) ตามรูปแบบ LEDS (Launch – Explore – Discuss – Summarize) 2) รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ และ 3) งานทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

2.3.1 การเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry – based) ตามรูปแบบ LEDS (Launch – Explore – Discuss – Summarize) การเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดและแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิด สืบค้น และหาคำตอบสำหรับปัญหาของตนได้ โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบ LEDS ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน (Launch) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหา จากนั้นใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจบริบทหรือสถานการณ์ปัญหานั้น โดยนักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อระบุสิ่งที่งานต้องการทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญ รวมถึงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

ขั้นที่ 2 การสำรวจ (Explore) เป็นขั้นที่นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากงานเพื่อกำหนดวิธีการ แนวทางหรือกลวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน พร้อมกับครูใช้การพูดคุย ซักถาม เพื่อช่วยเหลือและชี้แนะให้นักเรียนสามารถทำงานทางคณิตศาสตร์ได้และให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลและตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการ แนวทาง หรือกลวิธีของตนเอง

ขั้นที่ 3 การอภิปรายและสรุปผล (Discuss and Summarize) เป็นขั้นที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และเหตุผลที่หลากหลายที่ใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ พร้อมกับคอยช่วยเหลือโดยใช้คำถามให้นักเรียนสามารถนำความรู้และเหตุผลที่หลากหลายมาสรุปเป็นความรู้ใหม่ได้

2.3.2 รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นคิดค้นโดยสไตน์และคณะ (Stein et al., 2008) โดยมีรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น ประกอบด้วย ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์ (Anticipating) ขั้นการปฏิบัติที่ 2

การติดตาม ตรวจสอบ (Monitoring) ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การเลือก (Selecting) ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การจัดลำดับ (Sequencing) และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง (Connecting)

ต่อมาลาร์สัน (Larsson, 2015) ได้พัฒนาโดยปรับเป็นขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) โดยการปฏิบัติ 5 ขั้นที่ ลาร์สันพัฒนาขึ้น มีความสอดคล้องกับรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ และการเรียนรู้แบบสืบสอบตามรูปแบบ LEADS ซึ่งสรุปได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงความสอดคล้องของขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ระหว่างการเรียนรู้แบบสืบสอบตามรูปแบบ LEADS รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ และรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของลาร์สัน

การเรียนรู้แบบสืบสอบตาม รูปแบบ LEADS	รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น ของสไตน์และคณะ	การปฏิบัติ 5 ขั้นของลาร์สัน
การวางแผน (Plan)	การคาดการณ์ (Anticipating)	การคาดการณ์ (Anticipating)
การนำเข้าสู่งานทาง คณิตศาสตร์ (Launch)	การติดตาม ตรวจสอบ (Monitoring)	การนำเข้าสู่งานทาง คณิตศาสตร์ (Launching)
การสำรวจ (Explore)	การเลือก (Selecting) การจัดลำดับ (Sequencing)	การติดตาม (Monitoring) การคัดเลือกและจัดลำดับ (Selecting and Sequencing)
การอภิปรายและสรุปผล (Discuss and Summarize)	การเชื่อมโยง (Connecting)	การเชื่อมโยง (Connecting)

โดยรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนของรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นทั้งของสไตน์และคณะ และรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของลาร์สันจะแสดงในหัวข้อ 2.4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

2.3.3 งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Tasks)

2.3.3.1 ความหมายของงานทางคณิตศาสตร์

งานทางคณิตศาสตร์ ถือเป็นนวัตกรรมหนึ่งที่สามารถใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความคิดของนักเรียนได้ โดยมีนักการศึกษาได้เสนอความหมายของงานทางคณิตศาสตร์ ไว้หลายท่าน ดังต่อไปนี้

เฮนนิ่งเซนและสไตน์ (Henningsen and Stein, 1997) กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งเน้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อการหาข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ งานทางคณิตศาสตร์ยังมีหลายลักษณะที่แตกต่างกันเพื่อนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจและพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ไค (Cai, 2003) ได้กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์โดยตรง ซึ่งเป็นสิ่งที่จะนำไปสู่การพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

วอล (Wall, 2005) ได้กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ถูกคัดเลือก หรือเป็นสิ่งที่ถูกออกแบบโดยครู ซึ่งมีความแตกต่างกันขึ้นอยู่กับเป้าหมายของครู โดยความหมายที่ใช้กันโดยทั่วไปของ"งานทางคณิตศาสตร์" หมายถึง ชนิดของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ครูได้มอบหมายให้กับนักเรียนและยังมีความหมายต่าง ๆ ที่แตกต่างกัน ดังนี้ งานทางคณิตศาสตร์ คือ งานที่อยู่ในลักษณะที่เป็นคำถาม กิจกรรม สถานการณ์ปัญหา บทเรียน ตัวอย่าง หน่วยการเรียนรู้ รวมถึงการบ้าน ซึ่งงานแต่ละแบบมีความซับซ้อนที่แตกต่างกัน

ไอโซดะ (Isoda, 2012 อ้างถึงใน ธวัชชัย สุกดิษฐ์, 2556, หน้า 21) ได้กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์ คือ สิ่งที่ครูสร้างขึ้นและมอบหมายให้นักเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดปัญหาและความสงสัยก่อนลงมือแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังได้กล่าวอีกว่า งาน และ ปัญหา มีความแตกต่างกันในชั้นเรียน โดยที่ งาน คือ สิ่งที่ครูมอบหมายให้นักเรียนทำและมักจะนำเสนอคำถามควบคู่กันไปด้วย ส่วนปัญหา คือ สิ่งที่เกิดขึ้นกับนักเรียนหลังจากที่ครูนำเสนองานและคำถาม โดยที่ปัญหาที่เกิดขึ้นกับนักเรียนนั้น จะเป็นสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้มาก่อนหน้านี้แล้ว ซึ่งนักเรียนต้องอาศัยความรู้ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของตนเองมาใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของงานทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า งานทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่ถูกคัดเลือก หรือเป็นสิ่งที่ถูกออกแบบโดยครูเพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยมีลักษณะเป็นกิจกรรม สถานการณ์ หรือคำถาม ที่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดปัญหาหรือข้อสงสัยเพื่อจะนำไปสู่การลงมือแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อหาข้อสรุปหรือคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์

2.3.3.2 ความสำคัญของงานทางคณิตศาสตร์

งานทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสำคัญของงานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ไว้ดังนี้

ไคและเลสเตอร์ (Cai and Lester, 2010) ได้กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์ที่ทำทลายความสามารถของนักเรียน จะนำไปสู่การเพิ่มพูนความรู้และพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน สามารถกระตุ้นความเข้าใจ และมโนทัศน์ของนักเรียน รวมไปถึงกระตุ้นความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นสิ่งที่สามารถดึงดูดความสนใจและความอยากรู้อยากเห็นของนักเรียน ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ คือ งานที่ทำให้นักเรียนเกิดความสงสัย อยากที่จะลงมือแก้ปัญหา ส่งผลให้เกิดการพัฒนาความรู้ของนักเรียน โดยงานทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพควรมีองค์ประกอบต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

- มีความสำคัญและมีประโยชน์ในทางคณิตศาสตร์
- ต้องใช้ความคิดขั้นสูงในการแก้ปัญหา
- สามารถทำให้เกิดการพัฒนาโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- เปิดโอกาสให้ครูสามารถประเมินการเรียนรู้และประสบการณ์ของนักเรียน
- นักเรียนสามารถใช้วิธีการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันได้
- มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายหรือให้สิทธิการตัดสินใจที่แตกต่างกัน

ในการลงมือทำงาน รวมทั้งการยืนยันแนวคิดที่ได้จากการแก้ปัญหา

- สามารถกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย
- มีความเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดที่สำคัญทางคณิตศาสตร์
- ส่งเสริมการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์
- เปิดโอกาสในการฝึกฝนทักษะที่สำคัญ

นอกจากนี้ การเรียนรู้ของนักเรียนไม่ได้ขึ้นอยู่กับรูปแบบของงานทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว ถึงแม้ว่างานทางคณิตศาสตร์ที่ครูเลือกมาจะมีประสิทธิภาพ แต่เมื่อนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ประสิทธิภาพอาจจะลดลง ดังนั้นครูควรจัดการเรียนรู้ให้มีความต่อเนื่องกันในแต่ละหัวข้อของบทเรียน ซึ่งครูควรเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมต่อนักเรียน ควรคำนึงถึงความหลากหลายของความสามารถของนักเรียนและควรส่งเสริมการใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายของนักเรียน

ดอยล์ (Doyle, 1983 อ้างใน Stein & Henningsen, 1996, p. 459) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ สามารถกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และลงมือแก้ปัญหา โดย

ผ่านการชี้แนะของครูผู้สอน เพื่อให้นักเรียนได้คำนึงถึงแง่มุมที่เฉพาะเจาะจงของเนื้อหาและการกำหนดแนวทาง หรือวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์สามารถทำให้ครูผู้สอนเข้าใจได้ว่า นักเรียนเรียนรู้อะไรและเรียนรู้ได้อย่างไร

จามาร์ (Jamar, 2011) ได้กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยตนเองผ่านการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยปราศจากการสอนวิธีในการแก้ปัญหานั้น ๆ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องใช้ความคิดขั้นสูง และความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกัน ซึ่งหมายถึง ความรู้ใหม่สามารถสร้างได้ โดยการเชื่อมโยงความรู้หรือประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมมาใช้ ดังนั้น นักเรียนควรได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนสามารถจดจำองค์ความรู้เหล่านั้นได้อย่างยาวนานและนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ใหม่ในอนาคต นอกจากนี้ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างที่นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ผ่านการอธิบาย ส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในองค์ความรู้ที่มากขึ้น

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2014, pp.23-24) ได้ระบุว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง สามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้และการค้นหาวิธีการที่หลากหลายที่สามารถนำมาใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาต่าง ๆ โดยงานทางคณิตศาสตร์ จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน ดังนั้นการจัดการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์จึงเป็นการส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และ ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งบทบาทของครูและนักเรียนในกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

บทบาทของครู

- สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสอบ และแก้ปัญหา เพื่อสร้างองค์ความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง
- เลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ผ่านการใช้สื่อหรือการดำเนินการที่หลากหลาย

- มอบหมายงานทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปสู่ระดับการรู้คิดขั้นสูง
- กระตุ้นให้นักเรียนใช้แนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

บทบาทของนักเรียน

- พยายามแก้ปัญหาและให้เหตุผลผ่านงานทางคณิตศาสตร์
- พยายามทำความเข้าใจเกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ โดยมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมและสร้างองค์ความรู้ใหม่

- มีการใช้สื่อและการดำเนินการแทน เพื่อสนับสนุนความคิดในการแก้ปัญหาของตนเอง

- มีการอภิปรายร่วมกันกับเพื่อนในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

จากการศึกษาความสำคัญของงานทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า งานทางคณิตศาสตร์ จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยการเชื่อมโยงความรู้หรือประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมมาใช้ ผ่านการชี้แนะของครูผู้สอน ครูผู้สอนจะกระตุ้นความเข้าใจ และเมโนทัศน์ของนักเรียน รวมไปถึงกระตุ้นความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้เกิดการพัฒนาความรู้ของนักเรียน เพื่อนำไปสู่การอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน นักเรียนต้องเชื่อมโยงแนวคิดที่หลากหลาย เพื่อหาข้อสรุป และสามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้ นอกจากนั้นข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างที่นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ ผ่านการอธิบาย ส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในองค์ความรู้ใหม่มากขึ้น

2.3.3.3 ลักษณะของงานทางคณิตศาสตร์

งานทางคณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้มีอยู่หลายลักษณะ โดยมีนักการศึกษา จำแนกลักษณะของงานทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สไตน์ โกรเวอร์ และเฮนนิ่งเซน (Stein, Grover and Henningsen, 1996, p.459) ได้แบ่งงานทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับได้แก่ 1) งานทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอในหลักสูตรหรือหนังสือเรียน 2) งานทางคณิตศาสตร์ที่ถูกกำหนดโดยครูผู้สอน และ 3) งานทางคณิตศาสตร์ที่ถูกตีความโดยนักเรียนใน ชั้นเรียนและเพื่อนำเสนอปัจจัยที่อาจมีผลต่อการกำหนดงานทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ เป้าหมายของครู ความรู้ของครูในเนื้อหาวิชาที่สอน และความรู้ของครูที่มีต่อนักเรียน ส่วนปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการดำเนินงานของนักเรียนนั้น ประกอบด้วย บรรทัดฐานในห้องเรียน เงื่อนไขของงาน วิธีการจัดการเรียนรู้ของครู และลักษณะการเรียนรู้ของนักเรียน

สไตน์ สมิธ เฮนนิ่งเซน และ ซิลเวอร์ (Stein, Smith, Henningsen, and silver, 2000) ได้แบ่งลักษณะงานทางคณิตศาสตร์ตามระดับการรู้คิด โดยการรู้คิด (Cognitive Demand) หมายถึง ชนิดและระดับของความคิดที่จำเป็นสำหรับนักเรียนเพื่อให้ประสบความสำเร็จในการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่ 1) แบบความรู้ความจำ (Memorization) 2) แบบการใช้ขั้นตอน วิธีดำเนินการ แต่ไม่มีการเชื่อมโยง (Procedures without Connections) ซึ่งทั้ง 2 แบบที่กล่าวมานี้เป็นระดับการรู้คิดในระดับต่ำ 3) แบบการใช้ขั้นตอน วิธีดำเนินการ และมีการเชื่อมโยง (Procedures with Connections) 4) แบบการทำคณิตศาสตร์ (Doing Mathematics) ซึ่งระดับที่ 3 และ

4 เป็นระดับการรู้คิดในระดับสูง ดังนั้น ลักษณะงานทางคณิตศาสตร์ที่แบ่งตามระดับการรู้คิดมีอยู่ทั้งหมด 4 ลักษณะ ดังนี้

1. แบบการใช้ความรู้ความจำ (Memorization) เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้การรู้คิดในระดับต่ำในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นการเน้นความรู้ความจำ การจำกฎ สูตร หลักการและขั้นตอนวิธีการ เพื่อจะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. แบบการใช้ขั้นตอน วิธีดำเนินการ แต่ไม่มีการเชื่อมโยง (Procedures without Connections) เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้การรู้คิดในระดับต่ำในการแก้ปัญหา ซึ่งจะเป็นการเน้นการใช้ขั้นตอน วิธีดำเนินการในการอธิบายแนวคิดแต่ไม่มีการเชื่อมโยงกับศาสตร์ความรู้อื่น ๆ โดยจะเป็นการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น

3. แบบการใช้ขั้นตอน วิธีดำเนินการและมีการเชื่อมโยง (Procedures with Connections) เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้การรู้คิดในระดับสูงในการแก้ปัญหา ซึ่งจะเป็นการเน้นการอธิบายแนวคิด วิธีการในการแก้ปัญหา เน้นการให้ความหมายที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนวิธีดำเนินการด้วยการเชื่อมโยงกับความรู้ต่าง ๆ

4. แบบการทำคณิตศาสตร์ (Doing Mathematics) ซึ่งเป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้การรู้คิดในระดับสูงในการแก้ปัญหา และเป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการลงมือทำ เน้นการใช้ความรู้ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา เน้นการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและไม่มีขั้นตอนหรือวิธีการที่แน่นอน เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนไม่สามารถคาดเดาคำตอบได้ และเป็นกิจกรรมที่เน้นการให้เหตุผล ใช้ความรู้ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น การตรวจสอบข้อคาดการณ์ การลงข้อสรุป การแปลความหรือตีความ เป็นต้น

โย (Yeo, 2007, pp.4-6) ได้แบ่งงานออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ลักษณะงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการ เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนได้ฝึกใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านต่าง ๆ

2. ลักษณะงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการแก้ปัญหา เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิดที่ต้องอาศัยทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา และสามารถใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลายได้ แต่มีเป้าหมายสุดท้ายเหมือนกัน

3. ลักษณะงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นความคิดขั้นสูง เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนได้คิดค้นยุทธวิธีการแก้ปัญหาดด้วยตนเอง และเป็นงานทางคณิตศาสตร์แบบเปิดที่สามารถหาผลลัพธ์ได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับความรู้ ความสามารถและประสบการณ์ของนักเรียน

จากการศึกษาลักษณะของงานทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยแบ่งลักษณะของงานทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของสไตน์ สมิธ เฮนนิ่งเซน และ ซิลเวอร์ (Stein, Smith, Henningsen, and silver) ซึ่งจะแบ่งเป็น 4 ลักษณะ ประกอบด้วย 1) แบบการใช้ความรู้ความจำ เป็นงานที่เน้นความรู้ความจำ การจำกฎ สูตร หลักการและขั้นตอนวิธีการ 2) แบบการใช้ขั้นตอน วิธีดำเนินการ แต่ไม่มีการเชื่อมโยง เป็นงานที่อธิบายแนวคิดแต่ไม่มีการเชื่อมโยงกับความรู้อื่น เป็นการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบเพียงคำตอบเดียว

3) แบบการใช้ขั้นตอน วิธีดำเนินการ และมีการเชื่อมโยง เป็นงานที่เน้นการอธิบายวิธีดำเนินการในการแก้ปัญหา ด้วยการเชื่อมโยงกับความรู้ต่าง ๆ และ 4) แบบการทำคณิตศาสตร์ เป็นงานที่เน้นการลงมือทำ เน้นการคิดที่ซับซ้อนและไม่มีวิธีดำเนินการที่แน่นอน ไม่สามารถคาดเดาคำตอบได้ และใช้ความรู้ที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยใช้งานทางคณิตศาสตร์ลักษณะที่ 3) การใช้ขั้นตอน วิธีดำเนินการ และมีการเชื่อมโยง และลักษณะที่ 4) การทำคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

2.4 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นถูกคิดค้นขึ้นโดยสไตน์และคณะ (2008) เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติในการสำรวจจากงานทางคณิตศาสตร์ อภิปราย และสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพประกอบด้วย 5 ขั้นการปฏิบัติ ได้แก่

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์ (Anticipating) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะคาดการณ์การตอบสนองของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการทำงานทางคณิตศาสตร์ทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาด พร้อมกับวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การกำกับติดตาม (Monitoring) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อย และใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบ พร้อมกับจดบันทึกแนวคิดเหล่านั้นลงในแบบบันทึก

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การคัดเลือก (Selecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะเลือกแนวคิดที่ได้จากการติดตามการตอบสนองของนักเรียนมาใช้เป็นประเด็นอภิปรายเพื่อให้เกิดการพูดคุย ถกเถียง แสดงความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกัน

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การจัดลำดับ (Sequencing) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะจัดลำดับการอภิปรายจากแนวคิดที่ได้เลือกไว้ เพื่อให้การอภิปรายมีความสอดคล้องและเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปได้ง่ายขึ้น โดยพิจารณาจาก 1) ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือกลวิธี 2) แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ 3) ความหลากหลายของการใช้แนวคิดหรือวิธีการ

4) แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ และ 5) แนวคิดหรือวิธีการที่ทำให้ปัญหาง่าย เพื่ออำนวยความสะดวกในการเชื่อมโยงการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง (Connecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างความเห็นร่วมกันและทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของผู้อื่น ผ่านการโต้แย้งแสดงความคิดเห็นและเหตุผล โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่ข้อสรุปตามเป้าหมายที่กำหนดไว้

ต่อมาลาร์สัน (Larsson, 2015) ได้นำการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ มาพัฒนาใหม่เพื่อให้เหมาะสำหรับการนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดองค์ความรู้และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่ทำท่าย ให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการรวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยครูเน้นใน 3 เรื่องได้แก่ 1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้อง ครูดำเนินการแก้ไข 2) แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และ 3) พฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงครูจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจ ทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติ

ที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ และจัดลำดับการอภิปรายของแนวคิดหรือวิธีการที่คัดเลือกลงตามความเหมาะสมรวมถึงแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือกได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ที่ละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ครูให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ จากของ Stein et al. (2008) และ Larsson (2015) ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 สังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

สไตน์และคณะ (Stein et al., 2008)	ลาร์สสัน (Larsson, 2015)	ผู้วิจัย
ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์ (Anticipating) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะคาดการณ์การตอบสนองของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการทำงานทางคณิตศาสตร์ทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาด พร้อมกับวางแผนการคัดเลือก และจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย	ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ครูออกแบบหรือคัดเลือกรายงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์	ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ครูออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์วิธีการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งวิธีคิดและคำตอบที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด พร้อมกับวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย

ตารางที่ 3 (ต่อ)

สไตน์และคณะ (Stein et al., 2008)	ลาร์สัน (Larsson, 2015)	ผู้วิจัย
ขั้นตอนปฏิบัติที่ 2 การกำกับติดตาม (Monitoring) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคล หรือกลุ่มย่อย และใช้คำถามที่ได้จากการวางแผน ในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบ พร้อมกับจดบันทึกแนวคิดเหล่านั้นลงในแบบบันทึก	ขั้นตอนปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่ทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่ท้าทายให้นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจสนใจสิ่งต่างๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์	ขั้นตอนปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่ทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่ท้าทายให้นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจสนใจสิ่งต่างๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์
ขั้นตอนปฏิบัติที่ 3 การกำกับติดตาม (Monitoring) เป็นการทำงานร่วมกันเป็นรายบุคคล หรือกลุ่มย่อย และใช้คำถามที่ได้จากการวางแผน ในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบ พร้อมกับจดบันทึกแนวคิดเหล่านั้นลงในแบบบันทึก	ขั้นตอนปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาคำตอบหรือคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการรวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ต่างๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยครูเน้นใน 3 เรื่องได้แก่	ขั้นตอนปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาคำตอบหรือคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูคอยสังเกตการตอบสนองของนักเรียน ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่าแนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และ

ตารางที่ 3 (ต่อ)

สไตน์และคณะ (Stein et al., 2008)	ลาร์สัน (Larsson, 2015)	ผู้วิจัย
ขั้นปฏิบัติที่ 3 การคัดเลือก (Selecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะเลือกแนวคิดที่ได้จากการติดตามการตอบสนองของนักเรียนมาใช้เป็นประเด็นอภิปราย เพื่อให้เกิดการพูดคุย ถกเถียงแสดงความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกัน	1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่ามีข้อผิดพลาดหรือข้อสงสัย 3) พฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงครูจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจซึ่งถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย	ตรวจสอบว่าความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่ามีข้อผิดพลาดหรือข้อสงสัย 3) พฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงครูจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจซึ่งถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย
ขั้นปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด	ขั้นปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายและจัดลำดับการอภิปรายตามความเหมาะสม ซึ่งจะพิจารณาจาก	ขั้นปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายและจัดลำดับการอภิปรายตามความเหมาะสม ซึ่งจะพิจารณาจาก



ตารางที่ 3 (ต่อ)

สไตน์และคณะ (Stein et al., 2008)	ลาร์สัน (Larsson, 2015)	ผู้วิจัย
ขั้นตอนปฏิบัติที่ 4 การจัดลำดับ (Sequencing) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะจัดลำดับการอภิปรายจากแนวคิดที่ได้เลือกไว้ เพื่อให้การอภิปรายมีความสอดคล้องและเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปได้ง่ายขึ้น โดยพิจารณาจาก 1) ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือกลวิธี 2) แนวคิดหรือวิธีการที่ต้องสมบูรณ์ 3) ความหลากหลายของการใช้แนวคิดหรือวิธีการ 4) แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ และ 5) แนวคิดหรือวิธีการที่ทำให้ปัญหาดูง่ายเพื่ออำนวยความสะดวกในการเชื่อมโยงการอภิปราย	รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ และจัดลำดับการอภิปรายของแนวคิดหรือวิธีการที่คัดเลือกดังกล่าวตามความเหมาะสมรวมถึงลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือก ได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน	1) แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ 2) แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือวิธีการ 3) แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ 4) แนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายหรือแปลกใหม่ และ 5) แนวคิดหรือวิธีการที่ทำให้ปัญหาดูง่าย โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมและเพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ และแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือก ได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ตารางที่ 3 (ต่อ)

สไตน์และคณะ (Stein et al., 2008)	ลาร์สัน (Larsson, 2015)	ผู้วิจัย
ขั้นตอนการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง (Connecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างความเห็นร่วมกันและทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของผู้อื่น ผ่านการโต้แย้งแสดงความคิดเห็นและเหตุผล โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่ข้อสรุปตามเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้	ขั้นตอนการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นตอนการปฏิบัติที่ 4 แต่ละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผล เพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้เปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่การสรุปเป็นองค์ความรู้ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป	ขั้นตอนการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นตอนการปฏิบัติที่ 4 แต่ละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผล เพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้เปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่การสรุปเป็นองค์ความรู้ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

จากตารางที่ 3 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นตอนของสไตน์และคณะ จากขั้นการปฏิบัติของสไตน์และคณะ (Stein et al., 2008) และ ลาร์สสัน (Larsson, 2015) ได้ดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ครูออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์วิธีการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งวิธีคิดและคำตอบที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด พร้อมกับวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่ท้าทาย ให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูคอยสังเกตการตอบสนองของนักเรียน ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่าแนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และตรวจสอบว่าความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้อง ครูจะคอยชี้แนะโดยใช้คำถามกระตุ้น พร้อมทั้งจดบันทึกคำตอบแนวคิดหรือวิธีการที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายและจัดลำดับการอภิปรายตามความเหมาะสม ซึ่งจะพิจารณาจาก 1) แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ 2) แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือวิธีการ 3) แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ 4) แนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายหรือแปลกใหม่ และ 5) แนวคิดหรือวิธีการที่ทำให้ปัญหาง่าย โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมและเพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ และแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือก ได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ที่ละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผล เพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้เปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่การสรุปเป็นองค์ความรู้ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

โดยผู้วิจัยนำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ไปใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.5 ข้อเสนอแนะในการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

ลาร์สัน (Larsson, 2015) ได้นำเสนออุปสรรคหรือความท้าทายสำหรับครูในการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

1. ครูควรคาดการณ์เกี่ยวกับรายละเอียดของแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่นักเรียนจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ไว้ล่วงหน้า รวมถึงข้อผิดพลาดที่จะเกิดขึ้น ซึ่งจะช่วยให้ครูสามารถวางแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดอย่างหลากหลายและเป็นไปตามที่ครูคาดการณ์ไว้

2. การคัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เพื่อให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

3. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง เพื่อที่ครูจะได้ตรวจสอบความรู้พื้นฐานและความเข้าใจของนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องและเพียงพอในการทำงานทางคณิตศาสตร์หรือไม่ หากพบว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานหรือความเข้าใจที่ผิดพลาด ครูจะดำเนินการแก้ไขให้ถูกต้อง

4. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ความเข้าใจของตนเองในการสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถาม ชี้แนะ หรือยกตัวอย่าง มากกว่าที่จะเป็นการบอกคำตอบเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ ความเข้าใจ และความคิดในการคำตอบได้ด้วยตนเอง

5. ครูควรตัดสินใจเกี่ยวกับวิธีคัดเลือกและจัดลำดับวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนเพื่อที่จะใช้ในการอภิปรายในชั้นเรียน โดยคัดเลือกและจัดลำดับผลงานของนักเรียนเพื่อใช้ในการอภิปรายดังนี้ 1) ผลงานที่ถูกต้องสมบูรณ์ 2) ผลงานที่ถูกต้องสมบูรณ์ซึ่งใช้แนวทางหรือวิธีการที่แตกต่างจากข้อ 1 และ 3) ผลงานที่มีข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิด หากปริมาณผลงานมีจำนวนมาก

ครูจะต้องเลือกแนวคิดหรือวิธีการที่เหมาะสมกับเวลาและเพียงพอต่อการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ได้ เช่น เป็นผลงานที่มีข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนส่วนใหญ่ หรือเป็นผลงานที่สามารถเปรียบเทียบความเหมือน/ต่างของแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้

6. ครูควรตั้งประเด็นคำถามที่ซับซ้อนเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิด เหตุผลและความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7. ครูควรเน้นให้นักเรียนได้อธิบายที่มาหรือเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนนำมาใช้ มากกว่าที่จะให้ความสำคัญกับคำตอบเพียงอย่างเดียว

8. ครูควรช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงในการอภิปรายในชั้นเรียน โดยนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหามาจากง่ายไปยาก รูปธรรมไปนามธรรม หรือหากมีหลายแนวคิดที่หลากหลาย ครูควรช่วยให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความเหมือน ความต่างเหล่านั้น จนนักเรียนสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง

9. ครูควรสร้างบรรยากาศในห้องเรียนที่เอื้อให้นักเรียนเกิดการโต้เถียงกันในการอภิปรายในชั้นเรียน

10. ครูควรคัดเลือกเนื้อหาและออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับระยะเวลาในการจัดกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหามากที่สุด

จากข้อเสนอแนะในการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะสรุปได้ว่า ครูควรคัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้นักเรียนได้ใช้วิธีการแก้ปัญหามากที่สุดและเหมาะสมกับเวลา เพื่อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหามากที่สุด นอกจากนี้ครูควรคาดการณ์รายละเอียดของการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมทั้งครูควรกระตุ้นโดยใช้คำถาม เพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนและเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจงานทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ครูควรจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนเพื่อใช้ในการอภิปรายในชั้นเรียน และครูควรตั้งคำถามเพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงในการอภิปรายในชั้นเรียน จนนักเรียนสามารถสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้นำข้อเสนอแนะไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะในชั้นการปฏิบัติที่ 1 เป็นส่วนใหญ่ เนื่องจากชั้นการปฏิบัติที่ 1 คือชั้นที่ครูจะต้องเตรียมและวางแผนทุกอย่างเพื่อให้การจัดการเรียนรู้รัดกุม โดยที่นักเรียนได้ความรู้ที่ครบถ้วน

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

กู๊ด (Good, 1973, p.126) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจ เกี่ยวกับสิ่งหนึ่งหรือเรื่องหนึ่งเรื่องใดที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ด้านความสัมพันธ์กับจำนวน รวมถึงการให้เหตุผลประกอบอย่างมีระบบ หรือเป็นความคิดสำคัญเกี่ยวกับลักษณะภายนอกของสิ่งของที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ ที่มีการนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

เอกเกน และ คาวซัค (Eggen and Kauchak, 1997, p.108) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากัน และเท่ากับ 90 องศา มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากัน และขนานกัน เป็นต้น

ทูมาซิส (Toumasis, 1995, p.98 อ้างถึงใน หทัยรัตน์ ยศแผ่นดิน, 2556) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

เวชฤทธิ์ อังคะภักทรขจร (2557, หน้า 96) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่สามารถจัดการความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าพวกเดียวกัน โดยสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกันได้

อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 15) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts) เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถแสดงความเข้าใจออกมาในรูปของความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์

3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.2.1 ความสำคัญของมโนทัศน์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ โดยนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

ออสซูเบล (Ausubel, 1968, p.505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์โดยสรุปว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นต่อการดำเนินชีวิต โดยบุคคลจะใช้มโนทัศน์เป็นตัวกรองให้เกิดพฤติกรรมต่าง ๆ ทั้งในด้านความคิด การตัดสินใจ การสื่อความหมายและการแก้ปัญหาต่าง ๆ

เดอเซคโค (De Cecco, 1968, pp.402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า นักเรียนสามารถใช้มโนทัศน์ของสิ่งหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ มาจัดประเภท ให้อยู่เป็นกลุ่ม ๆ มโนทัศน์จะทำให้ความซับซ้อนของสิ่งหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ลดลง เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ ง่ายต่อการแก้ปัญหาและการตัดสินใจ ดังนั้นการมีมโนทัศน์ในหลายเรื่องก็จะส่งผลดีมากขึ้นด้วย และยังสามารถใช้

มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป เมื่อนักเรียนมีการเรียนรู้มโนทัศน์ของสิ่งใดหรือเรื่องใดแล้วก็จะสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ได้โดยไม่ต้องเรียนรู้ซ้ำ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังส่งผลต่อความสามารถในการสื่อสารอีกด้วย เนื่องจากในการเรียนจะต้องมีการสื่อสารในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน ซึ่งจำเป็นต้องมีมโนทัศน์ที่ตรงกันเพื่อให้สื่อความหมายกันได้ดีขึ้น

สุรางค์ ไคว์ตระกูล (2533, หน้า 206) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดมนุษย์ที่ช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการของสิ่งหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ และนำมโนทัศน์นั้นไปแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ ได้ และมโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสื่อความหมายสิ่งต่าง ๆ ของมนุษย์อีกด้วย

สิริวรรณ ศรีพหล (2536, หน้า 183) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เนื่องจากมโนทัศน์เป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงขึ้นไป ครูจึงต้องไม่สอนเพียงข้อเท็จจริงและให้นักเรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลเท่านั้น

นาคยา ปิณฑานนท์ (2542, หน้า 125) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า การที่นักเรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่ายและสามารถหวนหวนความรู้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

จากความสำคัญของมโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง สามารถสรุปความสำคัญของมโนทัศน์ได้ว่า การที่นักเรียนมีมโนทัศน์ ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดระบบ

ความรู้ เพื่อนำมโนทัศน์นั้นไปแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ หรือสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ และมโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสื่อความหมายสิ่งต่าง ๆ อีกด้วย ดังนั้นการสื่อสารจำเป็นต้องมีมโนทัศน์ที่ตรงกันเพื่อให้สื่อความหมายกันได้ดีขึ้น

3.2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาได้เสนอถึงความสำคัญ ไว้ดังนี้

คูนีซ, เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975, p. 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ 3 ประการ คือ

1. นักเรียนสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์เรื่องจำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวนนั้นเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทำให้นักเรียนสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการนอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้
3. มโนทัศน์จะทำให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้

สสวท. (2555ข, หน้า 61) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย

อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 17) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับครูและนักเรียน เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ต้องเกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ที่จะทำให้นักเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่าครูจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าครูขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอน ในขณะที่ตัวนักมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับนักเรียนในการคิด การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้น ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้

จากความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และทำให้นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี สามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีด้วย รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไป

ได้ดีด้วย และยังเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการสร้างองค์ความรู้ใหม่อีกด้วย

3.3 แนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.3.1 แนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์

มีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ ไว้ดังนี้

เดอ เซคโค (De Cecco, 1968, pp.416-418) ได้เสนอว่า การสอนให้เกิดมโนทัศน์ควรปฏิบัติเป็นขั้น ดังนี้

1. คาดหวังพฤติกรรม คือ ตั้งจุดหมายเชิงพฤติกรรม เพื่อให้ทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลังจากได้รับการสอนมโนทัศน์ไปแล้ว
 2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่นของมโนทัศน์มาสอนต่อนักเรียนเพื่อลดความสับสน
 3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยเขียนบนกระดานดำหรือบอร์ด
 4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ทั้งที่สอดคล้องและไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่สอน
 5. แสดงตัวอย่างทั้งที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนสังเกต แล้วให้นักเรียนตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่มโนทัศน์ และตัวอย่างใดที่ไม่ใช่มโนทัศน์
 6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน
 7. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน โดยให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน
 8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายมโนทัศน์ที่เรียนโดยสรุปเป็นองค์ความรู้ แล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถาม จากนั้นครูตรวจงานนักเรียนเพื่อรายงานผลให้ทราบ
- คลาวส์ไมเออร์ (Klausmeier, 1971, pp.422-423) ได้เสนอแนวทางการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ ครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น
2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม ให้นักเรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์นั้นอย่างถูกต้อง
3. การชี้ให้เห็นธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน
4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง
5. ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักการค้นคว้า ซึ่งจะช่วยให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง
6. จัดให้มีการใช้ประโยชน์จากมโนทัศน์ โดยมีครูเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ
7. ให้นักเรียนรู้จักประเมินตนเองว่าเข้าใจความรู้นั้นหรือไม่ ถ้าไม่เข้าใจจะได้เริ่มใหม่

วิไลวรรณ ตรีศรีชนะมา (2537, หน้า 49) กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมีมโนทัศน์ ครูต้องสอนให้นักเรียนเกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา
 2. รู้จักเปรียบเทียบความแตกต่าง และความคล้าย
 3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ
 4. รู้จักจัดและรวบรวมสิ่งที่คัดเลือกเป็นประเภท หมวดหมู่
 5. รู้จักสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และเป็นประโยชน์ในการนำไปใช้
- นาตยา ปิณฑานนท์ (2542) ได้กล่าวถึงการเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ ซึ่งมี 2 แบบ คือ

การสอนแบบนิรนัยและการสอนแบบอุปนัย ดังนี้

การสอนแบบนิรนัย มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอน และแจ้งให้นักเรียนทราบ
2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้
3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใชตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
4. ให้นักเรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้
5. ให้นักเรียนอธิบายเพื่อสรุปอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบอุปนัย มีขั้นตอนดังนี้

1. ไม่บอกมโนทัศน์และอธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้นักเรียน
2. ให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน
3. ให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่เหมือนกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน และให้

นักเรียนตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้

4. ให้นักเรียนอธิบายเพื่อสรุปความหมายของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้น

จากการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ครูควรเลือกมโนทัศน์ให้เหมาะสมเพื่อให้นักเรียนไม่เกิดความสับสน โดยยกตัวอย่างมโนทัศน์ให้นักเรียนรู้จักสังเกต พิจารณา เปรียบเทียบ แยกประเภทของมโนทัศน์นั้น ๆ จากนั้นให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ที่ครูสอนและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้มโนทัศน์นั้น ๆ เพื่อประเมินตนเองว่าเข้าใจมโนทัศน์ถูกต้องหรือไม่

3.3.2 แนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้เสนอแนวทางการสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

เมธี ลิ้มอักษร (2524, หน้า 5-6) ได้กล่าวถึง การสอนให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ดังนี้

1. ก่อนที่จะสอนให้นักเรียนมีมโนทัศน์ใหม่ขึ้นมา นั้น ครูจะต้องแน่ใจเสียก่อนว่าพื้นฐานความรู้ ทักษะ หรือประสบการณ์เดิมที่จำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่มีเพียงพอ และนักเรียนมีความพร้อมแล้ว

2. ครูต้องทำให้นักเรียนสนใจที่จะเรียนในสิ่งที่ครูต้องการจะสร้างมโนทัศน์เสียก่อน ทั้งนี้เพราะนักเรียนต้องได้ลงมือทำ ได้เห็น ได้รู้สึก และพร้อมที่จะคิด เนื่องจากการเรียนรู้เกิดขึ้นก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความพร้อมและความเต็มใจที่เรียน

3. สิ่งที่จะนำมาสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์นั้น ครูต้องพิจารณาว่าอยู่ในวิสัยที่นักเรียนเข้าใจได้ ครูต้องจำไว้ว่า การสร้างมโนทัศน์เชิงคณิตศาสตร์นั้นย่อมต้องผ่านขบวนการต่าง ๆ เช่น การได้ลงมือทำด้วยตนเอง ได้เห็น ได้ยิน ได้คำนวณ และรู้จักใช้สัญลักษณ์ ไม่ว่าจะเป็นรูปหรือนามก็ตาม ดังนั้น ในการสร้างมโนทัศน์ครูจึงต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ต้องใช้เวลาแตกต่างกันในการสร้างมโนทัศน์ในแต่ละเรื่อง

4. ครูจะต้องเป็นผู้คอยช่วยเหลือ แนะนำ และพยายามรักษาให้นักเรียนมีแรงจูงใจอยู่เสมอ เพื่อให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพ การเรียนรู้แบบลองผิดลองถูก เป็นการเรียนรู้ที่ปราศจากหลักการ อาจก่อให้เกิดความรู้สึกล้มเหลวแก่นักเรียนได้ สิ่งที่จะนำมาพิจารณานั้น ควรเป็นสิ่งที่นักเรียนสามารถมองเห็นองค์ประกอบรวมได้โดยไม่ยากเกินไป

5. ครูจะต้องจัดการมโนทัศน์ที่จะสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ได้แจ่มแจ้งที่สุด

6. ครูจะต้องพยายามใช้เวลาแก่นักเรียนอย่างเพียงพอที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรมที่จะนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์นั้น ๆ โดยแจ่มชัด การสร้างมโนทัศน์นั้น เป็นกระบวนการที่ใช้เวลาและใช้ประสบการณ์หลายด้าน ตลอดจนการนำมโนทัศน์ไปใช้ในสถานการณ์ที่ต่าง ๆ กัน

อัมพร ม้าคอง (2546, หน้า 25-26) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ควรคำนึงถึงในการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ขั้นการวางแผนการสอน ครูควรพิจารณารายละเอียดของหัวข้อต่อไปนี้ ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญของมโนทัศน์ กฎของความเป็นมโนทัศน์ ตัวอย่างมโนทัศน์ และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างแต่คล้ายคลึง คำถามและทิศทางที่จะเน้น สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจและมีประสิทธิภาพ ระดับที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้

2. ขั้นการสอน กิจกรรมที่จัดเพื่อสอนมโนทัศน์ควรรวมถึงสิ่งต่อไปนี้ การนำเข้าสู่มโนทัศน์ การให้ตัวอย่างและสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างตามลำดับอันควร การฝึกการคิดเชิงเปรียบเทียบ การกระตุ้นให้นักเรียนถามและการประเมินระดับการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียน

3. ขั้นประเมินผล ควรประเมินในประเด็นสำคัญ ๆ ดังต่อไปนี้ ลักษณะของมโนทัศน์ได้แก่ ลักษณะเฉพาะของลักษณะที่สำคัญและไม่สำคัญ ลักษณะเฉพาะของกฎมโนทัศน์

ความสัมพันธ์ของมโนทัศน์นั้นกับมโนทัศน์อื่น และการใช้มโนทัศน์

พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รัชพลเดช (ม.ป.ป., หน้า 50-51) ได้กล่าวว่าการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีกระบวนการดังนี้

1. หาข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งที่เราต้องการสร้างมโนทัศน์จากประสบการณ์หรือทางอื่น ๆ จะทำให้ข้อมูลที่ได้รับแม่นยำ ยิ่งที่นักเรียนมีประสบการณ์มากเท่าไร นักเรียนจะสร้างมโนทัศน์ที่แม่นยำในสิ่งนั้นได้ดีเท่านั้น

2. พิจารณาหาความแตกต่างหรือความคล้ายคลึงเป็นข้อ ๆ จากนั้นนำข้อมูลมาเปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง จะทำให้ความเข้าใจในคุณสมบัติของสิ่งเหล่านั้นดีขึ้น

3. การสรุปข้อมูลของสิ่งที่ต้องการสร้างมโนทัศน์ เป็นการสรุปและหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้รับหรือพิจารณาแล้ว ผลที่ได้ออกมานั้นก็มักกำหนดสัญลักษณ์ เช่น การกำหนดชื่อให้สิ่งที่ได้สร้างขึ้นมา เรียกสิ่งที่ได้สรุปและกำหนดสัญลักษณ์แล้วนี้ว่า เป็นมโนทัศน์ในสิ่งนั้น ๆ ในเชิงคณิตศาสตร์ จะตั้งเป็นหลักหรือกฎเกณฑ์บางอย่างที่ได้จากการพิจารณาคุณสมบัติ ซึ่งมีเป็นแบบของมันเองโดยเฉพาะ

4. การนำไปใช้โดยวิธีอนุมาน เป็นขบวนการสร้างมโนทัศน์ขั้นสุดท้ายโดยการนำเอาสิ่งที่ได้ไปปรับใช้ให้เข้ากับเหตุการณ์อื่น ๆ ในรูปของ "ถ้า แล้ว" เช่น เมื่อสร้างมโนทัศน์ได้ว่า ในรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ความยาวของด้านสองด้านของสามเหลี่ยมนั้น รวมกันย่อมยาวกว่าด้านที่สาม ดังนั้น ถ้า ABC เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่งแล้ว ด้าน a บวกกับด้าน b ย่อมยาวกว่าด้าน c เป็นต้น

จากการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ครูจะต้องตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนว่ามีเพียงพอต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่หรือไม่ จากนั้นกำหนดมโนทัศน์และทำความเข้าใจมโนทัศน์ก่อนที่จะสอน แล้วออกแบบการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสม นักเรียนจะต้องได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ได้เปรียบเทียบความเหมือนและความต่างของมโนทัศน์ โดยครูจะคอยแนะนำเพื่อให้ นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ และสามารถนำมโนทัศน์ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ต่อไปได้ โดยครูจะเป็นคนประเมินการใช้มโนทัศน์ของนักเรียน

3.4 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้วการจะตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนมาน้อยเพียงใดเป็นเรื่องที่สำคัญ ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

ฟราเยอร์, เฟรดริก และคลาวส์ไมเออร์ (Frayer, Fredrick and Klausmeier, 1972, pp. 218-224) กล่าวว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะต้องทำการวิเคราะห์หามโนทัศน์เนื้อหา ก่อนจึงจะออกข้อสอบที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ นั้น ๆ แบบทดสอบที่ใช้วัดมโนทัศน์ควรประกอบด้วย

1. คุณลักษณะของตัวอย่างมโนทัศน์
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กัน
4. คำจำกัดความของมโนทัศน์
5. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520, หน้า 222) ได้กล่าวว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวัดความคิดในเชิงนามธรรมคือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์วิธีการในทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้น ข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544, หน้า 62) การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้เรียน ตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่าง ๆ ที่เรียนรู้มาสัมพันธ์กัน

จากแนวคิดเกี่ยวกับการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ การวัดความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด ซึ่งควรวิเคราะห์หามโนทัศน์ในเนื้อหา ก่อนจึงจะออกข้อสอบที่สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น

3.5 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคอง (2552, หน้า 65-66) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- | | |
|--|-------------|
| 1. การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนดขอบเขตการตอบเป็น 4 ระดับ คือ | |
| ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct) | ให้ 3 คะแนน |
| ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ (Mostly correct) | ให้ 2 คะแนน |
| ระดับถูกต้องบ้างบางส่วน (Partly correct) | ให้ 1 คะแนน |
| ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect) | ให้ 0 คะแนน |

2. การวิเคราะห์ลักษณะการอธิบายโน้ตทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

2.1 การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิงโครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งจำแนกได้เป็น 2 ระดับ ดังนี้

2.1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

2.1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือสื่อความหมายไม่ชัดเจน

2.2 การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างและระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2557, หน้า 101) ได้เสนอ เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร

คะแนน	รายละเอียด
3 คะแนน	- ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้ และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผลและมีการสื่อความหมายอย่างชัดเจน
2 คะแนน	- ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้ และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนได้บ้างแต่ยังไม่ชัดเจน หรือ - ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล
1 คะแนน	- ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบาย โดยการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบาย ใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนแต่ไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ
0 คะแนน	- ตอบไม่ถูกต้อง หรือ ไม่ตอบ

จากการศึกษาเกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำเกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยปรับปรุงเกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร เนื่องจากเกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมกับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดเกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ไว้ แบ่งออกเป็น 4 ระดับ เพื่อใช้เป็นเกณฑ์วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
3 คะแนน	- ตอบถูกต้อง โดยการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมายหรือบทนิยาม ลักษณะสำคัญ หลักการ ทฤษฎีบท กฎ สูตร และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้องอย่างสมบูรณ์
2 คะแนน	- ตอบถูกต้อง โดยการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์
1 คะแนน	- ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้องบ้างบางส่วน หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง แต่การอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วน แต่การอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบาย อ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 5 (ต่อ)

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
0 คะแนน	- ตอบไม่ถูกต้อง และการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง และไม่มี การอธิบาย อ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ หรือ - ไม่ตอบ

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มีองค์กรทางการศึกษาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

NCTM (1989, p.214) เสนอว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำความเข้าใจแนวคิด และอธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจแนวคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอแนวคิดของตนเองต่อคนอื่นอย่างมีเหตุผล ด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง การพูด ต่อมาในปี 2000 (NCTM, 2000, pp.60-62) ได้แยกการใช้สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อแนวคิดออกเป็นการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการสื่อสารจึงเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนและการทำความเข้าใจให้กระจ่างชัดเจน

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 56-57) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบายชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงาน การแสดงผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ โดยการใช้ตาราง กราฟหรือคำสถิติ ในการอธิบายหรือการนำเสนอข้อมูล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก, หน้า 82) ระบุว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและเขียน โดยใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อ

แสดงหรืออธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจนและเหมาะสม

เวททรี อังกะนัทรขจร (2555, หน้า 120) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถจัดระบบและอธิบายแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสมเหตุสมผล ซึ่งการอธิบายแนวทางคณิตศาสตร์สามารถอธิบายได้โดยการพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิดนอกจากนี้การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นการสื่อสารที่ใช้สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาช่วยในสื่อความหมายและการนำเสนอ นอกเหนือไปจากการนำเสนอผ่านการพูดและเขียน

จากการศึกษาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ โดยนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านการเขียนอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์

4.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านและองค์การทางการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

มัมมี และเชฟเพิร์ด (Mumme and Shepherd, 1993, pp.7-9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหา คณิตศาสตร์ โดยการแสดงความคิด การอภิปราย และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ นักเรียนสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานประสบการณ์ต่าง ๆ ของตนเอง

2. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแลกเปลี่ยน ในการทำความเข้าใจในคณิตศาสตร์ นั่นคือ นักเรียนเกิดความช่วยเหลือกัน การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็น นักเรียนสามารถพัฒนาภาษาทางคณิตศาสตร์ และมีความเข้าใจในกฎและนิยามต่าง ๆ

3. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเป็นผู้เรียนรู้ เมื่อครูตั้งคำถาม โดยให้นักเรียนตอบคำถามในรูปของการพูด หรือการเขียนในสิ่งที่คิด นอกจากนี้การพูดกันเองก็จะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการนำเสนอในสิ่งที่นักเรียนคิดว่าสำคัญ ทั้งนี้ นักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพและเรียนรู้ในการค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดนักเรียนจะเป็นผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

4. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ นั่นคือ การพูดและการฟังในกลุ่ม โดยการเรียนร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย โดยปราศจากการวิตกกังวลที่จะแสดงความคิดใหม่ ๆ การมีปฏิสัมพันธ์ เป็นสิ่งที่จะทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจที่จะร่วมกันคิด

5. ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ครูได้รู้ความคิดของนักเรียนในขณะที่ครูเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดของนักเรียน จากการที่นักเรียนได้อธิบายโดยให้เหตุผล ซึ่งความสามารถในการอธิบายเกิดจากการฝึกการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps, 1994, p.181) กล่าวว่า เป้าหมายสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการนำเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนความรู้ การสื่อสารเป็นเครื่องมือที่มีศักยภาพสำหรับการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งโดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวความคิดหรือแลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น

NCTM (2000, p.52) ได้เสนอไว้ในมาตรฐานของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า โปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรจัดกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ใช้การสื่อสารและสื่อความหมาย เพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และเพื่อให้นักเรียนสามารถ

1. จัดระเบียบความคิดและเพิ่มพูนความคิดทางคณิตศาสตร์ให้แข็งแกร่งมั่นคงยิ่งขึ้น
 2. แสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง แม่นยำ ชัดเจน แก่บุคคลอื่นได้
 3. ขยายความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ตลอด และสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปช่วยพิจารณาปัญหาวิธีต่าง ๆ ได้
 4. สามารถที่จะใช้ภาษาคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงความหมายที่ชัดเจนถูกต้องและรัดกุม
- ดังนั้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรให้สอดคล้องกับโปรแกรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนทุกคนได้มีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์และสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

อัมพร ม้าคนอง (2546, หน้า 103) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสารกับผู้รับสาร โดยในกระบวนการสื่อสาร ผู้สื่อสารจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูดหรือเขียนให้ผู้รับสารเข้าใจตรงกัน ในขณะที่เดียวกันผู้รับสารก็ต้องทำความเข้าใจและติดตามในสิ่งที่ผู้สื่อสารพูดหรือเขียน การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญในการทำให้เกิดสิ่งต่อไปนี้

1. ก่อให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้เรียน

2. ส่งเสริมบริบทของการเรียนรู้ที่เหมาะสม

3. เพิ่มความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับทั้งผู้สื่อสารและผู้รับสาร

4. ให้ครูรู้ความเข้าใจของนักเรียน ซึ่งจะทำให้วางแผนจัดการเรียนรู้ได้อย่างเหมาะสม

เวททิ อังกะภักทขจร (2554, หน้า 48) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น รวมทั้งเป็นการทำให้ครูได้รู้ถึงความเข้าใจและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข, หน้า 59) ได้ให้ความสำคัญของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการคิดของตนให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างถูกต้องชัดเจนและมีประสิทธิภาพ การที่นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายหรือการเขียนแลกเปลี่ยนความรู้และความคิดเห็น ถ่ายทอดประสบการณ์ซึ่งกันและกัน ยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เข้าใจได้อย่างกว้างขวางลึกซึ้งและจดจำได้นานมากขึ้นอีกด้วย

จากการศึกษาความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และจัดระเบียบความคิด ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น โดยการแสดงความคิด การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด และการฟังความคิดเห็นของนักเรียนคนอื่น ๆ ทำให้เกิดความเข้าใจร่วมกันระหว่างผู้สื่อสารกับผู้รับสาร รวมทั้งเป็นการทำให้ครูได้รู้ถึงความเข้าใจและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกด้วย และยังนำไปสู่การผู้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองอีกด้วย

4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านและองค์กรทางการศึกษาได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

NCTM (1989, p.26) เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนา และการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนรู้ให้นักเรียนมีโอกาสนักสนทนากัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูด และการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้

สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

NCTM (2000, pp.270-272) ได้ระบุว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ครูจะต้องกำหนดชิ้นงานที่ประกอบด้วย

1. ความสัมพันธ์เกี่ยวกับความสำคัญของแนวคิดทางคณิตศาสตร์
2. มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี
3. อนุญาตให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดได้อย่างหลากหลาย
4. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล การคาดเดาในการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544, หน้า 201) ได้ระบุว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นการวิเคราะห์ สังเคราะห์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา สามารถเขียนปัญหาในรูปแบบของตาราง กราฟ หรือข้อความ เพื่อสื่อความสัมพันธ์ของจำนวนเหล่านั้น การทำให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ มีแนวทางในการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
2. ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นของตนเอง โดยครูช่วยชี้แนะ

แนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอข้อมูล

3. การฝึกทักษะ กระบวนการนี้ต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหายังไร รูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมาย

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 58-59) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อาจเริ่มต้นจากสิ่งง่าย ๆ เช่น ฝึกให้นักเรียนแสดงความคิดที่เกิดขึ้นแรก ๆ หรือความรู้ที่ตนเพิ่งสร้างขึ้นหรือรับมา การฝึกในลักษณะนี้ครูจะต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับภาษาทางคณิตศาสตร์และความหมายที่แตกต่างกันออกไปของคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากคำบางคำเมื่อไม่อยู่บริบททางคณิตศาสตร์หรือเมื่อใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการ อาจมีความหมายอื่นที่แตกต่างจากความหมายในบริบทคณิตศาสตร์ หลังจากฝึกการสื่อสารอย่างไม่เป็นทางการ ลำดับต่อไปครูอาจฝึกให้นักเรียนสื่อสารอย่างเป็นทางการ ซึ่งเป็นภาษาที่ใช้เรียกหรือแสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสากล นักเรียนอาจต้องพยายามและใช้เวลามากขึ้นในการแสดงความเข้าใจหรือสื่อสารอย่างเป็นทางการกับครูและเพื่อนในชั้นเรียน อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าจะเป็นการสื่อสารใน

ลักษณะใด หากครูต้องการฝึกทักษะการสื่อสารให้กับนักเรียน ครูควรทบทวนหรือปริมาณการพูดในห้องเรียนของตนให้น้อยลง นักเรียนจะได้สื่อสารกันมากขึ้น ซึ่งจะทำให้นักเรียนคุ้นเคยและสามารถพัฒนาทักษะการสื่อสารให้ดีขึ้นได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555ก, หน้า 63) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูควรให้นักเรียนได้รับประสบการณ์ต่อไปนี้

1. มีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น (Active Participation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารมีโอกาสได้ซักถามหลังจากฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไป หรือได้ลองลงมือปฏิบัติ
2. มีโอกาสทราบผลการกระทำทันที (Immediate Feedback) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้ส่งสารได้รับคำติชมวิพากษ์วิจารณ์ทันทีในโอกาสแรกที่เป็นไปได้ ทั้งนี้เพื่อจะได้ทราบว่าผู้รับสามารถรับสารได้ดีเพียงใด
3. มีความรู้สึกภาคภูมิใจและประสบการณ์ที่เป็นความสำเร็จ (Success Experience) กล่าวคือ มีการท้าทายให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้คิดหรือได้ทำ ทั้งนี้เพราะเมื่อทำได้สำเร็จก็จะเกิดความภาคภูมิใจ
4. มีโอกาสได้รับสารทีละน้อยตามลำดับขั้น (Gradual Approximation) กล่าวคือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ไต่ตรองตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ต้องจัดการเรียนรู้ที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยเริ่มจากการเลือกชิ้นงาน ต้องกำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน มีแนวทางในการหาคำตอบได้หลายวิธี และให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดได้อย่างหลากหลาย โดยให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ครูจะคอยชี้แนะแนวทางให้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม หรือนำเสนอแนวคิดที่ต่างออกไป การได้อธิบายแนวคิด ได้มีปฏิสัมพันธ์ต่อกัน ชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูดและการฟัง ทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง นอกจากนี้การได้รับสารทีละน้อยตามลำดับ จะทำให้นักเรียนได้ไต่ตรองตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับมากยิ่งขึ้น ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร โดยครูต้องฝึกการสื่อสารอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4.4 บทบาทของครูในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

เกรย์ และรีส (Gray and Reese, 1957, pp.397–398) กล่าวว่า ครูควรฝึกให้นักเรียนอ่านบททวนอย่างละเอียด และรู้จักตั้งคำถามด้วยตนเองและควรชี้ให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
2. เข้าใจความหมายของเลขคณิต
3. หัดอ่านให้เร็วขึ้น
4. หัดเข้าใจศัพท์เกี่ยวกับปริมาณและคุณภาพ

โรเวน และมอร์โรว์ (Rowan and Morrow, 1993, pp.9-11) ได้เสนอบทบาทของครูในการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. นำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนได้พรรณนาถึงสิ่งที่พบ
2. ใช้เนื้อหา หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เช่น โครงการที่มีกิจกรรมการสืบค้น สื่อที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวของนักเรียนจะทำให้การใช้คณิตศาสตร์สื่อสารเป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

3. การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิด จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิด เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และคิดอย่างสร้างสรรค์ การส่งเสริมการใช้คณิตศาสตร์สื่อสารในที่นี้ รวมไปถึงการให้นักเรียนได้ตั้งคำถามให้กับตนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การค้นพบตามที่เขาสันใจ

4. ให้โอกาสนักเรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมจึงต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจนกับนักเรียน

5. ใช้กลุ่มแบบร่วมมือและช่วยเหลือกัน (Cooperative and collaborative group) การให้นักเรียนนั่งเป็นแถวและนั่งประจำโต๊ะของตนเอง ไม่ได้ส่งเสริมให้เกิดการอภิปราย การจัดกลุ่มให้นักเรียนได้ร่วมมือ และช่วยเหลือกันในการเรียนรู้ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิดอธิบายแนวคิดกันในกลุ่ม เป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

6. ใช้การชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อม (Over and cover clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริหารและการจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้เห็นถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานของการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นโดยไม่ต้องกังวล

เวททิ อังกะภักทขจร (2555, หน้า 122-124) ได้เสนอแนะว่า ทักษะการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ซึ่งปัจจัยที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒาทักษะการสื่อสาร คือ ครู โดยครูควรจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒาทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมาย และนำเสนอทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

1. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน และการนำเสนอแนวคิด เนื่องจาก

1.1 การอ่าน เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้รับสาร ศึกษาหรือ พิจารณาแนวคิดความคิดเห็น หรือกระบวนการของผู้ส่งสารที่นำเสนอในรูปของลายลักษณ์อักษรหรือภาษาเขียน การอ่านที่ดี ผู้อ่านจะต้องมีเจตนาที่จะอ่านแล้วคิดวิเคราะห์ตามเนื้อหาที่อ่าน และถ้าเกิดข้อสงสัยหรือไม่เข้าใจ ผู้อ่านควรได้ถามจากผู้รู้จนหายสงสัยหรือเข้าใจดีขึ้น

1.2 การพูด เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสาร อธิบายแนวคิด ความคิดเห็นหรือกระบวนการ ออกมาเป็นคำพูดหรือภาษาพูดในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล เพื่อให้ผู้รับสารได้รับรู้หรือเข้าใจได้ชัดเจน การพูดอาจเป็นการพูดระหว่างบุคคลหรือการพูดในที่สาธารณะก็ได้ การพูดที่ดีผู้พูดจะต้องมีจุดหมาย เนื้อหาของข่าวสาร และรูปแบบของการพูดที่ถูกต้องและชัดเจน ตลอดจนมีระดับความดังของเสียง ความสูงต่ำของเสียงอัตราเร็วช้าในการพูด การหยุดระยะหรือเว้นช่วงที่หายใจที่เหมาะสม ไม่ควรพูดข่มผู้ฟังหรือใช้สรรพนามที่ไม่เหมาะสมระหว่างกันและกัน

1.3 การเขียน เป็นช่องทางการสื่อสารที่ต้องการให้ผู้ส่งสารบันทึกแนวคิดความคิดเห็นหรือกระบวนการออกมเป็นลายลักษณ์อักษรหรือภาษาเขียนในทุกขั้นตอนอย่างเป็นลำดับขั้นตอนและสมเหตุสมผล เพื่อให้ผู้รับสารศึกษาค้นคว้า หรือพิจารณาความถูกต้อง การเขียนอาจเป็นผลงานของบุคคลเพียงคนเดียวหรือผลงานของกลุ่มบุคคลก็ได้ การเขียนที่ดี ผู้เขียนจะต้องมีจุดหมาย เนื้อหาของข้อมูลและรูปแบบการเขียนที่ถูกต้อง และชัดเจนตรงประเด็นไม่วกวน

1.4 การนำเสนอแนวคิด เป็นการสื่อสารที่สำคัญที่สุด เพราะการนำเสนอแนวคิดจะรวมถึงการแปลงปัญหาหรือแนวคิดไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งที่คุ้นเคยหรือเข้าใจง่าย เช่น การเขียนแผนภาพ แผนภูมิ หรือกราฟ แทนสัญลักษณ์หรือประโยคภาษา เป็นต้น

2. ครูควรจัดบรรยากาศหรือสภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิธีการที่ทำให้

นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการได้รับคำแนะนำจากครู อันจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของตนเอง แต่อย่างไรก็ตามหากครูต้องฝึกทักษะการสื่อสารให้กับนักเรียน ครูควรลดปริมาณเวลาหรือปริมาณการพูดของตนเองให้น้อยลง เพื่อให้นักเรียนได้สื่อสารกันมากขึ้น

3. ครูควรถามบ่อย ๆ และใช้คำถามอย่างต่อเนื่อง คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด เนื่องจากจะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และสามารถนำแนวคิดนั้นมาสื่อสารและแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น

4. ครูควรใช้เนื้อหาหรือเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต และทำให้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นไปได้อย่างสมบูรณ์

5. ครูควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและ ใช้คำถามในการสอน โดยคำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามปลายเปิด เช่น "เกิดอะไรขึ้นเกี่ยวกับสถานการณ์นั้น ๆ" "ทำไมคิดว่าสิ่งเหล่านั้นถูกต้อง" "คิดอย่างไรเกี่ยวกับ..." ซึ่งล้วนเป็นคำถามที่ก่อให้เกิดการคิดอย่างหลากหลายและสามารถนำแนวคิดนั้นมาสื่อสารและแลกเปลี่ยนความรู้กับผู้อื่น หรือบางครั้งอาจให้นักเรียนอธิบายกระบวนการหรือวิธีการที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้เขียนเป็นประโยคสั้น ๆ เช่น ทำอย่างไรผลเป็นเช่นไร ทำไมเป็นเช่นนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า บทบาทของครูในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือ ครูควรใช้เนื้อหาที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจและอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการอ่าน การพูด การเขียน โดยเฉพาะการเขียน นักเรียนจะได้บันทึกแนวคิดความคิดเห็นออกมาเป็นลายลักษณ์อักษรอย่างเป็นลำดับขั้นตอนและสมเหตุสมผล ผ่านการชี้แนะโดยตรงและชี้แนะโดยอ้อมจากครู โดยการใช้คำถามปลายเปิด ซึ่งจะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมาอย่างหลากหลาย นอกจากนี้ครูควรให้นักเรียนได้มีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน การได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน เป็นการส่งเสริมการสื่อสารโดยตรง

4.5 การวัดและประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

4.5.1 แนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy and Tipps, 1994, p.112) แบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ด้าน ได้แก่

1. ด้านภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of Mathematics)

- 1.1 ไม่ใช่หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
- 1.2 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
- 1.3 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
- 1.4 ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย

2. ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representations)

- 2.1 ไม่ใช่แนวคิดทางคณิตศาสตร์
- 2.2 มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
- 2.4 ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเข้าใจ ชัดเจน

3. ด้านความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of Presentation)

- 3.1 การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
- 3.2 การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
- 3.3 การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
- 3.4 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบถ้วน)

NCTM (1989, pp.214-217) ได้ระบุว่า การประเมินผลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ นักเรียนควรมีความสามารถ ดังนี้

1. บรรยายความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด เขียน สานิตให้เห็นภาพได้
2. เข้าใจ แปลความหมายและประเมินความคิดทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่พบเห็นจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบการเขียนหรือจากสิ่งที่มีการนำเสนอในรูปแบบปากเปล่าได้
3. ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ เครื่องหมาย สัญลักษณ์ในการนำเสนอความคิดที่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้

เลสเตอร์ และครอลล์ (Lester and Kroll, 1991, pp. 278-282 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540, หน้า 48-51) ได้กล่าวว่า การประเมินผลความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สามารถประเมินได้จาก

1. การสังเกตและการสอบถาม

การสังเกตและการสอบถามนักเรียนขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์จะทำให้ได้ข้อมูลเกี่ยวกับทักษะ กระบวนการคิด เจตคติและความเชื่อ

2. การตรวจผลงาน

การตรวจผลงานเป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหา มีวิธีการตรวจผลงานนักเรียนที่สำคัญ 2 วิธี คือ

2.1 การตรวจให้คะแนนแต่ละขั้นตอน (Analytic scoring)

2.2 การตรวจให้คะแนนภาพรวม (Holistic scoring)

3. การประเมินจากการเขียน

การเขียนนับว่าเป็นส่วนสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จะสามารถพิจารณาการประเมินจากการเขียนได้ 3 ลักษณะ คือ

3.1 การเขียนรายงานผลของตนเอง

3.2 การเขียนรายงานในชั้นเรียนหรือการบ้าน

3.3 การเขียนในการสอบ

4. ประเมินจากผลงานที่เก็บรวบรวมไว้ในแฟ้มข้อมูลรายบุคคล

แฟ้มข้อมูลรายบุคคล ปกติแล้วจะเป็นการรวบรวมข้อมูลทั้งหมดจากข้อสอบจากการทำการบ้านและผลงานต่าง ๆ ที่เป็นจุดสำคัญ

5. การทดสอบ

แบบทดสอบ ควรกำหนดข้อคำถามที่มุ่งประเมินกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียน

พร้อมพรรณ อุคมสิน และอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 146-174) ได้เสนอแนวทางในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า สามารถประเมินได้จากการแสดงความหมาย และมโนทัศน์ที่นักเรียนพูดออกมา โดยการประเมินความสามารถในการสื่อสารสามารถทำได้หลายสถานการณ์ เช่น ขณะมีกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรสังเกตการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทั้งการพูดและการเขียน โดยการแก้ไขให้นักเรียนแสดงออกอย่างชัดเจนถูกต้อง และเหมาะสมกับคำศัพท์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถแบ่งการประเมินความสามารถในการสื่อสารเป็น 3 ด้าน ได้แก่

1. ด้านการใช้ภาษาคณิตศาสตร์

1.1 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกระชับและสละสลวย

1.2 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นส่วนใหญ่

1.3 ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมในบางส่วน

1.4 ไม่มีการใช้หรือใช้ภาษาคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสมทั้งหมด

2. ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

- 2.1 มีแนวคิดในการประยุกต์ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกว้างขวาง
- 2.2 ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเหมาะสม
- 2.3 มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
- 2.4 ไม่มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

3. ด้านความชัดเจนในการนำเสนอ

- 3.1 การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ มีรายละเอียด เรียบเรียงดี
- 3.2 การนำเสนอส่วนใหญ่ชัดเจน
- 3.3 การนำเสนอมีบางส่วนชัดเจน
- 3.4 การนำเสนอไม่ชัดเจน ไม่สมบูรณ์ ไม่มีรายละเอียด

อัมพร ม้าทอง (2553, หน้า 179) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมาย และการนำเสนอ จะต้องประกอบด้วยความสามารถ ดังต่อไปนี้

1. การสื่อสาร คือการอธิบายโดยการพูด เขียน หรือแสดงให้เห็น
2. การสื่อความหมาย คือ การทำความเข้าใจ ดีความ แปลความ หรือวิเคราะห์

ความหมายของสิ่งที่ค้นพบ

3. การนำเสนอ เป็นการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอข้อมูลหรือความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้ตรงกัน

ซึ่งการประเมินการสื่อสารในห้องเรียนนั้นมักจะเน้นที่การให้นักเรียนอธิบายวิธีการโดยใช้การพูดและการเขียน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก, หน้า 79) ได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ว่า ในการเรียนรู้ แก้ปัญหา หรือทำงานทางคณิตศาสตร์ นอกจากนักเรียนจะต้องอ่านเพื่อทำความเข้าใจกับสถานการณ์ปัญหาและงานที่จะทำแล้ว ยังต้องพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ซึ่งต้องมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการสื่อความหมาย และการนำเสนอ โดยประเมินจากพฤติกรรมที่แสดงออกดังนี้

1. เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม
2. สื่อความหมายของสิ่งที่อ่านหรือฟังได้อย่างชัดเจน
3. อธิบายความคิดหรือการทำงานของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจน
4. ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล ประกอบตามลำดับขั้นตอน

ของการนำเสนอได้เป็นระบบ ชัดเจน และเหมาะสม

5. บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล
6. สรุปสาระสำคัญที่ไ้จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้
7. เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ นักเรียนควรบรรยายความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูด การเขียน การแปลความหมายเพื่อแสดงความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง โดยมีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์มาช่วย สามารถประเมินได้จากการสังเกต การสอบถาม การตรวจงาน และการทดสอบ สำหรับงานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะทำการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน จากการที่นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจน และนำเสนอโดยใช้ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์และตัวแทนทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้อย่างเหมาะสม โดยแบ่งการประเมินเป็น 3 ด้าน คือ 1) ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ 2) ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และ 3) ด้านการนำเสนอ

4.5.2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มีเกณฑ์การประเมิน 2 ประเภท คือ เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม (Holistic rubric) และเกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic rubric) โดยมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

4.5.2.1 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม (Holistic rubric)

กรมวิชาการ (2546, หน้า 121-124) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตนัยทักษะ/กระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

คะแนน / ระดับ	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4 / ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง แสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนเป็น ระบบ กระชับ ชัดเจนและมีรายละเอียด สมบูรณ์

ตารางที่ 6 (ต่อ)

คะแนน / ระดับ	ผลการทำข้อสอบอัตนัย	ความสามารถในการสื่อสารทาง คณิตศาสตร์
3 / ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นำเสนอ โดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูล ประกอบตามลำดับขั้นตอน ได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2 / พอใช้	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบ ถูกต้องครบถ้วน หรือการ แสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์แต่ คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการ ตรวจสอบ	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายาม นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง แสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1 / ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่ยังอยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือแสดง วิธีทำและคำตอบได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่าง ง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการนำเสนอไม่ชัดเจน
0 / ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 116) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างการให้คะแนนแบบ ภาพรวมทักษะและกระบวนการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ
 เยาวฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอถูกต้องทั้งหมด ชัดเจน โดยนำเสนอด้วยกราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และมีรายละเอียดที่สมบูรณ์
3 (ดี)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอถูกต้อง โดยนำเสนอด้วยกราฟ แผนภูมิ หรือตาราง แต่มีรายละเอียดไม่สมบูรณ์
2 (พอใช้)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอถูกต้องบางส่วน โดยพยายามนำเสนอด้วยกราฟ แผนภูมิ หรือตารางแต่มีรายละเอียด ไม่สมบูรณ์
1 (ปรับปรุง)	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนออย่างง่าย ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการนำเสนอ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก, หน้า 94) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ
 สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
3 (ดี)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์
2 (พอใช้)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังขาดรายละเอียดในบางประเด็น
1 (ต้องปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน

4.5.2.2 เกณฑ์การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบบแยกส่วน (Analytic rubric)

ซูแซน (Suzanne, 1996, p.264 – 266 ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกซึ่งพัฒนาจากโปรแกรมการประเมินผลของแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education, 1989) เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างรูบริกเฉพาะ (Specific Rubric) สำหรับการตรวจให้คะแนนไว้ 5 ระดับ คือ 0 – 4 คะแนน ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของซูแซน (Suzanne)

ระดับ 4	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณให้สมบูรณ์ ถูกต้อง
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกให้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญทั้งหมดของปัญหาและแสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น พิจารณาความเหมาะสมและวิธีที่เป็นระบบสำหรับการแก้ปัญหา แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน แสดงความเชี่ยวชาญในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล
ระดับ 3	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์เกือบสมบูรณ์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบทั้งหมด ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณได้ถูกต้องเป็นส่วนมาก แต่อาจมีความผิดพลาดอยู่เล็กน้อย

ตารางที่ 9 (ต่อ)

ความรู้เกี่ยวกับ กลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกได้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผนและไม่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญที่สุดของปัญหาและแสดงความเข้าใจทั่ว ๆ ไปของความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์ การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงการสนับสนุน การให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจมีช่องว่างเล็กน้อย
ระดับ 2	
ความรู้ทาง คณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการบางส่วนในคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากผิด การคำนวณอาจพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกล ยุทธ์	ระบุส่วนประกอบที่สำคัญได้บ้าง แต่แสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการการแก้ไขได้บ้าง แต่การอธิบายกระบวนการอาจไม่สมบูรณ์หรือบางที่ไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจนหรือมีสองนัย แผนภาพประกอบบกพร่องหรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน
ระดับ 1	
ความรู้ทาง คณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ผิด การคำนวณผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกล ยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิดหรือเน้นส่วนประกอบที่ไม่สำคัญมากเกินไป แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการการแก้ไขไม่สมบูรณ์หรือไม่เหมาะสม การอธิบายกระบวนการแก้ไขอาจจะไม่สมบูรณ์หรือบางที่ไม่เป็นระบบ

ตารางที่ 9 (ต่อ)

การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจน หรือเข้าใจยาก แผนภาพประกอบไม่ถูกต้อง ตามสถานการณ์หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความยาก
ระดับ 0	
ความรู้ทาง คณิตศาสตร์	แสดงความไม่เข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์
ความรู้เกี่ยวกับกล ยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบของ ปัญหาผิดลอกส่วนปัญหาของโจทย์มาแต่พยายามแก้ปัญหา
การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหา แผนภาพ ประกอบผิดหมด

พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง (2547, หน้า 174-175) ได้แบ่งเกณฑ์การให้
คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ด้าน แสดงได้ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ
พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง

ด้านการประเมิน	คะแนน	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ ปรากฏให้เห็น
1. การใช้ภาษา คณิตศาสตร์	4	ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมกระชับและสละสลวย
	3	ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นส่วนใหญ่
	2	ใช้ภาษาคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมในบางส่วน
	1	ไม่มีการใช้หรือใช้ภาษาคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสมทั้งหมด
2. การใช้ตัวแทน ทางคณิตศาสตร์	4	มีแนวคิดในการประยุกต์ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่าง กว้างขวาง
	3	ใช้ตัวแทนคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเหมาะสม
	2	มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน
	1	ไม่มีการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 10 (ต่อ)

ด้านการประเมิน	คะแนน	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3. ความชัดเจนในการนำเสนอ	4	การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ มีรายละเอียด เรียบเรียงดี
	3	การนำเสนอส่วนใหญ่ชัดเจน
	2	การนำเสนอมีบางส่วนชัดเจน
	1	การนำเสนอไม่ชัดเจน ไม่สมบูรณ์ ไม่มีรายละเอียด

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรจร และสสวท. พบว่าการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะประเมินการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง โดยการนำเสนอมีรายละเอียดสมบูรณ์ ผู้วิจัยจึงใช้เกณฑ์แบบแยกส่วน (Analytics rubric) ที่ปรับปรุงมาจากเกณฑ์การให้คะแนนของพร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง โดยแบ่งการประเมินเป็น 3 ด้าน คือ 1) ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถของนักเรียนในการใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2) ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถของนักเรียนในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน รูปภาพ แบบจำลองหรือตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในลักษณะอื่น ๆ ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ และ 3) ด้านการนำเสนอ คือ ความสามารถของนักเรียนในการแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์ เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ด้านการประเมิน คะแนน		การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
1. การใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์	3	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องทั้งหมด
	2	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
	1	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องในบางส่วน
	0	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีการใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์
2. การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์	3	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้อย่างถูกต้อง
	2	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
	1	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้องในบางส่วน
	0	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือ กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน
3. การนำเสนอ	3	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วน
	2	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่
	1	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจนในบางส่วน
	0	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจไม่ชัดเจน หรือ ไม่มีการแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้างานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

5.1 งานวิจัยในประเทศ

เปรมกมล อินทลี (2561) ได้ศึกษา การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผ่านการใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน (5 Practices) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้คะแนนเฉลี่ย 2.95 ซึ่งอยู่ในระดับดี

ธัญญพร ไชยะวงศ์ และ ณัฏชา กมล (2561) ได้ศึกษา การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

ทรรสมน วินัยโกศล (2561) ได้ศึกษา ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปิยะวัฒน์ ศรีสังวาล (2563) ได้ศึกษา การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า 1) แนวทางการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ ได้แก่ การคาดการณ์แนวคิด การกำกับติดตามแนวคิด การเลือกแนวคิด การเรียงลำดับแนวคิด และการเชื่อมโยงแนวคิด มีประเด็นที่ควรเน้น ได้แก่ การออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ทำทลายความสามารถของผู้เรียน จัดเตรียมอุปกรณ์ในห้องเรียนให้พร้อมสำหรับการอภิปราย กระตุ้นความรู้เดิมและการตรวจสอบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบที่เหมาะสมกับผู้เรียน การใช้คำถามเพื่อสนับสนุนช่วยเหลือการทำงานของนักเรียน การสรุปบทเรียนโดยการอำนวยการอภิปรายของครู 2) นักเรียนมีคะแนนการคิดเชิง

คณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนมีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบที่ดีขึ้นตามลำดับและผลการวิจัยจากใบกิจกรรมที่ 3 รายกลุ่ม ซึ่งเป็นใบกิจกรรมสุดท้าย นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สูงกว่าผลจากแบบวัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล

นักสตร งามจำ (2564) ได้ศึกษา แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ตามแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นในระดับชั้นเรียน เรื่อง ร้อยละ สำหรับนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า สามารถสังเคราะห์แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ตามแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น 4 แนวทาง ประกอบด้วย แนวทางการเตรียมความพร้อมก่อนและระหว่างการจัดการเรียนรู้ แนวทางการกระตุ้นความสนใจและสร้างความเข้าใจร่วมกันในสถานการณ์ปัญหา แนวทางการสร้างและรักษาบรรยากาศการอภิปรายในชั้นเรียน แนวทางการเชื่อมโยงและพัฒนาแนวคิดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ นักเรียนมีแนวโน้มที่จะแสดงความสามารถในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพิ่มสูงขึ้นแต่ละวงจร โดยพบรูปแบบการอภิปรายแบบการเชื่อมโยง การโต้แย้ง การให้เหตุผล และการอธิบายในสัดส่วนสูงที่สุด ตามลำดับ โดยที่การอภิปรายส่วนใหญ่เป็นการอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนและกระบวนการในการแก้ปัญหา

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

การ์เทียร์ (Cartier, 2013) ได้ศึกษา การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์วิชาวิทยาศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยสอนเกี่ยวกับเรื่องการเจริญเติบโตของพืช โดยให้นักเรียนจับกลุ่มแล้วออกแบบการนำเสนอเกี่ยวกับอัตราการเจริญเติบโตของพืช ซึ่งแต่ละกลุ่มมีการใช้ความรู้และวิธีที่แตกต่างกันในการนำเสนอ เช่น กราฟ รูปภาพ แผนภูมิ เป็นต้น แล้วให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนได้พูดคุย แสดงความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกันเกี่ยวกับอัตราการเจริญเติบโตของพืชใน 1 สัปดาห์และวิธีการนำเสนอที่แต่ละกลุ่มใช้ ซึ่งผู้วิจัยให้ข้อสังเกตว่า การใช้การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์เข้ามาช่วยสามารถช่วยให้ครูกำกับ ติดตามและควบคุมการทำงานของนักเรียนจนไปสู่การอภิปรายในชั้นเรียน และช่วยส่งเสริมความรู้และความเข้าใจในบทเรียนของนักเรียนให้ถูกต้องและชัดเจน รวมถึงมีเหตุผลที่ดียิ่งขึ้น

โกรท (Growth, 2014) ได้ทำการศึกษา ผลของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์ เพื่อสนับสนุนการอภิปรายทางสถิติ โดยตัวอย่างในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้องเรียน คือห้องที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์ กับห้องที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า ห้องที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของส

ไต้ นั้น นักเรียนมีความรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด สามารถวิเคราะห์ เชื่อมโยงความคิดหลากหลาย มีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ยัง (Young, 2015) ได้ศึกษา การนำการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์มาใช้ เพื่อให้ครูได้ใช้เป็นแนวทางในการปฏิบัติสำหรับจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ในห้องเรียน โดยการวิจัยนี้ได้ทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยทำการศึกษา วิเคราะห์ การปฏิบัติงานของครูผู้สอนในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์ ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์สามารถช่วยให้ครูผู้สอนกำกับ ติดตามและควบคุมการทำงานของนักเรียนได้ดีขึ้น ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมทำงาน มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนด้วยกัน นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ให้ข้อสังเกตเพิ่มเติมว่า คุณภาพของงานหรือปัญหาที่เลือกมาให้ให้นักเรียนได้ทำเป็น ปัจจัยสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียน มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่ดีขึ้น

แดเนียลอฟสกี (Danielowski, 2016) ได้ศึกษา การส่งเสริมความรู้เชิงจำนวน (number sense) ผ่านการอภิปรายทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์ซึ่ง ทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยเก็บข้อมูลจากการบันทึกข้อมูลของครูในระหว่างการทำงาน ของนักเรียน และการประเมินตนเองของนักเรียน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า การตั้งคำถาม การ พูดย่อย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันแนวคิดหรือวิธีการ ทำให้ความรู้เชิงจำนวน (number sense) ของนักเรียนดีขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รวมถึงนักเรียนมีความมั่นใจใน ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเองมากขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น พบว่า มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์และคณะทั้งในประเทศและต่างประเทศ และจากการศึกษางานวิจัย ข้างต้น พบว่ามีการนำการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์และคณะไปใช้พัฒนาทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตาม รูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์และคณะมีทักษะดังกล่าวสูงขึ้น แต่วิจัยส่วนใหญ่ที่ศึกษาการจัดการเรียนรู้ ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์และคณะที่มีผลต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จะเน้น ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด เนื่องจากขั้นตอนที่ 5 ของการจัดการเรียนรู้ ตามรูปแบบ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เป็นการเชื่อมโยงความรู้โดยให้นักเรียนนำความรู้ที่ได้จาก การทำงานทางคณิตศาสตร์ไปอภิปรายหน้าชั้นเรียน ผู้วิจัยหลายท่านจึงมุ่งพัฒนาความสามารถใน

การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด แต่ผู้วิจัยมองว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียนก็เป็นสิ่งสำคัญ และจากการศึกษาขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ 5 ขั้นตอนของสไตน์และคณะพบว่า ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตั้งแต่ การออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ของครู การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ การทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การคัดเลือกและจัดลำดับ และการเชื่อมโยงข้อสรุปไปสู่องค์ความรู้ใหม่ ล้วนนำไปสู่การพัฒนาโน้ตส่นของนักเรียน ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นตอนของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยมีวิธีดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. แบบแผนการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ซึ่งในแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนนวมวิทย์ราชวรุณ จังหวัดสงขลา จำนวน 10 ห้องเรียน รวมจำนวนทั้งสิ้น 439 คน ซึ่งทางโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบละความสามารถของนักเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 ที่กำลังศึกษาใน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนนวมวิทย์ราชวรุณ จังหวัดสงขลา จำนวน 44 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling)

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้มีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ในรายวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 5 แผน ใช้เวลาในการสอน 11 คาบ คาบละ 50 นาที
2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ

การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะในรายวิชา คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยศึกษา คำอธิบายรายวิชา มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากคู่มือครูรายวิชา พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี รวมถึงจากตำราและเอกสารต่าง ๆ
3. วิเคราะห์ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เพื่อกำหนดจุดประสงค์การเรียนรู้ และเนื้อหาสาระในรายวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 12 การวิเคราะห์สาระการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนคาบของ
แผนการจัดการเรียนรู้

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน คาบ
1. แนะนำ อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้ สมบัติของการ ไม่เท่ากัน เพื่อ วิเคราะห์และ แก้ปัญหาโดย ใช้อสมการเชิง เส้นตัวแปร เดียว	<u>ด้านความรู้</u> 1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของอสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของ สัญลักษณ์ $<$, $\leq$, $\geq$, $>$ หรือ $\neq$ ได้ <u>ด้านทักษะและกระบวนการ:</u> การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ 1. นักเรียนใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เขียน อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนข้อความที่แสดง ความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันของจำนวน และ นำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน 2. นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เขียนข้อความที่ แสดงความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันของจำนวน แทนอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และนำเสนอ ข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน	2
2. คำตอบของ อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้ สมบัติของการ ไม่เท่ากัน เพื่อ วิเคราะห์และ แก้ปัญหาโดย ใช้อสมการเชิง เส้นตัวแปร เดียว	<u>ด้านความรู้</u> 1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของคำตอบ ของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะคำตอบทั้งหมด ของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ 3. นักเรียนสามารถบอกคำตอบของอสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียวได้	2

ตารางที่ 12 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน คาบ
		<u>ด้านทักษะและกระบวนการ:</u> การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทน ทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟแสดงคำตอบของ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยนำเสนอข้อมูลได้ อย่างเป็นลำดับชัดเจน	
3. สมบัติการ บวกของการไม่ เท่ากันและ สมบัติการคูณ ของการไม่ เท่ากัน	ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้ สมบัติของการ ไม่เท่ากัน เพื่อ วิเคราะห์และ แก้ปัญหาโดย ใช้อสมการเชิง เส้นตัวแปร เดียว	<u>ด้านความรู้</u> 1. นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติการบวกของการ ไม่เท่ากันได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติการคูณของการ ไม่เท่ากันได้ <u>ด้านทักษะและกระบวนการ:</u> การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทน ทางคณิตศาสตร์ เขียนอธิบายสมบัติของการไม่ เท่ากัน โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน	2
4. การแก้ อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว โดย ใช้สมบัติของ การไม่เท่ากัน	ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้ สมบัติของการ ไม่เท่ากัน เพื่อ วิเคราะห์และ แก้ปัญหาโดย ใช้อสมการเชิง เส้นตัวแปร เดียว	<u>ด้านความรู้</u> นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันและสมบัติ การคูณของการไม่เท่ากันได้ <u>ด้านทักษะและกระบวนการ:</u> การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ เขียนแสดงขั้นตอนการแก้สมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน และ นำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน	2

ตารางที่ 12 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวน คาบ
5. โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการ เชิงเส้นตัวแปร เดียว	ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้ สมบัติของการ ไม่เท่ากัน เพื่อ วิเคราะห์และ แก้ปัญหาโดย ใช้สมการเชิง เส้นตัวแปร เดียว	<u>ด้านความรู้</u> นักเรียนใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์ และแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียว <u>ด้านทักษะและกระบวนการ:</u> การสื่อสารทาง คณิตศาสตร์ นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทน ทางคณิตศาสตร์เขียนอธิบาย โดยนำเสนอขั้นตอน ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัว แปรเดียวอย่างเป็นลำดับชัดเจน	3
รวม			11

4. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ชั้น
ของสไตน์และคณะ

5. สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ชั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 5 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 11 คาบ ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละ
แผน ประกอบด้วย

5.1 มาตรฐานการเรียนรู้

5.2 ตัวชี้วัด

5.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

5.3.1 ด้านความรู้

5.3.2 ด้านทักษะกระบวนการ

5.3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

5.4 ความรู้พื้นฐาน

5.5 สารสำคัญ

5.6 สารการเรียนรู้

5.7 กิจกรรมการเรียนรู้

5.7.1 ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทาง

คณิตศาสตร์ (Anticipating)

5.7.2 ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)

5.7.3 ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของ

นักเรียน (Monitoring)

5.7.4 ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

(Selecting and Sequencing)

5.7.5 ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์

ความรู้ใหม่ (Connecting)

5.8 สื่อและแหล่งการเรียนรู้

5.9 การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้

5.10 บันทึกหลังการสอน

6. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมของมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ ความรู้พื้นฐาน สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้และนำคำแนะนำมาปรับปรุงแก้ไข

7. นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 ท่าน ซึ่งมี รศ.ดร.สุพัชระ คงนวน ดร.คมสัน ศรีไพบุลย์ ดร.นฤมล ขุนไกร อาจารย์ เกวลิณ ไชยสวัสดิ์ และ อาจารย์ อุบลรัตน์ บุญชู ซึ่งมีความเชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์ โดยมีประสบการณ์สอน คณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่า 5 ปี (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและเหมาะสมของแผนจัดการเรียนรู้ตลอดจนภาษาที่ใช้ ซึ่งประกอบด้วยตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ ความรู้พื้นฐาน สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

คะแนน 5 หมายถึง เหมาะสมมากที่สุด

คะแนน 4 หมายถึง เหมาะสมมาก

คะแนน 3 หมายถึง เหมาะสมปานกลาง

คะแนน 2 หมายถึง เหมาะสมน้อย

คะแนน 1 หมายถึง เหมาะสมน้อยที่สุด

การแปลความหมายค่าเฉลี่ยคะแนนนำมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ซึ่งใช้แนวคิดของพื้นที่

ได้ไ้คงปกติ (ไชยยศ เรืองสุวรรณ , 2553, หน้า 138) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.51 – 5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.51 – 4.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.51 – 3.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.51 – 2.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00 – 1.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

โดยค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ควรมีคะแนนเฉลี่ย 3.51 คะแนนขึ้นไป

ซึ่งจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.65 และ 0.52 ตามลำดับ (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) โดยมีผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ควรแก้ไข ตามประเด็นดังต่อไปนี้

7.1 ตัวอย่างและโจทย์ของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง แนะนำสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิธีทำควรเฉลยให้ครอบคลุมทุกรูปแบบ ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข เช่น

โจทย์เดิม

$$\frac{3}{4}x + 5 \geq 6$$

วิธีทำ จากประโยคสัญลักษณ์ $\frac{3}{4}x + 5 \geq 6$

x คือ จำนวนจำนวนหนึ่ง

$\frac{3}{4}x$ คือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่ง

+ คือ บวกกับ หรือ ผลรวม หรือ รวมกับ

5 คือ ห้า

ดังนั้น $\frac{3}{4}x + 5$ เขียนแทนด้วย เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับห้า หรือ ผลรวมของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้า หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับห้า

เครื่องหมาย $\geq$ คือ มากกว่าหรือเท่ากับ หรือ มีค่าไม่น้อยกว่า หรือ มีค่าอย่างน้อย หรือ มีค่าตั้งแต่... ขึ้นไป

6 คือ หก

ดังนั้น $\frac{3}{4}x + 5 \geq 6$ เขียนข้อความได้เป็น เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับห้า มากกว่าหรือเท่ากับหก

โจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข

$$\frac{3}{4}x + 5 \geq 6$$

วิธีทำ จากประโยคสัญลักษณ์ $\frac{3}{4}x + 5 \geq 6$

x คือ จำนวนจำนวนหนึ่ง

$\frac{3}{4}x$ คือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่ง

+ คือ บวกกับ หรือ ผลรวม หรือ รวมกับ

5 คือ ห้า

ดังนั้น $\frac{3}{4}x + 5$ เขียนแทนด้วย เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับห้า หรือ

ผลรวมของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้า หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับห้า

เครื่องหมาย $\geq$ คือ มากกว่าหรือเท่ากับ หรือ มีค่าไม่น้อยกว่า หรือ มีค่าอย่างน้อย หรือ มีค่าตั้งแต่...ขึ้นไป

6 คือ หก

ดังนั้น $\frac{3}{4}x + 5 \geq 6$ เขียนข้อความได้เป็น

เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับห้ามากกว่าหรือเท่ากับหก

หรือ ผลรวมของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้ามากกว่าหรือเท่ากับหก

หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับห้ามากกว่าหรือเท่ากับหก

หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับห้ามีค่าไม่น้อยกว่าหก

หรือ ผลรวมของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้ามีค่าไม่น้อยกว่าหก

หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับห้ามีค่าไม่น้อยกว่าหก

หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับห้ามีค่าอย่างน้อยหก

หรือ ผลรวมของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้ามีค่าอย่างน้อยหก

หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับห้ามีค่าอย่างน้อยหก

หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งบวกกับห้ามีค่าตั้งแต่หกขึ้นไป

หรือ ผลรวมของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้ามีค่าตั้งแต่หกขึ้นไป

หรือ เศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับห้ามีค่าตั้งแต่หกขึ้นไป

7.2 คำชี้แจงของใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง แนะนำสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตอนที่ 1

ควรเพิ่มคำชี้แจง เพื่อให้นักเรียนสามารถพิจารณาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ง่ายขึ้น โจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข

โจทย์เดิม

ให้นักเรียนพิจารณาตารางต่อไปนี้ จากนั้น 1) บอกเหตุผลประกอบว่าเป็นหรือไม่เป็น
อสมการ 2) ระบุเลขชี้กำลังของตัวแปรในอสมการ 3) บอกเหตุผลประกอบว่าเป็นหรือไม่เป็น
อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ 4) ตอบคำถามท้ายตาราง

โจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข

ให้นักเรียนพิจารณาตารางต่อไปนี้ จากนั้น 1) บอกเหตุผลประกอบว่าเป็นหรือไม่เป็น
อสมการ 2) หากเป็นอสมการให้นับจำนวนตัวแปรว่ามีกี่ตัวแปร 3) ระบุเลขชี้กำลังของตัวแปรใน
อสมการ 4) บอกเหตุผลประกอบว่าเป็นหรือไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ 5) ตอบ
คำถามท้ายตาราง

7.3 คำชี้แจงของใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใน
ตอนที่ 2 ควรเพิ่มคำชี้แจง เพื่อให้นักเรียนสามารถพิจารณาลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิง
เส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงได้ง่ายขึ้น ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข เช่น

โจทย์เดิม

ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้เป็นจริง
อย่างน้อย 5 ตัวอย่าง จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด

$$m \neq 32$$

ตัวอย่างคำตอบ.....

โจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข

ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้เป็นจริง
อย่างน้อย 5 ตัวอย่าง พร้อมระบุว่าอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่ละข้อมีกี่จำนวนที่ทำให้อสมการ
เป็นจริง จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด

$$m \neq 32$$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้อสมการเป็นจริง.....

มีกี่จำนวน.....

8. ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญแล้วเสนอต่อ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง ก่อนนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้
เป็นเครื่องมือในการวิจัยต่อไป

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากคู่มือครูรายวิชา พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี รวมถึงจากตำราและเอกสารต่าง ๆ

3. วิเคราะห์ความสอดคล้องของตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออก(ใช้จริง)
ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจ และใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้	1. แนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	1. ความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นประโยคที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยใช้เครื่องหมาย ความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน และมีตัวแปรเพียงตัวเดียว โดยที่ตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1	4(2)
อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	2. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของสัญลักษณ์ $<, \leq, >, \geq$ หรือ $\neq$ ได้	2. สัญลักษณ์แทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน ในทางคณิตศาสตร์จะใช้สัญลักษณ์แทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน โดยใช้เครื่องหมาย “น้อยกว่า” ($<$) เครื่องหมาย “มากกว่า” ($>$) และเครื่องหมาย “ไม่เท่ากับ” ($\neq$) เครื่องหมาย “น้อยกว่าหรือเท่ากับ” ($\leq$) และเครื่องหมาย “มากกว่าหรือเท่ากับ” ($\geq$)	2. สัญลักษณ์แทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน ในทางคณิตศาสตร์จะใช้สัญลักษณ์แทนความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากัน โดยใช้เครื่องหมาย “น้อยกว่า” ($<$) เครื่องหมาย “มากกว่า” ($>$) และเครื่องหมาย “ไม่เท่ากับ” ($\neq$) เครื่องหมาย “น้อยกว่าหรือเท่ากับ” ($\leq$) และ เครื่องหมาย “มากกว่าหรือเท่ากับ” ($\geq$)	6(3)

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระ การเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวน ข้อสอบที่ ออก(ใช้จริง)
	2. คำตอบของ อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	1. นักเรียนสามารถอธิบาย ความหมายของคำตอบของ อสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียวได้	1. คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงที่ แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง เดียวได้	4(2)
		2. นักเรียนสามารถอธิบาย ลักษณะคำตอบทั้งหมด ของอสมการเชิงเส้นตัว แปรเดียวได้	2. ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมี 3 แบบ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ หรือมีจำนวนจริง ทุกจำนวนเป็นคำตอบ หรือไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ 3. การเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน คำตอบทั้งหมดของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถ แสดงให้เห็นได้โดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน	6(3)

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออก(ใช้จริง)
	3. สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน	1. นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติการบวกของการไม่เท่ากันได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันได้	1. สมบัติของการไม่เท่ากัน 1.1 สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ถ้าบวกทั้งสองข้างของอสมการที่เป็นจริงด้วยจำนวนใด ๆ ที่เท่ากัน แล้วอสมการใหม่ที่ได้ยังคงเป็นจริง โดยที่เครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากันยังคงเหมือนเดิม 1.2 สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน ถ้านำจำนวนบวกมาคูณทั้งสองข้างของอสมการเดิม แล้วอสมการใหม่ที่ได้จะเป็นจริงโดยไม่ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากัน แต่ถ้านำจำนวนลบมาคูณทั้งสองข้างของอสมการเดิม ต้องเปลี่ยนเครื่องหมายแสดงการไม่เท่ากันจาก $<$ เป็น $>$ เพื่อให้ได้อสมการใหม่ที่เป็นจริง	2(1)

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออก(ใช้จริง)
ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาคำถามโดยใช้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	4. การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน	1. นักเรียนสามารถแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการบวกของการไม่เท่ากันและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันได้	1. การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 1.1 การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ การหาคำตอบทั้งหมดของสมการ 1.2 การหาคำตอบทั้งหมดของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีเครื่องหมาย $<$, $\leq$, $>$, $\geq$ สามารถทำได้โดยการใช้อสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน และสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน 1.3 การหาคำตอบของสมการที่มีเครื่องหมาย $\neq$ จะใช้การแก้อสมการมาช่วยในการหาคำตอบ ทำให้ได้คำตอบของสมการดังกล่าว เป็นจำนวนจริงทุกจำนวน ยกเว้นจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการนั้น	2(1)

ตารางที่ 13 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบที่ออก(ใช้จริง)
	5. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. นักเรียนใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1. ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์ คือ อ่านและวิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และต้องการให้หาอะไร ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรและจำลองสถานการณ์ คือ การกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หา จากนั้นแปลงข้อมูลจากโจทย์โดยการวาดรูป พร้อมทั้งระบุเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและตัวแปรให้ครบถ้วน ขั้นที่ 3 เขียนสมการ คือ แปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยแทนตัวแปรที่กำหนด ขั้นที่ 4 แก้สมการ คือ การแก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการโดยใช้สมบัติการไม่เท่ากัน ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ คือ การตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์	-
รวม				24(12)

4. สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 24 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริง 12 ข้อ

5. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
3 คะแนน	- ตอบถูกต้อง โดยการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมายหรือบทนิยาม ลักษณะสำคัญ หลักการ ทฤษฎีบท กฎ สูตร และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้องอย่างสมบูรณ์
2 คะแนน	- ตอบถูกต้อง โดยการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์
1 คะแนน	- ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้องบ้างบางส่วน หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง แต่การอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วน แต่การอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบาย อ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 14 (ต่อ)

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
0 คะแนน	- ตอบไม่ถูกต้อง และการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบาย อ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ หรือ - ไม่ตอบ

6. นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สร้างขึ้น จำนวน 24 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ และข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

7. นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา และพิจารณาความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้โดยพิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of objective congruence: *IOC*) ค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่า ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 159 – 160) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนน ดังนี้

+1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบจำนวน 16 ข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 ข้อสอบจำนวน 3 ข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 0.80 และข้อสอบจำนวน 5 ข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 0.60 โดยข้อสอบทั้ง 24 ข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 – 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) และผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

7.1 โจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว ควรอธิบายโจทย์ให้ชัดเจนเนื่องจากโจทย์เดิมนักเรียนสามารถตอบนอกเหนือจากคำตอบที่กำหนดได้ คือตอบว่า ผิด เพราะ คำตอบของอสมการที่กำหนดไม่ได้มีเพียง 3 คำตอบที่ ยกตัวอย่าง ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข เช่น

โจทย์เดิม

.....คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $3(x - 11) \geq 6$ ได้แก่ 15, 20

และ 13 เพราะ.....

โจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข

.....คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $3(x - 11) \geq 6$ ได้แก่ 15, 20

และ 13 เป็นต้น เพราะ.....

7.2 การใช้คำถามในแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ควรกำหนดโจทย์ให้ชัดเจน โจทย์ควรกำหนดลักษณะคำตอบมาให้ ไม่ควรให้นักเรียนเขียนเอง เพราะอาจจะสลับลำดับของรูปแบบได้ ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข เช่น

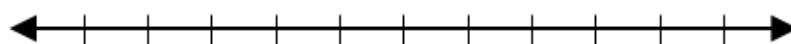
โจทย์เดิม

ให้นักเรียนเขียนลักษณะคำตอบทั้งสามแบบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากนั้น ยกตัวอย่างประโยคสัญลักษณ์ 1 ประโยคและยกตัวอย่างคำตอบของประโยคสัญลักษณ์นั้น อย่างน้อย 5 ตัวอย่าง พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนของประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียน ยกตัวอย่าง (กำหนดให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง)

ลักษณะคำตอบแบบที่ 1 คือ.....

ประโยคสัญลักษณ์ :

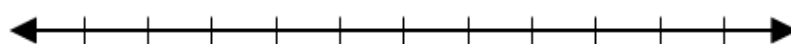
ยกตัวอย่างคำตอบ :



ลักษณะคำตอบแบบที่ 2 คือ.....

ประโยคสัญลักษณ์ :

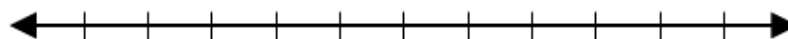
ยกตัวอย่างคำตอบ :



ลักษณะคำตอบแบบที่ 3 คือ.....

ประโยคสัญลักษณ์ :

ยกตัวอย่างคำตอบ :



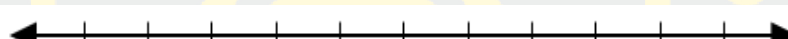
โจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข

ให้นักเรียนเขียนลักษณะคำตอบทั้งสามแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากนั้นยกตัวอย่างประโยคสัญลักษณ์ 1 ประโยคและยกตัวอย่างคำตอบของประโยคสัญลักษณ์นั้น อย่างน้อย 5 ตัวอย่าง พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนของประโยคสัญลักษณ์ที่นักเรียนยกตัวอย่าง (กำหนดให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง)

ลักษณะคำตอบแบบที่ 1 คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

ประโยคสัญลักษณ์ :

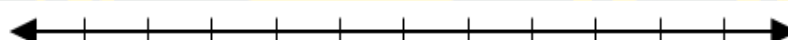
ยกตัวอย่างคำตอบ :



ลักษณะคำตอบแบบที่ 2 คือ มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ

ประโยคสัญลักษณ์ :

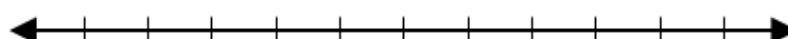
ยกตัวอย่างคำตอบ :



ลักษณะคำตอบแบบที่ 3 คือ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

ประโยคสัญลักษณ์ :

ยกตัวอย่างคำตอบ :



8. นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

9. นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผ่านการตรวจสอบแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ที่เคยเรียนเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว และไม่ใช้กลุ่มตัวอย่างของ

โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา จำนวน 43 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

9.1 หาค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 – 0.8

9.2 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

10. คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์ และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 12 ข้อ พบว่าข้อสอบที่ได้มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.39 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.32 – 0.61 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) จากนั้นหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัค ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นคือ 0.81 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก)

11. นำแบบทดสอบวัดคุณลักษณะทางจิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผ่านการหาคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อกำหนดแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. ศึกษาเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากคู่มือครูรายวิชา พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี รวมถึงจากตำราและเอกสารต่าง ๆ

3. วิเคราะห์ความสอดคล้องของตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และจำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 วิเคราะห์ความสอดคล้องของตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ และ
จำนวนข้อสอบ เพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทาง
คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวชี้วัด	สาระ การเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ ออก (ใช้จริง)
ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้ สมบัติของการ ไม่เท่ากัน เพื่อ วิเคราะห์และ แก้ปัญหาโดย ใช้อสมการเชิง เส้นตัวแปร เดียว	1. แนะนำ อสมการเชิง เส้นตัวแปร เดียว	นักเรียนเขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียวโดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แทน ข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ของการ ไม่เท่ากันของจำนวน และนำเสนอข้อมูล ได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน	2(1)
		นักเรียนเขียนข้อความที่แสดง ความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันของ จำนวนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์แทน อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ นำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน	2(1)
	2. สมบัติการ บวกของการ ไม่เท่ากันและ สมบัติการคูณ ของการไม่ เท่ากัน	นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เขียนอธิบาย สมบัติของการไม่เท่ากันโดยนำเสนอ ข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน	2(1)
	3. การแก้ อสมการเชิง เส้นตัวแปร เดียวโดยใช้ สมบัติของ การไม่เท่ากัน	นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เขียนแสดง ขั้นตอนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียวโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับ ชัดเจน	

ตารางที่ 15 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระ การเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ ออก (ใช้จริง)
4. คำตอบของ อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว		นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และ ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟ แสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัว แปรเดียว โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่าง เป็นลำดับชัดเจน	
5. โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับอสมการ เชิงเส้นตัวแปร เดียว		นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เขียนอธิบาย โดยนำเสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียวอย่างเป็นลำดับชัดเจน	2(1)
		รวม	8(4)

4. สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ
เชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามตารางวิเคราะห์จุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 8 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริง 4 ข้อ

5. กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี
รายละเอียดดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 เกณฑ์การวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ด้านการประเมิน คะแนน		การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
1. การใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์	3	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องทั้งหมด
	2	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
	1	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องในบางส่วน
	0	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีการใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์
2. การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์	3	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้อย่างถูกต้อง
	2	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
	1	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้องในบางส่วน
	0	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือ กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน
3. การนำเสนอ	3	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วน
	2	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่
	1	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจนในบางส่วน
	0	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจไม่ชัดเจน หรือ ไม่มีการแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

6. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวที่สร้างขึ้น จำนวน 8 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา

วิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องของเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้และข้อเสนอแนะนำมาปรับปรุงแก้ไข

7. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้(รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา และพิจารณาความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้โดยพิจารณาจากค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of objective congruence: *IOC*) ค่าดัชนีที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไป (เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร, 2555, หน้า 159 – 160) โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบจำนวน 6 ข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 และข้อสอบจำนวน 2 ข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 0.60 โดยข้อสอบทั้ง 8 ข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.60 – 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) และผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

7.1 โจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คำตอบควรเฉลยให้ครอบคลุมทุกรูปแบบ ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข เช่น

โจทย์เดิม

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง

วิธีทำ จากข้อความ ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง

ผลบวก คือ การบวก

จำนวนสองจำนวน ถ้าให้จำนวนหนึ่ง คือ x

อีกจำนวนหนึ่งที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า คือ $x + 9$

จะได้ $x + (x+9)$

มีค่าไม่เท่ากับ คือ เครื่องหมาย $\neq$

ยี่สิบสอง คือ 22

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง
เขียนสมการได้เป็น $x + (x+9) \neq 22$

โจทย์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไข

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง

คำตอบแบบที่ 1

วิธีทำ จากข้อความ ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับ
ยี่สิบสอง

ผลบวก คือ การบวก

จำนวนสองจำนวน ถ้าให้จำนวนหนึ่ง คือ x

อีกจำนวนหนึ่งที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า คือ $x + 9$

จะได้ $x + (x+9)$

มีค่าไม่เท่ากับ คือ เครื่องหมาย $\neq$

ยี่สิบสอง คือ 22

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง
เขียนสมการได้เป็น $x + (x+9) \neq 22$

คำตอบแบบที่ 2

วิธีทำ จากข้อความ ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับ
ยี่สิบสอง

ผลบวก คือ การบวก

จำนวนสองจำนวน ถ้าให้จำนวนหนึ่ง คือ x

อีกจำนวนหนึ่งที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า คือ $x - 9$

จะได้ $x + (x-9)$

มีค่าไม่เท่ากับ คือ เครื่องหมาย $\neq$

ยี่สิบสอง คือ 22

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง
เขียนสมการได้เป็น $x + (x-9) \neq 22$

8. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้น
ตัวแปรเดียว ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง
อีกครั้ง

9. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้น

ตัวแปรเดียว ที่ผ่านการตรวจสอบแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ที่เคยเรียนเรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาแล้ว และไม่ใช้กลุ่มตัวอย่างของโรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา จำนวน 43 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนเพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

9.1 หาค่าความยากง่าย (p) ของแบบทดสอบรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 – 0.8

9.2 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

10. คัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์ และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 4 ข้อ พบว่าข้อสอบที่ได้มีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.47 – 0.62 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าตั้งแต่ 0.50 - 0.70 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) จากนั้นหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α -Coefficient) ของครอนบัท ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.71 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

11. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ที่ผ่านการหาคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นวิจัยทดลอง โดยใช้การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีการวัดผลหลังการทดลอง (One-group posttest-only design) ดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 แบบแผนการวิจัย

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังเรียน
E	X	O

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

O แทน การทดสอบหลังจากการทดลอง (Post-test)

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ดำเนินการขอเอกสารรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ เพื่อใช้เป็นเอกสารประกอบการออกหนังสือขอเก็บรวบรวมข้อมูลกับทางโรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา

2. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่าง โดยการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้น ดังนี้

ก่อนการจัดการเรียนรู้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) เป็นขั้นที่ครูจะคาดการณ์การเรียนรู้และเตรียมงานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคำถามที่จะกระตุ้นนักเรียนและจัดลำดับการอภิปราย ซึ่งจะเกิดขึ้นก่อนการจัดการเรียนรู้ภายในชั้นเรียน ดังนั้น การจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนจะเริ่มที่ขั้นการปฏิบัติที่ 2

การจัดการเรียนรู้

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) เป็นขั้นที่ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่ท้าทาย ให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนจับกลุ่ม 4 – 5 คน เพื่อทำงานทางคณิตศาสตร์ และครูคอยติดตามการทำงานของนักเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกงานจากแนวคิดของนักเรียนและจัดลำดับการอภิปรายพร้อมแจ้งให้นักเรียนทราบถึงลำดับการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนออกมาอภิปรายตามลำดับและสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ จากนั้นนำความรู้ไปทำใบงานเพื่อตรวจสอบความรู้ของตนเอง

4. หลังการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ผู้วิจัยทำการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งใช้เวลา 1 คาบ และ

แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งใช้เวลา 1 คาบ รวมเป็น 2 คาบ

5. ตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไปวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t-test* for one sample ซึ่งคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบ่งการประเมินเป็นรายข้อ ข้อละ 3 คะแนน จำนวน 12 ข้อ รวมเป็น 36 คะแนน

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t-test* for one sample ซึ่งคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์แบ่งการประเมินเป็นรายข้อ ข้อละ 9 คะแนน จำนวน 4 ข้อ รวมเป็น 36 คะแนน

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

2.1 นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปความเรียง

2.2 นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทาง

คณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนน
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สถิติพื้นฐาน

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2552, หน้า 34)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

เมื่อ $\bar{X}$	แทน	คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
$\sum X$	แทน	ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

2. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2552, หน้า 60)

$$S = \sqrt{\frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$\sum X$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
$(\sum X)^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมดยกกำลังสอง
$\sum X^2$	แทน	ผลรวมของคะแนนแต่ละตัวยกกำลังสอง
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

สถิติที่ใช้เพื่อหาคุณภาพเครื่องมือ

1. หาค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555,
หน้า 158)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์
$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ
N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

2. หาค่าความยากง่าย ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย ใช้สูตรการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 163)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{min})}{n_t(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ p	แทน	ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ
S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนนั้น ($\bar{x}$) ในกลุ่มสูง
S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนนั้น ($\bar{x}$) ในกลุ่มต่ำ
n_t	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
X_{max}	แทน	คะแนนสูงสุด
X_{min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

3. หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย ใช้สูตรการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h + S_l}{n_t(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ r	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ
S_h	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น ($\bar{x}$) ในกลุ่มสูง
S_l	แทน	ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น ($\bar{x}$) ในกลุ่มต่ำ
n	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน
X_{max}	แทน	คะแนนสูงสุด
X_{min}	แทน	คะแนนต่ำสุด

4. หาค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัย ใช้สูตรการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right]$$

เมื่อ α	แทน	ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
k	แทน	จำนวนข้อของแบบทดสอบ
S_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
S_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

ใช้วิธีการทางสถิติแบบ *t-test* for one sample เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 จากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2550, หน้า 133-134)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}; df = n-1$$

เมื่อ t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution
$\bar{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
μ_0	แทน	เกณฑ์ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้
s	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิจัย ผู้วิจัยกำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ดังนี้

n	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
μ_0	แทน เกณฑ์ค่าเฉลี่ยที่ตั้งไว้
$\bar{x}$	แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
S	แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
df	แทน องศาอิสระ
t	แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t – distribution
p	แทน ค่าจริงของความน่าจะเป็นที่ได้จากการคำนวณ
$*$	แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์หามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำมาวิเคราะห์ โดยใช้สถิติ *t-test for one sample* ซึ่งได้ผลปรากฏดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 ผลการเปรียบเทียบหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	μ_0 (ร้อยละ 70)	$\bar{x}$	<i>S</i>	<i>df</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
คะแนนหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	44	36	25.20	31.32	3.81	43	10.640*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 18 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ มีค่าเท่ากับ 31.32 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 87 เมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อ 1

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์หมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ จากการทำแบบทดสอบวัดหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยจำแนกตามระดับคะแนนของหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผลปรากฏดังตารางที่ 19

ตารางที่ 19 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ระดับ คะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)												ร้อยละของ จำนวนนักเรียน
	ข้อที่												ตามระดับ
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	คะแนน
3	39	5	42	36	39	36	41	33	36	40	19	27	74.43
2	3	36	0	1	1	5	1	10	6	3	16	0	15.53
1	0	2	2	1	1	1	0	1	1	1	8	17	6.63
0	2	1	0	6	3	2	2	0	1	0	1	0	3.41
รวม	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	100

จากตารางที่ 19 พบว่า ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 3 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 74.43 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 15.53 ซึ่งเมื่อพิจารณาจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกได้ 4 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อที่ 2 ดังนี้

“ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูก และทำเครื่องหมาย X หน้าข้อความที่ผิด จากนั้นเขียนแสดงเหตุผลทั้งข้อความที่ถูกต้องและข้อความที่ผิด โดยมีการอ้างอิงความหมายหรือบทนิยาม ลักษณะสำคัญ หลักการ ทฤษฎีบท กฎ สูตร และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล

.....2) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 3 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนคำตอบถูกต้องและมีการอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ ดังภาพที่ 2

.....X...2) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น (3)
 $x^2 + 12 > 7$ มีเลขชี้กำลังมากกว่า 1
 เพราะ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต้องมีตัวแปรตัวเดียว, มีเครื่องหมายอสมการ, มีเลขชี้กำลังเป็น 1 หรือ

ภาพที่ 2 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 3 คะแนน

จากภาพที่ 2 จะเห็นว่านักเรียนเขียนคำตอบถูกต้องและมีการอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาสนับสนุนคำตอบคือ ตอบ X โดยอธิบายว่า “อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต้องมีตัวแปรตัวเดียว, มีเครื่องหมายอสมการ, มีเลขชี้กำลังเป็น 1” รวมถึงอธิบายตัวอย่างในโจทย์ว่า “ $x^2 + 12 > 7$ ตัวแปรมีเลขชี้กำลังมากกว่า 1” ซึ่งเป็นการสรุปแนวคิดได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนคำตอบถูกต้องและมีการอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ ดังภาพที่ 3

...X...2) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น
 เพราะ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวแปรเป็น 1 และมีเพียงตัวแปรเดียว (2)

ภาพที่ 3 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 2 คะแนน

จากภาพที่ 3 จะเห็นว่านักเรียนเขียนคำตอบถูกต้องและมีการอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาสนับสนุนคำตอบคือ ตอบ X โดยให้เหตุผลว่า “อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็น 1 และมีเพียงตัวแปรเดียว” ได้อย่างถูกต้องแต่ยังไม่สมบูรณ์ กล่าวคือ จากโจทย์ที่ว่า อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น นักเรียนควรอธิบายคำตอบเพิ่มเติมว่า จากโจทย์เนื่องจาก $x^2 + 12 > 7$ ตัวแปรมีเลขชี้กำลังไม่เป็น 1 จึงไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนคำตอบถูกต้อง หรือ คำตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท

หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้องบางส่วน หรือ คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้อง หรือ คำตอบถูกต้อง หรือ คำตอบถูกต้องบางส่วน แต่มีการอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ไม่ถูกต้อง หรือ คำตอบถูกต้อง หรือ คำตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ ซึ่งในโจทย์ข้อที่ 2 มีนักเรียนได้ 1 คะแนนจากกรณีเดียว คือ เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนคำตอบถูกต้อง หรือ คำตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้องบางส่วนดังภาพที่ 4

.....X 2) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น
 เพราะ ต่อแปด เลขกำลัง 2 (1)

ภาพที่ 4 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 1 คะแนน

จากภาพที่ 4 จะเห็นว่านักเรียนเขียนคำตอบถูกต้อง และพยายามอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมาสนับสนุนคำตอบคือ ตอบ X โดยให้เหตุผลว่า “ตัวแปรมีเลขชี้กำลัง 2” ได้ถูกต้องบางส่วนแต่ยังไม่ชัดเจนเนื่องจากนักเรียนไม่อ้างอิงความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวให้ครบถ้วน แต่เขียนเหตุผลว่า “ตัวแปรมีเลขชี้กำลัง 2” ซึ่งความจริงไม่ได้ขัดแย้งกับโจทย์ เนื่องจากโจทย์ถามว่า “อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น” นักเรียนควรระบุให้ชัดเจนว่า อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1 และเนื่องจาก $x^2 + 12 > 7$ ตัวแปรมีเลขชี้กำลังไม่เป็น 1 จึงไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนคำตอบไม่ถูกต้อง และมีการอธิบายให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง หรือ เขียนคำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบายให้เหตุผลประกอบ หรือ ไม่เขียนคำตอบ ซึ่งในโจทย์ข้อที่ 2 มีนักเรียนได้ 0 คะแนนจากกรณีเดียวคือ เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนคำตอบไม่ถูกต้อง และมีการอธิบายให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง ดังภาพที่ 5

.....2) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น
 เพราะ.....มีตัวแปรเดียว..... (๑)

ภาพที่ 5 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 0 คะแนน

จากภาพที่ 5 จะเห็นว่านักเรียนเขียนคำตอบไม่ถูกต้อง และมีการอธิบายให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง คือ ตอบ ✓ โดยให้เหตุผลว่า “มีตัวแปรเดียว” ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนเข้าใจผิดเกี่ยวกับมโนทัศน์เรื่องความหมายของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากโจทย์ข้อนี้นักเรียนควรตอบว่า ✗ เพราะ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1 และเนื่องจาก $x^2 + 12 > 7$ ตัวแปรมีเลขชี้กำลังไม่เป็น 1 จึงไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำมาวิเคราะห์ โดยใช้สถิติ t -test for one sample ซึ่งได้ผลปรากฏดังตารางที่ 20

ตารางที่ 20 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวกับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนนเต็ม	μ_0 (ร้อยละ 70)	$\bar{x}$	S	df	t	p
คะแนน								
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	44	36	25.2	29.18	5.884	43	4.489*	.000

* $p < .05$

จากตารางที่ 20 พบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ มีค่าเท่ากับ 29.18 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 81.06 เมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า ค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อ 2

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแบ่งด้านการประเมินออกเป็น 3 ด้าน ตามเกณฑ์การวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จะจำแนกนักเรียนตามด้านการประเมินและระดับคะแนนของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ประเมินจากการที่นักเรียนเขียนข้อความโดยใช้ภาษาและคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง จากการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 21

ตารางที่ 21 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)				ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	
3 คะแนน	29	16	30	26	57.39
2 คะแนน	10	20	10	15	31.25
1 คะแนน	4	7	3	3	9.65
0 คะแนน	1	1	1	0	1.71
รวม	44	44	44	44	100

จากตารางที่ 21 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับคะแนน 3 คะแนน ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 57.39 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 31.25 เมื่อพิจารณาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนนได้ 4 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อที่ 3 ดังนี้

“3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 3 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนโดยใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง ดังภาพที่ 6

3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

วิธีทำ จาก $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$

จะได้ $\frac{-m-5}{2} (2) > (4m-25)(2)$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย 2
(ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$)

จะได้ $-m-5 > 4m(2) - 25(2)$ คูณทั้งสองข้างด้วย 2

จะได้ $-m-5 > 8m-50$

จะได้ $-m-5+m > 8m-50+m$ บวกทั้งสองข้างของสมการด้วย m
(ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$)

จะได้ $-5 > 9m-50$

จะได้ $-5+50 > 9m-50+50$ บวกทั้งสองข้างของสมการด้วย 50
(ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$)

จะได้ $45 > 9m$

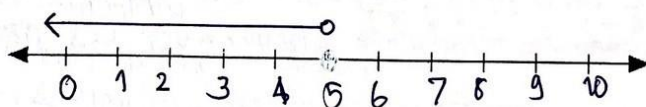
จะได้ $45 \left(\frac{1}{9}\right) > 9m \left(\frac{1}{9}\right)$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $\frac{1}{9}$
(ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$)

จะได้ $5 > m$

จะได้ $m < 5$

คำตอบ คือ $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$ คือ จำนวนจริงทุกค่าที่น้อยกว่า 5

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ภาพที่ 6 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 3 คะแนน

จากภาพที่ 6 จะเห็นว่านักเรียนเขียนแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้ภาษาและคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนโดยใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องส่วนใหญ่ ดังภาพที่ 7

3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

จาก $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$

จะได้ $\frac{-m-5}{2} \cdot 2 > (4m-25) \cdot 2$ ครบทุกข้างด้วย 2

$-m-5 > 4m-50$ ครบทุกข้างด้วย 2 $a > b$ แล้ว $ac > bc$

ดังนั้น $-m-5 > 4m-50$

จะได้ $-m-5+5 > 4m-50+5$ ครบทุกข้างด้วย 5 $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$

ดังนั้น $-m > 4m-45$

จะได้ $-m+m > 4m-45+m$ ครบทุกข้างด้วย m $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$

ดังนั้น $0 > 4m-45$

จะได้ $0+45 > 4m-45+45$ ครบทุกข้างด้วย 45 $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$

ดังนั้น $45 > 4m$

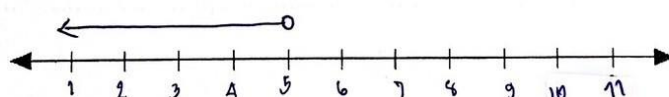
จะได้ $\frac{1}{4} \cdot 45 > \frac{1}{4} \cdot 4m$ ครบทุกข้างด้วย $\frac{1}{4}$ $a > b$ แล้ว $ac > bc$

ดังนั้น $\frac{45}{4} > m$

หรือ $m < \frac{45}{4}$

หาคำตอบของสมการ $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ภาพที่ 7 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 2 คะแนน

จากภาพที่ 7 จะเห็นว่านักเรียนเขียนโดยใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์คือ ในบรรทัดที่ 2 นักเรียนเขียนว่า “สมบัติการแจกแจง” ซึ่งไม่สอดคล้องกับการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในบรรทัดนั้น นักเรียนควรเขียนสมบัติการแจกแจงในบรรทัดที่ 3 จึงจะถูกต้อง และ การใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ ในบรรทัดที่ 3, 5, 7, 9 และ 11 คือ “คูณทั้งสองข้างด้วย 2, บวกทั้งสองข้างด้วย 5, บวกทั้งสองข้างด้วย m , บวกทั้งสองข้างด้วย 45, คูณทั้งสองข้างด้วย $\left(\frac{1}{9}\right)$ ” ไม่ถูกต้อง ที่ถูกต้องควรเขียนคำว่า “คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย 2, บวกทั้งสองข้างของสมการด้วย 5, บวกทั้งสองข้างของสมการด้วย m , บวกทั้งสองข้างของสมการด้วย 45, คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $\left(\frac{1}{9}\right)$ ” ตามลำดับ

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนโดยใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 8

3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

คูณ 2 ตลอดสมการ

$$2 \cdot \frac{-m-5}{2} > 2(4m-25)$$

คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย 2 ถ้า $a < b$ และ $c \leq 0$ และ $ac > bc$

$$-m-5 > 8m-50$$

$$50-5 \geq 8m+m$$

สมบัติการย้ายข้าง

$$45 \geq 9m$$

คูณ 1 ตลอดสมการ

$$\frac{45}{9} \geq \frac{9m}{9}$$

คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย 1 (ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ และ $a < b$)

$$5 \geq m$$

$$m \leq 5$$

กลับเครื่องหมาย

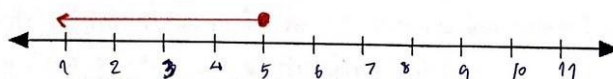
1

1

2

4

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ภาพที่ 8 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 1 คะแนน

จากภาพที่ 8 จะเห็นว่านักเรียนเขียนโดยใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน คือ ในบรรทัดที่ 3 นักเรียนไม่เขียนคำว่า “สมบัติการแจกแจง” ในบรรทัดที่ 4 นักเรียนเขียนคำว่า “สมบัติการย้ายข้าง” ซึ่งไม่ถูกต้อง ที่ถูกต้องควรเขียนว่า “บวกทั้งสองข้างของสมการ

ด้วย m และ บวกทั้งสองข้างของสมการด้วย 50,” ใบบรรทัดที่ 9 นักเรียนเขียนว่า “สมบัติการสลับ
ฝั่ง” ซึ่งไม่มีสมบัตินี้ ในบรรทัดนี้จึงไม่จำเป็นต้องเขียน และนักเรียนไม่เขียนสรุปคำตอบที่ได้จาก
การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนโดยใช้ภาษา และคำศัพท์ทาง
คณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ จากการตรวจคะแนน
พบว่า นักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน เป็นนักเรียนที่ไม่มีการใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์
ดังภาพที่ 9



3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

8 ข้อ 1 $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$

จ. ได้ $\frac{-m-5}{2} (2) > (4m-25)(2)$

$$-m-5 > 8m-50$$

จ. ได้ $-m-5 + m > 8m-50 + m$

$$-5 > 9m-50$$

$$-5+9m > 9m$$

$$x < 5$$

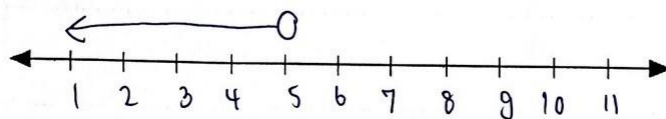
0

1

1

2

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ภาพที่ 9 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 0 คะแนน

2. การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ประเมินจากการที่นักเรียนเขียนโดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง จากการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 22

ตารางที่ 22 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์

ระดับ คะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)				ร้อยละของจำนวนนักเรียนตาม ระดับคะแนน
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	
3 คะแนน	26	31	34	22	64.20
2 คะแนน	11	11	5	6	18.75
1 คะแนน	6	1	5	15	15.34
0 คะแนน	1	1	0	1	1.71
รวม	44	44	44	44	100

จากตารางที่ 22 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ อยู่ที่ระดับคะแนน 3 คะแนน ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 64.20 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 18.75 เมื่อพิจารณาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนนได้ 4 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อที่ 3 ดังนี้

“3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 3 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้อย่างถูกต้อง ซึ่งแสดงดังภาพที่ 10

3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

วิธีทำ จก $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$
 จะได้ $\frac{-m-5}{2} \times 2 > (4m-25) \times 2$ กฎทั้งสองข้างของสมการคูณ 2 (ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$)

ดังนั้น $-m-5 > 8m-50$
 จะได้ $-m-5+50 > 8m-50+50$ กฎทั้งสองข้างของสมการบวก 50 (ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$)

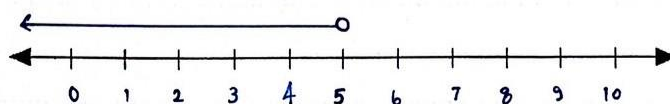
ดังนั้น $-m+45 > 8m$
 จะได้ $-m+45+m > 8m+m$ กฎทั้งสองข้างของสมการบวก m (ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$)

ดังนั้น $45 > 9m$
 จะได้ $45 \times \frac{1}{9} > 9m \times \frac{1}{9}$ กฎทั้งสองข้างของสมการคูณ $\frac{1}{9}$ (ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$)

ดังนั้น $5 > m$
 ดังนั้น $m < 5$

นั่นคือ คำตอบของสมการ $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ภาพที่ 10 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 3 คะแนน

จากภาพที่ 10 จะเห็นว่านักเรียนเขียนโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยดำเนินการได้อย่างถูกต้อง และเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้อย่างถูกต้อง

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้องส่วนใหญ่ ดังภาพที่ 11

3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

สก. $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$

(2) $\frac{-m-5}{2} \times 2 > (4m-25) \times 2$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย 2
(ถ้า $a < b$ แล้ว $ac < bc$)

(3) $-m-5 > 8m-50$

(4) $-m+5+5 > 8m-50+5$ เพิ่มทั้งสองข้างของสมการด้วย 5

(5) $-m > 8m-45$ (ถ้า $a < b$ แล้ว $a+c < b+c$)

(6) $-m-8m > 8m-45-8m$ ลบทั้งสองข้างของสมการด้วย $8m$

(7) $-9m > -45$ (ถ้า $a < b$ แล้ว $a-c < b-c$)

(8) $-9m \times (-\frac{1}{9}) > -45 \times (-\frac{1}{9})$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $-\frac{1}{9}$
(ถ้า $a < b$ แล้ว $ca < cb$)

(9) $m < 5$

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

ภาพที่ 11 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 2 คะแนน

จากภาพที่ 11 จะเห็นว่านักเรียนเขียนโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องส่วน ใหญ่ โดยในบรรทัดที่ 7 นักเรียนเขียนว่า “ (ถ้า $a < b$, $a - c < b - c$) ” ซึ่งไม่ถูกต้อง ที่ถูกต้องต้อง เขียนว่า “ (ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$) ” เนื่องจาก มีแค่สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน ไม่มีสมบัติ การลบของการไม่เท่ากัน นอกจากนี้ในบรรทัดที่ 8 นักเรียนต้องเปลี่ยนเครื่องหมายจาก $>$ เป็น $<$ จึง จะถูกต้องและสอดคล้องกับสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันที่ว่า (ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$)

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนโดยใช้ตัวแทนทาง คณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นได้ถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 12



3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

$$\text{กน } \frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

$$\frac{-m-5}{2} \times 2 > (4m-25) \times 2 \quad \text{คูณทั้งอสมการด้วย 2 (ถ้า } a > b \text{ แล้ว } ac > bc)$$

$$-m-5+5 > 8m-50+5 \quad \text{(บวก 5 ทั้งอสมการ (ถ้า } a < b \text{ แล้ว } a+c < b+c)$$

$$-m > 8m-45 \quad \text{(บวก -8m ทั้งอสมการ (ถ้า } a < b \text{ แล้ว } a+c < b+c)$$

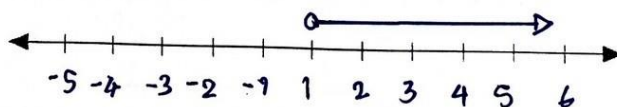
$$-9m > -45$$

$$\frac{-9m}{-9} > \frac{-45}{-9}$$

$$m > 5$$

$$\text{ดังนั้น } m > 5$$

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ภาพที่ 12 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 1 คะแนน

จากภาพที่ 12 จะเห็นว่านักเรียนเขียนโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน คือ ในบรรทัดที่ 6 นักเรียนต้องเปลี่ยนเครื่องหมายจาก $>$ เป็น $<$ จึงจะถูกต้องและนักเรียนไม่เขียนสมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน แต่นักเรียนเขียนคำว่า “หารทั้งอสมการด้วย -9” ซึ่งไม่

ถูกต้อง ต้องเขียนว่า “คุณทั้งอสมการด้วย -9 (ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$)” จึงจะถูกต้อง นอกจากนี้ในบรรทัดที่ 7 นักเรียนเขียนว่า “ $m > 5$ ” ซึ่งไม่ถูกต้อง ส่งผลให้เขียนกราฟแสดงคำตอบ

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน จากการตรวจคะแนนพบว่า ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน

3. การนำเสนอ ประเมินจากการที่นักเรียนเขียนแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วน จากการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 23

ตารางที่ 23 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนอ

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)				ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	
3 คะแนน	23	16	29	21	50.57
2 คะแนน	17	22	12	19	39.77
1 คะแนน	3	5	3	4	8.52
0 คะแนน	1	1	0	0	1.14
รวม	44	44	44	44	100

จากตารางที่ 23 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ อยู่ที่ระดับคะแนน 3 คะแนน ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 50.57 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 39.77 เมื่อพิจารณาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนอ สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนนได้ 4 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในข้อที่ 3 ดังนี้

“3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 3 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วน ดังภาพที่ 13



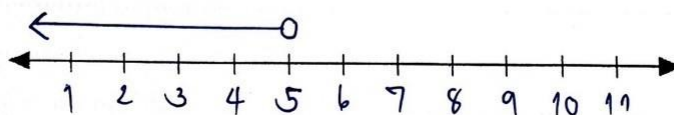
3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

วิธีทำ $-\frac{m-5}{2} \cdot 2 > 4m-25 \cdot 2$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย 2
 $2 \cdot -m-5 > (4m-25)(2)$ (ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$)
 $-m-5 > 8m-50$ สมบัติการแจกแจง
 $-m-5+50 > 8m-50+50$ บวก 50 ทั้งสองข้างของสมการ
 $-m+45 > 8m$ (ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$)
 $-m+45+m > 8m+m$ บวก m ทั้งสองข้างของสมการ
 $45 > 9m$ (ถ้า $a > b$ แล้ว $a+c > b+c$)
 $\frac{1}{9} \cdot 45 > 9m \cdot \frac{1}{9}$ คูณ $\frac{1}{9}$ ทั้งสองข้างของสมการ
 $\frac{1}{9} \cdot 45 > m$ (ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$)
 $5 > m$

นั่นคือ คำตอบของสมการ $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่มีค่าน้อยกว่า 5

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ภาพที่ 13 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ที่ระดับ 3 คะแนน

จากภาพที่ 13 จะเห็นว่านักเรียนเขียนนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วน

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่ ดังภาพที่ 14

3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

$$\frac{-m-5}{2} \cdot 2 > (4m-25) \cdot 2$$

$$-m-5 > 2(4m-25)$$

$$m+5 < -2(4m-25)$$

$$m+5 < (-8m+50)$$

$$9m+5 < 50$$

$$9m < 45$$

$$m < 5$$

คูณด้วย 2 ทั้งสองฝั่ง $(a > b \text{ แล้ว } 2a > 2b)$
คูณด้วย -1 ทั้งสองฝั่ง $(a > b \text{ แล้ว } -a < -b)$
ลบด้วย 5 ทั้งสองฝั่ง
หารด้วย 9 ทั้งสองฝั่ง $(a > b \text{ แล้ว } a/9 > b/9)$
บวกด้วย 5 ทั้งสองฝั่ง $(a > b \text{ แล้ว } a+5 > b+5)$

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

ภาพที่ 14 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการนำเสนออยู่ที่ระดับ 2 คะแนน

จากภาพที่ 14 จะเห็นว่านักเรียนเขียนนำเสนอข้อมูลส่วนใหญ่ชัดเจน แต่ในบรรทัดที่ 6 นักเรียนต้องเขียนว่า “ $m + 5 < -8m + 50$ ” จึงจะสอดคล้องกับภาษาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเขียนในบรรทัดนั้น, ในบรรทัดที่ 7 นักเรียนต้องเขียนว่า “ $9m + 5 - 5 < 50 - 5$ ” จึงจะสอดคล้องกับภาษาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเขียนในบรรทัดนั้น และนักเรียนไม่เขียนสมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน, ในบรรทัดที่ 8 นักเรียนต้องดำเนินการโดยใช้สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน ก็ต้องเขียนว่า “ $9m \times \left(\frac{1}{9}\right) < 9 \times \left(\frac{1}{9}\right)$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $\left(\frac{1}{9}\right)$ (ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$)” ซึ่งจะได้ $m < 5$ นอกจากนี้ นักเรียนไม่เขียนสรุปคำตอบของการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนไม่ถูกต้อง ซึ่งการเขียนนำเสนอส่วนใหญ่ได้ชัดเจน

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจนในบางส่วน ดังภาพที่ 15

3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m-5}{2} > 4m-25$$

วิธีทำ จ.ก. $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$

จ.ค. $\frac{-m-5}{2} \cdot (2) > 4m-25 \cdot (2)$

คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย 2

จ.ค. $-m-5 > 4m-50$

$(a > b \text{ แล้ว } c > 0 \text{ แล้ว } ac > bc)$

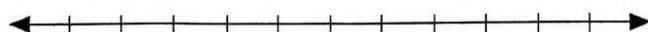
จ.ค. $-m-5+50 > 4m-50+50$

นำค่าคงที่ข้างหนึ่งมาบวกด้วย 50

จ.ค. $-m+45 > 4m$

$(a > b \text{ แล้ว } a+c > b+c)$

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ภาพที่ 15 ลักษณะคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
ด้านการนำเสนออยู่ที่ระดับ 1 คะแนน

จากภาพที่ 15 จะเห็นว่านักเรียนเขียนนำเสนอข้อมูลบางส่วนชัดเจน เนื่องจากนักเรียน
เขียนนำเสนอเพียงบางส่วน นักเรียนไม่ดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปร
เดียวจนเสร็จ ไม่มีการเขียนสรุปคำตอบ รวมถึงไม่นำเสนอคำตอบในรูปแบบกราฟแสดงคำตอบบน
เส้นจำนวน

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนแสดงความเข้าใจแนวคิดทาง
คณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจไม่ชัดเจน หรือไม่มีการแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ จากการ
ตรวจคะแนนพบว่า ไม่มีนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน



บทที่ 5

สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏจังหวัดสงขลา จำนวน 44 คน ได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 5 แผน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.65 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.514 มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมมากที่สุด 2) แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ ซึ่งมีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.39 – 0.66 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.32 – 0.61 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 3) แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ซึ่งมีความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.47 – 0.62 และมีค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.50 – 0.70 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.71 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบที (t -test for one sample)

สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถสรุปได้ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

จากการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัย ดังนี้

1. ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือค้นหาคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้แนวคิดได้อย่างหลากหลาย และนำข้อสรุปของงานทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปอภิปรายในชั้นเรียน ทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้กับเพื่อนทั้งชั้นเรียน เพื่อสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่ ซึ่งสอดคล้องกับ NCTM (2014, pp.23-24) ได้ระบุว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง สามารถสร้างองค์ความรู้ใหม่ได้และการค้นหาวิธีการที่หลากหลายที่สามารถนำมาใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาต่าง ๆ โดยงานทางคณิตศาสตร์จะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน และเมื่อพิจารณา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นการปฏิบัติที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ทั้ง 5 ขั้นการปฏิบัติสามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

1.1 ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) เป็นขั้นที่ครูออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการใช้ความรู้ ประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการค้นหาแนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปองค์ความรู้ใหม่ได้ และนำไปสู่การพัฒนา มโนทัศน์ที่สำคัญของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับ ไคและเลสเตอร์ (Cai and Lester, 2010) ได้กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์ที่ทำทลายความสามารถของนักเรียนนั้น จะนำไปสู่การเพิ่มพูนความรู้และพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน สามารถกระตุ้นความเข้าใจ และสามารถทำให้เกิดการพัฒนา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ การออกแบบงานจะใช้พื้นฐานจากประสบการณ์ความรู้เดิมของนักเรียน ส่วนใหญ่จะเป็นงานที่ให้นักเรียนพิจารณาความเหมือนและความแตกต่างของข้อมูล ซึ่งสอดคล้องกับ วิไลวรรณ ตรีศรีชนะมา (2537, หน้า 49) ที่กล่าวว่า หากต้องการให้นักเรียนมี

มโนทัศน์ครูต้องสอนให้นักเรียนรู้จักสังเกต พิจารณา รู้จักเปรียบเทียบความแตกต่าง และความคล้าย รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญ รู้จักจัดและรวบรวมสิ่งที่คัดเลือกเป็นประเภท หมวดหมู่ และรู้จักสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจ และเป็นประโยชน์ในการนำไปใช้ นอกจากนี้ครูต้องคาดการณ์วิธีการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดไว้ล่วงหน้า เนื่องจากการหาข้อสรุปงานทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงแนวคิดได้หลากหลาย บางครั้งก็เป็นแนวคิดหรือวิธีการที่คาดไม่ถึง ครูจึงต้องคาดการณ์แนวคิดหรือวิธีการไว้ล่วงหน้า ซึ่งสอดคล้องกับฮิวส์ (Hughes, 2006) กล่าวว่า แม้ว่าครูจะเลือกใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่มีระดับการรู้คิดสูง แต่ก็ไม่ได้ประกันว่าในการจัดการเรียนรู้ครูจะสามารถทำให้งานทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพสูงสุดได้จากการที่นักเรียนลงมือทำเพียงอย่างเดียว สิ่งที่จะประกันได้ในการจัดการเรียนรู้คือ การคาดการณ์การตอบสนองของนักเรียน หรืออาจกล่าวได้ว่าถ้าครูไม่ได้คาดการณ์การตอบสนองของนักเรียน มันอาจจะส่งผลต่อการค้นพบแนวคิดที่แปลกใหม่ของงาน และอาจจะนำไปสู่โอกาสการเรียนรู้ของนักเรียนที่ลดน้อยลงหรือนำไปสู่ความเสื่อมถอยของระดับความเข้าใจของนักเรียน และยังสอดคล้องกับไคและเลสเตอร์ (Cai and Lester, 2010) ที่ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ของนักเรียนไม่ได้ขึ้นอยู่กับรูปแบบของงานทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียว ถึงแม้ว่างานทางคณิตศาสตร์ที่ครูเลือกมาจะมีประสิทธิภาพ แต่เมื่อนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ประสิทธิภาพอาจจะลดลง ดังนั้น ครูควรจัดการเรียนรู้ให้มีความต่อเนื่องกันในแต่ละหัวข้อของบทเรียน ซึ่งครูควรเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมต่อนักเรียน ควรคำนึงถึงความหลากหลายของความสามารถของนักเรียนและควรส่งเสริมการใช้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายของนักเรียน ซึ่งในขั้นนี้ ครูจะต้องวางแผนการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียน ทั้งการวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย เพื่อช่วยให้ครูสามารถวางแผนในการจัดการเรียนรู้ให้เป็นไปตามที่ต้องการภายในเวลาที่กำหนดได้

1.2 ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) เป็นขั้นที่ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ที่มีความท้าทาย โดยใช้คำถาม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจเงื่อนไขปัญหามากขึ้น และเพื่อตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียน โดยในขั้นนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกวิเคราะห์ความรู้ ความเข้าใจของตนเอง ซึ่งการที่นักเรียนสามารถตอบคำถามและอธิบายโจทย์ได้ตรงประเด็น แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจและเห็นความสำคัญของปัญหา สอดคล้องกับ เมธิลิมอักษร (2524, หน้า 5-6) ที่กล่าวถึง การสอนให้คิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า ก่อนที่จะสอนให้นักเรียนมีมโนทัศน์ใหม่ขึ้นมานั้น ครูจะต้องแน่ใจเสียก่อนว่าพื้นฐานความรู้ ทักษะ หรือประสบการณ์

เดิมที่จำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่มีเพียงพอ ถ้านักเรียนไม่สามารถตอบได้ ครูจะใช้คำถามที่เจาะจง เพื่อชี้แนะให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมมาใช้ได้

1.3 ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) เป็นขั้นที่นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด และนำไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ของตนเอง นักเรียนได้ประยุกต์ใช้ความรู้ที่มีอยู่เดิม และเกิดการเรียนรู้ที่ต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของอลิสรา ชมชื่น (2550, หน้า 167) ที่กล่าวว่า เมื่อนักเรียนได้ใช้ความรู้เดิมเป็นพื้นฐานในการเรียนใหม่ เกิดความต่อเนื่องของการทำความเข้าใจ เมื่อนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองทั้งโดยการคิด การคำนวณ การแสดงผล สิ่งเหล่านี้เป็นพื้นฐานให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น และสอดคล้องกับจามาร์ (Jamar, 2011) ที่ได้กล่าวว่า ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้แก้ปัญหาด้วยตนเองผ่านการทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยปราศจากการสอนวิธีการแก้ปัญหานั้น ๆ เนื่องจากความรู้ใหม่สามารถสร้างได้โดยการเชื่อมโยงความรู้หรือประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิมมาใช้ ดังนั้น นักเรียนควรได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนสามารถจดจำองค์ความรู้เหล่านั้นได้อย่างยาวนานและนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ใหม่ในอนาคต นอกจากนั้นข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างที่นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการเรียนรู้ ผ่านการอธิบาย ส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในองค์ความรู้นั้นมากขึ้น นอกจากนี้การที่นักเรียนได้สนทนากับเพื่อนในกลุ่ม เพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ อธิบายเหตุผลของตน แสดงความคิดเห็นที่แตกต่าง ได้แย้ง เพื่อหาข้อสรุปที่ได้จากการทำงานทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนได้ปรับความเข้าใจผิดแก้ไขให้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของเจและแลนด์ (Ge and Land, 2003, pp.21-38) ที่กล่าวว่า การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในกลุ่มจะสนับสนุนการพัฒนาทักษะการคิด โดยเฉพาะอย่างยิ่งการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในลักษณะที่มีการชี้แนะและกระตุ้นเตือนกันภายในกลุ่มจะยิ่งทำให้เกิดผลทางบวกมากขึ้น นอกจากนี้ ในขั้นนี้ครูคอยสังเกตการตอบสนองของนักเรียน ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่าแนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และตรวจสอบว่าความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูก ครูจะคอยชี้แนะโดยใช้คำถามกระตุ้น ซึ่งสอดคล้องกับสมิธ (Smith, 2002) ที่กล่าวว่า การเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยการคาดหวังให้นักเรียนเรียนอย่างมีส่วนร่วมในการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ครูยังมีบทบาทสำคัญในการจัดการเรียนรู้ เพียงแต่เปลี่ยนบทบาทจากผู้สอนเป็นผู้แนะนำ คอยอำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ซึ่งการพยายามให้นักเรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยการใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทาย

ความสามารถของนักเรียน และไม่ยากเกินกว่าที่นักเรียนจะคิดได้ เป็นการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคนอง, 2557, หน้า 22-23)

1.4 ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) เป็นขั้นที่ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายและจัดลำดับการอภิปรายตามความเหมาะสม โดยคัดเลือกให้ครอบคลุมและเพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ ซึ่งครูจะเรียงลำดับการนำเสนอจากแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องเพียงบางส่วนก่อน ลำดับต่อมาเป็นแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องมากขึ้นจากแนวคิดหรือวิธีการแรก เพื่อให้นักเรียนค่อย ๆ เห็นความแตกต่างและสามารถเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการแต่ละแบบ เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจไปที่ละขั้น จะทำให้มีความเข้าใจมากขึ้น จากนั้นแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือกได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน ซึ่งการจัดลำดับการนำเสนอก่อนหลังจะส่งผลต่อการเกิดมโนทัศน์ของนักเรียน (Klausmeier, 1971, pp.422-423) ดังนั้นครูจึงต้องพิจารณาการจัดลำดับอย่างนำเสนอว่าเพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่หรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอครูจะนำเสนอแนวคิดและวิธีการที่เหมาะสมเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปเป็นองค์ความรู้ได้ และถ้าแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนจะนำเสนอมีมากเกินไปครูจะเลือกเฉพาะแนวคิดที่จำเป็นที่สามารถสรุปเป็นองค์ความรู้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโกรท (Growth, 2014) ที่ระบุว่า การใช้รูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ จะช่วยในการตัดสินใจเกี่ยวกับการเลือกวิธีการที่สำคัญที่สุดมาจัดลำดับนำเสนอและการเชื่อมโยงวิธีการเหล่านั้น จนได้แนวคิดที่สำคัญ

1.5 ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่ (Connecting) ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องออกมาอภิปรายเพื่ออธิบายแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ที่ละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดหรือวิธีการ นักเรียนได้แสดงเหตุผลของกลุ่มตนเอง เพื่อหาข้อสรุปไปสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ที่ละประเด็น โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและเชื่อมโยงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายของแต่ละกลุ่มที่ออกมาอภิปราย และให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป การที่นักเรียนได้ออกมาแลกเปลี่ยนความรู้แนวคิดหรือวิธีการและอธิบายเหตุผลของตนเอง นักเรียนจะได้เห็นข้อผิดพลาดของตนเองและผู้อื่น ทำให้เกิดการเรียนรู้และเข้าใจมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้จดจำความรู้ได้อย่างยาวนาน ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของสติกลอร์ แกลลิมอร์ และฮีเบิร์ต (Stigler, Gallimore and Hiebert, 2000) ที่กล่าวไว้ว่า ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนแนวคิด และร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ จะทำให้นักเรียนเกิดการค้นพบวิธีการหาคำตอบด้วยตัวเองได้ดีกว่าการจัดการ

เรียนรู้ในแบบเดิมที่ครูเน้นการอธิบาย โดยการแทรกคำถามเข้าไปในบทเรียนนั้นเป็นการกระตุ้นความสนใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดี และส่งผลทำให้การเรียนรู้ของนักเรียนดีขึ้น (Allen, 1957) นอกจากนี้ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะยังมีความสอดคล้องกับกระบวนการทำให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของพนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รัชพลเดช (ม.ป.ป.) ที่ได้กล่าวว่า การสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีกระบวนการ ดังนี้ การหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เราต้องการสร้างมโนทัศน์จากประสบการณ์หรือทางอื่น ๆ ยิ่งที่นักเรียนมีประสบการณ์มากเท่าไร นักเรียนจะสร้างมโนทัศน์ที่แม่นยำในสิ่งนั้นได้ดีเท่านั้น จากนั้นนำข้อมูลมาเปรียบเทียบความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง จะทำให้ความเข้าใจในคุณสมบัติของสิ่งเหล่านั้นดีขึ้น และการสรุปข้อมูลที่ได้รับ โดยมักกำหนดชื่อให้สิ่งนั้น จะเรียกว่าเป็นมโนทัศน์ในสิ่งนั้น ๆ และขบวนการสร้างมโนทัศน์ขั้นสุดท้ายคือ การนำเอาสิ่งที่ได้ไปปรับใช้ให้เข้ากับเหตุการณ์อื่น ๆ ต่อไป

จากที่กล่าวมาข้างต้น กล่าวได้ว่าในแต่ละขั้นของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ส่งผลให้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ทรสมน วินัยโกศล (2561) พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะมีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 และยังสอดคล้องกับโกรท (Growth, 2014) ผลการวิจัยพบว่า ห้องที่ได้รับการจัดการตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะนั้น นักเรียนมีความรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติ

2. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เป็นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่เน้นให้นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ และแลกเปลี่ยนความรู้กันภายในกลุ่มเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่สมบูรณ์ จากนั้นนำข้อสรุปที่ได้มาอภิปรายร่วมกันภายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด และสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ตลอดจนนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายได้ ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้งการพูดคุย การรับฟังความคิดเห็นของคนอื่น เพื่อปรับแก้ความเข้าใจของตนเองให้ถูกต้อง รวมถึง

การเขียนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องโดยนำเสนออย่างเป็นลำดับชัดเจน และเมื่อพิจารณาความสามารถในการสื่อสารในแต่ละขั้นการปฏิบัติที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ทั้ง 5 ขั้นการปฏิบัติสามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

2.1 ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) เป็นขั้นที่ครูออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ โดยงานทางคณิตศาสตร์ที่ครูออกแบบจะเป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนไม่สามารถคาดเดาคำตอบได้ เนื่องจากการหาคำตอบสามารถทำได้หลายวิธี โดยนักเรียนจะต้องใช้ความรู้ที่หลากหลายในการหาคำตอบ ซึ่งครูจะออกแบบงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการเขียนอธิบายโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องโดยนำเสนออย่างเป็นลำดับชัดเจน สอดคล้องกับแอลเลน (Allen, 2013) ที่กล่าวว่า ปัญหาเป็นส่วนสำคัญในการขับเคลื่อนความสามารถในการแก้ปัญหาและการนำเสนอแนวคิด ปัญหาที่หลากหลายจะให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายจะส่งผลต่อการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ NCTM (2000, pp. 270-272) ได้กล่าวว่า ชิ้นงานที่มีแนวทางในการหาคำตอบหลายวิธี ทำให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดอย่างหลากหลาย และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อธิบาย แสดงเหตุผล การคาดเดาในการหาคำตอบ จะช่วยพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2.2 ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์และให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม โดยครูจะถามคำถามกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนตอบคำถามโดยแสดงแนวคิดของตนเองโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อพูดสื่อสารความเข้าใจของตนเองให้ครูรับรู้ ครูจะได้ทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจตรงกันหรือไม่ การพูดสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมระหว่างการสื่อสารด้านการพูดและการสื่อสารด้านการเขียน เนื่องจากนักเรียนต้องนำข้อมูลที่ได้จากการพูดมารับฟังเพื่อปรับความเข้าใจ ไปเขียนในการทำงานทางคณิตศาสตร์ต่อไป สอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 48) ได้กล่าวว่า การสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้ นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น รวมทั้งเป็นการทำให้ครูได้รู้ถึงความเข้าใจและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอีกด้วย และยังสอดคล้องกับมัมมี และ เชพเพิร์ด (Mumme and Shepherd, 1993, pp.7-9) ได้กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ครูได้รู้ความคิดของนักเรียน จากการที่นักเรียนได้อธิบายโดยให้เหตุผล ซึ่งความสามารถในการอธิบาย

เกิดจากการฝึกการใช้ภาษาที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน ซึ่งการจัดการเรียนรู้ในขั้นนี้ นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารโดยเริ่มจากการสื่อสารด้านการพูด เพื่อคิดวิเคราะห์และเรียบเรียงโดยการเขียนนำเสนอในขั้นต่อไป

2.3 ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) เป็นขั้นที่นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารด้านการเขียน เนื่องจากเป็นขั้นที่นักเรียนได้ลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด นักเรียนต้องเชื่อมโยงความรู้เดิมจากประสบการณ์ของตนเอง เพื่อหาข้อสรุปของงานทางคณิตศาสตร์ โดยการเขียนนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ โดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เช่น เครื่องหมายต่าง ๆ กราฟ หรือรูปภาพที่ใช้สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนนี้เมื่อนักเรียนฝึกการเขียนอย่างสม่ำเสมอจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคย และช่วยส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารให้ดีขึ้น สอดคล้องกับ โรแวน และมอร์โรว์ (Rowan and Morrow, 1993, pp.9-11) ได้กล่าวว่า การเขียนสื่อสารแนวคิดเป็นสิ่งสำคัญและควรให้นักเรียนได้ฝึกเขียนแสดงแนวคิดของตนเอง เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องนักเรียนสามารถพูดคุยกับเพื่อนในกลุ่มเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ภายในกลุ่ม ผ่านการอธิบายโต้แย้งโดยใช้เหตุผลมาสนับสนุนความคิดของตนเอง ซึ่งจะทำให้ได้คิดทบทวนอีกครั้งถึงข้อสรุปที่นักเรียนได้เขียนในงานทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ เวชอุทธิ อังกะนภทรขจร (2555, หน้า 122-124) ได้กล่าวว่า สภาพห้องเรียนที่เอื้อต่อการพัฒนาทักษะการสื่อสาร คือให้นักเรียนได้มีการอธิบาย การถกเถียง การอภิปราย การแสดงเหตุผลร่วมกับเพื่อนในชั้นเรียน ทำให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น ค้นหาปัญหาร่วมกัน รวมถึงการได้รับคำแนะนำจากครู อันจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอันลึกซึ้งในความคิดของตนเอง โดยครูคอยสังเกตการตอบสนองของนักเรียน ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบว่าแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนเขียนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ และตัวแทนทางคณิตศาสตร์ถูกต้อง เหมาะสมหรือไม่ รวมถึงความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครูจะคอยชี้แนะโดยใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์จากคำถามที่ครูถาม และปรับการเขียนใหม่ จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้วิธีการเขียนอย่างเป็นลำดับโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และตัวแทนทางคณิตศาสตร์

2.4 ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) เป็นขั้นที่ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายและจัดลำดับการอภิปรายตาม

ความเหมาะสม และแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือกได้ทราบ เพื่อให้นักเรียนเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน นักเรียนจะได้ฝึกการสื่อสารทางด้านการพูดมาก่อนนำเสนอจริง ซึ่งการที่นักเรียนฝึกพูดนักเรียนจะต้องอ่านแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองเขียนซ้ำ ๆ หลายรอบ จะเป็นการพัฒนาการใช้ภาษาและตัวแทนทางคณิตศาสตร์ทางอ้อม และยังช่วยให้นักเรียนพูดได้อย่างมั่นใจ กระฉับ รัศกุม และใช้เวลาไม่นาน ซึ่งสอดคล้องกับวิจัยของโจฮันนิง (Johanning, 2000, pp.151-160) ได้ศึกษาการวิเคราะห์การเขียนของนักเรียนมัธยมศึกษาในวิชาพีชคณิตเบื้องต้น การศึกษาครั้งนี้ได้ให้ความสำคัญกับการเขียนซึ่งจะช่วยให้นักเรียนคิดไปพร้อม ๆ กันโดยพิจารณาจากผลงานของนักเรียน ผลการศึกษาพบว่า การเขียนอธิบายเป็นวิธีหนึ่งที่กระตุ้นนักเรียนในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนเองลงบนกระดาษและถ่ายทอดสู่บุคคลอื่น การเขียนอธิบายก่อนการอภิปราย ทำให้มั่นใจว่านักเรียนทุกคนได้ศึกษาด้วยตนเองก่อนที่จะพบครูและเพื่อน ๆ และการเขียนยังทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้น และสามารถถ่ายทอดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.5 ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่ (Connecting) ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ทีละประเด็น เริ่มจากข้อมูลที่ง่ายต่อการเข้าใจ และยากขึ้นทีละนิด เช่น เริ่มจากแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนใช้แต่ยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ลำดับต่อมาเป็นแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนใช้โดยเพิ่มเติมจากแนวคิดที่ 1 แต่ยังไม่สมบูรณ์ โดยครูจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนได้พิจารณาความเหมือนและความแตกต่างกัน ซึ่งนักเรียนต้องคิด วิเคราะห์ และสื่อสารโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องผ่านการพูด เพื่อจะได้เขียนสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่โดยใช้ภาษาและตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วน ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของสสวท. (2555ก, หน้า 63) ที่ได้เสนอไว้ว่า ครูควรให้นักเรียนได้รับสารที่ละน้อยตามลำดับขั้น คือ ให้นักเรียนซึ่งเป็นผู้รับสารได้ใคร่ครวญตามทีละน้อยจากง่ายไปยาก จนเข้าใจในเนื้อหาของสารที่จะได้รับ จากนั้นจะต้องจัดระบบความคิดและสื่อเป็นภาษาพูดให้ครูรู้ความเข้าใจของนักเรียน (อัมพร ม้าคนอง, 2546, หน้า 103) นักเรียนจะต้องอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้แนวคิดหรือวิธีการ ได้อธิบายเหตุผลของตนเองได้แสดงความคิดเห็นที่แตกต่าง เพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น และนำไปสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ครูใช้คำถามถามเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนเข้าใจตรงกันหรือไม่ หรือมีใครที่ไม่เข้าใจในประเด็นไหน และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย การมีส่วนร่วมในการได้ซักถามหลังจากฟังคำอธิบาย มีโอกาสนำเสนอแนวคิดหรือเหตุผลที่ต่างออกไปจะช่วยในการพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (สสวท., 2555ก, หน้า 63) นักเรียนจดบันทึกองค์ความรู้ใหม่ที่ได้จาก

การสรุปร่วมกันลงสมุด และให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป รวมถึงการทำใบงานในทุก ๆ แผนการเรียนรู้ ทั้งนี้เป็นการฝึกความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น เนื่องจากนักเรียนต้องเขียนนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง จากการที่ฝึกเขียนมาในขั้นการปฏิบัติก่อนหน้า จะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร สอดคล้องกับกรมวิชาการ (2544, หน้า 201) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ ควรฝึกทักษะ กระบวนการนี้อย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหายังไร รูปแบบความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมาย นอกจากนี้ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะยังมีความสอดคล้องกับแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของ NCTM (1989, p.26) ที่เสนอไว้ว่า ควรเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการดำเนินการอย่างเต็มที่ในลักษณะของการสืบค้น การสืบเสาะ การพรรณนา และการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยการอ่าน การพูดและการแสดงแนวคิด จัดการเรียนการสอนให้นักเรียนมีโอกาสนปฏิสัมพันธ์ต่อกัน มีโอกาสชี้แจงแนวคิด อธิบายเหตุผล และชวนเชื่อให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนทั้งการพูด และการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ เรียนรู้ที่จะรับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียน และแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกลยุทธ์สำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

จากการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ พบว่าในช่วงแรกนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับวิธีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนค้นหาคำตอบ ผ่านการทำใบกิจกรรมเพื่อสร้างเป็นองค์ความรู้ด้วยตัวเอง นักเรียนส่วนใหญ่มักคุ้นชินกับการที่ครูสอนแบบให้จดตามและท่องจำ แต่การจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะนั้นต่างออกไป เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยการเขียนลงในใบงาน ซึ่งนักเรียนจะต้องใช้ความสามารถในการสื่อสารด้านการใช้ภาษาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และนำคำตอบ แนวคิดหรือวิธีการที่ได้ไปอภิปรายร่วมกันกับเพื่อนทั้งชั้นเรียน เมื่ออภิปรายจนได้ข้อสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่แล้ว นักเรียนต้องนำองค์ความรู้ที่ได้ไปทำใบงานเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยนักเรียนจะต้องใช้ความสามารถในการสื่อสารทั้ง 3 ด้านคือ ด้านการใช้ภาษา การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ ผ่านการเขียนอธิบายให้ครูเข้าใจ

ได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์ ซึ่งในแผนการจัดการเรียนรู้ 1 และ 2 นักเรียนยังเขียนอธิบายได้ไม่ครบถ้วน แต่เนื่องจากนักเรียนได้เกิดการฝึกฝนและเรียนรู้ความสามารถในการสื่อสารผ่านการจัดการเรียนรู้ที่ครูจัดขึ้น ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3-5 นักเรียนส่วนใหญ่เขียนอธิบายได้ดีขึ้น มีรายละเอียดเกือบครบถ้วนสมบูรณ์ ทำให้การจัดการเรียนรู้มีความรวดเร็ว และกระชับมากขึ้น เนื่องจากนักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น กล่าวได้ว่าในแต่ละขั้นของการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ส่งผลให้ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดการตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ จะต้องคาดการณ์การตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพราะฉะนั้นครูต้องพยายามคิดทุกกรณีที่เป็นไปได้ ที่นักเรียนจะแสดงแนวคิด เพื่อไม่ให้เกิดข้อผิดพลาดในการจัดการเรียนรู้ และไม่นักเรียนพลาดโอกาส เพื่อให้นักเรียนได้ความรู้ที่ครบถ้วนไปสร้างองค์ความรู้ต่อไปได้
2. การจัดการตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ เน้นให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันภายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการอภิปรายอาจใช้เวลาเยอะพอสมควร อาจจะเนื่องมาจาก การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์โดยทั่วไปไม่ค่อยให้นักเรียนออกมาอภิปรายหน้าชั้นเรียน ดังนั้นครูควรวางแผนการใช้เวลาในการอภิปรายให้รัดกุม เพื่อนักเรียนจะได้มีเวลาในการคิด วิเคราะห์ แนวคิดที่เพื่อนอภิปราย เพื่อนำมาสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ
3. การจัดการตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ ครูจะไม่มีการอธิบายความรู้ แต่นักเรียนต้องลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความรู้ด้วยตัวเอง ดังนั้นในขั้นการปฏิบัติที่ 1 เป็นขั้นที่สำคัญมาก ครูจะต้องเตรียมตัวอย่างดี เตรียมคำถามที่ช่วยให้นักเรียนได้เกิดการคิดเชื่อมโยงความรู้ได้ เพื่อที่ขณะนักเรียนทำงานทางคณิตศาสตร์ เมื่อครูสังเกตเห็นว่านักเรียนไม่สามารถทำงานทางคณิตศาสตร์ได้ ครูต้องใช้คำถามกระตุ้นทันที เพื่อไม่ให้นักเรียนเสียเวลาในการเรียนรู้เรื่องถัดไป การใช้คำถามจึงเป็นสิ่งสำคัญ

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

1. ศึกษาผลการจัดการตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ความน่าจะเป็น ความคล้าย เส้นขนาน เป็นต้น เนื่องจากการออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่มีวิธีการหาคำตอบที่หลากหลายจะทำให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีที่หลากหลายผ่านการอภิปรายร่วมกันภายในห้อง ซึ่งจะทำให้ตนเองเข้าใจได้ง่ายขึ้น เนื่องจากนักเรียนได้ความรู้จากวิธีการของตนเองแล้ว การทำความเข้าใจวิธีการอื่นเพื่อไปสู่ข้อสรุปเดียวกันจึงไม่ใช่วิธีที่ยาก
2. ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาผลการจัดการตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งควรมีการศึกษาตัวแปรอื่น ๆ เพิ่มเติม เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการแก้ปัญหามีการดำเนินการได้หลายวิธี นักเรียนสามารถอภิปรายด้วยแนวคิดที่หลากหลายเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่กว้างยิ่งขึ้น หรือความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการอภิปรายร่วมกันภายในชั้นเรียน นักเรียนต้องแสดงเหตุผลเพื่อมาสนับสนุนความคิดของนักเรียน จะทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของตนเอง

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- กรมวิชาการ. (2546). คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551). สืบค้นเมื่อ 12 มกราคม 2565. จาก https://drive.google.com/file/d/1F4_wAe-ZF13-WhvnEAupXNiWchvpcQKW/view
- กิตติ พัฒนตระกูลสุข. (2546). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาของประเทศไทย ล้มเหลวจริงหรือ. วารสารคณิตศาสตร์, 46(530-532), 54-58.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2550). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย. (พิมพ์ครั้งที่ 10). นนทบุรี: ไทเนรมิตกิจอินเตอร์ โพรเกรสซิฟ จำกัด.
- ชูศรี วงศ์รัตนะ. (2552). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 11). กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจ อินเตอร์ โพรเกรสซิฟ จำกัด.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2553). เทคโนโลยีการศึกษา: ทฤษฎีและการวิจัย. กรุงเทพฯ: โอ.เอส.พรีนติ้งเฮ้าส์.
- ทรงสมน วินัยโกศล (2561). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตาม โมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 (วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธวัชชัย สุภดิษฐ์. (2556). ปัจจัยที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ของการเรียนในระดับปริญญาโทของสถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ปีการศึกษา 2554. กรุงเทพฯ: สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.
- ธัญญพร ไชยะวงศ์ และ ณิชชา กมล. (2561). การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน. ใน ดร.ชัชวาลย์ วัชรารื่องวิทย์, ผศ.ชูเกียรติ วรสุชีพ และดร.ณัฐวัฒน์ กล่ำสกุล (บ.ก.), รวมบทความนำเสนอในการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ครั้งที่ 23 ประจำปี พ.ศ. 2561 (หน้า 337-343). กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- นภัสสร งามขำ (2564). การจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อส่งเสริมการอภิปราย

ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.

นาคยา ปิลันธนานท์. (2542). *การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning)*. กรุงเทพฯ: เจ้าพระยา
ระบบการพิมพ์.

ปิยะวัฒน์ ศรีสังวาล. (2563). *การจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ที่เน้นการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์ของนักเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต)*.
พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.

เปรมกมล อินทลี. (2561). การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. ใน ดร.ชัชวาลย์ วัชรารัตน์วิทย์, ผศ. ชูเกียรติ วรสุชีพ และดร.ณัฐวัฒน์ กล่ำสกุล (บ.ก.), *รวมบทความนำเสนอในการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ครั้งที่ 23 ประจำปี พ.ศ. 2561* (หน้า 400-406). กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.

พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รักพลเดช. (ม.ป.ป.). *วิธีสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: องค์การคำ
ครูสภา.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3)*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน และอัมพร ม้าคนอง. (2547). *ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เมธี ลิ้มอักษร. (2524). *แนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์*. สงขลา: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
สงขลา.

วิไลวรรณ ตรีศรีชนะมา. (2537). แนวคิดบางประการที่เกี่ยวกับแนวคิดรวบยอด. *สารพัฒนา
หลักสูตร*, 13(117), 49–51.

เวชฤทธิ์ อังกะนัทขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เอกสารคำสอนวิชา
410541 (Mathematical skills and processes)*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้,
คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

เวชฤทธิ์ อังกะนัทขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องความรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตรการสอนและ
การวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.

เวชฤทธิ์ อังกะนัทขจร. (2557). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์*.

วารสารศึกษาศาสตร์, 25(2), 93-108.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. (ปริญญาณิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2566. คู่มือการจัดการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET) ศูนย์สอบ. สืบค้นเมื่อ 16 พฤษภาคม 2566. จาก www.niets.or.th

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: บริษัท 3-คิว มีเดีย จำกัด.

สิริวรรณ ศรีพล. (2536). การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียน. ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาหลักสูตรและวิทยาวีธีทางการสอน หน่วยที่ 8-11 (หน้า 183). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

โสภณ บารุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์. (2520). เทคนิคและวิธีสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2551). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545. กรุงเทพฯ : พริกหวานกราฟิก.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2553). แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. (2549). วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุรางค์ ไคว้ตระกูล. (2553). จิตวิทยาการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 9). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคนอง. (2547). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2552). *รายงานการวิจัยเรื่องการพัฒนาโน้ตบุ๊กทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์และคำถามระดับสูง*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Allen, W.H. (1957). Research on film use: Student participation. *Audio-Visual Communication Review*, 5(2), 423–450.
- Allen, I. E., & Seaman, J. (2013). Changing course: Ten years of tracking online education in the United States. Babson Park, MA: Babson Survey Research Group and Quahog Research Group. Retrieved 9 January 2022, from <http://www.onlinelearningsurvey.com/reports/changingcourse.pdf>
- Ausubel, D. P. (1986). *Educational psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Baroody, A. J. a. C., R.T.. (1993). *Problem solving, reasoning and communicating, K-12: Helping children think mathematically*. New York: Macmillan.
- Cai, J. (2003). What research tells us about teaching mathematics through problem solving, In F.Lester (Eds.), *Research and issues in teaching mathematics through problem solving* (pp.241–254). Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Cai, J. & Lester, F. (2010). Why is teaching with problem solving important to student learning?. *The National Council of Teachers of Mathematics*, 13(12), 1-6.
- Cartier, J. L., Smith, M., Stein, M., & Ross, D. (2013). *Practices for orchestrating productive science discussions*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics and Corwin Press.
- Cooney, T. J., Davis, E. J., & Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of teaching secondary school mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.
- Danielowski, J. (2016). Increasing number sense through mathematical discourse in the primary

- classroom. Working Paper. Madison, Wisconsin: Research and Development Center for Cognitive Learning.
- De Cecco, J.P. (1968). *The psychology of learning and instruction: Educational psychology*. New Jersey: Prentice Hall
- Eggen, P. D., and Kauchak, D. O. (1997). *Strategies for teaching content and thinking skill*. (3rd ed.). Boston: Allyn and Bacon.
- Freyer, Dorothy A., Fredrick, Wayne C. and Klausmeier, Herbert J. (1972). *A schema for testing the level of concept mastery*. Working Paper. Madison, Wisconsin: Research and Development Center for Cognitive Learning.
- Ge, X., & Land, S. M. (2003). Scaffolding students' problem-solving processes in an ill-structured task using question prompts and peer interactions. *Educational Technology Research and Development*, 51(1), 21–38.
- Good, C. V. (1973). *Dictionary of Education* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill.
- Gray, Lillian; & Reese, Dora. (1957). *Teaching children to read*. (2nd ed.). New York: Ronald Press.
- Groth, R. E. (2014). Using the five practices model to promote statistical discourse. *Teaching Statistics*, 37(1), 13-17.
- Henningsen, M.A., & Stein, M.K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.
- Hughes, K.E. (2006). *Lesson planning as a vehicle for developing pre-service secondary teachers' capacity to focus on students' mathematical thinking*. Educational Doctorate in Mathematics Education dissertation, Department of Instruction and Learning, University of Pittsburgh, U.S.A.
- Jamar. (2011). High expectations: A "how" of achieving equitable mathematics classrooms. *Negro Educational Review*, 56(2), 3.
- Johanning I. Debra. (2000). An analysis of writing and post writing group collaboration in middle school pre-algebra. *School Science and Mathematics*, 100 (3), 151–160.
- Kennedy, L. M., & Tipps, S. (1994). *Guiding children's learning of mathematics*. California: Wadsworth.

- Kinard, T and Kozulin, A. (2008). *Rigorous mathematical thinking: Conceptual formation in the Mathematics classroom*. Cambridge: Harvard University Press.
- Klausmeier, H. J., & Ripple, R. E. (1971). *Learning and human abilities*. New York: Harper International Edition.
- Larsson, M. (2015). *Orchestrating mathematical whole-class discussions in the problem-solving classroom: Theorizing challenges and support for teachers*. Malardalen University
- Mumme, J., & Shepherd, N. (1993). *Communication in Mathematics In Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards*, Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics
- Rowan, Thomas E., & Morrow, Lorna J. (1993). *Implementing k-8 curriculum and evaluation standards. reading, from the arithmetic teacher*. Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Smith, I. D. (2002). *Enhancing thinking and communication skills through project work. teacher's handbook on teaching generic thinking skills*. Singapore: Prentice Hall.
- Stein, Grover, & Henningsen. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal Summer*, 33(2), 455-488.
- Stein, M.K., Smith, M.S., Henningsen, M., & Silver, E.A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*, New York: Teachers College Press.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematic Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Stigler, J. W., Gallimore, R., and Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures: Examples and lessons from the TIMSS video studies. *Educational Psychologist*. 35(2), 87-100.
- Suzanne Lane, et al. (1996). *The role tasks and holistic scoring rubrics: Assessing students' mathematical reasoning and communication*. University of California: The National Council of Teacher of Mathematics.
- The National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for*

- school mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics
- The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.
- The National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Implement tasks that promote reasoning and problem solving*, Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All Produced. Reston, Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics.
- Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. *The Mathematics Teacher*, 88(2), 98-100.
- Wall, U. (2005). *The preferred learning style and strategies of adults Thai EFL students in a Bangkok business setting*. Retrieved 10 June 2022, from <http://www.besig.org/link.htm>.
- Yeo, G. P. (2007). A survey study on diabetes management and complication status in primary care setting in Thailand. *Journal of Medicine Association Thai*, 90 (1), 65-71.
- Young, J. S. (2015). Orchestrating mathematical discussions: A novice teacher's implementation of five practices to develop discourse orchestration in a sixth-grade classroom. A Thesis Master of Arts degree (Department of Teacher Education). Brigham Young University, United States.



The logo of Burapha University is a circular emblem. It features a central wheel-like design with multiple spokes. The Thai text "มหาวิทยาลัยบูรพา" (Mahavithayalai Burapha) is written in a circular path around the top half of the wheel, and the English text "BURAPHA UNIVERSITY" is written around the bottom half. The entire logo is rendered in a light yellow/gold color.

ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- สำเนาหนังสือรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. รองศาสตราจารย์ ดร.สุพัชระ กงนวน อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
2. อาจารย์ ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. อาจารย์ ดร.นฤมล ขุนไกร ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา
4. อาจารย์ เกวลิน ไชยสวัสดิ์ ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย จังหวัดสงขลา
5. อาจารย์ อุบลรัตน์ บุญชู ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนระโนด จังหวัดสงขลา

ที่ อว ๘๑๓๗/๘๖๗



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๙ พฤษภาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ)
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วย นางสาวพัชราภรณ์ สยมภาค รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๘ นิสิตหลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับ
อนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ ๕ ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีผล
ต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓”
โดยมี ดร.ชนิษฐา พรหมเหลือ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือ
การวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัด คือ
รองศาสตราจารย์ ดร.สุพัชระ คงนวน อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้
ความสามารถ และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อ
นิสิตดังรายนามข้างต้น ได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๖๒-๘๒๕๓๖๒๒ หรือที่ E-mail: 63910088@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.โสรัตน์ วงศ์สุทธิธรรม)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย รักษาการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน

อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำเนาเรียน รองศาสตราจารย์ ดร.สุพัชระ คงนวน

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗

E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th



บันทึกข้อความ

สำนักงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๑, ๗๐๕, ๗๐๗

ที่ อว ๘๑๓๗/๑๑๖๐

วันที่ ๒๙ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.คมสันต์ ตรีไพบูลย์ (คณะศึกษาศาสตร์)

ด้วย นางสาวพัชรภรณ์ สยมภาค รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๘ นิสิตหลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับ
อนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ ๕ ขั้นของสโตนและคณะ ที่มีผลต่อ
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓”
โดยมี ดร.ชนิษฐา พรหมเหลือ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการ
วิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่านซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ
และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้ง
รายนามข้างต้น ได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๖๒-๘๒๕๓๖๒๒ หรือที่ E-mail: 63910088@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.โสรัตน์ วงศ์สุทธิธรรม)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย รักษาการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ที่ อว ๘๑๓๗/๙๖๘



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๙ พฤษภาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ)
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วย นางสาวพัชราภรณ์ สยมภาค รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๘ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติ คำโครงการวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ ๕ ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีผลต่อโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี ดร.ชนิษฐา พรหมเหลือ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัด คือ ดร.นฤมล ขุนไกร ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อขอรับข้อมูลรายละเอียด ได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๖๒-๘๒๕๓๖๒๒ หรือที่ E-mail: 63910088@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.โสรัตน์ วงศ์สุทธิธรรม)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย รักษาการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน

อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำเนาเรียน ดร.นฤมล ขุนไกร

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗

E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

ที่ อว ๘๑๓๗/๙๖๙



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๙ พฤษภาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนหาดใหญ่วิทยาลัย จังหวัดสงขลา

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ)
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วย นางสาวพัชราภรณ์ สยมภาค รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๘ นิสิตหลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับ
อนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ ๕ ขั้นของสไตน์และคณะ ที่มีผล
ต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓”
โดยมี ดร.ชนิษฐา พรหมเหลือ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือ
การวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัด คือ
คุณเกวณีน ไชยสวัสดิ์ ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ
และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อติดต่อนิสิตดังรายนาม
ข้างต้น ได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๖๒-๘๒๕๓๖๒๒ หรือที่ E-mail: 63910088@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา .

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.โสรัตน์ วงศ์สุทธิธรรม)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย รักษาการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน

อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำเนาเรียน คุณเกวณีน ไชยสวัสดิ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗

E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

ที่ อว ๘๑๓๗/๙๗๐



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๙ พฤษภาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนระโนด จังหวัดสงขลา

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ)
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วย นางสาวพัชราภรณ์ สยมภาค รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๘ นิสิตหลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับ
อนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ ๕ ชั้นของสไตน์และคณะ ที่มีผล
ต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓”
โดยมี ดร.ชนิษฐา พรหมเหลือ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือ
การวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัด คือ
คุณอุบลรัตน์ บุญชู ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ
และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนาม
ข้างต้น ได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๖๒-๘๒๕๓๖๒๒ หรือที่ E-mail: 63910088@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.โสรัตน์ วงศ์สุทธิธรรม)

รองคณบดีบัณฑิตวิทยาลัย รักษาการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน

อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำเนาเรียน คุณอุบลรัตน์ บุญชู
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

สำเนา

ที่ IRB4-256/2566



เอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์
มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาโครงการวิจัย

รหัสโครงการวิจัย : G-HU193/2566

โครงการวิจัยเรื่อง : ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ชั้นของสไตน์และคณะ
ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หัวหน้าโครงการวิจัย : นางสาวพัชราภรณ์ สยมภาค

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการหลัก (สารนิพนธ์/ งานนิพนธ์/ : อาจารย์ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต
วิทยานิพนธ์/ ดุษฎีนิพนธ์)

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการร่วม (สารนิพนธ์/ งานนิพนธ์/ : อาจารย์ ดร.คงรัฐ นวลแบ่ง
วิทยานิพนธ์/ ดุษฎีนิพนธ์)

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

วิธีพิจารณา : ☐ Exemption Determination ☐ Expedited Reviews ☒ Full Board

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาแล้วเห็นว่า โครงการวิจัยดังกล่าวเป็นไปตามหลักการของจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โดยที่ผู้วิจัยเคารพสิทธิและศักดิ์ศรีในความเป็นมนุษย์ไม่มีการล่วงละเมิดสิทธิ สวัสดิภาพ และไม่ก่อให้เกิดอันตรายแก่ตัวอย่างการวิจัยและผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย

จึงเห็นสมควรให้ดำเนินการวิจัยในขอบข่ายของโครงการวิจัยที่เสนอได้ (ดูตามเอกสารตรวจสอบ)

1. แบบเสนอเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ ฉบับที่ 2 วันที่ 21 เดือน กันยายน พ.ศ. 2566
 2. โครงการวิจัยฉบับภาษาไทย ฉบับที่ 1 วันที่ 15 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
 3. เอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 2 วันที่ 21 เดือน กันยายน พ.ศ. 2566
 4. เอกสารแสดงความยินยอมของผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 1 วันที่ 1 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
 5. แบบเก็บรวบรวมข้อมูล เช่น แบบบันทึกข้อมูล (Data Collection Form)
- แบบสอบถาม หรือสัมภาษณ์ หรืออื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ฉบับที่ 1 วันที่ 15 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
6. เอกสารอื่น ๆ (ถ้ามี) ฉบับที่ - วันที่ - เดือน - พ.ศ. -

วันที่รับรอง : วันที่ 2 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2566



สำเนา

วันที่หมดอายุ : วันที่ 2 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2567

ลงนาม นางสาวพิมลพรรณ เลิศล้ำ

(นางสาวพิมลพรรณ เลิศล้ำ)

ประธานคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา

ชุดที่ 4 (กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)

**หมายเหตุ การรับรองนี้มีรายละเอียดตามที่ระบุไว้ด้านหลังเอกสารรับรอง **





ที่ อว ๘๑๓๗/๑๘๗๔

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๙ ตุลาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จังหวัดสงขลา

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมของมหาวิทยาลัยบูรพา
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวพัชรภรณ์ สยมภาค รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๘ นิสิตหลักสูตรการศึกษา
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับ
อนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ ๕ ชั้นของสไตน์และคณะ ที่มีต่อ
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓”
โดยมี ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนท่านในการเก็บ
ข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตดังรายนามข้างต้น
ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓/๓ โรงเรียนมหาวิทยาลัยราชภัฏ จำนวน ๔๔ คน
ระหว่างวันที่ ๑ - ๒๙ พฤศจิกายน พ.ศ. ๒๕๖๖ ทั้งนี้ สามารถติดต่อให้นิสิตดังรายนามข้างต้น ได้ที่หมายเลข
โทรศัพท์ ๐๖๒-๘๒๕๓๖๒๒ หรือที่ E-mail: 63910088@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจงเอียด)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน

อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕

E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

The logo of Mahachulalongkornrajavidyalaya University is a circular emblem. It features a central five-pointed star (pentagram) with a smaller five-pointed star inside it. The star is surrounded by a circular border containing the university's name in Thai script at the top and 'MAHACHULALONGKORAJAVIDYALAYA UNIVERSITY' in English at the bottom. The entire logo is rendered in a light yellow color.

ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และ
ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมและใบงานของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่องอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชา คณิตศาสตร์	กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	จำนวน 11 คาบ/ภาคเรียน
เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	จำนวน 2 คาบ
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	ภาคเรียนที่ 2

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

2. ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.3/1 เข้าใจและใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะคำตอบทั้งหมดของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
3. นักเรียนสามารถบอกคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

ด้านทักษะและกระบวนการ: การสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนใฝ่เรียนรู้
2. นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน

4. ความรู้พื้นฐาน

1. การเขียนแสดงจำนวนด้วยจุดบนเส้นจำนวน เพื่อเป็นพื้นฐานในการเขียนกราฟ แสดงคำตอบของอสมการ
2. ความหมายของสมการที่เป็นจริงและที่เป็นเท็จ เพื่อเป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจอสมการที่เป็นจริงและที่เป็นเท็จ

5. สาระสำคัญ

1. คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

2. ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมี 3 แบบ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ หรือมีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ หรือไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

3. คำตอบทั้งหมดของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถแสดงให้เห็นได้โดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน

6. การเรียนรู้

1. ความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ตัวอย่าง 1) 15 เป็นคำตอบของอสมการ $x < 18$ จริงหรือไม่

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทนตัวแปรด้วย 15 ในอสมการ $x < 18$ แล้วจะได้ $15 < 18$ ซึ่งทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 15 เป็นคำตอบของอสมการ $x < 18$

2) -3 เป็นคำตอบของอสมการ $x \neq -30$ จริงหรือไม่

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทนตัวแปรด้วย -3 ในอสมการ $x \neq -30$ แล้วจะได้ $-3 \neq -30$ ซึ่งทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -3 เป็นคำตอบของอสมการ $x \neq -30$

3) -17 เป็นคำตอบของอสมการ $x \geq 51$ จริงหรือไม่

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทนตัวแปรด้วย -17 ในอสมการ $x \geq 51$ แล้วจะได้ $-17 \geq 51$ ซึ่งทำให้ได้อสมการที่ไม่เป็นจริง

ดังนั้น -17 ไม่เป็นคำตอบของอสมการ $x \geq 51$

2. ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมี 3 แบบ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ หรือมีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ หรือไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

ตัวอย่าง 1) จงหาคำตอบของอสมการ $m \neq -2$

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน m ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ -2 ในอสมการ $m \neq -2$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $m \neq -2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -2

2) จงหาคำตอบของอสมการ $m - 1 \leq m + 2$

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน m ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในอสมการ $m - 1 \leq m + 2$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $m - 1 \leq m + 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน

3) จงหาคำตอบของอสมการ $y - 3 > y$

วิธีทำ เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดแทน y ในอสมการ $y - 3 > y$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

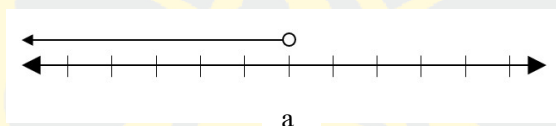
ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของอสมการ $y - 3 > y$

3. การเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

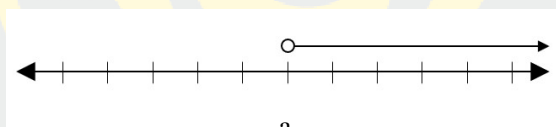
คำตอบทั้งหมดของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถแสดงให้เห็นได้โดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน ด้วยการลากเส้นทึบที่จับจุดบนเส้นจำนวนที่แทนจำนวนที่เป็นคำตอบ และใช้จุดโปร่ง($\circ$)หรือจุดทึบ($\bullet$) ในการแสดงคำตอบด้วย โดยจุดโปร่งใช้เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทนจำนวนที่จับตึบ สำหรับจุดทึบใช้เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทนจำนวนที่จับตึบ

ตัวอย่าง

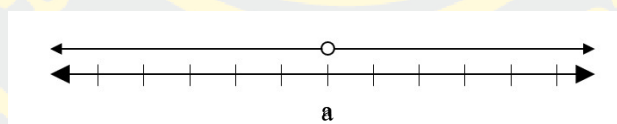
1) $x < a$



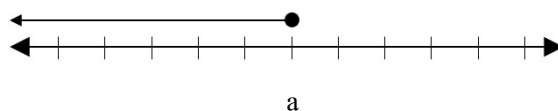
2) $x > a$



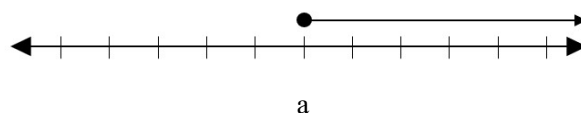
3) $x \neq a$



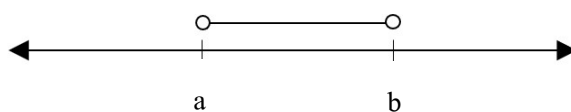
4) $x \leq a$



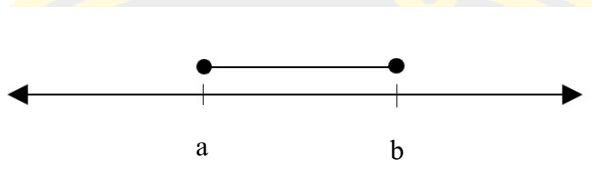
5) $x \geq a$



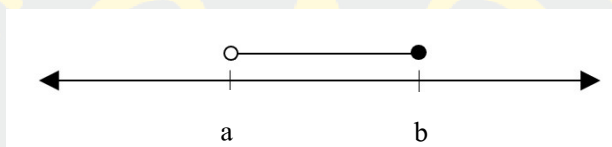
6) $a < x < b$



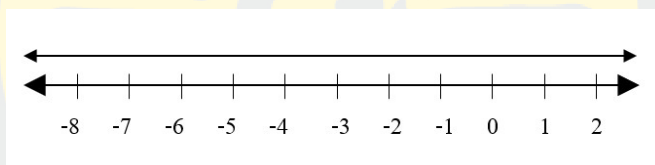
7) $a \leq x \leq b$



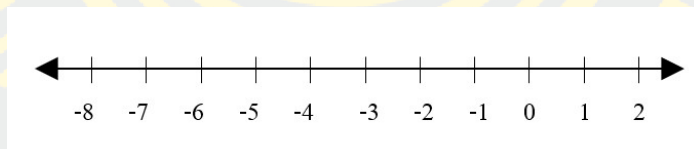
8) $a < x \leq b$



9) x เป็นจำนวนจริงทุกจำนวน



10) x ไม่เป็นจำนวนจริงทุกจำนวน

ตัวอย่าง

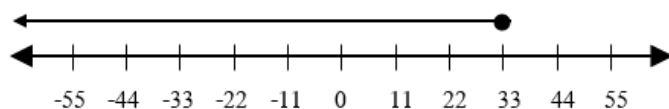
1) $x \leq 33$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

ซึ่ง $x \leq 33$ หมายถึง จำนวนจริงใด ๆ ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 33

น้อยกว่าหรือเท่ากับ 33 แสดงว่า รวม 33 ด้วย จึงใช้จุดทึบ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

$$2) x + 3 \neq x - 2$$

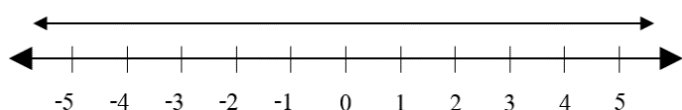
ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

เนื่องจาก แทน x ด้วย 2 จะได้ $2 + 3 \neq 2 - 2$ นั่นคือ $5 \neq 0$ ซึ่งได้อสมการที่เป็นจริง

และเมื่อลองแทน x ด้วย -1 จะได้ $-1 + 3 \neq -1 - 2$ นั่นคือ $2 \neq -3$ ซึ่งได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในอสมการ $x + 3 \neq x - 2$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่เป็นจริงเสมอ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ

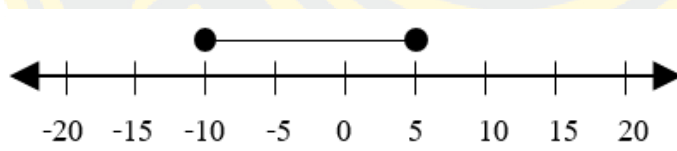
$$3) -10 \leq x \leq 5$$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

เนื่องจาก $-10 \leq x \leq 5$ หมายถึง จำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ -10 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 มากกว่าหรือเท่ากับ -10 แสดงว่า รวม -10 ด้วย จึงใช้จุดทึบ

น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 แสดงว่า รวม 5 ด้วย จึงใช้จุดทึบ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

7. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating)

1. ครูออกแบบงานทางคณิตศาสตร์

ครูเตรียมใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นงานทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนสำรวจจากงาน จากนั้นนำไปสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งในใบกิจกรรมที่ 2 มีทั้งหมด 3 ตอน โดยในช่วงแรกให้นักเรียนพิจารณาอสมการที่เป็นจริงและอสมการที่ไม่เป็นจริง ต่อมาในตอนที่ 1 นักเรียนจะได้มีโน้ตสรุปเรื่องความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นั่นคือ จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง เรียกว่า คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ส่วนในตอนที่ 2 นักเรียนจะได้มีโน้ตสรุป

เรื่องลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นั่นคือ ลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง มี 3 แบบ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง มีจำนวนจริงทุกจำนวนทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง และไม่มีจำนวนจริงใดทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง และตอนที่ 3 นักเรียนจะได้มีโน้ตส์เรื่องการเขียนคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรโดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน นั่นคือ สามารถเขียนกราฟได้โดยการลากเส้นทึบที่จุดบนเส้นจำนวนที่แทนจำนวนที่เป็นคำตอบ และใช้จุดโปร่ง (○) หรือจุดทึบ (●) ในการแสดงคำตอบด้วย โดยจุดโปร่งใช้เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทนจำนวนที่จุดทึบ สำหรับจุดทึบใช้เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทนจำนวนที่จุดทึบ

2. ครูคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1 แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องที่นักเรียนอาจจะนำมาใช้

1) นักเรียนบอกได้ว่าจำนวนใดบ้างที่แทนตัวแปรในอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแล้วได้อสมการที่เป็นจริงและเขียนข้อความแสดงความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ถูกต้องตามบทนิยาม

2) นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงได้ถูกต้องและเขียนข้อความเพื่ออธิบายลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงได้ถูกต้องครบถ้วน

3) นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์จากกราฟบนเส้นจำนวนได้ถูกต้องและเขียนข้อความหรือแสดงแนวคิดอื่น ๆ เพื่อระบุความสัมพันธ์ระหว่างสัญลักษณ์ของกราฟบนเส้นจำนวนกับเครื่องหมายอสมการ ได้ถูกต้องครบถ้วน

4) นักเรียนสามารถสรุปความรู้โดยอธิบายว่า จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการแล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง เรียกว่า คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และเชื่อมโยงไปถึงลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง ว่าหมายถึงลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมี 3 แบบ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ และไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

2.2 แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดที่อาจจะเกิดขึ้น

1) นักเรียนบอกไม่ได้ว่าจำนวนใดบ้างทำให้อสมการเป็นจริงโดยไม่เข้าใจว่าต้องนำจำนวนไปแทนตัวแปรในอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและเขียนข้อความแสดงความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไม่ถูกต้องตามบทนิยาม

2) นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงไม่ถูกต้องและเขียนข้อความอธิบายลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงไม่ถูกต้อง

โดยอาจจะแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ มีจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริงและไม่มีจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง หรือไม่สามารถเขียนข้อความเพื่ออธิบายลักษณะของจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงได้

3) นักเรียนไม่สามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์จากกราฟบนเส้นจำนวนได้ถูกต้อง และไม่สามารถเขียนข้อความหรือแสดงแนวคิดอื่น ๆ เพื่อระบุความสัมพันธ์ระหว่างสัญลักษณ์ของกราฟบนเส้นจำนวนกับเครื่องหมายอสมการได้ถูกต้องครบถ้วน โดยอาจเข้าใจผิดเกี่ยวกับจุดโป่งจุดทึบ หรือเส้นตรงที่เป็นสัญลักษณ์บนเส้นจำนวน

4) นักเรียนไม่สามารถสรุปความรู้ได้ โดยอธิบายไม่ได้ว่า จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง เรียกว่า คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และทำให้ไม่สามารถเชื่อมโยงไปถึงลักษณะของจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงว่า หมายถึงลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งมี 3 แบบ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ และไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ หรืออาจจะสรุปความรู้ได้ โดยอธิบายได้ว่า จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง เรียกว่า คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แต่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปถึงเรื่องลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ครูเตรียมจัดลำดับการนำเสนอของนักเรียน พร้อมเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบายเหตุผล ดังนี้

ลำดับที่ 1 คือ แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนใช้แต่ยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์หรืออาจจะเป็นแนวคิดที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เพื่อให้นักเรียนส่วนใหญ่เข้าถึงคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น (นักเรียนคิดว่าแนวคิดหรือวิธีการที่เพื่อนกลุ่มที่ 1 นำเสนอถูกต้องหรือไม่ เพียงพอและสมบูรณ์ที่จะนำมาเป็นองค์ความรู้ใหม่หรือไม่)

ลำดับที่ 2 คือ แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนใช้โดยเพิ่มเติมจากแนวคิดที่ 1 แต่ยังไม่สมบูรณ์ (นักเรียนคิดว่าแนวคิดหรือวิธีการที่เพื่อนกลุ่มที่ 2 นำเสนอถูกต้องหรือไม่ มีส่วนที่เหมือนหรือต่างกับกลุ่มที่ 1 อย่างไร และส่วนที่แตกต่างควรจะลด/เพิ่มเป็นองค์ความรู้ใหม่หรือไม่ อย่างไร)

ลำดับที่ 3 คือ แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือวิธีการ (นักเรียนคิดว่าจากที่เพื่อนกลุ่มที่ 3 นำเสนอเป็นแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกหรือผิดพลาดตรงส่วนไหนหรือไม่ ควรเพิ่มหรือแก้ไขส่วนไหนหรือไม่ อย่างไร)

ลำดับที่ 4 คือ แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ (นักเรียนคิดว่าแนวคิดหรือวิธีการของเพื่อนกลุ่มที่ 4 ถูกต้องหรือไม่ ควรลดหรือเพิ่มอะไร เพื่อให้ข้อความสมบูรณ์ที่จะเป็น

องค์ความรู้ใหม่ ถ้ามีนักเรียนแสดงความคิดเห็นว่าควรเพิ่มหรือลดแนวคิดใดแนวคิดหนึ่งก็จะถามความเห็นของนักเรียนคนอื่นว่าเห็นด้วยหรือไม่ เพราะเหตุใด)

ลำดับที่ 5 คือ แนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายและแปลกใหม่ หรือ แนวคิดหรือวิธีการที่ทำให้ปัญหาง่าย (นักเรียนคิดว่าแนวคิดของกลุ่มที่ 5 มีความหมายคล้ายคลึงหรือเหมือนกับแนวคิดของเพื่อนกลุ่มก่อนหน้านี้บ้างหรือไม่ และเป็นแนวคิดที่ถูกต้องหรือไม่ อย่างไร)

4. ครูเตรียมคำถามเพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย ดังนี้

1. จากการที่ฟังเพื่ออภิปรายครบทุกกลุ่มแล้ว นักเรียนคิดว่าแนวคิดที่สมบูรณ์ที่เหมาะสมจะเป็นองค์ความรู้ใหม่ คืออะไร
2. มีใครอยากเพิ่มเติมแนวคิด หรือมีข้อสงสัยอะไรหรือไม่

คาบที่ 1

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)

1. ครูนำเสนอใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ว่ามีทั้งหมด 3 ตอน โดยให้พิจารณาแต่ละตอนเพื่อหาข้อสรุปของแต่ละตอน จนครบทั้ง 3 ตอน เพื่อให้ได้องค์ความรู้เกี่ยวกับเรื่องความหมายของคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการวาดกราฟบนเส้นจำนวน

2. ครูกระตุ้นโดยการพูดคุย เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจและมีแนวทางในการทำใบกิจกรรมที่ 2 ดังนี้

- ช่วงต้นของใบกิจกรรมที่ 2 ให้นักเรียนศึกษาและตอบคำถาม เพื่อได้ความรู้เกี่ยวกับคำว่าสมการที่เป็นจริงและสมการที่ไม่เป็นจริง

- ตอนที่ 1 ให้นักเรียนทำอะไรบ้าง (ให้นักเรียนพิจารณาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และวงกลมจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด)

- ตอนที่ 2 ให้นักเรียนทำอะไรบ้าง (ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้เป็นจริงอย่างน้อย 5 ตัวอย่าง พร้อมระบุว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่ละข้อมีกี่จำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด)

- และตอนที่ 3 ให้นักเรียนทำอะไรบ้าง (ให้นักเรียนพิจารณากราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน และจำนวนที่อยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนต่อไปนี้ จากนั้นให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด จำนวนนั้นเป็นคำตอบของกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่เป็นคำตอบของกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน พร้อมเขียนประโยคสัญลักษณ์ให้ถูกต้อง และตอบคำถามที่กำหนด)

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)

1. นักเรียนลงมือสำรวจใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยทำเป็นรายกลุ่มโดยใช้กลุ่มเดิมจากแผนการจัดการเรียนรู้ก่อนหน้านี้ เพื่อหาแนวคิดหรือวิธีการที่จะหาข้อสรุปเกี่ยวกับคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว อีกทั้งครูคอยสังเกตนักเรียนขณะที่นักเรียนลงมือทำใบกิจกรรมที่ 2

2. หากพบว่านักเรียนไม่สามารถทำใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ ครูจะกระตุ้นโดยใช้การพูดคุย ให้นักเรียนนำความรู้ที่เคยเรียนมา มาเชื่อมโยงกับการทำใบกิจกรรมที่ 2 ตามสถานการณ์ในห้องเรียน ตัวอย่างเช่น

- ในตอนที่ 1 นักเรียนคิดว่าจำนวนแรกเป็นจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่เป็นคำตอบ เพราะ 16 ไม่น้อยกว่า 12)
- นักเรียนสามารถหาจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริงได้ทุกข้อหรือไม่ (ได้)
- ในตอนที่ 2 ให้นักเรียนจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงในแต่ละข้อจำนวนที่นักเรียนยกตัวอย่างสามารถเป็นจำนวนเต็มบวกได้หรือไม่ (ได้) เป็นจำนวนเต็มลบได้หรือไม่ (ได้) แล้วถ้าไม่เป็นจำนวนเต็มแต่เป็นเศษส่วนหรือทศนิยมได้หรือไม่ (ได้) สรุปว่าตัวอย่างเป็นจำนวนใดได้บ้าง (จำนวนจริงใด ๆ ที่แทนค่าในตัวแปรแล้วทำให้สมการเป็นจริง)
- ในตอนที่ 2 ข้อที่ 1) $m \neq 32$ มีกี่จำนวน (มีหลายจำนวน) นับได้หรือไม่ (เยอะมากนับไม่ถ้วน) ทุกจำนวนทำให้สมการเป็นจริงหมดเลยหรือไม่ (ไม่ใช่ทุกจำนวน)
- จากกราฟที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนสังเกตว่ามีสัญลักษณ์ใดบนเส้นจำนวนบ้าง (จุดป่อง จุดทึบ เส้นตรง ลูกศร)
- นักเรียนคิดว่าสัญลักษณ์บนเส้นจำนวน จุดป่องจุดทึบ มีความหมายต่างกันหรือไม่ (ต่างกัน)

- ในตอนที่ 3 การที่นักเรียนจะเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ นักเรียนจะต้องสังเกตจากอะไรบ้าง (กราฟบนเส้นจำนวน หรือจำนวนที่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน)

3. ครูเดินสำรวจกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนรอบห้องเรียนขณะที่นักเรียนลงมือทำใบกิจกรรมที่ 2 หากพบว่านักเรียนบางคนยังไม่สามารถหาคำตอบหรือความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ไม่ถูกต้อง หรือแนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้ไม่เหมาะสม ครูจะคอยชี้แนะโดยการพูดคุย หรือใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นความรู้เดิม หรือปรับเปลี่ยนแนวคิดและแก้ไขให้ถูกต้อง

4. ครูจัดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการที่น่าสนใจ ทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing)

1. ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนโดยพิจารณาจากข้อมูลที่ได้นบันทึก โดยเลือกแนวคิดหรือวิธีการให้เหมาะสม เพียงพอที่นักเรียนจะสามารถนำไปสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ตามจุดประสงค์การเรียนรู้
2. หากพบกรณีที่มีแนวคิดหรือวิธีการไม่เพียงพอในการสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ ครูจะนำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ครูได้คาดการณ์ไว้ และหากพบกรณีที่มีแนวคิดหรือวิธีการจำนวนมาก ครูจะเลือกแนวคิดหรือวิธีการที่สำคัญ
3. ครูจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการที่ได้จากการคัดเลือกเพื่อใช้ในการนำเสนอและอภิปรายตามความเหมาะสม โดยเริ่มจากแนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนใช้แต่ยังไม่ถูกต้องสมบูรณ์ แนวคิดหรือวิธีการที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้โดยเพิ่มเติมจากแนวคิดที่ 1 แต่ยังไม่สมบูรณ์ แนวคิดหรือวิธีการที่ผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือวิธีการ แนวคิดหรือวิธีการที่ถูกต้องสมบูรณ์ และสุดท้ายเป็นแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายและแปลกใหม่ หรือ แนวคิดหรือวิธีการที่ทำให้ปัญหาง่ายขึ้น
4. ครูแจ้งลำดับการนำเสนอให้นักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการที่ครูได้คัดเลือกไว้ได้ทราบเพื่อให้นักเรียนได้เตรียมความพร้อมก่อนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

คาบที่ 2

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่ (Connecting)

1. นักเรียนออกมานำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหน้าชั้นเรียนตามลำดับที่ครูได้กำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ที่ละมโนทัศน์ และเมื่อเสร็จสิ้นในแต่ละการนำเสนอ ครูจะใช้คำถามกระตุ้นที่เตรียมไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 1 เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายและหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่ ดังนี้
 - 1) นักเรียนจะทราบได้อย่างไรว่าจำนวนที่กำหนดให้ทำให้อสมการเป็นจริง นักเรียนสามารถใช้คำใดเรียกสิ่งที่นักเรียนอธิบาย
 - 2) ลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงมีกี่แบบ อะไรบ้าง
 - 3) จากความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนสามารถเชื่อมโยงถึงเรื่องลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงได้อย่างไร
 - 4) ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีกี่แบบ อะไรบ้าง

5) นักเรียนมีวิธีใดในการเขียนคำตอบทั้งหมดของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (ถ้าไม่เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์) และสามารถอธิบายวิธีการเขียนได้อย่างไร
จนได้ข้อสรุปว่าเรื่องแนะนำอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

- 1) นำจำนวนที่กำหนดให้แทนตัวแปรในอสมการ สามารถบอกได้ว่า ถ้าจำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง เรียกว่า คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แต่ถ้าจำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่ไม่เป็นจริง จะไม่เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นั่นคือ คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ จำนวนจริงที่แทนตัวแปรในอสมการ แล้วทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง
- 2) ลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง มี 3 แบบ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง มีจำนวนจริงทุกจำนวนทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง และไม่มีจำนวนจริงใดทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง
- 3) จากความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะได้ว่าลักษณะของจำนวนที่ทำให้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง คือ ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- 4) ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมี 3 แบบ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ หรือมีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ หรือไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ
- 5) คำตอบทั้งหมดของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สามารถแสดงให้เห็นได้โดยใช้กราฟบนเส้นจำนวน ซึ่งเขียนกราฟได้โดยการลากเส้นทึบที่จุดบนเส้นจำนวนที่แทนจำนวนที่เป็นคำตอบ และใช้จุดโปร่ง (○) หรือจุดทึบ (●) ในการแสดงคำตอบด้วย โดยจุดโปร่งใช้เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทนจำนวนที่จุดทึบ สำหรับจุดทึบใช้เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทนจำนวนที่จุดทึบ

2. ครูยกตัวอย่างเพิ่มเติมในเรื่องความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการเขียนกราฟบนจำนวน เพื่อเพิ่มความเข้าใจของนักเรียน

2.1 ความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่าง 1) 15 เป็นคำตอบของอสมการ $x < 18$ จริงหรือไม่

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทนตัวแปรด้วย 15 ในอสมการ $x < 18$ แล้วจะได้ $15 < 18$ ซึ่งทำให้ได้อสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 15 เป็นคำตอบของอสมการ $x < 18$

2) -3 เป็นคำตอบของสมการ $x \neq -30$ จริงหรือไม่

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทนตัวแปรด้วย -3 ในสมการ $x \neq -30$ แล้วจะได้ $-3 \neq -30$ ซึ่งทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

ดังนั้น -3 เป็นคำตอบของสมการ $x \neq -30$

3) -17 เป็นคำตอบของสมการ $x \geq 51$ จริงหรือไม่

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทนตัวแปรด้วย -17 ในสมการ $x \geq 51$ แล้วจะได้ $-17 \geq 51$ ซึ่งทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง

ดังนั้น -17 ไม่เป็นคำตอบของสมการ $x \geq 51$

2.2 ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตัวอย่าง 1) จงหาคำตอบของสมการ $m \neq -2$

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน m ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ -2 ในสมการ $m \neq -2$ แล้วจะทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการ $m \neq -2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนยกเว้น -2

2) จงหาคำตอบของสมการ $m - 1 \leq m + 2$

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน m ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในสมการ $m - 1 \leq m + 2$ แล้วจะทำให้ได้สมการที่เป็นจริงเสมอ

ดังนั้น คำตอบของสมการ $m - 1 \leq m + 2$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน

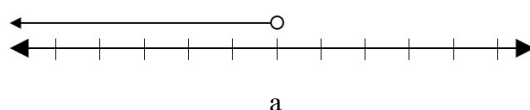
3) จงหาคำตอบของสมการ $y - 3 > y$

วิธีทำ เนื่องจากไม่มีจำนวนจริงใดแทน y ในสมการ $y - 3 > y$ แล้วจะทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

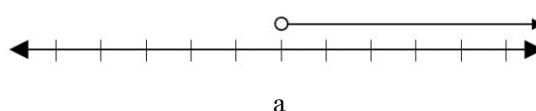
ดังนั้น ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบของสมการ $y - 3 > y$

2.3 การเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

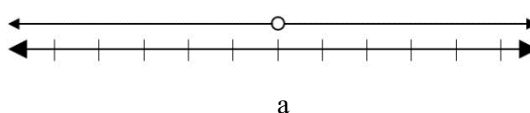
ตัวอย่าง 1) $x < a$



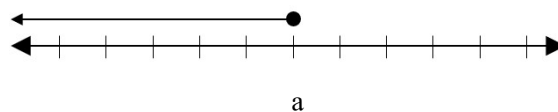
2) $x > a$



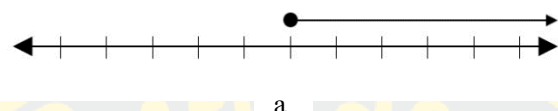
3) $x \neq a$



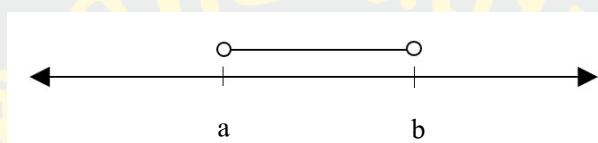
4) $x \leq a$



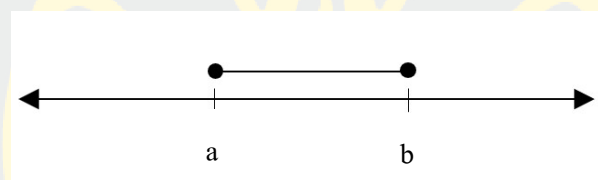
5) $x \geq a$



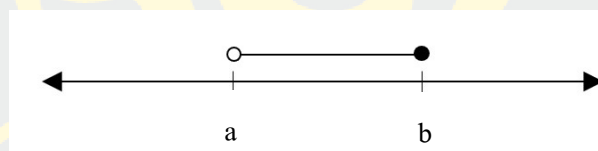
6) $a < x < b$



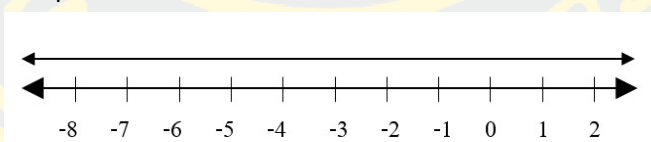
7) $a \leq x \leq b$



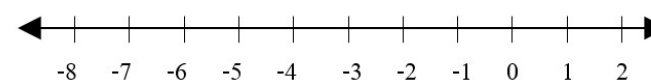
8) $a < x \leq b$



9) x เป็นจำนวนจริงทุกจำนวน

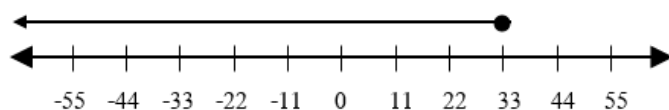


10) x ไม่เป็นจำนวนจริงทุกจำนวน

ตัวอย่าง 1) $x \leq 33$ ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่งซึ่ง $x \leq 33$ หมายถึง จำนวนจริงใด ๆ ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 33

น้อยกว่าหรือเท่ากับ 33 แสดงว่า รวม 33 ด้วย จึงใช้จุดทึบ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

$$2) x + 3 \neq x - 2$$

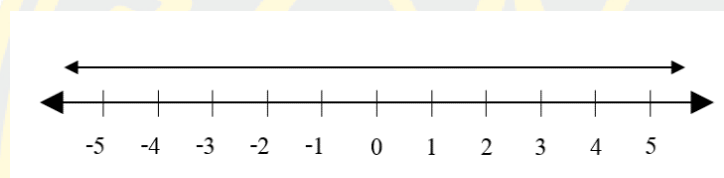
ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

เนื่องจาก แทน x ด้วย 2 จะได้ $2 + 3 \neq 2 - 2$ นั่นคือ $5 \neq 0$ ซึ่งได้สมการที่เป็นจริง

และเมื่อลองแทน x ด้วย -1 จะได้ $-1 + 3 \neq -1 - 2$ นั่นคือ $2 \neq -3$ ซึ่งได้สมการที่เป็นจริง

ดังนั้น เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในสมการ $x + 3 \neq x - 2$ แล้วจะทำให้ได้สมการที่เป็นจริงเสมอ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ

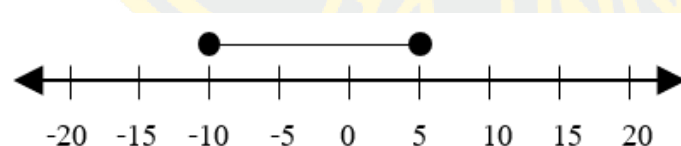
$$3) -10 \leq x \leq 5$$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

เนื่องจาก $-10 \leq x \leq 5$ หมายถึง จำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ -10 แต่ไม่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 มากกว่าหรือเท่ากับ -10 แสดงว่า รวม -10 ด้วย จึงใช้จุดทึบ

น้อยกว่าหรือเท่ากับ 5 แสดงว่า รวม 5 ด้วย จึงใช้จุดทึบ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

3. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้
นักเรียนได้นำความรู้ที่เพิ่งเรียนมาไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายขึ้น

8. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. ใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

9. เกณฑ์การวัดและประเมินผล

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
ด้านความรู้			
1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	- ตรวจใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตอนที่ 1	- ใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ แบบบันทึกคะแนน	- นักเรียนมีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70
2. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะคำตอบทั้งหมดของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	- ตรวจใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตอนที่ 2	- เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	
3. นักเรียนสามารถบอกคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	- ตรวจใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตอนที่ 1		
ด้านทักษะและกระบวนการ: ด้านการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์			
1. นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน	- ตรวจใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตอนที่ 2	- ใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ แบบบันทึกคะแนน - เกณฑ์การวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	- นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไม่น้อยกว่าร้อยละ 70

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์			
1. นักเรียนใฝ่เรียนรู้	- การสังเกต พฤติกรรม	- แบบบันทึกคะแนน	- นักเรียนมีผลการ ประเมินอยู่ในระดับดี ถึงดีมาก
2. นักเรียนมีความมุ่งมั่น ในการทำงาน			

10. บันทึกผลหลังการสอน

10.1 สรุปผลการเรียนการสอน

ด้านความรู้

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายความหมายของคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ และสามารถระบุคำตอบพร้อมทั้งอธิบายลักษณะคำตอบทั้งหมดของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ โดยตอบถูกต้องและมีการอธิบายโดยอ้างอิงจากความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้อย่างถูกต้อง แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ไม่สามารถอธิบายให้เหตุผลประกอบได้อย่างถูกต้อง

ด้านทักษะและกระบวนการ

นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์แสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ไม่เสนอแนวคิดของตัวเองได้ไม่ชัดเจน อาจเนื่องจากนักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

นักเรียนส่วนใหญ่มีความกระตือรือร้นในการทำใบกิจกรรมใฝ่เรียนรู้ แลกเปลี่ยนข้อมูลกับเพื่อนในกลุ่ม ตั้งใจทำงานด้วยความพยายามสามารถทำงานได้เสร็จตามที่มอบหมายภายในเวลาที่กำหนด

10.2 ปัญหา/อุปสรรค

เนื่องจากการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะนักเรียนต้องเรียนรู้แบบสืบสอบโดยร่วมกันกับเพื่อนในกลุ่มค้นหาคำตอบของงานทางคณิตศาสตร์ทำให้มีนักเรียนบางคนที่ไม่พยายามช่วยเพื่อนคิดหาคำตอบของใบกิจกรรม และนักเรียนต้องนำคำตอบที่

ได้มาอภิปรายร่วมกันภายในชั้นเรียน ดังนั้นจึงมีนักเรียนบางคนในแต่ละกลุ่มที่ไม่กล้าพูดนำเสนอ
แนวคิดของกลุ่มหน้าชั้นเรียน

10.3 แนวทางแก้ไข /แนวทางการพัฒนา

ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มมีส่วนร่วมในการช่วยกันหาคำตอบของใบกิจกรรม
และสร้างบรรยากาศในห้องเรียนให้ไม่ตึงเครียดเพื่อให้นักเรียนทุกคนกล้านำเสนอแนวคิดของ
แต่ละกลุ่มหน้าชั้นเรียน ไม่ใช่คนเดียวคนหนึ่งนำเสนอตลอด และครูควรใช้คำพูดเชิงสร้างกำลังใจ
เพื่อให้นักเรียนที่นำเสนอแนวคิดผิดพลาดจะไม่หมดกำลังใจในการเรียน

นางสาวณัฐภา สยมภาค



แบบบันทึกคะแนน

ที่	ชื่อ - สกุล	คะแนน มโน ทัศน์	คะแนน การ สื่อสาร	ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์									
				ใฝ่เรียนรู้				ความมุ่งมั่น ในการทำงาน				รวม	
				4	3	2	1	4	3	2	1		
1.													
2.													
3.													
4.													
5.													

เกณฑ์การประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

สิ่งที่ต้อง ประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ใฝ่เรียนรู้	สนใจในการหา ข้อมูล และ แลกเปลี่ยน ความรู้กับเพื่อน ในกลุ่ม	สนใจในการหา ข้อมูลเล็กน้อย หรือไม่ค่อย แลกเปลี่ยนความรู้ กับเพื่อนในกลุ่ม	สนใจในการหา ข้อมูลเล็กน้อย และไม่ค่อย แลกเปลี่ยนความรู้ กับเพื่อนในกลุ่ม	ไม่สนใจสนใจใน การหาข้อมูล และ ไม่แลกเปลี่ยน ความรู้กับเพื่อน ในกลุ่ม
ความมุ่งมั่น ในการทำงาน	ตั้งใจทำงานด้วย ความพยายาม สามารถทำงานได้ เสร็จตามที่ มอบหมายถูกต้อง สมบูรณ์ภายใน เวลาที่กำหนด	ตั้งใจทำงานด้วย ความเพียรพยายาม สามารถทำงานได้ เสร็จบางส่วนตามที่ มอบหมายภายใน เวลาที่กำหนด	ตั้งใจทำงานด้วย ความเพียรพยายาม สามารถทำงานได้ เสร็จเพียงเล็กน้อย ตามที่ได้ มอบหมาย ภายใน เวลาที่กำหนด	ขาดความตั้งใจ และความ พยายาม ไม่มี ชิ้นงานหรือ ร่องรอยในการ ทำงาน ภายใน เวลาที่กำหนด

ผลการประเมิน

คะแนน 7–8 คะแนน	หมายถึง ดีมาก
คะแนน 5–6 คะแนน	หมายถึง ดี **** เกณฑ์ผ่าน
คะแนน 3–4 คะแนน	หมายถึง พอใช้
คะแนน 1–2 คะแนน	หมายถึง ปรับปรุง

เกณฑ์การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน	พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
3 คะแนน	- ตอบถูกต้อง โดยการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมายหรือบทนิยาม ลักษณะสำคัญ หลักการ ทฤษฎีบท กฎ สูตร และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ ได้ถูกต้องอย่างสมบูรณ์
2 คะแนน	- ตอบถูกต้อง โดยการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์
1 คะแนน	- ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วนและพยายามอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้องบ้างบางส่วน หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง แต่การอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบได้ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วน แต่การอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้อง หรือ ตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบาย อ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
0 คะแนน	- ตอบไม่ถูกต้อง และการอธิบาย มีการอ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะสำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการอธิบาย อ้างอิงความหมาย บทนิยาม ลักษณะ

คะแนน		พฤติกรรมที่ปรากฏให้เห็น
		สำคัญ ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ หรือ - ไม่ตอบ
เกณฑ์การวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์		
ด้านการประเมิน	คะแนน	การแสดงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
1. การใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์	3	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องทั้งหมด
	2	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
	1	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องในบางส่วน
	0	ใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีการใช้ภาษา และคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์
2. การใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์	3	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้อย่างถูกต้อง
	2	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่
	1	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนได้ถูกต้องในบางส่วน
	0	ใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนไม่ถูกต้อง หรือ ไม่มีการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือ กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน
3. การนำเสนอ	3	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน มีรายละเอียดครบถ้วน
	2	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่
	1	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้ชัดเจนในบางส่วน
	0	แสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจไม่ชัดเจน หรือไม่มีการแสดงความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล _____ เลขที่ _____

เนื่องจากอสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ สำหรับอสมการที่ไม่มีตัวแปรเราสามารถบอกได้ว่า อสมการนั้นเป็นอสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง

เช่น $3 < 6$ เป็นอสมการที่
 $-8 \geq 10$ เป็นอสมการที่
 $2 > -1$ เป็นอสมการที่
 $-7 \leq -9$ เป็นอสมการที่

ส่วนอสมการที่มีตัวแปรนั้น เรายังไม่สามารถบอกได้เสมอไปว่าเป็นจริงหรือไม่เป็นจริง ซึ่งจะให้นักเรียนพิจารณาตอนที่ 1 เพื่อให้ทราบว่า อสมการที่มีตัวแปร สามารถบอกได้อย่างไรว่าอสมการนั้นเป็นอสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้ และวงกลมจำนวนที่ทำให้อสมการเป็นจริง

1) $x < 12$	16	-12	12.01	0	11.25	12	8
2) $x + 2 > 5$	4	-2.5	5	2	3.1	9.3	0
3) $2x \neq -28$	-2	28	-14	0	14	28.22	7
4) $x - 5 \leq 20$	15	26	15.01	-3	25.01	40	22
5) $x \geq -4$	-5	-3.9	0	-12	-4	-4.2	-1

นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจำนวนที่นักเรียนวงกลมทำให้อสมการเป็นจริง และทราบได้อย่างไรว่าจำนวนที่เหลือ(ที่ไม่วงกลม) ทำให้อสมการไม่เป็นจริง

.....

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้เป็นจริง
อย่างน้อย 5 ตัวอย่าง พร้อมระบุว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่ละข้อมีกี่จำนวนที่ทำให้สมการ
เป็นจริง จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด

1) $m \neq 32$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง.....

มีกี่จำนวน.....

2) $n - 1 \leq n + 2$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง.....

มีกี่จำนวน.....

3) $s + 5 > 12$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง.....

มีกี่จำนวน.....

4) $2p - 7 < -10$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง.....

มีกี่จำนวน.....

5) $a + 10 < a$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง.....

มีกี่จำนวน.....

6) $g \geq g - 2$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง.....

มีกี่จำนวน.....

7) $y - 3 > y$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง.....

มีกี่จำนวน.....

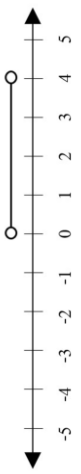
นักเรียนสามารถแบ่งลักษณะของจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงได้
เป็นกี่ลักษณะ อะไรบ้าง

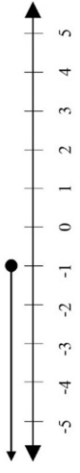
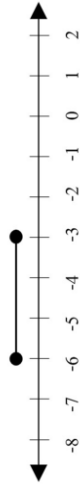
.....
.....
.....

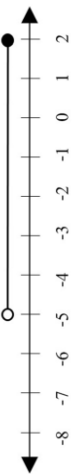
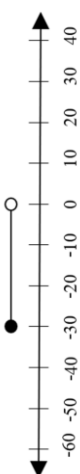


ตอนที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณากราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนต่อไปนี้
 จากนั้นให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด จำนวนนั้นเป็นคำตอบของกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่เป็นคำตอบ
 ของกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน พร้อมเขียนประโยคสัญลักษณ์ให้ถูกต้อง และตอบคำถามที่กำหนด

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
1) 	X 1) 2 เพราะ 2 เป็นจุดปริง X 2) -5.28 เพราะ -5.28 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 3) 2.0001 เพราะ 2.0001 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 4) 8,000 เพราะ 8,000 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 5) 0 เพราะ 0 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 6) 1.999... เพราะ 1.999... ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	
2) 	✓ 1) 555 เพราะ 555 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 2) 1 เพราะ 1 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 3) 1.11 เพราะ 1.11 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 4) -1 เพราะ -1 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
3) 	$\underline{\text{X}}_5) -\sqrt{2}$ เพราะ $-\sqrt{2}$ ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{\text{X}}_6) 0.992$ เพราะ 0.992 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark_1) 1$ เพราะ 1 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{\text{X}}_2) -0.005$ เพราะ -0.005 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{\text{X}}_3) 4$ เพราะ 4 เป็นจุดปริง $\checkmark_4) 0.0000013$ เพราะ 0.0000013 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{\text{X}}_5) 0$ เพราะ 0 เป็นจุดปริง $\checkmark_6) 3.98$ เพราะ 3.98 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	
4) 	$\checkmark_1) -3.5$ เพราะ $\underline{\text{X}}_2) -3$ เพราะ $\checkmark_3) -100$ เพราะ $\underline{\text{X}}_4) -2.1212\dots$ เพราะ $\checkmark_5) -5.5$ เพราะ $\underline{\text{X}}_6) 11$ เพราะ	

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยชน์สัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
5) 	✓ 1) -3,500 เพราะ..... ✓ 2) -1 เพราะ..... X 3) -0.93 เพราะ..... X 4) $-\frac{4}{7}$ เพราะ..... ✓ 5) -1.678 เพราะ..... X 6) 20 เพราะ.....	
6) 	✓ 1) -3 เพราะ..... X 2) 4 เพราะ..... ✓ 3) -5.12... เพราะ..... ✓ 4) -6 เพราะ..... X 5) -6.00000001 เพราะ..... ✓ 6) $-3\frac{2}{5}$ เพราะ.....	

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
7) 	$\checkmark$ 1) $\frac{2}{5}$ เพราะ..... $\checkmark$ 2) 2 เพราะ..... $\times$ 3) -5 เพราะ..... $\checkmark$ 4) 1.9 เพราะ..... $\checkmark$ 5) -4.99 เพราะ..... $\times$ 6) -5.11 เพราะ.....	
8) 	$\times$ 1) -31 เพราะ..... $\checkmark$ 2) -0.00001 เพราะ..... $\checkmark$ 3) -29 เพราะ..... $\checkmark$ 4) -15 เพราะ..... $\checkmark$ 5) -30 เพราะ..... $\times$ 6) 0 เพราะ.....	

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
9) 	$\checkmark$ 1) 1,800 เพราะ..... $\checkmark$ 2) -3.2 เพราะ..... $\checkmark$ 3) π เพราะ..... $\times$ 4) 3 เพราะ..... $\times$ 5) $\frac{15}{5}$ เพราะ..... $\checkmark$ 6) -3.00 เพราะ.....	

จากตารางข้างต้นให้นักเรียนอธิบายวิธีการเขียนกราฟบนเส้นจำนวน และสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน

.....

.....

.....

.....

เฉลย ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เนื่องจากสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ สำหรับสมการที่ไม่มีตัวแปรเราสามารถบอกได้ว่า สมการนั้นเป็นสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง

เช่น $3 < 6$ เป็นสมการที่เป็นจริง

$-8 \geq 10$ เป็นสมการที่ไม่เป็นจริง

$2 > -1$ เป็นสมการที่เป็นจริง

$-7 \leq -9$ เป็นสมการที่ไม่เป็นจริง

ส่วนสมการที่มีตัวแปรนั้น เรายังไม่สามารถบอกได้เสมอไปว่าเป็นจริงหรือไม่เป็นจริง ซึ่งจะให้ นักเรียนพิจารณาตอนที่ 1 เพื่อให้ทราบว่า สมการที่มีตัวแปร สามารถบอกได้อย่างไรว่าสมการนั้นเป็นสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้ และวงกลมจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง

1) $x < 12$ 16 ☒ -12 12.01 ☐ 0 ☒ 11.25 12 ☐ 8

2) $x + 2 > 5$ ☐ 4 -2.5 ☐ 5 2 ☐ 3.1 ☐ 9.3 0

3) $2x \neq -28$ ☐ -2 ☐ 28 -14 ☐ 0 ☐ 14 ☐ $-\frac{28}{2}$ ☐ 7

4) $x - 5 \leq 20$ ☐ 15 26 ☐ 15.01 ☐ -3 25.01 40 ☐ 22

5) $x \geq -4$ -5 ☐ -3.9 ☐ 0 -12 ☐ -4 -4.2 ☐ -1

นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจำนวนที่นักเรียนวงกลมทำให้สมการเป็นจริง และทราบได้อย่างไรว่าจำนวนที่เหลือ(ที่ไม่วงกลม) ทำให้สมการไม่เป็นจริง

นำจำนวนแต่ละจำนวนไปแทนค่าตัวแปรในสมการที่กำหนด

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้เป็นจริงอย่างน้อย 5 ตัวอย่าง พร้อมระบุว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่ละข้อมีกี่คำตอบกี่จำนวน จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด

1) $m \neq 32$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง 30, -2, 20, 22, 35, 1.23, -24

มีกี่จำนวน มีหลายจำนวน แต่ไม่ใช่ทุกจำนวน

2) $n - 1 \leq n + 2$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง 1, 3, 16, -20, 0, 24, -39, 1000

มีกี่จำนวน มีหลายจำนวน คือจำนวนจริงทุกจำนวน

3) $s + 5 > 12$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง 8, 9, 10, 11, 12.5, 20, 100

มีกี่จำนวน มีหลายจำนวน แต่ไม่ใช่ทุกจำนวน

4) $2p - 7 < -10$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง -2, -4, -10, -11, -25, -30, -99

มีกี่จำนวน มีหลายจำนวน แต่ไม่ใช่ทุกจำนวน

5) $a + 10 < a$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง -

มีกี่จำนวน ไม่มีจำนวนจริงใด

6) $g \geq g - 2$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง -1, -3, 6, -20, 0, 4, -39, 100

มีกี่จำนวน มีหลายจำนวน คือจำนวนจริงทุกจำนวน

7) $y - 3 > y$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง -

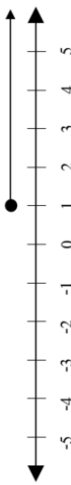
มีกี่จำนวน ไม่มีจำนวนจริงใด

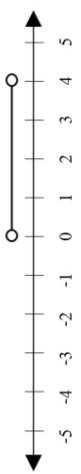
นักเรียนสามารถแบ่งลักษณะของจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงได้เป็นกี่ลักษณะ อะไรบ้าง

..... ลักษณะของจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงมี 3 แบบ คือ จำนวนจริงบางจำนวนทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง จำนวนจริงทุกจำนวนทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง และไม่มีจำนวนจริงใดเลยทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริง

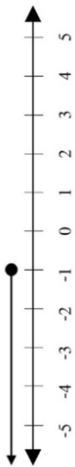


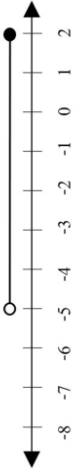
ตอนที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณากราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน และจำนวนที่อยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนต่อไปนี้ จากนั้นให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด จำนวนนั้นเป็นคำตอบของกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่เป็นคำตอบของกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน พร้อมเขียนประโยคสัญลักษณ์ให้ถูกต้อง และตอบคำถามที่กำหนด

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
1) 	X 1) 2 เพราะ 2 เป็นจุดโปร่ง X 2) -5.28 เพราะ -5.28 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 3) 2.0001 เพราะ 2.0001 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 4) 8,000 เพราะ 8,000 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 5) 0 เพราะ 0 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 6) 1.999... เพราะ 1.999... ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$x > 2$
2) 	✓ 1) 555 เพราะ 555 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 2) 1 เพราะ 1 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 3) 1.11 เพราะ 1.11 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 4) -1 เพราะ -1 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$x \geq -1$

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
	$\underline{X}$ 5) $-\sqrt{2}$ เพราะ $-\sqrt{2}$ ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 6) 0.992 เพราะ 0.992 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	
3) 	$\checkmark$ 1) 1 เพราะ 1 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 2) -0.005 เพราะ -0.005 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 3) 4 เพราะ 4 เป็นจุดโปร่ง $\checkmark$ 4) 0.0000013 เพราะ 0.0000013 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 5) 0 เพราะ 0 เป็นจุดโปร่ง $\checkmark$ 6) 3.98 เพราะ 3.98 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$0 < x < 4$
4) 	$\checkmark$ 1) -3.5 เพราะ -3.5 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 2) -3 เพราะ -3 เป็นจุดโปร่ง $\checkmark$ 3) -100 เพราะ -100 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 4) -2.1212... เพราะ -2.1212... ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 5) -5.5 เพราะ -5.5 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 6) 11 เพราะ 11 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$x < -3$



กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
5) 	✓ 1) -3,500 เพราะ -3,500 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 2) -1 เพราะ -1 เป็นจุดทึบ X 3) -0.93 เพราะ -0.93 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 4) $-\frac{4}{7}$ เพราะ $-\frac{4}{7}$ ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 5) -1.678 เพราะ -1.678 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 6) 20 เพราะ 20 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$x \leq -1$
6) 	✓ 1) -3 เพราะ -3 เป็นจุดทึบ X 2) 4 เพราะ 4 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 3) -5.12... เพราะ -5.12... อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 4) -6 เพราะ -6 เป็นจุดทึบ X 5) -6.000000001 เพราะ -6.000000001 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 6) $-3\frac{2}{5}$ เพราะ $-3\frac{2}{5}$ อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$-6 \leq x \leq -3$

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
7) 	$\checkmark$ 1) $\frac{2}{5}$ เพราะ $\frac{2}{5}$ อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 2) 2 เพราะ 2 เป็นจุดทึบ $\times$ 3) -5 เพราะ -5 เป็นจุดโปร่ง $\checkmark$ 4) 1.9 เพราะ 1.9 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 5) -4.99 เพราะ -4.99 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\times$ 6) -5.11 เพราะ -5.11 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	----- $-5 < x \leq 2$ -----
8) 	$\times$ 1) -31 เพราะ -31 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 2) -0.00001 เพราะ -0.00001 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 3) -29 เพราะ -29 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 4) -15 เพราะ -15 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 5) -30 เพราะ -30 เป็นจุดทึบ $\times$ 6) 0 เพราะ 0 เป็นจุดโปร่ง	----- $-30 \leq x < 0$ -----



กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
9) 	✓ 1) 1,800 เพราะ 1,800 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 2) -3.2 เพราะ -3.2 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 3) π เพราะ π อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 4) 3 เพราะ 3 เป็นจุดโปร่ง X 5) $\frac{15}{5}$ เพราะ $\frac{15}{5}$ ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 6) -3.00 เพราะ -3.00 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	----- $x \neq 3$ -----

จากตารางข้างต้นให้นักเรียนอธิบายวิธีการเขียนกราฟบนเส้นจำนวน และสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน

สามารถเขียนกราฟได้โดยการลากเส้นทับกับจุดบนเส้นจำนวนที่แทนจำนวนที่เป็นคำตอบ และใช้จุดโปร่ง (○) หรือจุดทึบ (●)

ในการแสดงคำตอบด้วย โดยจุดโปร่งใช้เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทนจำนวนที่จุดทับ สำหรับจุดทึบใช้เพื่อแสดงว่ากราฟรวมจุดที่แทน

จำนวนที่จุดทับ

ใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล _____ เลขที่ _____

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยขีดเส้นใต้ว่าเป็นหรือไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมให้เหตุผลประกอบว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นหรือไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- | | | | |
|---------------------|-----|--|---------------|
| 1) $x - 2 > 3$ | 4 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| | -7 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| | 0 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| 2) $3x < -10$ | 0 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| | -4 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| | -1 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| 3) $5x + 5 \leq -5$ | -2 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| | -10 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| | -1 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| 4) $-x - 9 \geq 6$ | 9 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| | 15 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |
| | -15 | เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น |
| | | เพราะ | |

5) $4x + 2 \neq -5x + 2$ 0 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้หรือไม่ เป็น, ไม่เป็น

เพราะ

-100 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้หรือไม่ เป็น, ไม่เป็น

เพราะ

50 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้หรือไม่ เป็น, ไม่เป็น

เพราะ

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมระบุลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ โดยเขียนอธิบายให้เป็นลำดับชัดเจน

1) $x \neq 24$

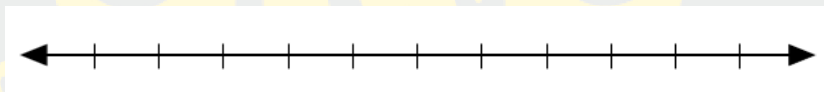
.....

.....

.....

.....

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ.....

2) $x - 9 > x - 10$

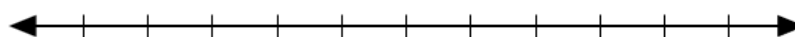
.....

.....

.....

.....

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ.....

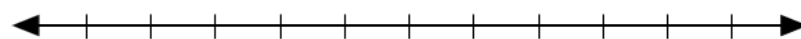
3) $-1 < x \leq 2$

.....

.....

.....

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ.....

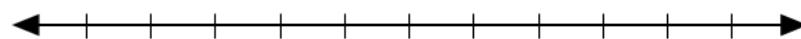
4) $x + 4 < x + 3$

.....

.....

.....

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ.....

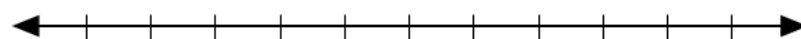
5) $x > \pi$

.....

.....

.....

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ.....

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้เมื่อกำหนดอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

$$-10 < x \leq \frac{5}{2}$$

1) จงหาค่า x ที่น้อยที่สุด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม

ตอบ.....

2) จงหาค่า x ที่มากที่สุด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม

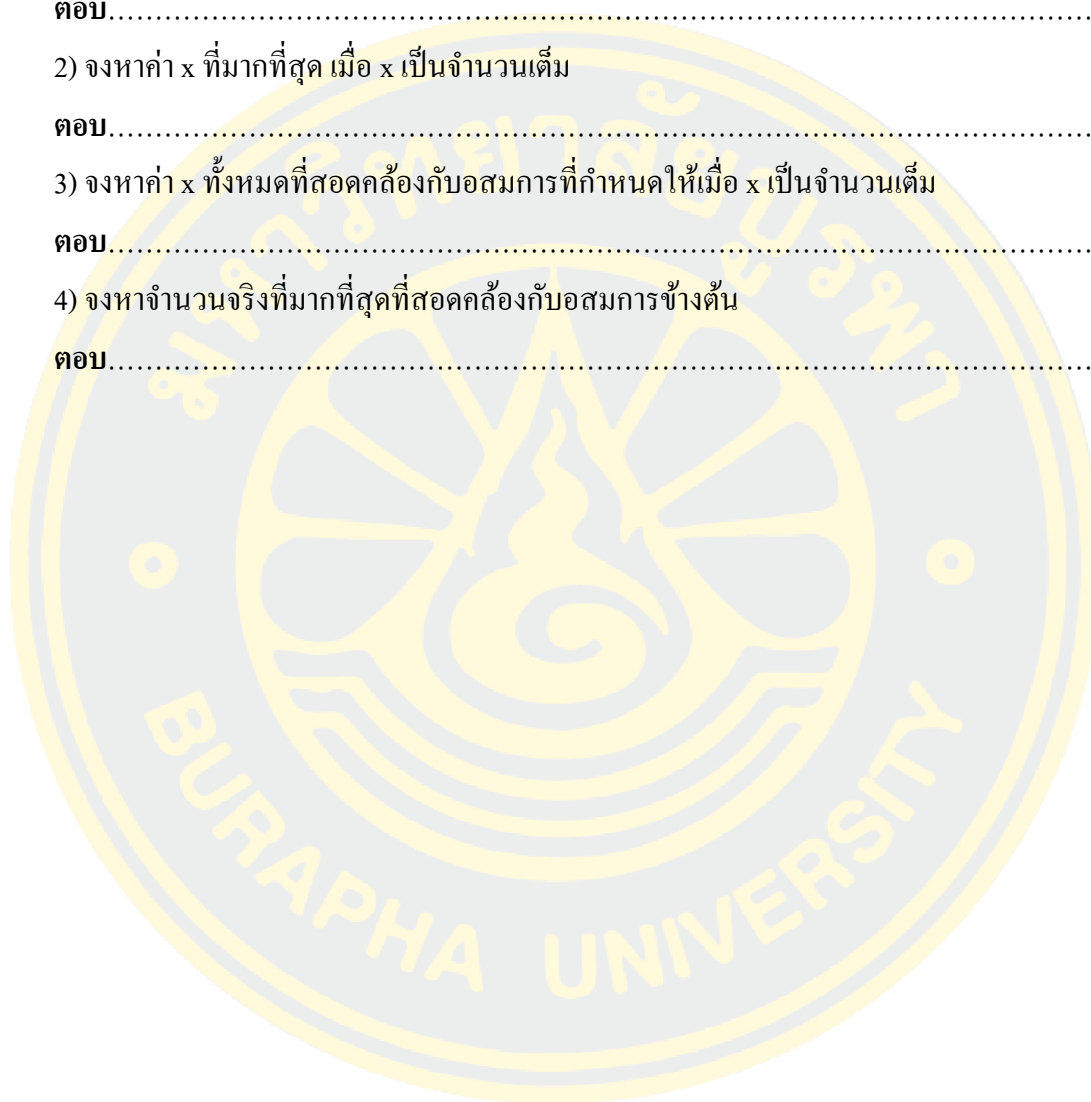
ตอบ.....

3) จงหาค่า x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการที่กำหนดให้เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม

ตอบ.....

4) จงหาจำนวนจริงที่มากที่สุดที่สอดคล้องกับอสมการข้างต้น

ตอบ.....



เฉลย ใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยขีดเส้นใต้ว่าเป็นหรือไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมให้เหตุผลประกอบว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นหรือไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1) $x - 2 > 3$	4	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย 4 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง	
	-7	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย -7 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง	
	0	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย 0 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง	
2) $3x < -10$	0	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย 0 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง	
	-4	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย -4 แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง	
	-1	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย -1 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง	
3) $5x + 5 \leq -5$	-2	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย -2 แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง	
	-10	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย -10 แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง	
	-1	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย -1 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง	
4) $-x - 9 \geq 6$	9	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย 9 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง	
	15	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย 15 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง	
	-15	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	เป็น
		เพราะ แทนตัวแปรด้วย -15 แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง	
5) $4x + 2 \neq -5x + 2$	0	เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้อหรือไม่	ไม่เป็น

เพราะ แทนตัวแปรด้วย 0 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง
 -100 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้หรือไม่ เป็น
 เพราะ แทนตัวแปรด้วย -100 แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง
 50 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวนี้หรือไม่ เป็น
 เพราะ แทนตัวแปรด้วย 50 แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมระบุ
 ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ โดยเขียนอธิบายให้เป็นลำดับชัดเจน

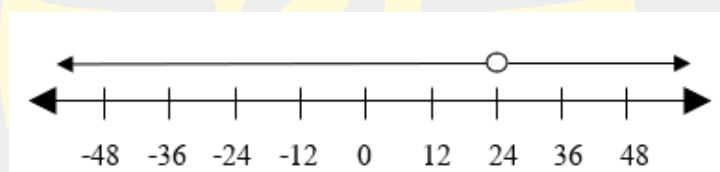
1) $x \neq 24$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

เนื่องจาก $x \neq 24$ หมายถึง จำนวนจริงใด ๆ ที่ไม่เท่ากับ 24

ไม่เท่ากับ 24 แสดงว่า ไม่รวม 24 จึงใช้จุดโปร่ง

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

2) $x - 9 > x - 10$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

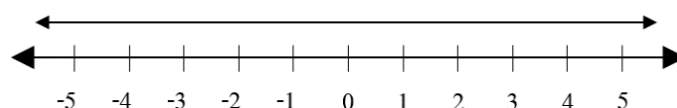
เนื่องจาก แทน x ด้วย 2 จะได้ $2 - 9 > 2 - 10$ นั่นคือ $-7 > -8$ ซึ่งได้สมการที่เป็นจริง

และเมื่อลองแทน x ด้วย -1 จะได้ $-1 - 9 > -1 - 10$ นั่นคือ $-10 > -11$ ซึ่งได้สมการที่เป็นจริง

ดังนั้น เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในสมการ $x - 9 > x - 10$ แล้วจะทำให้ได้สมการที่เป็นจริง

เสมอ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ

$$3) -1 < x \leq 2$$

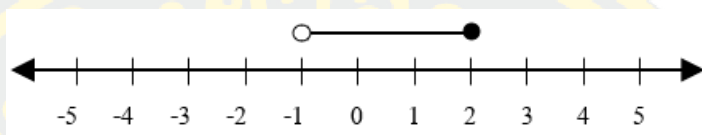
ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

เนื่องจาก $-1 < x \leq 2$ หมายถึง จำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่า -1 แต่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2

มากกว่า -1 แสดงว่า ไม่รวม -1 ด้วย จึงใช้จุดโปร่ง

น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2 แสดงว่า รวม 2 ด้วย จึงใช้จุดทึบ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

$$4) x + 4 < x + 3$$

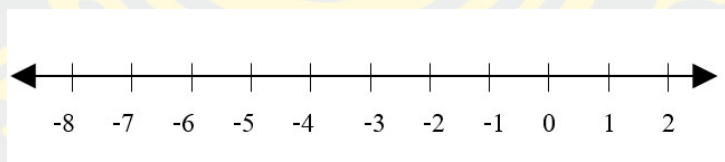
ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

เนื่องจาก แทน x ด้วย 2 จะได้ $2 + 4 < 2 + 3$ นั่นคือ $6 < 5$ ซึ่งได้อสมการที่ไม่เป็นจริง

และเมื่อลองแทน x ด้วย -1 จะได้ $-1 + 4 < -1 + 3$ นั่นคือ $3 < 2$ ซึ่งได้อสมการที่ไม่เป็นจริง

ดังนั้น เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใด ๆ ในอสมการ $x + 4 < x + 3$ แล้วจะทำให้ได้อสมการที่ไม่เป็นจริงเสมอ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

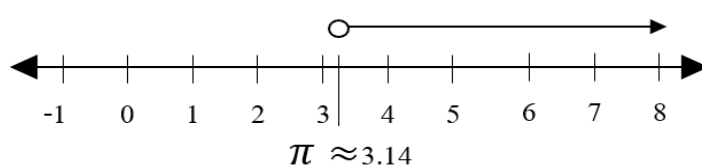
$$5) x > \pi$$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง

ซึ่ง $x > \pi$ หมายถึง จำนวนจริงใด ๆ ที่มากกว่า π

มากกว่า π แสดงว่า ไม่รวม π ด้วย จึงใช้โปร่ง

จะได้กราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

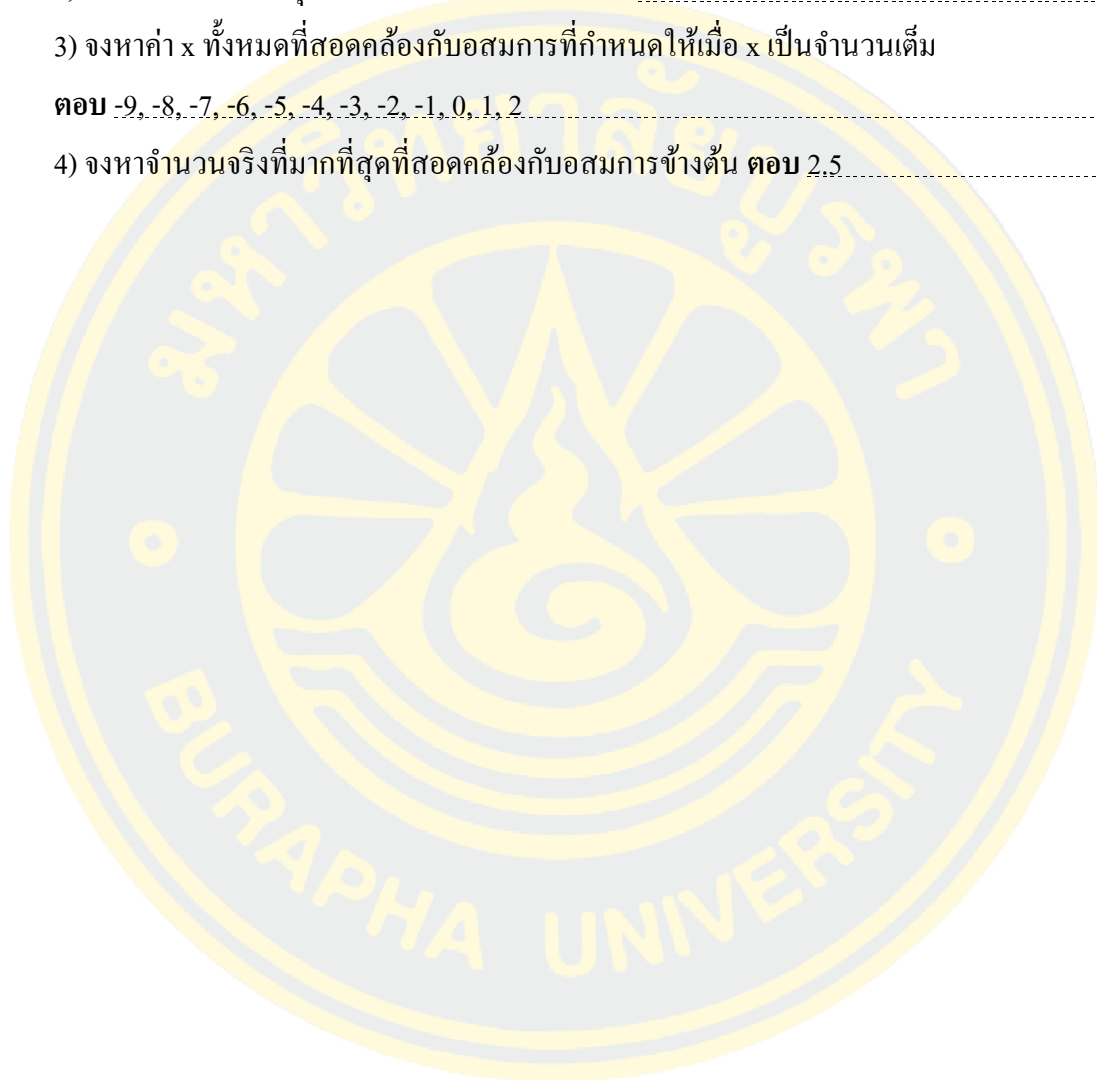


ลักษณะคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้เมื่อกำหนดอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

$$-10 < x \leq \frac{5}{2}$$

- 1) จงหาค่า x ที่น้อยที่สุด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม **ตอบ** -9.....
- 2) จงหาค่า x ที่มากที่สุด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม **ตอบ** 2.....
- 3) จงหาค่า x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการที่กำหนดให้เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม
ตอบ -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2.....
- 4) จงหาจำนวนจริงที่มากที่สุดที่สอดคล้องกับอสมการข้างต้น **ตอบ** 2.5.....



ตัวอย่างใบกิจกรรมและใบงาน

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล อ.น. ธรรมชา จันทชาติ เลขที่ 43

เนื่องจากสมการอาจมีตัวแปรหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ สำหรับสมการที่ไม่มีตัวแปรเราสามารถบอกได้ว่า สมการนั้นเป็นสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง

เช่น $3 < 6$ เป็นสมการที่ เป็นจริง
 $-8 \geq 10$ เป็นสมการที่ ไม่เป็นจริง
 $2 > -1$ เป็นสมการที่ เป็นจริง
 $-7 \leq -9$ เป็นสมการที่ ไม่เป็นจริง

ส่วนสมการที่มีตัวแปรนั้น เรา还不能สามารถบอกได้เสมอไปว่าเป็นจริงหรือไม่เป็นจริง ซึ่งจะให้นักเรียนพิจารณาตอนที่ 1 เพื่อให้ทราบว่า สมการที่มีตัวแปร สามารถบอกได้อย่างไรว่า สมการนั้นเป็นสมการที่เป็นจริงหรือไม่เป็นจริง

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้ และวงกลมจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง

- | | | | | | | | |
|--------------------|------|--------|---------|------|---------|-------|------|
| 1) $x < 12$ | 16 | (-12) | 12.01 | (0) | (11.25) | 12 | (8) |
| 2) $x + 2 > 5$ | (4) | -2.5 | (5) | 2 | (3.1) | (9.3) | 0 |
| 3) $2x \neq -28$ | (-2) | (28) | -14 | (0) | (14) | 28.22 | (7) |
| 4) $x - 5 \leq 20$ | (15) | 26 | (15.01) | (-3) | 25.01 | 40 | (22) |
| 5) $x \geq -4$ | -5 | (-3.9) | (0) | -12 | (-4) | -4.2 | (-1) |

นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าจำนวนที่นักเรียนวงกลมทำให้สมการเป็นจริง และทราบได้อย่างไรว่าจำนวนที่เหลือ(ที่ไม่วงกลม) ทำให้สมการไม่เป็นจริง

นำไปแทนค่าในตัวแปร

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้เป็นจริง
อย่างน้อย 5 ตัวอย่าง พร้อมระบุว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแต่ละข้อมีกี่จำนวนที่ทำให้สมการเป็น
จริง จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด จากนั้นตอบคำถามที่กำหนด

1) $m \neq 32$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง..... -2, 1, 2, 12, 2.22

มีกี่จำนวน..... หลายจำนวนยกเว้น 32

2) $n - 1 \leq n + 2$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง..... -3, -2, -1, 0, 2

มีกี่จำนวน..... ทุกจำนวน

3) $s + 5 > 12$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง..... 8, 9, 10, 11, 12

มีกี่จำนวน..... ไม่มี

4) $2p - 7 < -10$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง..... -5, -6, -7, -8, -9

มีกี่จำนวน..... หลายจำนวน

5) $a + 10 < a$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง..... -

มีกี่จำนวน..... หลายจำนวน

6) $g \geq g - 2$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง..... -6, -3, -1, 2, 4

มีกี่จำนวน..... ทุกจำนวน

7) $y - 3 > y$

ตัวอย่างจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริง..... -

มีกี่จำนวน..... ไม่มี

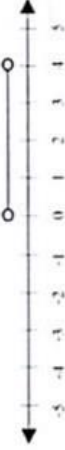
นักเรียนสามารถแบ่งลักษณะของจำนวนที่ทำให้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นจริงได้เป็นกี่

ลักษณะ อะไรบ้าง

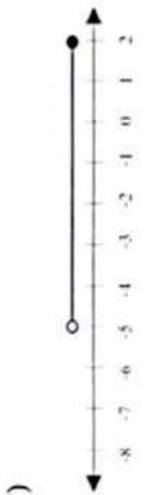
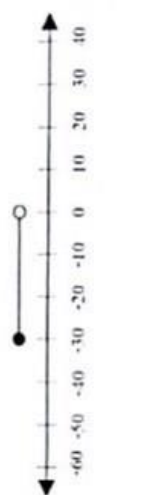
3 แบบ 1. ทุกจำนวนทำให้สมการเป็นจริง 2. บางจำนวน
ทำให้สมการเป็นจริง 3. ไม่มีจำนวนใดทำให้สมการเป็นจริง

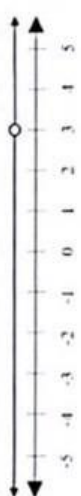
ตอนที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณากราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน และจำนวนที่อยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนต่อไปนี้ จากนั้นให้เหตุผลว่าเพราะเหตุใด จำนวนนี้เป็นคำตอบของกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่เป็นคำตอบของกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน พร้อมเขียนประโยคสัญลักษณ์ให้ถูกต้อง และตอบคำถามที่กำหนด

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
1) 	$\underline{X}$ 1) 2 เพราะ 2 เป็นจุดโปร่ง $\underline{X}$ 2) -5.28 เพราะ -5.28 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 3) 2.0001 เพราะ 2.0001 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 4) 8,000 เพราะ 8,000 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 5) 0 เพราะ 0 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 6) 1.999... เพราะ 1.999... ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$\dots\dots\dots X > 2 \dots\dots\dots$
2) 	$\checkmark$ 1) 555 เพราะ 555 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 2) 1 เพราะ 1 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\checkmark$ 3) 1.11 เพราะ 1.11 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน $\underline{X}$ 4) -1 เพราะ -1 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$\dots\dots\dots X \geq 1 \dots\dots\dots$

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
3) 	X 5) $-\sqrt{2}$ เพราะ $-\sqrt{2}$ ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 6) 0.992 เพราะ 0.992 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 1) 1 เพราะ 1 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 2) -0.005 เพราะ -0.005 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 3) 4 เพราะ 4 เป็นจุดโปร่ง ✓ 4) 0.0000013 เพราะ 0.0000013 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 5) 0 เพราะ 0 เป็นจุดโปร่ง ✓ 6) 3.98 เพราะ 3.98 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$0 < x < 4$
4) 	✓ 1) -3.5 เพราะ -3.5 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 2) -3 เพราะ -3 เป็นจุดโปร่ง ✓ 3) -100 เพราะ -100 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 4) -2.1212... เพราะ -2.1212... ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 5) -5.5 เพราะ -5.5 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 6) 11 เพราะ 11 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$x < -3$

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
5) 	✓ 1) -3,500 เพราะ -3500 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 2) -1 เพราะ -1 เป็นจุดกั้น X 3) -0.93 เพราะ -0.93 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 4) $-\frac{4}{7}$ เพราะ $-\frac{4}{7}$ ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 5) -1.678 เพราะ -1.678 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 6) 20 เพราะ 20 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$x \leq -1$
6) 	✓ 1) -3 เพราะ -3 เป็นจุดกั้น X 2) 4 เพราะ 4 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 3) -5.12... เพราะ -5.12... อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 4) -6 เพราะ -6 เป็นจุดกั้น X 5) -6.00000001 เพราะ -6.00000001 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 6) $-3\frac{2}{5}$ เพราะ $-3\frac{2}{5}$ อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$-6 \leq x \leq -3$

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ อสมการของกราฟแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
7) 	$\checkmark$ 1) $\frac{2}{5}$ เพราะ $\frac{2}{5}$ อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน..... $\checkmark$ 2) 2 เพราะ 2 เป็นจุดทศนิยม..... $\times$ 3) -5 เพราะ -5 เป็นจุดไปฝั่ง..... $\checkmark$ 4) 1.9 เพราะ 1.9 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน..... $\checkmark$ 5) -4.99 เพราะ -4.99 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน..... $\times$ 6) -5.11 เพราะ -5.11 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน.....	$-5 < x \leq 2$
8) 	$\times$ 1) -31 เพราะ -31 ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน..... $\checkmark$ 2) -0.00001 เพราะ -0.00001 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน..... $\checkmark$ 3) -29 เพราะ -29 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน..... $\checkmark$ 4) -15 เพราะ -15 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน..... $\checkmark$ 5) -30 เพราะ -30 เป็นจุดทศนิยม..... $\times$ 6) 0 เพราะ 0 เป็นจุดไปฝั่ง.....	$-30 \leq x < 0$

กราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน	จำนวนที่กำหนดอยู่ในกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวนหรือไม่	ประโยคสัญลักษณ์ ของการแสดง คำตอบบนเส้นจำนวน
9) 	✓ 1) 1,800 เพราะ 1800 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 2) -3.2 เพราะ -3.2 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 3) π เพราะ π อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน X 4) 3 เพราะ 3 เป็นจุดปิด X 5) $\frac{15}{5}$ เพราะ $\frac{15}{5}$ ไม่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน ✓ 6) -3.00 เพราะ -3.00 อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน	$x < 3$

จากตารางข้างต้นให้นักเรียนอธิบายวิธีการเขียนกราฟบนเส้นจำนวน และสัญลักษณ์ต่าง ๆ ที่อยู่ในกราฟบนเส้นจำนวน

คำตอบ → เื่อจำนวนที่น้อยหรือน้อยกว่า จุดปิด → ไม่เื่อจำนวนที่น้อยหรือน้อยกว่า
 ดัดแปลงจากข้อ 1. นักรวดรไปทวงจับ ๕๐ มัลลอบว

 ๑. นักรวดรไปทวงว ๕๐ มัลลอบว

ใบงานที่ 2 เรื่อง คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล ด.ญ. ล้ายกลาง อักษร: _____ เลขที่ 42

ม.ป. 60

ค.ร. 45

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนพิจารณาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไปนี้โดยขีดเส้นใต้ว่าเป็นหรือไม่เป็น
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมให้เหตุผลประกอบว่าเพราะเหตุใดจึงเป็นหรือไม่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปร
เดียว

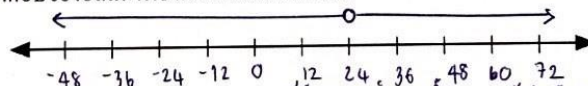
- | | | | | |
|---------------------|-----|--|---------------|---|
| 1) $x - 2 > 3$ | 4 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย 4 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| | -7 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย -7 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| | 0 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย 0 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| 2) $3x < -10$ | 0 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย 0 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| | -4 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย -4 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| | -1 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย -1 ทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| 3) $5x + 5 \leq -5$ | -2 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย -2 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| | -10 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย -10 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| | -1 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย -1 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| 4) $-x - 9 \geq 6$ | 9 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย 9 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| | 15 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย 15 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |
| | -15 | เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ | เป็น, ไม่เป็น | |
| | | เพราะ แทนตัวแปรด้วย -15 แล้วทำในสมการไม่เป็นจริง | | 3 |

- 5) $4x + 2 \neq -5x + 2$ 0 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ เป็น, ไม่เป็น
 เพราะ แทนค่า $x=0$ แล้วทำให้ได้สมการที่ต่างกัน ?
- 100 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ เป็น, ไม่เป็น
 เพราะ แทนค่า $x=-100$ แล้วทำให้ได้สมการที่ต่างกัน ?
- 50 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวหรือไม่ เป็น, ไม่เป็น
 เพราะ แทนค่า $x=50$ แล้วทำให้ได้สมการที่เหมือนกัน ?

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการในแต่ละข้อต่อไปนี้ พร้อมระบุลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ โดยเขียนอธิบายให้เป็นลำดับชัดเจน

- 1) $x \neq 24$
 ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง ?
 เนื่องจาก $x \neq 24$ หมายถึง จำนวนจริงใดๆ ที่ไม่เท่ากับ 24 ?
 ไม่เท่ากับ 24 แสดงว่า ไม่รวม 24 จึงวาดจุดปลาย ?

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

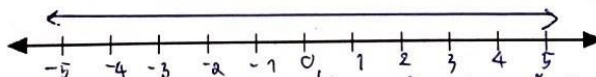


ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ ?

2) $x - 9 > x - 10$

- ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่ง ?
 เนื่องจาก แทน x ด้วย 2 จะได้ $2 - 9 > 2 - 10$ นั่นคือ $-7 > -8$ ซึ่งได้สมการที่ต่างกัน ?
 แต่ เมื่อลอง แทน x ด้วย -1 จะได้ $-1 - 9 > -1 - 10$ นั่นคือ $-10 > -11$ ซึ่งได้สมการที่เหมือนกัน ?
 ดังนั้น เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใดๆ ในสมการ $x - 9 > x - 10$ แล้วทำให้ได้สมการเป็นจริงเสมอ ?

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

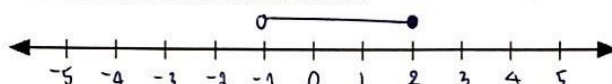


ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ ?

3) $-1 < x \leq 2$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่งเนื่องจาก $-1 < x \leq 2$ หมายถึง จำนวนจริงใดๆ ที่มากกว่า -1 แต่ไม่มากกว่าหรือเท่ากับ 2 มากกว่า -1 แสดงว่าไม่รวม -1 จึงใช้จุดเปิดน้อยกว่าหรือเท่ากับ 2 แสดงว่ารวม 2 ดังนั้นจึงใช้จุดทึบ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

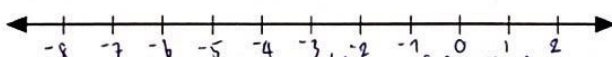


ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

4) $x + 4 < x + 3$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่งเนื่องจาก แทน x ด้วย 2 จะได้ $2 + 4 < 2 + 3$ นั่นคือ $6 < 5$ ซึ่งได้สมการที่เป็นจริงผลเพื่อลองแทนด้วย -1 จะได้ $-1 + 4 < -1 + 3$ นั่นคือ $3 < 2$ ซึ่งได้สมการที่เป็นจริงดังนั้น เมื่อแทน x ด้วยจำนวนจริงใดๆ ในสมการ $x + 4 < x + 3$ แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริงเสมอ

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

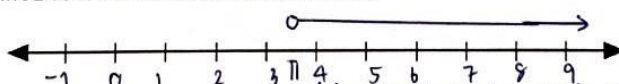


ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

5) $x > \pi$

ให้ x แทนจำนวนจำนวนหนึ่งซึ่ง $x > \pi$ หมายถึง จำนวนจริงใดๆ ที่มากกว่า π มากกว่า π แสดงว่าไม่รวม π จึงใช้จุดเปิด

จะได้กราฟแสดงคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้



ลักษณะคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้เมื่อกำหนดอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $-10 < x \leq \frac{5}{2}$

- 1) จงหาค่า x ที่น้อยที่สุด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม ตอบ..... -9
- 2) จงหาค่า x ที่มากที่สุด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม ตอบ..... 2
- 3) จงหาค่า x ทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการที่กำหนดให้เมื่อ x เป็นจำนวนเต็ม
ตอบ..... $-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$
- 4) จงหาจำนวนจริงที่มากที่สุดที่สอดคล้องกับอสมการข้างต้น ตอบ..... 2.5



แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล _____ เลขที่ _____

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจของนักเรียนโดยละเอียด

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูกต้อง และทำเครื่องหมาย X

หน้าข้อความที่ผิด จากนั้นเขียนแสดงเหตุผลทั้งข้อความที่ถูกต้องและข้อความที่ผิด โดยมีการอ้างอิงความหมายหรือบทนิยาม ลักษณะสำคัญ หลักการ ทฤษฎีบท กฎ สูตร และสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล

.....1) $2 + x \geq y$ ไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เพราะ.....

.....2) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น

เพราะ.....

.....3) ผลบวกของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบมีค่าไม่ถึงห้าสิบเจ็ด เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้ $\frac{3}{4}x + 10 < 57$

เพราะ.....

.....4) $2(x - 4) \neq x + 8$ สามารถเขียนเป็นประโยคภาษาได้ ดังนี้ ผลต่างของสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เท่ากับผลบวกของจำนวนนั้นกับแปด

เพราะ.....

.....5) คำว่า มากกว่า, เกิน, อย่างน้อย สามารถใช้เครื่องหมาย $>$ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ได้

เพราะ.....

.....6) 29 เป็นคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $-x + 29 \neq 0$

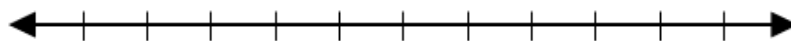
เพราะ.....

.....7) คำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $2x + 8 < 24$ เช่น 7, -2 และ 0 เป็นต้น

เพราะ.....

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนพิจารณาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ จากนั้นเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน พร้อมทั้งยกตัวอย่างคำตอบอย่างน้อย 5 ตัวอย่าง และระบุลักษณะคำตอบของสมการที่กำหนดให้

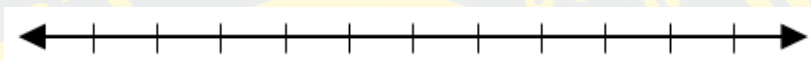
8) $x \neq 1$



ยกตัวอย่างคำตอบ :

ลักษณะคำตอบของสมการ คือ.....

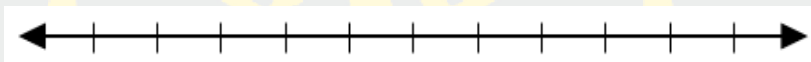
9) $x - 3 < x + 2$



ยกตัวอย่างคำตอบ :

ลักษณะคำตอบของสมการ คือ.....

10) $x \geq x + 3$



ยกตัวอย่างคำตอบ :

ลักษณะคำตอบของสมการ คือ.....

เฉลย แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจของนักเรียนโดยละเอียด

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อความที่ถูกต้อง และทำเครื่องหมาย X

หน้าข้อความที่ผิด จากนั้นเขียนแสดงเหตุผลทั้งข้อความที่ถูกต้องและข้อความที่ผิด โดยมีการอ้างอิงความหมายหรือบทนิยาม ลักษณะสำคัญ หลักการ ทฤษฎีบท กฎ สูตร และสมบัติต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล

.....✓..... 1) $2 + x \geq y$ ไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เพราะ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1 แต่อสมการข้อนี้มี 2 ตัวแปรจึงไม่เป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

.....X..... 2) อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x^2 + 12 > 7$ เป็นต้น

เพราะ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรนั้นมีเลขชี้กำลังเป็น 1 เช่น $x \neq 38$, $-30 < x + 4 < 6$ และ $x + 12 > 7$ เป็นต้น แต่ $x^2 + 12 > 7$ ตัวแปรมีเลขชี้กำลังเป็น 2 หรือมีเลขชี้กำลังไม่เป็น 1

.....✓..... 3) ผลบวกของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบมีค่าไม่ถึงห้าสิบเจ็ด เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้ $\frac{3}{4}x + 10 < 57$

เพราะ ผลบวกของเศษสามส่วนสี่ของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสิบมีค่าไม่ถึงห้าสิบเจ็ด เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้ $\frac{3}{4}x + 10 < 57$ ซึ่งถูกต้องแล้วตามหลักการเขียนแล้ว

.....X..... 4) $2(x - 4) \neq x + 8$ สามารถเขียนเป็นประโยคภาษาได้ ดังนี้ ผลต่างของสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เท่ากับผลบวกของจำนวนนั้นกับแปด

เพราะ $2(x - 4) \neq x + 8$ สามารถเขียนเป็นประโยคภาษาได้ ดังนี้ สองเท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เท่ากับผลบวกของจำนวนนั้นกับแปด

หรือ ผลต่างของสองเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งกับสี่ไม่เท่ากับผลบวกของจำนวนนั้นกับแปด เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น $2x - 4 \neq x + 8$

.....X..... 5) คำว่า มากกว่า, เกิน, อย่างน้อย สามารถใช้เครื่องหมาย $>$ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ได้ เพราะ คำว่า มากกว่า, เกิน สามารถใช้เครื่องหมาย $>$ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ได้ แต่คำว่าอย่างน้อย ใช้เครื่องหมาย $\geq$ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ได้

.....X..... 6) 29 เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $-x + 29 \neq 0$

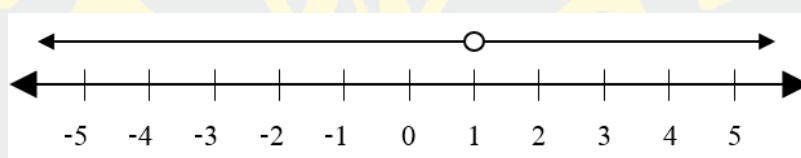
เพราะ แทนตัวแปรด้วย 29 แล้วทำให้ได้สมการที่ไม่เป็นจริง ดังนั้น 29 ไม่เป็นคำตอบของ
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $-x + 29 \neq 0$

.....✓..... 7) คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $2x + 8 < 24$ เช่น 7, -2 และ 0 เป็นต้น

เพราะ แทนตัวแปรด้วย 7, -2 และ 0 แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง ดังนั้น 7, -2 และ 0 เป็นคำตอบ
ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $2x + 8 < 24$

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนพิจารณาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้ จากนั้นเขียนกราฟ
แสดงคำตอบบนเส้นจำนวน พร้อมทั้งยกตัวอย่างคำตอบอย่างน้อย 5 ตัวอย่าง และระบุลักษณะ
คำตอบของสมการที่กำหนดให้

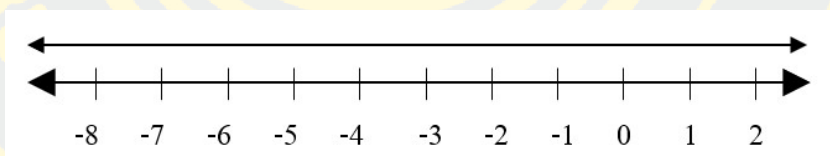
8) $x \neq 1$



ยกตัวอย่างคำตอบ : -2, -3.5, 80, 24, 22

ลักษณะคำตอบของสมการ คือ สมการที่มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบ

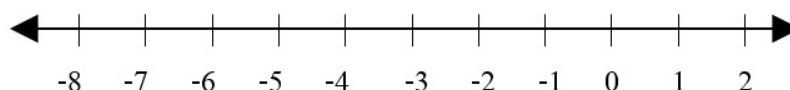
9) $x - 3 < x + 2$



ยกตัวอย่างคำตอบ : -2, 1, 5, 8, 2, -22, 100.002, 65.46, 11

ลักษณะคำตอบของสมการ คือ สมการที่มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ

10) $x \geq x + 3$



ยกตัวอย่างคำตอบ : ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

ลักษณะคำตอบของสมการ คือ สมการที่ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณาว่าวิธีทำดังต่อไปนี้ว่ามีบรรทัดใดบ้างที่ผิด และเขียนอธิบายโดยอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล

11) $7y + 12 < 5(y - 2)$

(1) $7y + 12 < 5(y - 2)$

(2) $7y + 12 < 5y - 10$ สมบัติการแจกแจง

(3) $7y + 12 - 7y < 5y - 10 - 7y$ ลบทั้งสองข้างของอสมการด้วย $7y$
(ถ้า $a < b$ แล้ว $a - c < b - c$)

(4) $12 < -2y - 10$

(5) $12 + 10 < -2y - 10 + 10$ บวกทั้งสองข้างของอสมการด้วย 10
(ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$)

(6) $22 < -2y$

(7) $22 \times \left(-\frac{1}{2}\right) < -2y \times \left(-\frac{1}{2}\right)$ คูณทั้งสองข้างของอสมการด้วย $-\frac{1}{2}$
(ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac > bc$)

(8) $-11 > y$

(9) $y > -11$ สมบัติการสลับฝั่ง

บรรทัดที่ (3) เนื่องจาก ไม่มีสมบัติการลบของการไม่เท่ากัน มีแต่สมบัติการบวกของการไม่เท่ากัน เพราะฉะนั้นต้องเขียนว่า บวกทั้งสองข้างของอสมการด้วย $-7y$ (ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$)

บรรทัดที่ (7) เนื่องจาก สมบัติการคูณของการไม่เท่ากัน ถ้าคูณทั้งสองข้างของอสมการด้วยจำนวนจริงลบ เครื่องหมายแสดงความไม่เท่ากันจะเปลี่ยนจาก $<$ เป็น $>$ เพราะฉะนั้นจะได้ว่า

$22 \times \left(-\frac{1}{2}\right) > -2y \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

บรรทัดที่ (9) เนื่องจาก ไม่มีสมบัติการสลับฝั่ง ถ้า $-11 > y$ ต้องจัดรูปอสมการใหม่ให้มีความหมายเหมือนเดิม คือ $y < -11$

ตอนที่ 4 ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากันและเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล

$$12) -\frac{6n-2}{5} - 1 \leq 3$$

วิธีทำ จาก $-\frac{6n-2}{5} - 1 \leq 3$

..... จะได้ $-\frac{6n-2}{5} - 1 + 1 \leq 3 + 1$ บวกทั้งสองข้างของสมการด้วย 1

..... (ถ้า $a \leq b$ แล้ว $a + c \leq b + c$)

..... ดังนั้น $-\frac{6n-2}{5} \leq 4$

..... จะได้ $-\frac{6n-2}{5} \times (-1) \geq 4 \times (-1)$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย -1

..... (ถ้า $a \leq b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac \geq bc$)

..... ดังนั้น $\frac{6n-2}{5} \geq -4$

..... จะได้ $\frac{6n-2}{5} \times 5 \geq -4 \times 5$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย 5

..... (ถ้า $a \geq b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac \geq bc$)

..... ดังนั้น $6n - 2 \geq -20$

..... จะได้ $6n - 2 + 2 \geq -20 + 2$ บวกทั้งสองข้างของสมการด้วย 2

..... (ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$)

..... ดังนั้น $6n \geq -18$

..... จะได้ $6n \times \frac{1}{6} \geq -18 \times \frac{1}{6}$ คูณทั้งสองข้างของสมการด้วย $\frac{1}{6}$

..... (ถ้า $a \geq b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac \geq bc$)

..... ดังนั้น $n \geq -3$

..... นั่นคือ $n \geq -3$ เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $-\frac{6n-2}{5} - 1 \leq 3$

แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล _____ เลขที่ _____

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจของนักเรียนโดยละเอียด

1. ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์อสมการให้ตรงกับข้อความที่กำหนดให้ โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนเขียนข้อความให้ตรงกับประโยคสัญลักษณ์อสมการที่กำหนดให้ โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน

$$4(x - 5) < -10x$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย แบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คำชี้แจง: ให้นักเรียนตอบคำถามเพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจของนักเรียนโดยละเอียด

1. ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์อสมการให้ตรงกับข้อความที่กำหนดให้ โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน

ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง

คำตอบแบบที่ 1

วิธีทำ จากข้อความ ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง

ผลบวก คือ การบวก

จำนวนสองจำนวน ถ้าให้จำนวนหนึ่ง คือ x

อีกจำนวนหนึ่งที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า คือ $x + 9$

จะได้ $x + (x+9)$

มีค่าไม่เท่ากับ คือ เครื่องหมาย $\neq$

ยี่สิบสอง คือ 22

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง เขียนอสมการได้เป็น $x + (x+9) \neq 22$

คำตอบแบบที่ 2

วิธีทำ จากข้อความ ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง

ผลบวก คือ การบวก

จำนวนสองจำนวน ถ้าให้จำนวนหนึ่ง คือ x

อีกจำนวนหนึ่งที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า คือ $x - 9$

จะได้ $x + (x-9)$

มีค่าไม่เท่ากับ คือ เครื่องหมาย $\neq$

ยี่สิบสอง คือ 22

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่เก้า มีค่าไม่เท่ากับยี่สิบสอง เขียนอสมการได้เป็น $x + (x-9) \neq 22$

2. ให้นักเรียนเขียนข้อความให้ตรงกับประโยคสัญลักษณ์อสมการที่กำหนดให้ โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน

$$4(x - 5) < -10x$$

วิธีทำ จากประโยคสัญลักษณ์ $4(x - 5) < -10x$

4 คือ สี่

x คือ จำนวนจำนวนหนึ่ง

- คือ ผลต่าง หรือ ลบกับ

5 คือ ห้า

ดังนั้น $4(x - 5)$ เขียนแทนด้วย สี่เท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้า

< คือ มีค่าน้อยกว่า หรือ มีค่าไม่ถึง

-10 คือ ลบสิบ

-10x คือ ลบสิบของจำนวนจำนวนนั้น (เนื่องจากใช้ตัวแปรเดิม)

ดังนั้น $4(x - 5) < -10x$ เขียนข้อความได้เป็น

สี่เท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้าน้อยกว่าลบสิบของจำนวนจำนวนนั้น
หรือ สี่เท่าของผลต่างของจำนวนจำนวนหนึ่งกับห้ามีค่าไม่ถึงลบสิบของจำนวนจำนวนนั้น

3. ให้นักเรียนแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่กำหนดให้โดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน และเขียนอ้างอิงสมบัติของการไม่เท่ากันมาสนับสนุนคำตอบ อย่างสมเหตุสมผล พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบบนเส้นจำนวน

$$\frac{-m - 5}{2} > 4m - 25$$

วิธีทำ จาก $\frac{-m - 5}{2} > 4m - 25$

จะได้ $\frac{-m - 5}{2} \times 2 > (4m - 25) \times 2$ คูณทั้งสองข้างของอสมการด้วย 2

(ถ้า $a > b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac > bc$)

$$-m - 5 > 8m - 50$$

สมบัติการแจกแจง

จะได้ $-m - 5 + 5 > 8m - 50 + 5$ บวกทั้งสองข้างของอสมการด้วย 5

(ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$)

$$\text{ดังนั้น } -m > 8m - 45$$

จะได้ $-m + (-8m) > 8m - 45 + (-8m)$ บวกทั้งสองข้างของอสมการด้วย $-8m$

(ถ้า $a > b$ แล้ว $a + c > b + c$)

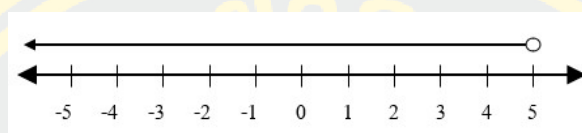
$$-9m > -45$$

$$-9m \times \left(-\frac{1}{9}\right) < -45 \times \left(-\frac{1}{9}\right) \text{ คูณทั้งสองข้างของอสมการด้วย } \left(-\frac{1}{9}\right)$$

(ถ้า $a > b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac < bc$)

นั่นคือ $m < 5$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ $\frac{-m-5}{2} > 4m-25$ คือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่า 5
เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



4. ให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาต่อไปนี้ โดยแสดงวิธีทำตามขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา
เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน

มีนซื้อปากกามาจำนวนหนึ่งให้เพื่อนไป 40 แท่ง จากนั้นมีนนำปากกาไปขาย $\frac{3}{5}$ ของปากกา
ที่เหลือ แต่มีนยังมีปากกาเหลืออยู่อย่างน้อย 100 แท่ง เดิมมีนซื้อปากกามาอย่างน้อยที่สุดกี่แท่ง

วิธีทำ ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์

สิ่งที่โจทย์ให้ : มีนซื้อปากกามาจำนวนหนึ่งให้เพื่อนไป 40 แท่ง หลังจากนั้น
มีนนำปากกาไปขาย $\frac{3}{5}$ ของปากกาที่เหลือ แต่มีนยังมีปากกาเหลืออยู่อย่างน้อย 100 แท่ง

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : เดิมมีนซื้อปากกามาอย่างน้อยที่สุดกี่แท่ง

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรและจำลองสถานการณ์

สมมติให้จำนวนปากกาทั้งหมดมี x แท่ง

ขั้นที่ 3 ตั้งอสมการ

จากความสัมพันธ์ มีนซื้อปากกามาจำนวนหนึ่งคือ x แท่ง

ให้เพื่อนไป 40 แท่ง จะเหลือปากกา $x - 40$ แท่ง

จากนั้นมีนนำปากกาไปขาย $\frac{3}{5}$ ของปากกาที่เหลือ คือ ขายปากกาไป $\frac{3}{5}(x - 40)$

แต่มีนยังมีปากกาเหลืออยู่อย่างน้อย 100 แท่ง

$$\text{จะได้ } x - \left[40 + \frac{3}{5}(x - 40)\right] \geq 100$$

ขั้นที่ 4 แก้อสมการ

$$\text{จาก } x - \left[40 + \frac{3}{5}(x - 40)\right] \geq 100$$

$$\text{จะได้ } x - \left[40 + \frac{3}{5}x - \frac{3}{5}(40)\right] \geq 100 \quad \text{สมบัติการแจกแจง}$$

$$\text{จะได้ } x - 40 - \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}(40) \geq 100 \quad \text{สมบัติการแจกแจง}$$

ดังนั้น $\frac{2}{5}x - 16 \geq 100$

จะได้ $\frac{2}{5}x - 16 + 16 \geq 100 + 16$ บวกทั้งสองข้างของอสมการด้วย 16

(ถ้า $a \geq b$ แล้ว $a + c \geq b + c$)

ดังนั้น $\frac{2}{5}x \geq 116$

จะได้ $\frac{2}{5}x \times \frac{5}{2} \geq 116 \times \frac{5}{2}$ คูณทั้งสองข้างของอสมการด้วย $\frac{5}{2}$

(ถ้า $a \geq b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac \geq bc$)

ดังนั้น $x \geq 290$

ดังนั้น มินซื้อปากกามาอย่างน้อยที่สุด 290 แท่ง

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ

ถ้ามินซื้อปากกามา 290 แท่ง ให้เพื่อนไป 40 แท่ง จะเหลือ $290 - 40 = 250$ แท่ง

จากนั้นมินนำปากกาไปขาย $\frac{3}{5}$ ของปากกาที่เหลือ คือ ขายไป $\frac{3}{5}(250) = 150$ แท่ง

จะได้ว่า ถ้ามีปากกาทั้งหมด 290 แท่ง ให้เพื่อนไป 40 แท่ง ขายปากกาไป 150 แท่ง จะเหลือปากกา $290 - 40 - 150 = 100$ ซึ่งมินยังมีปากกาเหลืออย่างน้อย 100 แท่ง ดังนั้นเป็นไปตามเงื่อนไขโจทย์

ภาคผนวก ค

- ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์ และคณะ
- ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์
- ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง
- คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 24 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น
ของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายการประเมิน	คะแนนประเมิน					$\bar{x}$	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4. ความรู้พื้นฐาน	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. สาระการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. กิจกรรมการเรียนรู้								
1) ขั้นการคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
2) ขั้นการนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
3) ขั้นการกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	5	5	5	3	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
4) ขั้นการคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน	4	5	5	3	4	4.20	0.84	เหมาะสมมาก
5) ขั้นการเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่	5	5	4	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
8. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	4	4	5	4	4	4.20	0.45	เหมาะสมมาก
9. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4	5	4	4	5	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
10. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 24 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.60 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.55 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 25 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น
ของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายการประเมิน	คะแนนประเมิน					$\bar{x}$	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
4. ความรู้พื้นฐาน	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. สาระการเรียนรู้	3	5	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
7. กิจกรรมการเรียนรู้								
1) ขั้นการคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
2) ขั้นการนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
3) ขั้นการกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	5	5	5	3	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
4) ขั้นการคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
5) ขั้นการเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
8. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	4	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
9. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
10. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย						4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 25 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.60 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.55 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 26 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น
ของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายการประเมิน	คะแนนประเมิน					$\bar{x}$	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4. ความรู้พื้นฐาน	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระสำคัญ	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6. สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
7. กิจกรรมการเรียนรู้								
1) ขั้นการคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
2) ขั้นการนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
3) ขั้นการกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4) ขั้นการคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5) ขั้นการเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่	4	5	5	3	4	4.20	0.84	เหมาะสมมาก
8. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	4	4	5	4	4	4.20	0.45	เหมาะสมมาก
9. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	4	5	5	4	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
10. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.63	0.52	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 26 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.63 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.52 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 27 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น
ของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายการประเมิน	คะแนนประเมิน					$\bar{x}$	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4. ความรู้พื้นฐาน	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระสำคัญ	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6. สาระการเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
7. กิจกรรมการเรียนรู้								
1) ขั้นการคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
2) ขั้นการนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
3) ขั้นการกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4) ขั้นการคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5) ขั้นการเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
8. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
9. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
10. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.71	0.46	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 27 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.71 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.46 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 28 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้น
ของสไตน์และคณะ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายการประเมิน	คะแนนประเมิน					$\bar{x}$	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
4. ความรู้พื้นฐาน	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
7. กิจกรรมการเรียนรู้								
1) ขั้นการคาดการณ์การเรียนรู้และการเตรียมงานทางคณิตศาสตร์	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
2) ขั้นการนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
3) ขั้นการกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	4	5	5	4	4	4.40	0.55	เหมาะสมมาก
4) ขั้นการคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน	5	5	5	4	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
5) ขั้นการเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่องค์ความรู้ใหม่	5	5	5	3	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
8. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	4	4	5	4	4	4.20	0.45	เหมาะสมมาก
9. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
10. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	4	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย						4.71	0.49	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 28 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 4.71 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.49 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 29 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นตอนของสไตน์และคณะ

แผนการจัดการเรียนรู้	ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	4.63	0.52	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	4.71	0.46	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	4.71	0.49	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	4.65	0.514	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 29 พบว่าผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นตอนของสไตน์และคณะ ทั้ง 5 แผน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.65 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.514 ซึ่งอยู่ในระดับเหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 30 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC	ผลการ วิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	0	+1	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	-1	+1	+1	0.6	ใช้ได้
14	+1	+1	-1	+1	+1	0.6	ใช้ได้
15	0	+1	+1	0	+1	0.6	ใช้ได้
16	0	+1	+1	0	+1	0.6	ใช้ได้
17	0	+1	+1	0	+1	0.6	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
19	0	+1	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
20	0	+1	+1	+1	+1	0.8	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
23	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตารางที่ 31 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยาก ง่าย (p)	ค่าอำนาจ จำแนก (r)	ผลการพิจารณา
- นักเรียนสามารถอธิบาย ความหมายของอสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวได้	1	0.44	0.45	นำไปใช้
	2	0.66	0.32	นำไปใช้
	3	0.39	0.14	ไม่นำไปใช้
	4	0.45	0.18	ไม่นำไปใช้
- นักเรียนสามารถอธิบาย ความหมายของสัญลักษณ์ $<$, $\leq$, $\geq$, $>$ หรือ $\neq$ ได้	5	0.41	0.55	ไม่นำไปใช้
	6	0.43	0.59	นำไปใช้
	7	0.67	0.61	นำไปใช้
	8	0.62	0.33	ไม่นำไปใช้
	9	0.89	0.23	ไม่นำไปใช้
	10	0.60	0.61	นำไปใช้
- นักเรียนสามารถอธิบาย ความหมายของคำตอบของ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้	11	0.61	0.30	ไม่นำไปใช้
	12	0.58	0.42	นำไปใช้
	13	0.41	0.52	ไม่นำไปใช้
	14	0.45	0.48	นำไปใช้
- นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะ คำตอบทั้งหมดของอสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียวได้	15	0.76	0.24	ไม่นำไปใช้
	16	0.39	0.18	ไม่นำไปใช้
	17	0.38	0.15	ไม่นำไปใช้
- นักเรียนสามารถระบุคำตอบ ของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้	18	0.43	0.32	นำไปใช้
	19	0.45	0.30	นำไปใช้
	20	0.39	0.36	นำไปใช้
- นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติ การบวกของการไม่เท่ากันได้	21	0.38	0.33	นำไปใช้
	22	0.76	0.18	ไม่นำไปใช้
- นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติ การคูณของการไม่เท่ากันได้	24	0.39	0.36	ไม่นำไปใช้

ตารางที่ 31 (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจ	ผลการพิจารณา
		ง่าย (p)	จำแนก (r)	
	22	0.76	0.18	ไม่นำไปใช้
- นักเรียนสามารถแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการ	23	0.43	0.59	นำไปใช้
บวกของการไม่เท่ากันและสมบัติการคูณของการไม่เท่ากันได้	24	0.39	0.36	ไม่นำไปใช้

จากตารางที่ 31 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 12 ข้อ จากทั้งหมด 24 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.39 – 0.66 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.32 – 0.61 จากนั้นนำข้อสอบที่คัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right] \\
 &= \frac{12}{12-1} \left[1 - \frac{8.47}{32.37} \right] \\
 &= 1.09(1 - 0.26) \\
 &= 1.09(0.74) \\
 &= 0.81
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เท่ากับ 0.81

ตารางที่ 32 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสาร
ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC	ผลการ วิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	-1	+1	+1	0.6	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	-1	+1	+1	+1	+1	0.6	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตารางที่ 33 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ
ในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจ	ผลการพิจารณา
		ง่าย (p)	จำแนก (r)	
- นักเรียนเขียนอสมการเชิงเส้นตัวแปร เดียวโดยใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ แทนข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ของ การไม่เท่ากันของจำนวน และนำเสนอ ข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน	1	0.72	0.34	ไม่นำไปใช้
	2	0.54	0.50	นำไปใช้

ตารางที่ 33 (ต่อ)

จุดประสงค์การเรียนรู้	ข้อที่	ค่าความยาก	ค่าอำนาจ	ผลการพิจารณา
		ง่าย (p)	จำแนก (r)	
- นักเรียนเขียนข้อความที่แสดง	3	0.62	0.58	นำไปใช้
ความสัมพันธ์ของการไม่เท่ากันของ	4	0.76	0.18	ไม่นำไปใช้
จำนวนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์แทน				
อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ				
นำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน				
- นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และ	5	0.47	0.70	นำไปใช้
ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เขียนอธิบาย	6	0.65	0.53	ไม่นำไปใช้
สมบัติของการไม่เท่ากันโดยนำเสนอ				
ข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน				
- นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และ				
ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เขียนแสดง				
ขั้นตอนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปร				
เดียวโดยใช้สมบัติของการไม่เท่ากัน และ				
นำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็นลำดับชัดเจน				
- นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และ				
ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เขียนกราฟ				
แสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปร				
เดียว โดยนำเสนอข้อมูลได้อย่างเป็น				
ลำดับชัดเจน				
- นักเรียนใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์และ	7	0.63	0.60	ไม่นำไปใช้
ใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์เขียนอธิบาย	8	0.59	0.64	นำไปใช้
โดยนำเสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์				
ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปร				
เดียวอย่างเป็นลำดับชัดเจน				

จากตารางที่ 33 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จำนวน 4 ข้อ จากทั้งหมด 8 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.47 – 0.62 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.50 – 0.70 จากนั้นนำข้อสอบที่คัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right] \\ &= \frac{4}{4-1} \left[1 - \frac{13.06}{27.71} \right] \\ &= 1.33(1 - 0.47) \\ &= 1.33(0.53) \\ &= 0.71\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เท่ากับ 0.71

ตารางที่ 34 คะแนนโน้ตสันทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบ
การปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

คนที่	คะแนนโน้ตสันทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)
1	34
2	21
3	31
4	35
5	35
6	33
7	34
8	30
9	30
10	34
11	25
12	33
13	35
14	22
15	32
16	35
17	34
18	32
19	33
20	31
21	35
22	35
23	35
24	29

ตารางที่ 34 (ต่อ)

คนที่	คะแนนโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)
25	35
26	32
27	33
28	35
29	30
30	31
31	32
32	32
33	35
34	35
35	26
36	29
37	30
38	22
39	31
40	27
41	35
42	30
43	29
44	26
คะแนนเฉลี่ย	31.32
ร้อยละ	87

ตารางที่ 35 คะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ตามรูปแบบการปฏิบัติ 5 ขั้นของสไตน์และคณะ

คนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสาร ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)
1	30
2	17
3	29
4	34
5	34
6	36
7	32
8	25
9	32
10	32
11	27
12	27
13	34
14	25
15	29
16	33
17	34
18	36
19	30
20	36
21	36
22	36
23	33

ตารางที่ 37 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการสื่อสาร
	ทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)
24	32
25	27
26	25
27	31
28	36
29	26
30	33
31	34
32	28
33	34
34	36
35	21
36	20
37	25
38	16
39	25
40	14
41	34
42	23
43	23
44	24
คะแนนเฉลี่ย	29.18
ร้อยละ	81.06



ภาคผนวก ง

- ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากโปรแกรม spss

1. ผลการวิเคราะห์ห้มนโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t – test for one sample ดังภาพที่ 16

One-Sample Statistics						
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	44	31.32	3.814	.575		

One-Sample Test						
Test Value = 25.2						
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	10.640	43	.000	6.118	4.96	7.28

ภาพที่ 16 ผลการวิเคราะห์ห้มนโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t – test for one sample

2. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t – test for one sample ดังภาพที่ 17

One-Sample Statistics				
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
การสื่อสาร	44	29.18	5.884	.887

One-Sample Test					
Test Value = 25.2					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference
					Lower Upper
การสื่อสาร	4.489	43	.000	3.982	2.19 5.77

ภาพที่ 17 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t – test for one sample

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล นางสาวณัฐา สยมภาค
วัน เดือน ปี เกิด 12 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2541
สถานที่เกิด จังหวัดสงขลา
สถานที่อยู่ปัจจุบัน บ้านเลขที่ 34/89 บ่อรักษะซอย 2 หมู่ 1 ตำบลพะวง อำเภอเมือง จังหวัดสงขลา 90100
ประวัติการศึกษา พ.ศ. 2559 วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์และสถิติ)
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
พ.ศ. 2567 การศึกษามหาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์)
มหาวิทยาลัยบูรพา