



ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อเมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ธนาคุณ สุทธิรัตน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6



ธนาคุณ สุทธิรัตน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

The effects of problem based learning management with KWDL technique  
on mathematical concepts and problem solving ability of Mathayomsuksa 6  
students



TANADUN SUTTIRAT

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF  
THE REQUIREMENTS FOR MASTER DEGREE OF EDUCATION  
IN MATHEMATICS TEACHING  
FACULTY OF EDUCATION  
BURAPHA UNIVERSITY

2024

COPYRIGHT OF BURAPHA UNIVERSITY

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา  
วิทยานิพนธ์ของ ธนาตุล สุทธิรัตน์ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

.....

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

.....

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร)

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)

..... กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร)

..... กรรมการ

(ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์)

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. สฎายุ ธีระวณิชตระกูล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ  
การศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพา

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ่มเอี่ยม)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

63910090: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน, เทคนิค KWDL, มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ธนาคุณ สุทธิรัตน์ : ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 .

(The effects of problem based learning management with KWDL technique on mathematical concepts and problem solving ability of Mathayomsuksa 6 students) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: อาพันธ์ชนิต เจนจิต, กศ.ด., เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, กศ.ด. ปี พ.ศ. 2567.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/12 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL จำนวน 7 แผน 10 ชั่วโมง 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.70 3) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทีแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

63910090: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)  
KEYWORDS: Problem Based Learning, KWDL Technique, Mathematical Concepts,  
Mathematical Problem Solving Ability

TANADUN SUTTIRAT : THE EFFECTS OF PROBLEM BASED LEARNING  
MANAGEMENT WITH KWDL TECHNIQUE ON MATHEMATICAL CONCEPTS AND PROBLEM  
SOLVING ABILITY OF MATHAYOMSUKSA 6 STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: APUNCHANIT  
JENJIT, Ed.D. VETCHARIT ANGGANAPATTARAKAJORN, Ed.D. 2024.

The purposes of this research were 1) to compare the mathematical concepts of Mathayomsuksa 6 students after learning the problem based learning management with KWDL technique with the criterion 70%, 2) to compare the mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa 6 students after learning the problem based learning management with KWDL technique with the criterion 70%. The sample was 42 students of Mathayomsuksa 6/12 in the first semester of 2023 academic year. They were selected by the cluster random sampling. The research instruments used in this research consisted of 1) seven lesson plans each ten hours with problem based learning management plans with KWDL technique 2) mathematical concepts test with reliability 0.70, 3) mathematical problem solving ability test with reliability 0.77. The statistics used for analyzing the collected data were mean, Standard deviation and t - test for one sample. Research results were that;

1. Mathematical concepts of Mathayomsuksa 6 students after learning the problem based learning with KWDL technique activities was higher than the set criterion of 70% at the .05 level of significance.

2. Mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa 6 students after learning the problem based learning with KWDL technique activities was higher than the set criterion of 70% at the .05 level of significance.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี เนื่องจากความอนุเคราะห์ของ ดร. อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และรองศาสตราจารย์ ดร. เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาดูแลเอาใจใส่ ให้คำปรึกษา และได้ตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ งานวิจัยฉบับนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยซาบซึ้งกับความกรุณาและความทุ่มเทของอาจารย์ทั้งสองเป็นอย่างยิ่งและขอกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล และ ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ กรรมการสอบ ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย ทำให้งานวิจัยสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือ และคำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมีคุณภาพสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ขอขอบพระคุณท่านผู้อำนวยการ คณะครูและนักเรียนโรงเรียนชลราษฎรอำรุง ที่ให้ความอนุเคราะห์ และให้ความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อกิตติชัย สุทธิรัตน์ คุณแม่ลักษมณ สุทธิรัตน์ และ ครอบครัว ที่สนับสนุนเป็นกำลังใจในการทำงานให้สำเร็จลุล่วงไปได้ และขอขอบคุณ พี่ เพื่อน ทุกคน ที่ให้กำลังใจ และมีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูตเวทิตาแด่บุพการี บุรพจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่านทั้งในอดีตและปัจจุบัน ที่ทำให้ข้าพเจ้าเป็นผู้มีการศึกษาและประสบความสำเร็จมาจนตราบทุกวันนี้

ธนาคุณ สุทธิรัตน์

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง.....	ฌ
สารบัญภาพ.....	ฎ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	9
สมมติฐานการวิจัย.....	10
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย.....	10
ขอบเขตการศึกษา.....	10
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	11
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	14
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	18
1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.....	20
(ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.....	20
2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน.....	27
3. เทคนิค KWDL.....	45
4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL.....	52
5. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	57
6. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	67

7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	87
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย .....	91
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	91
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	91
การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย .....	92
การดำเนินการวิจัย .....	114
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	114
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	116
สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	117
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	120
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล .....	120
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล .....	120
บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ .....	144
สรุปผลการวิจัย.....	144
อภิปรายผล.....	145
ข้อเสนอแนะ .....	153
บรรณานุกรม.....	155
ภาคผนวก.....	163
ภาคผนวก ก .....	164
ภาคผนวก ข .....	172
ภาคผนวก ค .....	261
ภาคผนวก ง.....	280
ประวัติย่อของผู้วิจัย.....	282

## สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้แกนกลางที่สอดคล้องกับเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น .....	24
ตารางที่ 2 แสดงถึงการสังเคราะห์เปรียบเทียบ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานของ ผู้วิจัย และขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษา .....	40
ตารางที่ 3 แสดงแผนผังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL .....	47
ตารางที่ 4 การสังเคราะห์เทคนิค KWDL .....	50
ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร .....	65
ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย .....	66
ตารางที่ 7 เกณฑ์คะแนนแบบองค์รวมสำหรับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 118).....	81
ตารางที่ 8 เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สถาบันส่งเสริมการสอน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 128-130).....	82
ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกส่วน (Analytic rubric) .	83
ตารางที่ 10 เกณฑ์ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	85
ตารางที่ 11 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น .....	93
ตารางที่ 12 วิเคราะห์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น.....	101
ตารางที่ 13 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม (holistic scoring).....	104
ตารางที่ 14 วิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	107
ตารางที่ 15 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ .....	111
ตารางที่ 16 รูปแบบการวิจัย .....	114
ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	121
ตารางที่ 18 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ .....	122

ตารางที่ 19 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70.....	128
ตารางที่ 20 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ.....	129
ตารางที่ 21 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out).....	133
ตารางที่ 22 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา.....	136
ตารางที่ 23 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned).....	140
ตารางที่ 24 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1.....	262
ตารางที่ 25 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2.....	263
ตารางที่ 26 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3.....	264
ตารางที่ 27 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4.....	265
ตารางที่ 28 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5.....	266
ตารางที่ 29 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6.....	267
ตารางที่ 30 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7.....	268
ตารางที่ 31 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL.....	269
ตารางที่ 32 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	270
ตารางที่ 33 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	271
ตารางที่ 34 ค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น.....	272
ตารางที่ 35 ค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น.....	274

ตารางที่ 36 คะแนนโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับ  
เทคนิค KWDL.....276

ตารางที่ 37 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้  
ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL.....278



## สารบัญภาพ

	หน้า
ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย .....	13
ภาพที่ 2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย, 2553).....	38
ภาพที่ 3 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL.....	55
ภาพที่ 4 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของ Wilson et al. (1993).....	72
ภาพที่ 5 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	123
ภาพที่ 6 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	124
ภาพที่ 7 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	125
ภาพที่ 8 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	126
ภาพที่ 9 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์.....	127
ภาพที่ 10 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	130
ภาพที่ 11 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	131
ภาพที่ 12 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	132
ภาพที่ 13 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out).....	134
ภาพที่ 14 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out).....	134
ภาพที่ 15 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out).....	135

ภาพที่ 16 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) .....	136
ภาพที่ 17 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) .....	137
ภาพที่ 18 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) .....	138
ภาพที่ 19 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) .....	139
ภาพที่ 20 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) .....	139
ภาพที่ 21 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned).....	141
ภาพที่ 22 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned).....	142
ภาพที่ 23 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned).....	142
ภาพที่ 24 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned).....	143
ภาพที่ 25 ผลการวิเคราะห์ห้มน็อตส์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยใช้สถิติ t – test for one sample.....	281
ภาพที่ 26 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยใช้สถิติ t – test for one sample.....	281

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การศึกษาในศตวรรษที่ 21 นั้นมีการเปลี่ยนแปลงไปมากในด้านการเรียนรู้และความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีเนื่องจากมีเทคโนโลยีเข้ามาเกี่ยวข้องในชีวิต และสังคมในศตวรรษที่ 21 เป็นสังคมที่มีการแข่งขันภายในสังคมอย่างสูง โดยจะมีผลต่อวิถีการดำรงชีพของสังคมอย่างทั่วถึง ดังนั้นคนทุกคนจึงต้องมีความพร้อมในทุก ๆ ด้าน ที่เป็นปัจจัยสนับสนุนในการเรียนรู้เพื่อพัฒนาตนเอง และมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องพัฒนาผู้คนที่มีความพร้อมที่จะเป็นต่อการดำรงชีวิต และปรับตัวต่อการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นในศตวรรษที่ 21 ซึ่งสอดคล้องกับ วิจารณ์ พานิช (2555, หน้า 11) กล่าวว่า การเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นการเตรียมคนไปเผชิญการเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็ว รุนแรง พลิกผัน และคาดไม่ถึง คนยุคใหม่จึงต้องมีการเรียนรู้และปรับตัวรวมถึงครูต้องพัฒนาตนเองให้มีทักษะของการเรียนรู้ด้วย และในขณะเดียวกันต้องมีทักษะในการทำหน้าที่ครูในศตวรรษที่ 21 ดังนั้นการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 ควรมีเป้าหมายสำคัญในการพัฒนาคนในฐานะพลเมืองให้เป็นผู้ที่สมบูรณ์ทั้งร่างกาย จิตใจ สติปัญญา และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข ดังนั้น การศึกษาจึงไม่ใช่แค่การถ่ายทอดความรู้แต่คือการส่งเสริมทักษะพื้นฐานที่มนุษย์พึงมีและใช้ในการดำรงชีวิต ซึ่งอัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 8) กล่าวว่า การพัฒนาคนให้มีความรู้ ความสามารถและทักษะชีวิต เพื่อก้าวทันโลกที่เปลี่ยนแปลงไป ดังนั้น การที่จะพัฒนาคนในสังคมให้ประสบความสำเร็จในชีวิตได้นั้น มนุษย์จำเป็นต้องเรียนรู้ทักษะพื้นฐานที่มีผลต่อการดำรงชีวิต ปรับตัว และอยู่ในสังคมอย่างมีความสุข นั่นคือ ทักษะชีวิต ทักษะการทำงาน และทักษะทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย การตัดสินใจ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดวิเคราะห์วิจารณ์ การคิดสร้างสรรค์ การรับรู้ในตนเอง การเห็นใจผู้อื่น การจัดการกับอารมณ์ การจัดการกับความเครียด และการสร้างสัมพันธภาพ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากเป็นวิชาที่ช่วยให้มนุษย์มีความความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างเป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงทำให้สามารถเพิ่มความสามารถในการพัฒนาศักยภาพแก่นักเรียนในด้านการวิเคราะห์ และสังเคราะห์ องค์ความรู้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1) ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 1) ซึ่งได้กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์

ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถ่องแท้ รอบคอบ และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 10) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาสิ่งต่าง ๆ ในหลายด้าน โดยคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการคิด การพัฒนาคนให้มีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้นำไปสู่การมีความรู้ และมีทักษะทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการทำงานหรือแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่พบได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยเหตุนี้กระทรวงศึกษาธิการจึงได้ประกาศใช้มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนรู้เนื่องจากความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญนั่นคือการเตรียมนักเรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้นจะต้องเตรียมนักเรียนให้มีความพร้อมที่จะรับความรู้ทางคณิตศาสตร์และเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมทั้งประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษาหรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้นและมุ่งเน้นการปรับปรุงเนื้อหาใหม่ความทันสมัยทันต่อการเปลี่ยนแปลงและความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการต่าง ๆ คำนึงถึงการส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญและมีการจัดเรียงลำดับความยากง่ายของเนื้อหาในแต่ละระดับขั้นตามพัฒนาการแต่ละช่วงวัยใหม่ ความเชื่อมโยงความรู้ และกระบวนการเรียนรู้ โดยให้เรียนรู้ผ่านการปฏิบัติที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1 - 2)

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ 1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ 2. ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหาการใช้กฎ กติกา และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะทางวิธีการเกิดจากกระบวนการกระทำต่าง ๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 3-5) ซึ่งความรู้เชิงมโนทัศน์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีมักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้อีกด้วย (สสวท., 2555, หน้า 61) สอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 16 – 17) ที่ได้กล่าวไว้ว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ที่จะทำให้ครูสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ความสำเร็จในการเรียนรู้หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อปัญหาเป็นสถานการณ์ที่ซับซ้อน ไม่คุ้นเคย หรือต้องใช้การแปลความหมายทางคณิตศาสตร์นักเรียนอาจไม่สามารถใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคยแก้ปัญหาทันที แต่อาจต้องการความเข้าใจหรือมโนทัศน์ในเรื่องนั้น ๆ มาประกอบการคิด และที่สำคัญปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่ต้องการกระบวนการแก้ปัญหาตามขั้นตอนทางคณิตศาสตร์หรือไม่มีขั้นตอนเฉพาะใด ๆ ในการแก้ปัญหาแต่ต้องใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างสมเหตุสมผล

นอกจากความรู้เชิงมโนทัศน์ ซึ่งเป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์แล้วทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็เป็นอีกสิ่งหนึ่งที่ต้องพัฒนานักเรียนให้ควบคู่ไปกับการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์ เพราะความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นของคู่กัน (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 11) ด้วยเหตุนี้ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงมุ่งเน้นการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ให้พัฒนาคนให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุล ทั้งทางร่างกายและจิตใจ สติปัญญา อารมณ์ สามารถคิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเน้นที่ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ได้แก่ 1. ทักษะการแก้ปัญหา 2. ทักษะการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ 3. ทักษะการเชื่อมโยง 4. ทักษะการให้เหตุผล และ 5. ทักษะการคิดสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3) ซึ่งสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.] (2551, หน้า 6) ได้ระบุไว้ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) เป็นความสามารถหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ฝึกฝนและพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน เพราะการเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กนักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลายมีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียนตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้นานตลอดชีวิต

ถึงแม้มีโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญเพียงใด แต่จากผลการทดสอบวิชาความถนัดทางวิชาการและวิชาชีพ (PAT) ซึ่งเป็นการทดสอบเพื่อการวัดความรู้ที่เป็นพื้นฐานกับศักยภาพที่จะเรียนในวิชานั้น ๆ ให้ประสบความสำเร็จ โดยมีทั้งหมด 7 วิชา และ PAT 1 คือ ความถนัดทางคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2564 - 2565 พบว่ามีผลการทดสอบคะแนนเฉลี่ยดังนี้ 73.87 และ 48.45 คะแนน ตามลำดับจากคะแนนเต็ม 300 คะแนน ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2564, 2565) ผลการสอบวัดความรู้เชิงวิชาการ (A - Level) ซึ่งเป็นการทดสอบเพื่อการวัดความรู้ที่เป็นพื้นฐานของวิชานั้น ๆ โดยมีทั้งหมด 10 วิชา และ A - Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ในปีการศึกษา 2566 พบว่ามีผลการทดสอบคะแนนเฉลี่ยดังนี้ 19.41 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าร้อยละ 50 (ที่ประชุมอธิการบดีแห่งประเทศไทย, 2566) และผลการทดสอบทางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (O-NET) พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ระดับประเทศ ประจำปีการศึกษา 2564 - 2565 มีคะแนนเฉลี่ยดังนี้ 21.28 และ 21.61 คะแนน ตามลำดับซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2564, 2565) สอดคล้องกับผลการประเมินการทดสอบทางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในปีการศึกษา 2564 และ 2565 ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง จังหวัดชลบุรี ที่มีคะแนนเฉลี่ยในรายวิชาคณิตศาสตร์ร้อยละ 27.16 และ 26.80 ตามลำดับซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 เช่นกัน และจากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง จังหวัดชลบุรี พบว่าเนื้อหาเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เป็นเนื้อหาหนึ่งที่ใช้ในการประเมินการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ซึ่งครูผู้สอนได้กล่าวว่านักเรียนประสบปัญหาค่อนข้างมาก นักเรียนส่วนใหญ่ตีความสิ่งที่โจทย์ถามผิดหรือเข้าใจผิดในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จึงทำให้ไม่สามารถหาคำตอบในเรื่อง หลักการคูณ หลักการบวก วิธีการเรียงสับเปลี่ยน และวิธีการจัดหมู่ได้ อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่จะอาศัยการจำสูตรเพื่อหาคำตอบ ไม่ได้อาศัยความเข้าใจในเนื้อหาอย่างแท้จริง และปัญหาที่พบมากที่สุดคือนักเรียนไม่สามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการทำโจทย์ปัญหาได้ เช่น ตัวอย่างโจทย์ต้องการหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเดินทางไปโรงเรียนโดยรถโดยสารแล้วต่อด้วยรถประจำทาง พบว่านักเรียนแสดงวิธีการหาจำนวนวิธีทั้งหมดโดยการแยกเป็นกรณีของรถโดยสารและกรณีของรถประจำทาง แสดงให้เห็นว่านักเรียนพิจารณาโจทย์ไม่ชัดเจนว่าการที่เดินทางไปโดยรถโดยสารแล้วต่อด้วยรถประจำทางเป็นการทำงาน 2 ขั้นตอน และนำเสนอวิธีคิดไม่เป็นลำดับขั้นตอน เช่น นักเรียนใช้คำว่า “เดินทางโดยรถโดยสาร + ประจําทาง” แทนการแยกประเภทรถโดยสารและรถประจําทางรวมถึงการใช้คำว่า “คือ” แทนเครื่องหมายเท่ากับและควรอยู่ในส่วนของข้อความที่เป็นการสรุปคำตอบ เช่น “เดินทางโดยรถโดยสาร + ประจําทาง 5 + 2 วิธี คือ 7 วิธี” จึงทำให้ไม่สามารถแสดงวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อนำเสนอแนวคิดในการหาคำตอบให้ผู้อื่นเข้าใจได้ (ฉันทนา มนต์วิเศษ และ จิตบุณย์

กุลสุวรรณ สัมภาษณ์ 5 พฤษภาคม 2566) ซึ่งจากข้อมูลคะแนนผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ข้างต้น สะท้อนให้เห็นปัญหาด้านความรู้ ความคิดรวบยอดของนักเรียนจากการเข้าใจผิดในโจทย์ปัญหาแล้วนำไปสู่การนำวิธีการแก้ปัญหามาใช้ที่ผิดพลาด ในเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น และจากการศึกษางานวิจัยของ เวชอุทธิ อังกะภักทรขจร (2546) ได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนช่วงชั้นที่ 4 มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระความน่าจะเป็น ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบแก้ปัญหา ซึ่งตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ได้กำหนดตัวชี้วัดในสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 3.2 ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ข้อ 1 ไว้ว่า เข้าใจและใช้หลักการบวก การคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 37) จะเห็นได้ว่าเนื้อหาเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น จัดเป็นเนื้อหาหนึ่งที่มีการใช้สูตรต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยมโนทัศน์ในการทำความเข้าใจ จึงมีนักเรียนไม่น้อยที่มีอุปสรรคในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ ทำให้เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน สอดคล้องกับ สุดารัตน์ ปัทมาสารวุธ (2565, หน้า 52) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการตีความ โจทย์ปัญหาของวิธีการเรียงสับเปลี่ยนกับวิธีการจัดหมู่ไม่ได้ เนื่องจากนักเรียนยังตีความในสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ได้ว่าควรใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนหรือวิธีการจัดหมู่ในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบของ โจทย์ปัญหา นอกจากนี้ ชลกานต์ ชมภู (2559) ได้ศึกษาเกี่ยวกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ความน่าจะเป็น พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยน คือ นักเรียนไม่เข้าใจว่าการเรียงสับเปลี่ยนทุกครั้งจะต้องคำนึงถึงลำดับเสมอ และมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการจัดหมู่ คือ นักเรียนเข้าใจว่าการเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงไม่แตกต่างกับการเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม นอกจากนี้มโนทัศน์นักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหา โดยจากผลการทดสอบระดับชาติที่วัดความรู้ ความสามารถ และทักษะด้านวิชาการ แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถใช้ความรู้ในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 และการสัมภาษณ์ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ข้างต้น แสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่จะอาศัยการจำสูตรเพื่อหาคำตอบซึ่งไม่มีความเข้าใจและไม่สามารถสรุปแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาลดจนไม่สามารถใช้กระบวนการในการแก้โจทย์เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

จากข้อมูลที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า นักเรียนยังประสบปัญหาเกี่ยวกับมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยส่วนหนึ่งเกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ซึ่งเกี่ยวกับการนำสูตรมาใช้ในการแก้โจทย์

ปัญหาผิด จึงทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาหรือแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้อง รวมถึงนักเรียนไม่สามารถสรุปความรู้อย่างเป็นระบบได้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการสอนของครูที่ส่วนใหญ่ยังเป็นผู้บรรยายให้ความรู้มากกว่าส่งเสริมการเรียนรู้ โดยไม่ได้เน้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในขณะดำเนินการเรียนการสอน และนักเรียนไม่ได้เรียนรู้ โดยการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2556, หน้า 13- 14) อีกส่วนหนึ่งมาจากความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ยังประสบปัญหาเกี่ยวกับการตีความหรือทำความเข้าใจโจทย์ในลักษณะโจทย์ปัญหาจึงทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้และไม่สามารถสรุปความรู้ได้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มักเริ่มที่ครูสอนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม แล้วให้ตัวอย่างที่ครูทำให้ดู ตัวอย่างที่ครูสอนและนักเรียนช่วยกันทำ ตัวอย่างที่นักเรียนทำเอง ตามด้วยการสรุปบทเรียน การให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด และจบลงที่การบ้านซึ่งการทำขั้นตอนเหล่านี้ใช้เวลาไม่น้อย ทำให้จัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพิ่มอีกคงเป็นไปได้ยาก (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 197) รวมถึงผู้สอนไม่ได้ฝึกประสบการณ์ในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้มากพอ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอย่างยิ่งที่ผู้สอนต้องจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการนำไปใช้หรือทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและมากพอ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 68) โดยผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เลือกเรียนรู้ในสิ่งที่ตนเองสนใจ โดยต้องเป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นการฝึกแก้ปัญหาอย่างมีระบบขั้นตอน และมีการวางแผนการศึกษาดำเนินการเรียนรู้ ซึ่งจะทำให้นักเรียนสามารถสรุปความรู้และแก้ปัญหาได้อย่างมีระบบขั้นตอน (ทีศนา แคมมณี, 2555, หน้า 131)

จากที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาโมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่จะต้องจัดรูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งสอดคล้องกับ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555) ที่กล่าวว่า รูปแบบกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ได้มีการจัดอย่างเป็นระบบสอดคล้องกับทฤษฎีหรือหลักการเรียนรู้ ได้รับการพิสูจน์และทดสอบแล้วว่ามีประสิทธิภาพสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามจุดมุ่งหมายของรูปแบบนั้น ๆ นักการศึกษาจึงมองหาแนวทางการจัดการเรียนการสอนแนวใหม่เพื่อหวังสร้างให้เด็กคิดเป็น เพื่อนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งในปัจจุบันมีรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่หลากหลายโดยแต่ละรูปแบบก็มีข้อดีและข้อจำกัดต่างกันไป ซึ่งรูปแบบหนึ่งที่ผู้วิจัยสนใจที่จะนำมาแก้ปัญหาข้างต้น คือ รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีการศึกษาแบบพิพัฒนาการ (Progressive education) ของ John Dewey ซึ่งเป็นทฤษฎีที่กล่าวถึงการจัดประสบการณ์โดยคำนึงถึงความถนัดและความสนใจของนักเรียน และทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม (Constructivism) ที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้ของ Piaget และ Vygotsky ซึ่งเป็นทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้

เป็นกระบวนการทางสติปัญญาของนักเรียน (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 74-75) จากการสร้างความรู้ด้วยตนเองจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และเกิดการปรับโครงสร้างของสติปัญญาให้เข้ากับประสบการณ์ใหม่ที่ได้รับการเรียนรู้ โดยรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบหนึ่งที่ต้องสรุปความรู้ด้วยตนเองโดยผ่านกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งส่งผลให้นักเรียนเกิดความรู้และเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียน ซึ่งรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีองค์ประกอบสำคัญ ดังนี้ 1. เป็นการสอนเป็นกลุ่มย่อยใช้ระบบการทำงานเป็นทีม มีการแสดงความคิดเห็นได้อย่างอิสระภายในกลุ่มทำให้เกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลาย 2. เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยครูผู้สอนเป็นผู้ให้ความแนะนำและอำนวยความสะดวกเมื่อจำเป็นเพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง 3. เป็นการใช่วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีอิสระทางความคิด สามารถประยุกต์ใช้ให้เข้ากับสถานการณ์ในชีวิตจริง 4. นักเรียนได้มีโอกาสประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเองว่าได้เกิดการเรียนรู้มากขึ้นน้อยเพียงใดและสามารถนำผลการประเมินการเรียนรู้ด้วยตนเองไปปรับปรุงในการเรียนครั้งต่อไป จากองค์ประกอบสำคัญข้างต้นนำไปสู่ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีทั้งหมด 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นกำหนดปัญหา เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ จากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ เพื่อให้นักเรียนร่วมกันระบупัญญาจากสถานการณ์ปัญหาที่ได้รับมอบหมาย และแสดงความคิดเห็นที่หลากหลาย 2) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและแตกปัญหาลงเป็นย่อย ๆ เชื่อมโยงปัญหาโดยใช้ความรู้เดิม และต้องสามารถอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ ได้เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา 3) ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษาค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียน แล้วนำมาระบุแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ 4) ขั้นลงมือปฏิบัติ เป็นขั้นที่นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่แตกต่างกันออกไป 5) ขั้นนำเสนอและประเมินสรุปผล เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูลแนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน (Delisle, 1997; Kain, 2003; เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2566; สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย, 2553)

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมาใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา และสร้างความรู้ใหม่ผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ทำวิจัยเรื่องผลการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 (กานต์วลี อ่ำประเวทย์, 2563) และงานวิจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 (วาสนา ภูมิ, 2555, หน้า 110)

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานต้องสรุปความรู้ด้วยตนเองโดยผ่านกระบวนการวางแผนและการแก้ปัญหาเป็นระบบเพื่อที่จะสามารถสรุปความรู้ได้ทำให้นักเรียนเกิดความรู้และเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียน หากนักเรียนขาดการวางแผนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบและถูกต้องย่อมส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ดังนั้น หากต้องการให้การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานประสบความสำเร็จ ครูควรชี้แนะหรือส่งเสริมให้นักเรียนคิดเป็นระบบ วางแผนการแก้ปัญหาเป็นระบบ ที่นำไปสู่การสรุปความรู้และได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ ไพศาล สุวรรณน้อย (2559) ที่กล่าวว่า ครูควรช่วยเหลือหรือชี้แนะให้นักเรียนมีการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาหรือการวางแผนระบบแก้ปัญหาโดยการวิเคราะห์ อภิปราย เพื่อนำไปสู่การสรุปความรู้ที่ถูกต้อง ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้นำเทคนิค KWDL มาประยุกต์ใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อส่งเสริมให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เนื่องจากเทคนิค KWDL เป็นเทคนิคที่ช่วยชี้แนะแนวทางในการหาคำตอบเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบขั้นตอน มาใช้ร่วมกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อให้นักเรียนมีแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาที่เป็นระบบขั้นตอน และให้นักเรียนสรุปเพื่อสร้างเป็นความรู้ใหม่ ตลอดจนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป โดยเทคนิค KWDL มี 4 ขั้นตอนคือ 1) ชั้น K (What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาแล้วนักเรียนจะต้องระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดมาให้ว่ามีอะไรบ้าง 2) ชั้น W (What

We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการรู้หรือต้องการทราบ เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา แล้วนักเรียนจะต้องระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการทราบคืออะไร 3) ขั้น D (What We do to Find Out) เราทำอะไรอย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้างที่ดำเนินเพื่อหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องระบุวิธีการที่เหมาะสมที่สุดที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาตามวิธีที่เลือกไว้ 4) ขั้น L (What We Learned) นำเสนอและสรุปที่สิ่งที่ได้จากการเรียนรู้เป็นขั้นที่นักเรียนต้องนำเสนอผลงานการแก้ปัญหาและร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดระหว่างกลุ่ม ทำการประเมินการปฏิบัติของตนเองกับของกลุ่ม และสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากปัญหา (Shaw et. Al, 1998; วิชา เล่าเรียนดี, 2554; ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2558; ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2554) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Moradpour et. al. (2016) พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติร่วมกับเทคนิค KWDL สามารถสรุปความรู้ออกเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง และจากงานวิจัยของ รุจิอร รักใหม่ (2557) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05 ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงสนใจนำเทคนิค KWDL มาประยุกต์ใช้กับขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในเนื้อหาเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เพื่อพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

### วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70

## สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## ประโยชน์ที่รับจากการวิจัย

1. ได้แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สำหรับครูที่จะนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. นักเรียนได้รับการพัฒนาในด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

3. ได้แนวทางสำหรับครูในการพัฒนาการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ในวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ

## ขอบเขตการศึกษา

### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

#### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งเป็นห้องเรียนคละความสามารถ จำนวน 16 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 672 คน

#### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/12 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

## ตัวแปรที่ใช้ศึกษา

### ตัวแปรต้นที่ศึกษา คือ

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

### ตัวแปรตามที่ศึกษา คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

## เนื้อหาและระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เป็นเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ค 33101 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ตามหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนชลราษฎรอำรุง จำนวน 10 ชั่วโมง และทดสอบ 2 ชั่วโมง รวมเป็น 12 ชั่วโมง โดยมีเนื้อหา ดังนี้

- หลักการคูณ	จำนวน 2 ชั่วโมง
- หลักการบวก	จำนวน 2 ชั่วโมง
- วิธีการเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรง	จำนวน 4 ชั่วโมง
- วิธีการจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด	จำนวน 2 ชั่วโมง
- ทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น	จำนวน 1 ชั่วโมง
- ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น	จำนวน 1 ชั่วโมง

## กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีแนวคิดที่จะนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้เนื่องจากเป็นการจัดการเรียนรู้ที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมาใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา สร้างความรู้ใหม่โดยการเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านกระบวนการแก้ปัญหา และการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม เพื่อให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นผู้วิจัยจึงนำเทคนิค KWDL ซึ่งเป็นเทคนิคที่ช่วยชี้แนะแนวทางในการอ่านเพื่อหาคำตอบเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ ขั้นตอนมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ร่วมกับปัญหาเป็นฐานในบางขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ก็จะสามารภวิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่าโจทย์ต้องการทราบอะไร ให้อะไรแก่เราบ้าง ได้ฝึกกระบวนการคิดแก้ปัญหา เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็น

ฐานในช่วงแรกนักเรียน ไม่มีการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาและคิดหาแนวทางในการแก้ปัญหาทุกคน ชั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้ระดมความคิดวางแผนแก้ปัญหาจากการปฏิบัติกิจกรรม เพื่อนำไปสู่การหาแนวทางที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหา เนื่องจากนักเรียนบางคนในกลุ่มเขียนอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นระบบ และในขั้นสรุปและประเมินผลเพื่อให้นักเรียนได้นำเสนอวิธีการและคำตอบของการแก้ปัญหา และร่วมกันคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาก็จะส่งเสริมให้การฝึกวิเคราะห์ปัญหาเพื่อที่จะได้สรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหานั้น เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานถ้านักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นระบบจะทำให้ไม่เห็นข้อผิดพลาดของตนเองเมื่อเจอปัญหาที่ซับซ้อน จากเหตุผลข้างต้นผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะนำเทคนิค KWDL มาใช้ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อพัฒนานวัตกรรมและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังภาพที่ 1

<p><b>การจัดการเรียนรู้ที่ปัญหาเป็นฐาน (Problem – Based – Learning)</b> (DeLisle 1997; Kain, 2003; เวชยุทธิ์ อังเกษภัทรขจร, 2566 .เสวนำวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเซีย, 2553)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ขั้นกำหนดปัญหา ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้อื่นกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันให้นักเรียนเห็นความสำคัญจากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ</li> <li>2. ขั้นกำหนดความเข้าใจปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยเชื่อมโยงปัญหาที่นักเรียนรู้เดิม เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา</li> <li>3. ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนความรู้ที่เพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียน แล้วนำมาระดมแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ</li> <li>4. ขั้นลงมือปฏิบัติ นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่แตกต่างกันออกไป</li> <li>5. ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าไปไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนเข้าไปไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติงานของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานของกลุ่มของนักเรียน</li> </ol>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><b>การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ขั้นกำหนดปัญหา ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้อื่นกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญจากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 – 5 คน</li> <li>2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหาที่นักเรียนรู้เดิม ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมีอะไรบ้าง (ขั้น K: What We Know) และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร (ขั้น W: What We Want to Know) เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา</li> <li>3. ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียน ว่ามีวิธีการอย่างไรบ้าง ที่สามารถหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้ (ขั้น D :What We do to Find Out) แล้วนำมาระดมแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ</li> <li>4. ขั้นลงมือปฏิบัติ นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่แตกต่างกันออกไป</li> <li>5. ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา (ขั้น L: What We Learned) โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าไปไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติงานของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานของกลุ่มของนักเรียน</li> </ol>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p><b>เทคนิค KWDL</b> (Shaw et. Al, 1998; วัชรา เก้าเรียนดี, 2554; ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2558; ปรีชา เมาว์เย็นผล, 2554)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ขั้น K (What We Know) สิ่งที่เราทราบบอกให้ทราบมีอะไรบ้าง</li> <li>2. ขั้น W (What We Want to Know) สิ่งที่เราต้องการรู้ หรือ ต้องการทราบคืออะไร</li> <li>3. ขั้น D (What We do to Find Out) เราทำอะไรอย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง ที่ดำเนินการหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้</li> <li>4. ขั้น L (What We Learned) นำเสนอและสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้</li> </ol>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

1. ไม่มีทิศทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

## นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน หมายถึง เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมาใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา และสร้างความรู้ใหม่ผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ส่วนครูผู้สอนทำหน้าที่ในการอำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

### 1. ขั้นกำหนดปัญหา

ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญจากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ

### 2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา

### 3. ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียน แล้วนำมาระบุแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ

### 4. ขั้นลงมือปฏิบัติ

นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่ต่างกันอย่างอิสระ

### 5. ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล

นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

**2. เทคนิค KWDL** เทคนิคที่ช่วยชี้้นำการคิดแนวทางในการอ่าน การหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ การฝึกวิเคราะห์และสรุปโจทย์ปัญหาได้หลากหลาย เพื่อพัฒนาความเข้าใจในการอ่าน และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ชั้น K (What We Know) สิ่ง โจทย์กำหนด หรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง
2. ชั้น W (What We Want to Know) สิ่ง โจทย์ต้องการรู้ หรือต้องการทราบคืออะไร
3. ชั้น D (What We do to Find Out) เราทำอะไรอย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง

ที่ดำเนินเพื่อหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้

4. ชั้น L (What We Learned) นำเสนอและสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

**3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL** หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมาใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา โดยใช้แนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ และสร้างความรู้ใหม่ผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ส่วนครูผู้สอนทำหน้าที่ในการอำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ แบ่งเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ชั้นกำหนดปัญหา

ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ จากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 - 5 คน

2. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมีอะไรบ้าง (ชั้น K: What We Know) และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร (ชั้น W: What We Want to Know) เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา

3. ชั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียนว่ามีวิธีการอย่างไรบ้าง ที่สามารถหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้ (ชั้น D :What We do to Find Out) แล้วนำมาระบุแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ

#### 4. ชั้นลงมือปฏิบัติ

นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่แตกต่างกันออกไป

#### 5. ชี้นำเสนอและสรุปประเมินผล

นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา (ขั้น L: What We Learned) โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

**4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ และสรุปความเข้าใจที่เกิดจากการเรียนรู้ออกมาในรูปของกฎ สูตร บทนิยาม หรือทฤษฎีบทต่าง ๆ รวมถึงการให้เหตุผลที่เป็นระบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

**5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ประสบการณ์ ความคิดรวบยอด ทักษะ กระบวนการทางสมอง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เข้าด้วยกันในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 4 ชั้นคือ

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

เป็นขั้นที่นักเรียนต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์ให้อะไรมา เพื่อที่จะดูว่าข้อมูลที่มีเพียงพอในวางแผนในการแก้ปัญหาหรือไม่ นำข้อมูลที่มีมาจัดสรรหาวิธีแก้ปัญหาต่อไป

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา

เป็นขั้นที่นักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ไปกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นขั้นที่นักเรียนต้องลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล

เป็นขั้นที่นักเรียนต้องตรวจเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ของคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ โดยตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตรงกันหรือไม่

ซึ่งวัดได้จากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ที่เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ

7. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบทดสอบที่ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ

8. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่ยอมรับได้ กล่าวคือ นักเรียนต้องได้คะแนนมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไปของคะแนนรวม ถือว่านักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่อยู่ในระดับดีตามเกณฑ์ของสำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2553, หน้า 22)

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อ มโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสารที่เป็นแนวคิด ทฤษฎี และ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในหัวข้อต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

#### 1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

- 1.1 ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์
- 1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์
- 1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
- 1.4 คุณภาพผู้เรียน
- 1.5 สาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้
- 1.6 หลักสูตรสถานศึกษา

#### 2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (Problem – Based -Learning)

- 2.1 ความเป็นมาของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
- 2.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
- 2.3 ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
- 2.4 ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
- 2.5 องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน
- 2.6 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

#### 3. เทคนิค KWDL

- 3.1 ความเป็นมาของเทคนิค KWDL
- 3.2 ความหมายของเทคนิค KWDL
- 3.3 ความสำคัญของเทคนิค KWDL
- 3.4 ขั้นตอนของเทคนิค KWDL

#### 4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

#### 5. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

- 5.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 5.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 5.3 การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 5.4 การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 5.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 5.6 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

#### 6. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 6.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6.2 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6.5 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6.6 ปัจจัยที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6.7 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6.8 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6.9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

#### 7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 7.1 งานวิจัยในประเทศ
- 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

## 1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

### 1.1 ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐาน ในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1)

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญนั่นคือการเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมผู้เรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ พร้อมที่จะประกอบอาชีพเมื่อจบการศึกษาหรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของผู้เรียน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า1)

## 1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2)

1.2.1 จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

1.2.2 การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับ ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลาหน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิต การนิกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัด และเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

1.2.3 สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับ การตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

## 1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3)

1.3.1 การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผน แก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

1.3.2 การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่าง ถูกต้องชัดเจน

1.3.3 การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

1.3.4 การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือ โต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

1.3.5 การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิด ใหม่ เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

โดยการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมุ่งพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

#### 1.4 คุณภาพผู้เรียน

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคุณภาพผู้เรียนใน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่าจะต้องมีความเข้าใจและความรู้ในด้านทักษะทางคณิตศาสตร์ รู้เรื่องการจำแนกและรวบรวมข้อมูล การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ โดยคุณภาพผู้เรียนของแต่ละ ระดับชั้นก็จะแตกต่างกันออกไป เนื่องด้วยผู้วิจัยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จะกล่าวถึงคุณภาพผู้เรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งกล่าวไว้ใน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตาม หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ดังนี้

1.4.1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสาร และสื่อ ความหมายทางคณิตศาสตร์

1.4.2 เข้าใจและใช้หลักการนับเบื้องต้น การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

1.4.3 นำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง พังค์ชัน ลำดับและอนุกรม ไปใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

1.4.4 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล นำเสนอข้อมูล และแปลความหมาย ข้อมูลเพื่อประกอบการตัดสินใจ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เน้นคุณภาพของนักเรียนเกี่ยวกับการใช้ความรู้เกี่ยวกับหลักการนับเบื้องต้น ในเรื่องหลักการคูณ หลักการบวก วิธีการเรียงสับเปลี่ยน และวิธีการจัดหมู่ และใช้ความรู้ความเข้าใจในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 1.5 สารการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้และมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2)

#### สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

#### สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

#### สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

จากการศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ทั้งหมด 3 สาระ 7 มาตรฐาน ซึ่งผู้วิจัย

ได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เนื่องจากเป็นเนื้อหาที่มีการใช้กฎและสูตรต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยโมโนทัศน์ในการทำความเข้าใจและต้องอาศัยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบที่ถูกต้อง สำหรับเนื้อหา เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ซึ่งสอดคล้องกับสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น ในมาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้เรียนรู้โดยมีรายละเอียดของมาตรฐาน ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดสาระการเรียนรู้แกนกลางที่สอดคล้องกับเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ค 3.2 ม.4/1 เข้าใจและใช้ หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	<b>หลักการเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ</b> - หลักการบวกและการคูณ - การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่ สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด - การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด

เนื่องด้วยหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลราษฎรอำรุงได้กำหนดตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและใช้ หลักการบวกและการคูณ วิธีการเรียงสับเปลี่ยน และวิธีการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ มาอยู่ในรายวิชา ค33101 คณิตศาสตร์ พื้นฐาน 5 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

### 1.6 หลักสูตรของสถานศึกษาโรงเรียนชลราษฎรอำรุง

หลักสูตรโรงเรียนชลราษฎรอำรุง ได้รับความร่วมมือจากบุคลากรภายในสถานศึกษา คณะกรรมการสถานศึกษาและชุมชนในการวางแผนและออกแบบโดยครอบคลุมภาระงานการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานทุกด้านของสถานศึกษา การกำหนดคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของผู้เรียนจึงเป็น เป้าหมายของคุณภาพการศึกษา อันเป็นแนวทางการจัดกระบวนการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับภูมิสังคม หรือก็คือ สังคม วัฒนธรรม และสิ่งแวดล้อมของชุมชน ซึ่งเป็นมวลประสบการณ์ที่จะเกิดขึ้นกับผู้เรียน ตามศักยภาพของแต่ละบุคคล

ในส่วนของรายวิชา ค33101 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 5 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียน ชลราษฎรอำรุงตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ วิธีการเรียงสับเปลี่ยน และวิธีการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้มาอยู่ในรายวิชา ค33101 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 5 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ดังคำอธิบายรายวิชา และโครงสร้างรายวิชา ดังนี้

### คำอธิบายรายวิชา

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 5 รหัสวิชา ค 33101 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 40 ชั่วโมง จำนวน 1.0 หน่วยกิต

ศึกษา คำนวณ ฝึกทักษะ / กระบวนการเกี่ยวกับเรื่องต่อไปนี้

- หลักการนับเบื้องต้น หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นกรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด การจัดหมู่กรณีที่สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด

- ความน่าจะเป็น การทดลองสุ่มและเหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

โดยใช้กระบวนการจัดประสบการณ์ หรือสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ให้ผู้เรียนได้ศึกษา คำนวณ โดยการปฏิบัติจริง การเรียนรู้จากการใช้คำถาม ประกอบอธิบาย และแสดงเหตุผล เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์

เพื่อให้ตระหนักและมีความรักชาติ ศาสน์ กษัตริย์ ซื่อสัตย์ มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ อยู่อย่างพอเพียง มุ่งมั่นในการทำงาน รักความเป็นไทย มีจิตสาธารณะ มีวิจาร์ณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง สามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างสร้างสรรค์รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจาร์ณญาณ ยึดปรัชญาเศรษฐกิจพอเพียง เห็นคุณค่าของการรักษา อนุรักษ์พลังงานและพัฒนาล้างแวดล้อม สามารถนำความรู้ไปบูรณาการเพื่อเป็นพื้นฐานในการประกอบอาชีพ 10 อุตสาหกรรมเป้าหมาย เพื่อรองรับเขตพัฒนาพิเศษภาคตะวันออก (EEC) และมีเจตคติที่ดีต่อการประกอบอาชีพ มีคุณธรรม จริยธรรมและค่านิยมที่เหมาะสม

การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหา และทักษะที่ต้องการวัด

### รหัสตัวชี้วัด

ค 3.2 ม.4/1

ค 3.2 ม.4/2

รวมทั้งหมด 2 ตัวชี้วัด

### โครงสร้างรายวิชา

คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค33101)      กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6      ภาคเรียนที่ 1      เวลา 40 ชั่วโมง      จำนวน 1.0 หน่วยกิต

ลำดับ ที่	ชื่อหน่วยการ เรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนัก คะแนน
1	หลักการนับ เบื้องต้น	มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจ หลักการนับเบื้องต้น	- หลักการบวกและ หลักการคูณ	4	10
		ความน่าจะเป็น และ นำไปใช้	- การเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นของสิ่งของที่	5	10
		ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ และใช้หลักการบวกและ การคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัด หมู่ในการแก้ปัญหา	- การจัดหมู่ของ สิ่งของที่แตกต่างกัน ทั้งหมด	4	10
<b>สอบกลางภาค</b>				1	20
2	ความน่าจะเป็น	มาตรฐาน ค 3.2 เข้า ใจความหลักการนับ	- การทดลองสุ่มและ เหตุการณ์	10	10
		เบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้	- ความน่าจะเป็น	15	20
		ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ และใช้หลักการบวกและ การคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการใช้ หมู่ในการแก้ปัญหา			
<b>สอบปลายภาค</b>				1	20
<b>รวมตลอดภาคเรียน</b>				40	100

จากโครงสร้างรายวิชาข้างต้น ผู้วิจัยนำเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและใช้  
หลักการบวกและการคูณ วิธีการเรียงสับเปลี่ยน และวิธีการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา มาตรฐาน ค 3.2  
เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ มาใช้ในการวิจัยครั้งนี้

## 2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

### 2.1 ความเป็นมาของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL)

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นหนึ่งในรูปแบบการเรียนรู้ที่เกิดจากแนวคิดของทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม (Constructivist learning Theory) โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้สร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ให้นักเรียนเกิดทักษะในด้านของการคิดวิเคราะห์และแก้ปัญหาจากการที่ได้เรียนรู้โดยใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงเป็นหลัก โดยที่ในปี ค.ศ. 1971 คณะวิทยาศาสตร์สุขภาพ มหาวิทยาลัย McMaster ประเทศแคนาดา ได้พัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแบบการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานขึ้นเป็นครั้งแรก โดยมีเป้าประสงค์เพื่อนำไปใช้ในการสอนพิเศษให้กับนักศึกษาแพทย์ฝึกหัด ต่อมาในปี ค.ศ. 1960 มหาวิทยาลัย Case Western Reserve ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้นำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานนี้ ไปใช้เป็นโมเดลในการพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนแบบใหม่ขึ้นจนสถาบันการศึกษาระดับต่าง ๆ ในประเทศสหรัฐอเมริกานำไปใช้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาหลักสูตรของสถาบันตนเอง หลังจากนั้นอีกเกือบ 10 ปี การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ได้รับการยอมรับอย่างมากในวงการการศึกษาด้านการแพทย์ จนกระทั่งในปี ค.ศ. 1980 จึงเริ่มมีการใช้อย่างกว้างขวางในสาขาวิชาอื่น ๆ (Barrow, 2000)

สำหรับประเทศไทยได้นำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมาใช้เป็นครั้งแรกในปี พ.ศ. 2531 ในหลักสูตรของคณะแพทยศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ต่อมาได้นำไปประยุกต์ใช้กับหลักสูตรของพยาบาลศาสตร์ สาธารณสุขศาสตร์ อีกทั้งยังได้นำไปประยุกต์ใช้กับการเรียนการสอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้ต่าง ๆ ในโรงเรียนอีกด้วย (มณฑรา ธรรมบุศย์, 2545)

### 2.2 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

มีนักวิชาการทางการศึกษาได้กล่าวถึงแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ดังนี้

มณฑรา ธรรมบุศย์ (2545, หน้า 12) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นรูปแบบการเรียนรู้ที่เกิดจากทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม ซึ่งมีแนวคิดที่สอดคล้องกับการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 มากที่สุด คือเชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นเมื่อนักเรียนได้สร้างความรู้ที่เป็นของตนเองขึ้นมาจากความรู้ที่มีอยู่เดิมหรือจากความรู้ที่รับเข้ามาใหม่ด้วยเหตุนี้ห้องเรียนในศตวรรษที่ 21 จึงไม่ควรเป็นห้องเรียนที่ครูเป็นผู้จัดการทุกสิ่งทุกอย่างโดยนักเรียนเป็นฝ่ายรับ (Passive Learning) แต่ต้องให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเองสร้างความรู้ที่เกิดจากความเข้าใจของตนเองและมีส่วนร่วมในการเรียนมากขึ้น (Active learning)

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 74-75) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มีรากฐานมาจากทฤษฎีทางการศึกษาหลายทฤษฎี เช่น ทฤษฎีการศึกษาแบบพิพัฒนาการ (Progressive education) ของ John Dewey ที่เน้นการจัดประสบการณ์โดยคำนึงถึงความถนัดและความสนใจของนักเรียนให้นักเรียนเห็นความสำคัญของกิจกรรม และเมื่อสามารถเชื่อมโยงการทำงานกับผลที่เกิดขึ้นได้นักเรียนจะเกิดประสบการณ์การเรียนรู้ทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม (Constructivism) ที่มีรากฐานมาจากทฤษฎีการเรียนรู้ของ Piaget และ Vygotsky ที่เน้นว่าการเรียนรู้เป็นกระบวนการทางสติปัญญาที่นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม และเกิดการปรับโครงสร้างของสติปัญญาให้เข้ากับประสบการณ์ใหม่ที่ได้รับการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานจึงมีแนวคิดสำคัญ คือการให้นักเรียนได้เผชิญปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือที่ใกล้เคียงจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้ อยากเห็น และต้องการแก้ปัญหาที่นั้น ๆ ทำให้เกิดกระบวนการคิด แสวงหาข้อมูล ประมวลผลข้อมูล อภิปราย และตัดสินใจแก้ปัญหาซึ่งกระบวนการดังกล่าวจะทำให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะที่จะเป็นประโยชน์ต่อสถานการณ์ในชีวิตจริง

สุคนธ์ สินธพานนท์ (2560, หน้า 82) กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ว่าเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากแนวคิดตามทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม เพื่อให้ให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่จากการใช้ปัญหาที่เกิดขึ้นเป็นเครื่องมือในการช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ตามเป้าหมายของ John Dewey นักการศึกษาชาวอเมริกันเป็นผู้ริเริ่มวิธีสอนแบบแก้ปัญหาและเป็นผู้เสนอแนวคิดที่ว่า การเรียนรู้เกิดจากการลงมือทำด้วยตนเอง (Learning by doing)

จากแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากแนวคิดตามทฤษฎีการศึกษาแบบพิพัฒนาการ (Progressive education) ของ John Dewey ที่จะต้องคำนึงถึงความถนัดและความสนใจของนักเรียนให้นักเรียนเห็นความสำคัญของกิจกรรม และทฤษฎีการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์นิยม (Constructivism) ที่ให้นักเรียนได้เผชิญปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือที่ใกล้เคียงจะทำให้ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้ อยากเห็น และต้องการแก้ปัญหาที่นั้น ๆ ทำให้เกิดกระบวนการคิด แสวงหาข้อมูล ประมวลผลข้อมูล อภิปราย และตัดสินใจแก้ปัญหา โดยนักเรียนจะต้องสร้างความรู้ที่เป็นของตนเองขึ้นมาจากความรู้ที่มีอยู่เดิมหรือจากความรู้ที่รับเข้ามาใหม่ โดยจะทำให้เกิดการเรียนรู้และพัฒนาทักษะที่จะเป็นประโยชน์ต่อสถานการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งเป็นแนวคิดที่สอดคล้องกับการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21

### 2.3 ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

มีนักวิชาการทางการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ดังนี้

Duch, Groh, and Allen (2001) ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความต้องการที่จะศึกษาค้นคว้าหาความรู้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนมีการตัดสินใจที่ดีมีความคิดอย่างมีวิจารณญาณสามารถเรียนรู้การทำงานเป็นทีม ใฝ่รู้และมีการเรียนรู้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต เพื่อให้สามารถก้าวทันกับสภาพการเปลี่ยนแปลงของโลกวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการเรียนรู้

Allen and Duch (1998) ได้ให้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน คือการจัดการเรียนรู้ซึ่งเริ่มต้นด้วยปัญหาการสอบถามหรือสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนระบุและค้นคว้าแนวโน้มทัศนคติและหลักการที่พวกเขาอยากจะรู้ผ่านปัญหาที่ได้รับโดยนักเรียนทำงานเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งเป็นการเรียนที่จะได้ทักษะต่าง ๆ เช่น การติดต่อสื่อสาร การบูรณาการความรู้ เป็นต้น ซึ่งเป็นกระบวนการที่คล้ายกับการหาความรู้ทางวิทยาศาสตร์

Howard (1999) ให้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นวิธีการการศึกษาซึ่งนำเสนอให้นักเรียนด้วยปัญหาที่มีรูปแบบของโครงสร้างซับซ้อน ในระยะเริ่มแรกของประสบการณ์การเรียน ข้อมูลในระยะนี้ไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหาคำถามต่าง ๆ ปัญหาต่าง ๆ จะเป็นตัวผลักดันให้ไปค้นคว้าหาความรู้ จากคำจำกัดความดังกล่าวจึงจะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นฐาน คือการใช้ปัญหากระตุ้นให้นักเรียนทำการหาความรู้เพื่อจะแก้ไขปัญหาได้ คิดเป็นทำเป็น มีการตัดสินใจที่ดี และสามารถเรียนรู้วิธีทำงานเป็นทีมโดยจะเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเองและสามารถนำทักษะจากการเรียนมาช่วยแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

ทิตินา แคมมณี (2552, หน้า 137) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นการจัดสภาพการณ์ของการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือ ในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามเป้าหมาย ซึ่งผู้สอนอาจนำนักเรียนไปเผชิญสถานการณ์ปัญหา ฝึกกระบวนการวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาร่วมกันเป็นกลุ่ม ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในปัญหานั้น รวมทั้งช่วยให้นักเรียนเกิดการใฝ่รู้ เกิดทักษะกระบวนการคิดและกระบวนการแก้ปัญหาต่าง ๆ

มันตรา ธรรมบุศย์ (2545) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นการจัดการเรียนรู้ที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นได้ชีวิตจริงมาเป็นบริบทในการเรียนรู้ให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ และแก้ปัญหาจนสามารถสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่ได้ด้วยตนเอง

จากการศึกษาความหมายการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานดังกล่าวผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานหมายถึง เป็นการจัดการเรียนรู้ที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมาใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา และสร้างความรู้ใหม่ผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ส่วนครูผู้สอนทำหน้าที่ในการอำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

#### 2.4 ลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

มีนักวิชาการทางการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวและเสนอเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ดังนี้

Xiuping (2002) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้ในเนื้อหา (Learning in Context) ปัญหาใกล้เคียงกับชีวิตจริง โดยนำมาเป็นบริบทของการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้แก้ปัญหาและเกิดทักษะในด้านต่าง ๆ
2. ปัญหากระตุ้นการเรียนรู้ (Problems Motivate the Learning) ใช้ปัญหาเป็นเครื่องมือในการขับเคลื่อนให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้
3. การเรียนรู้แบบบูรณาการ (Integrated Learning) เป็นการเรียนรู้ที่บูรณาการระหว่างทักษะกระบวนการและความรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ เข้าด้วยกัน
4. การเป็นเจ้าของปัญหา (Ownership of the Problem) นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวกในการเรียนรู้
5. การเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self-Directed Learning) นักเรียนเป็นผู้กำหนดทิศทางของการเรียนรู้และแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง

Hung, Jonassen, and Liu (2008) ได้กล่าวถึงลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ไว้ดังนี้

1. เป็นการเรียนรู้ที่เริ่มต้นด้วยการจำลองสถานการณ์จริงหรือนำปัญหาที่มีโครงสร้างหลวม (Ill-Structured Problem) มาเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหา ทักษะ และสร้างองค์ความรู้ภายใต้ปัญหาที่กำหนดให้
2. เป็นการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง

3. เป็นการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self-Directed) นักเรียนสร้างปัญหาและกระบวนการเรียนรู้ แล้วเข้าถึงวิธีการเรียนรู้ของตนเองผ่านการประเมินตนเองและการประเมินจากเพื่อนในการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม

4. เป็นการเรียนรู้ที่สะท้อนตนเอง (Self-Reflective) นักเรียนตรวจสอบความเข้าใจและเรียนรู้ของตนเองเพื่อที่จะปรับแนวยุทธวิธีในการเรียนรู้ให้เหมาะสม

5. ครูผู้สอนเป็นผู้อำนวยความสะดวก (Facilitators) ในการเรียนรู้ของนักเรียน

สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนการเรียนรู้ (2550, หน้า 2-3) ได้เสนอถึงลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานดังนี้

1. ต้องมีสถานการณ์ที่เป็นปัญหาและเริ่มต้นกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดกระบวนการเรียนรู้

2. ปัญหาที่นำมาใช้ในกระบวนการจัดการเรียนรู้ควรเป็นปัญหาที่เกิดขึ้นพบเห็นในชีวิตจริงของนักเรียนหรือมีโอกาสเกิดขึ้นจริง

3. นักเรียนเรียนรู้ด้วยการนำตนเอง (Self-Directed Learning) ค้นหาและแสวงหาความรู้คำตอบด้วยตนเอง ดังนั้นนักเรียนต้องวางแผนการเรียนรู้ด้วยตนเอง บริหารเวลาเอง คัดเลือกวิธีการเรียนรู้และประสบการณ์การเรียนรู้รวมทั้งประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง

4. นักเรียนเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยเพื่อประโยชน์ในการค้นหาความรู้ข้อมูลร่วมกัน เป็นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาด้วยเหตุผลฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการรับส่งข้อมูล เรียนรู้เกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างบุคคลและฝึกการจัดระบบตนเองเพื่อพัฒนาความสามารถในการทำงานร่วมกันเป็นทีม โดยผ่านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์องค์ความรู้ และตัดสินใจร่วมกันเพื่อหาคำตอบ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานนั้นนอกจากการจัดการเรียน เป็นกลุ่มแล้วยังสามารถจัดให้นักเรียนเรียนรู้เป็นรายบุคคลได้ แต่อาจทำให้นักเรียนขาดทักษะในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

5. การเรียนรู้มีลักษณะการบูรณาการความรู้ และบูรณาการทักษะกระบวนการต่าง ๆ เพื่อให้ให้นักเรียนได้รับความรู้และคำตอบที่กระจ่างชัด

6. ความรู้ที่เกิดขึ้นจากการเรียนรู้จะได้มาภายหลังผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานแล้วเท่านั้น

7. การประเมินผลเป็นการประเมินผลจากสภาพจริง โดยพิจารณาจากการปฏิบัติงาน ความก้าวหน้าของนักเรียน

จากลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่ได้กล่าวและเสนอข้างต้น ผู้วิจัยจึงสรุปได้ ดังนี้

1. ใช้สถานการณ์ปัญหาใกล้เคียงความจริง เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้เนื้อหา และทำการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ทักษะและสร้างองค์ความรู้ภายใต้ปัญหาที่กำหนดให้
2. เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลางโดยให้นักเรียน เรียนรู้กันแบบเป็นกลุ่มย่อยโดยต้องแสวงหา ความรู้ วางแผนหาคำตอบ ค้นหาคำตอบ
3. การเรียนรู้มีลักษณะการบูรณาการความรู้ และบูรณาการทักษะกระบวนการต่าง ๆ เพื่อให้ ผู้เรียนได้รับความรู้และคำตอบที่กระจ่างชัด
4. นักเรียนต้องตรวจสอบความเข้าใจ และประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเอง
5. ครูผู้สอนอำนวยความสะดวกให้นักเรียน และประเมินผลการเรียนจากสภาพจริงโดย พิจารณาจากการปฏิบัติงาน ความก้าวหน้าของงาน

## 2.5 องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

มีนักวิชาการทางการศึกษาได้กล่าวและเสนอถึงองค์ประกอบที่สำคัญของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ดังนี้

มนสภรณ์ วิฑูรเมธา (2544, หน้า 58) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมี องค์ประกอบที่สำคัญ ดังนี้

1. เป็นการเรียนที่ใช้เทคนิคการสอนกลุ่มย่อย มีนักเรียนเป็นกลุ่มละประมาณ 6 - 8 คน และจะมีการอภิปรายถกเถียงในกลุ่มเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ไปด้วยกัน
2. เป็นการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง กล่าวคือ การเรียนรู้เกิดขึ้นที่นักเรียนด้วย ตนเองเป็นสำคัญ การจัดการเรียนการสอนจะเน้นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นผู้กำหนดสิ่งที่ต้องการจะ เรียนและผู้เรียนจะต้องได้รับการอำนวยความสะดวกให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง
3. เป็นการเรียนรู้เนื้อหาวิชาที่บูรณาการ ทั้งนี้ปัญหาที่จะนำมาใช้เป็นสื่อในการเรียนจะเป็น ปัญหาทางวิชาชีพที่บูรณาการโดยตัวของมันเองโดยอัตโนมัติ การที่นักเรียนจะแก้ปัญหาทางวิชาชีพได้ ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับหลายวิชาชีพมาบูรณาการเพื่อแก้ปัญหา
4. เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนควบคุมการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยกำหนดเนื้อหาวิชาที่จะเรียน เฉพาะที่เหมาะสมจะนำไปแก้ปัญหาที่ตั้งขึ้นไว้ นักเรียนจะเป็นผู้ควบคุมลำดับขั้นตอนในการเรียนด้วย ตนเองและกลุ่มด้วยตนเอง
5. เป็นการเรียนรู้ที่นักเรียนจะประเมินผลสัมฤทธิ์ได้ด้วยตนเอง เนื่องจากในขั้นตอนของการ เรียนรู้ นักเรียนจะต้องค้นคว้าความรู้ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาตามสถานการณ์ เมื่อนักเรียนไป ศึกษาค้นคว้าความรู้ด้วยตนเองมาแล้วต้องนำความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรับรู้ได้ว่า

ตนเองเกิดการเรียนรู้หรือยังจากการที่สามารถแก้ปัญหาได้หรือไม่ โดยกระบวนการที่เกิดขึ้นนักเรียน จึงเป็นผู้ที่รู้ว่าตนเกิดสัมฤทธิ์ผลในการเรียนอย่างไร

กุลยา ตันติผลาชีวะ (2548, หน้า 78-79) กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐานประกอบด้วยองค์ประกอบที่สำคัญ 4 ประการ

1. ประเด็นปัญหาสำหรับเรียนรู้ปัญหา คือ หัวใจสำคัญของการสอนโดยนักเรียน เรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ลักษณะปัญหาที่นำมาเรียนจะเป็นปัญหาที่พบบ่อยมีกระบวนการเข้าถึงปัญหาที่ซับซ้อน สามารถกระตุ้นให้เกิดคำถามได้ครอบคลุมกรอบแนวคิดและสาระที่ต้องการเรียนตามหลักสูตรที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ประเด็นปัญหาสำหรับเรียนรู้มีความหลากหลายต้องอาศัยการค้นคว้าหาคำตอบในแง่มุมต่าง ๆ ต้องใช้พื้นฐานความรู้อย่างกว้างขวางและมโนทัศน์ (concept) ที่สำคัญ ๆ ได้ ข้อสำคัญของประเด็นปัญหาสำหรับเรียนรู้ คือ ต้องเป็นปัญหาที่ตรงจุดประสงค์ของหลักสูตรและระดับชั้นปีของผู้เรียน วิธีนำเสนอประเด็นปัญหาอาจเป็นกรณีศึกษาการเล่าเรื่องหรือการสร้างสถานการณ์จำลองอย่างใดอย่างหนึ่งก็ได้

2. สื่อการเรียนในการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานนักเรียนต้องศึกษาหาคำตอบด้วยตนเองมากที่สุดและถูกต้องมากที่สุด จึงจำเป็นที่นักเรียนจะต้องมีสื่อการเรียนรู้ที่สมบูรณ์ที่สุด อย่างน้อยต้องมีตำราศึกษาค้นคว้า สถิติผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง หากเป็นไปได้ควรมีสื่อโสตทัศนูปกรณ์และระบบเทคโนโลยีสารสนเทศที่นักเรียนสามารถเลือกใช้เป็นแหล่งค้นคว้าอย่างอิสระ นอกจากนี้บุคคลและสถานที่ยังเป็นสื่อการเรียนที่นักเรียนสามารถเลือกใช้ได้ ครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้อำนวยความสะดวก (facilitator) เป็นผู้ชี้แนะ (tutor) หรือจัดทำเอกสารชี้แนะที่นักเรียนสามารถสืบค้นมีแหล่งเรียนรู้ เช่น บุคคล สถานที่แหล่งเรียนรู้เป็นชุมชนหรือสถานที่ต้องมีคำชี้แนะ บรรยากาศ และวิธีการเข้าถึงด้วย

3. ความรับผิดชอบของนักเรียน นักเรียนต้องรับผิดชอบการเรียนรู้ด้วยตนเอง (self directed learning) และพึงความตั้งใจของตนเองในการศึกษาค้นคว้า เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบและข้อความรู้ที่ต้องการนักเรียนต้องช่วยเหลือซึ่งกันและกันในการอภิปรายเพื่อค้นประเด็นความรู้และคำตอบในการแก้ปัญหาผู้เรียนต้องมีความมุ่งมั่น และความซื่อสัตย์ในการศึกษาด้วยตนเองอย่างเคร่งครัดการเรียนจึงจะมีประสิทธิภาพ

4. บทบาทของครูผู้สอน ครูผู้สอนทำหน้าที่เป็นผู้สนับสนุนการเรียนให้เป็นไปตามจุดประสงค์ โดยทำหน้าที่ 3 ประการ คือ

4.1. อำนวยความสะดวกด้านวัสดุอุปกรณ์และสิ่งจำเป็นต่าง ๆ ในการศึกษาค้นคว้าที่นักเรียนต้องการใช้เพื่อศึกษาคำตอบ

4.2. ให้คำแนะนำเมื่อจำเป็นเท่านั้นเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองอาจจะต้องให้ข้อความรู้แก่นักเรียนบ้างบางกรณีที่พบว่านักเรียนไม่สามารถสืบค้นเองได้

4.3. เป็นผู้ประเมินสมรรถนะนักเรียนขณะเรียนเป็นระยะ ๆ จงใจให้ผู้เรียนเกิดแนวทางการศึกษาและคิดค้นโดยการอภิปรายซักถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นช่วยเสริมและสรุปประเด็นสำคัญของการเรียนแต่ละครั้ง

มัณฑรา ธรรมบุศย์ (2549, หน้า 43) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานต้องมีส่วนประกอบที่สำคัญครบทั้ง 5 ประการ คือ

1. ปัญหา (problem) จัดว่าเป็นส่วนที่สำคัญที่สุด เพราะทำหน้าที่เสมือนศูนย์กลางรวมของการเรียนรู้

2. การบูรณาการความคิด (integration of idea) เกิดขึ้นหลังจากที่นักเรียนรับรู้กรณีปัญหาแล้วปัญหาที่ออกแบบมาเป็นอย่างดีจะช่วยให้เด็กนักเรียนสามารถบูรณาการความคิดรวบยอด (concept) และทักษะต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. การทำงานเป็นทีม (teamwork) ช่วยทำให้กระบวนการแก้ปัญหาคำเนินไปอย่างรวดเร็วทันเมื่อนักเรียนต้องการแก้ปัญหาโดยใช้การทำวิจัยผู้สอนอาจจะให้นักเรียนทำงานคนเดียวได้

4. กระบวนการแก้ปัญหา (problem solving process) เป็นสิ่งจำเป็นที่ขาดไม่ได้ เพราะคำตอบสุดท้ายของนักเรียนเกิดจากการใช้กระบวนการแก้ปัญหา

5. การเรียนรู้ด้วยตนเอง (self-learning) เป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักรับผิดชอบต่อผลลัพธ์ที่เกิดจากการเรียนของตนเองทำให้นักเรียนต้องค้นคว้า ขวนขวายหาความรู้ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาให้ได้

จากองค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. เป็นการสอนเป็นกลุ่มย่อยใช้ระบบการทำงานเป็นทีม มีการแสดงความคิดเห็นได้อย่างอิสระภายในกลุ่มทำให้เกิดแนวคิดในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างหลากหลาย

2. เป็นการจัดการเรียนการสอนโดยเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง โดยครูผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกเมื่อจำเป็นเพื่อให้เด็กนักเรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง

3. เป็นการใช่วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีอิสระทางความคิด สามารถประยุกต์ใช้ให้เข้ากับสถานการณ์ในชีวิตจริง

4. นักเรียนได้มีโอกาสประเมินผลการเรียนรู้ด้วยตนเองว่า ได้เกิดการเรียนรู้มากขึ้นเพียงใด และสามารถนำผลการประเมินการเรียนรู้ด้วยตนเองไปปรับปรุงในการเรียนครั้งต่อไป

## 2.6 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

มีนักวิชาการทางการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวและเสนอถึงขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ดังนี้

Delisle (1997, pp. 26-36) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน สำหรับการเรียนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. การเชื่อมโยงปัญหา (Connect with the Problem) เป็นขั้นตอนที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับประสบการณ์ของนักเรียนหรือกิจกรรมในชีวิตประจำวันที่ต้องเผชิญกับปัญหาต่าง ๆ เพื่อให้ นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้นต่อการดำเนินชีวิตประจำวัน ในขั้นนี้ครูต้องพยายามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงความคิดเห็นอย่างหลากหลายแล้วจึงนำเสนอสถานการณ์ ปัญหาที่เตรียมไว้

2. การกำหนดกรอบการศึกษา (Setting up the Structures) นักเรียนอ่านวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหา แล้วร่วมกันวางแผนทางการศึกษาค้นหาหาข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อนำมาใช้ในการ แก้ปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพื่อกำหนดกรอบการศึกษา 4 กรอบ ดังนี้

2.1 แนวคิดแนวทางในการแก้ปัญหา (Ideas) คือ วิธีการหรือแนวทางในการหา คำตอบที่น่าจะเป็นไปได้ซึ่งเปรียบเสมือนสมมติฐานที่ตั้งไว้ก่อนการทดลอง

2.2 ข้อเท็จจริง (Facts) คือ ข้อมูลความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นซึ่งเป็นความรู้ ข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในสถานการณ์ปัญหาหรือข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เกิดจากการอภิปราย ร่วมกันหรือเป็นข้อมูลความรู้เดิมที่ได้เรียนรู้มาแล้ว

2.3 ประเด็นที่ต้องศึกษาค้นคว้า (Learning Issues) คือข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับ ปัญหา แต่นักเรียนยังไม่วางใจจำเป็นต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาจะอยู่ในรูปคำถามที่ ต้องการคำตอบ นิยาม ประเด็นการศึกษาอื่น ๆ ที่ต้องการทราบ

2.4 วิธีการศึกษาค้นคว้า (Action Plan) คือ วิธีการที่จะดำเนินการเพื่อให้ได้มาซึ่ง ข้อมูลที่ต้องการโดยระบุว่านักเรียนจะสามารถศึกษาข้อมูลได้อย่างไร จากใครแหล่งใด

3. การดำเนินการศึกษาค้นคว้า (Visiting the problem) แต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน การศึกษาค้นคว้าและดำเนินการศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติมตามประเด็นที่ต้องการศึกษาค้นคว้า

เพิ่มเติมจากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ

4. รวบรวมความรู้ตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหา (Revisiting the Problem) หลังจากที่แต่ละกลุ่มได้ข้อมูลครบถ้วนแล้วให้กลับเข้าชั้นเรียนและรายงานผลการศึกษาค้นคว้าอีกครั้งว่า ข้อมูลที่ได้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ประเด็นใดแปลกใหม่ น่าสนใจ มีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาและประเด็นใดที่ไม่เป็นประโยชน์ควรตัดทิ้ง แล้วแต่ละกลุ่มร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางหรือวิธีการที่เหมาะสมที่สุดที่จะใช้ในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้ผู้เรียนจะได้พัฒนาทักษะการคิด การตัดสินใจ รวมทั้งนักเรียนจะค้นพบแนวทางในการแก้ปัญหาใหม่ๆ จากการแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็นซึ่งกันและกัน

5. สร้างผลงานหรือปฏิบัติตามทางเลือก (Producing a Product or Performance) เมื่อตัดสินใจเลือกแนวทางหรือวิธีการแก้ปัญหาแล้วแต่ละกลุ่มสร้างผลงานหรือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้ซึ่งมีความแตกต่างกันไปในแต่ละกลุ่ม

6. ประเมินผลการเรียนรู้และปัญหา (Evaluating Performance and the Problem) เมื่อขั้นตอนการสร้างผลงานสิ้นสุด นักเรียนประเมินผลการปฏิบัติงานของตนเองของกลุ่ม และคุณภาพของปัญหาและครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2566, หน้า 121 - 122) ได้เสนอขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ดังนี้

1. ขั้นการนำเสนอปัญหา คือ ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เตรียมไว้โดยเป็นปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง มีความน่าสนใจ มีคำตอบหรือแนวทางการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่หลากหลาย

2. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนทำความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา โดยใช้การพูดคุยหรือการถามตอบเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา รวมทั้งอาจมีการเชื่อมโยงปัญหากับความรู้หรือประสบการณ์เดิมของนักเรียน

3. ขั้นการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา คือ นักเรียนแสวงหาข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งอาจเป็นข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหา หรือข้อมูลความรู้เดิมของนักเรียน หรือข้อมูลความรู้ที่ได้จากการอภิปรายกลุ่มแล้วนำมากำหนดวิธีการหรือแนวทางในการหาคำตอบ

4. ขั้นการลงมือปฏิบัติ คือ นักเรียนลงมือปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหาตามแนวทางที่วางไว้ ซึ่งอาจแตกต่างกันไป

5. ขั้นการนำเสนอ คือ นักเรียนนำเสนอข้อค้นพบ โดยการนำเสนอประกอบด้วย สถานการณ์ปัญหา ข้อมูลความรู้ที่รวบรวมได้ แนวทางและวิธีการในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล และข้อเสนอแนะ

โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง รวมทั้งครูต้องกระตุ้นนักเรียนถามคำถามหรือเสนอแนวคิดที่แตกต่างกันออกไป

6. ขั้นการประเมินผลการเรียนรู้ คือ นักเรียนประเมินผลการปฏิบัติงานของตนเอง และครูประเมินผลงานของนักเรียน

สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเซีย (2553) ได้เสนอขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานไว้ 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นตอนการกำหนดปัญหา ผู้สอนแบ่งกลุ่มนักเรียนเพื่อร่วมกันระบุปัญหาจากโจทย์ที่ได้รับ มอบหมายให้มีความชัดเจน

2. ขั้นตอนการระดมสมอง จากกลุ่มนักเรียนที่แบ่งไว้ในขั้นตอนที่ 1 จะเริ่มเข้าใจปัญหาให้มากขึ้นโดยการแตกปัญหาออกเป็นประเด็นย่อย ๆ เชื่อมโยงปัญหาโดยใช้ “ความรู้เดิม” ก่อน

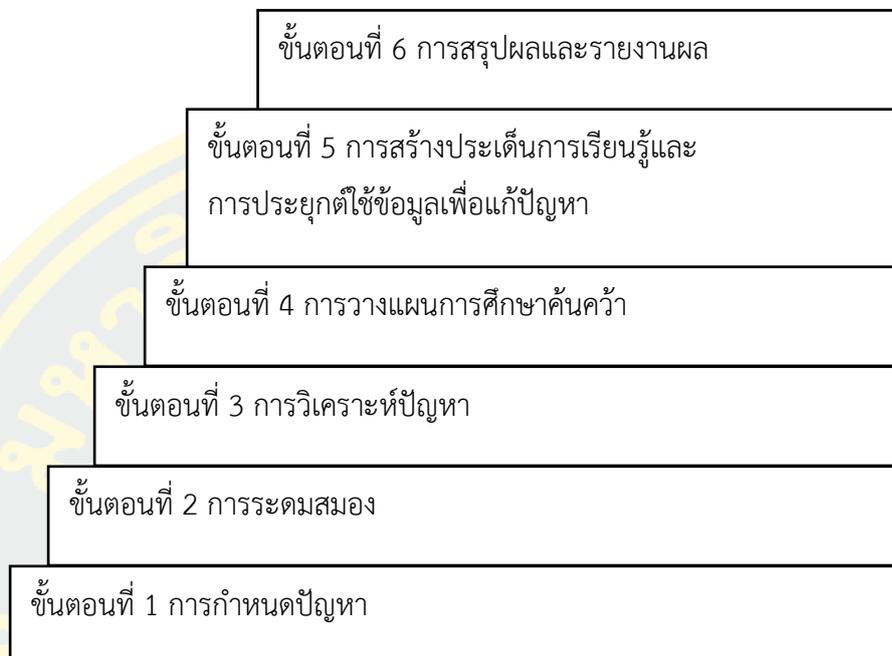
3. ขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหา เริ่มต้นจากการให้กลุ่มนักเรียนวิเคราะห์ปัญหาโดยใช้เหตุผล ให้กลุ่มนักเรียนกำหนดวัตถุประสงค์การเรียนรู้เพื่อค้นหาข้อมูลที่จะอธิบายผลการวิเคราะห์ที่ตั้งไว้ นักเรียนสามารถบอกได้ว่าความรู้ส่วนใดรู้แล้ว ส่วนใดต้องกลับไปทบทวน ส่วนใดยังไม่รู้หรือจำเป็นต้องไปค้นคว้าเพิ่มเติม

4. ขั้นตอนการวางแผนการศึกษาค้นคว้า นักเรียนได้วางแผนการศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลความรู้จากแหล่งต่าง ๆ การจัดสรรแบ่งงานกันของนักเรียนในกลุ่ม

5. ขั้นตอนการสร้างประเด็นการเรียนรู้และประยุกต์ใช้ข้อมูลเพื่อแก้ปัญหา โดยกลุ่มนักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการศึกษาซึ่งเป็น “ความรู้ใหม่” เป็นการเริ่มต้นของการแก้ปัญหา ซึ่งคาดว่าส่วนหนึ่งจะประกอบด้วยแนวคิดหลักการหรือทฤษฎีที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ในหน่วยการสอนนั้น ๆ รวมทั้งคำตอบบางส่วนที่ได้จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง (ในขั้นตอนนี้ผู้สอนมีบทบาทที่ต้องศึกษาแหล่งข้อมูลต่าง ๆ ก่อนมอบหมายให้นักศึกษาไปค้นคว้าแล้วตรวจสอบข้อมูลที่นักเรียนได้รวบรวมมาว่าสอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการให้นักศึกษาเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาและเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาแล้วหรือยัง) จากนั้นกลุ่มนักเรียนทำการวิเคราะห์สังเคราะห์และประยุกต์ใช้ข้อมูลสำหรับการแก้ปัญหาที่ได้กำหนดไว้จนได้ผลลัพธ์ (Output) ซึ่งเป็นคำตอบสำหรับปัญหา

6. ขั้นตอนการสรุปและรายงานผล (Summary and report) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ ดังภาพที่ 2

PBL



ภาพที่ 2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย, 2553)

Kain (2003) ได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นฐานออกเป็น 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุปัญหา

- นักเรียนระบุปัญหาจากการฟังครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา

ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจกับปัญหา ผู้เรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหาที่ต้องการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ ได้

ขั้นที่ 3 การสร้างทางเลือกและเลือกวิธีแก้ปัญหา

- นักเรียนระบุแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาทั้งหมดที่เป็นไปได้

ขั้นที่ 4 การนำเสนอวิธีแก้ปัญหา

- นักเรียนมีการนำเสนอแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาและมีการแลกเปลี่ยนแนวคิด

ระหว่างกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การอภิปรายสิ่งที่ได้เรียนรู้

- นักเรียนเกิดการอภิปรายและแลกเปลี่ยนข้อสงสัยภายในกลุ่มอีกครั้งหลังจากมีการแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกลุ่ม

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่นักวิชาการทางการศึกษาได้กล่าวไว้  
ข้างต้น ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ดังตารางที่ 2



ตารางที่ 2 แสดงถึงการสังเคราะห์เปรียบเทียบ ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ปัญหาเป็นฐานของผู้วิจัย และขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษา

Delisle (1997, pp. 26-36)	Kain (2003)	เวทย์ธี อังคนะภัทรขจร (2566)	สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย (2553)	ผู้วิจัย
<p>1. การเชื่อมโยงปัญหา</p> <p>เป็นขั้นตอนที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับประสบการณ์ของนักเรียนหรือกิจกรรมในชีวิตประจำวันที่ต้องเผชิญกับปัญหาต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญและคุณค่าของปัญหานั้นต่อการดำเนินชีวิตประจำวันในขั้นนี้ครูต้องพยายามกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงความคิดเห็นอย่างหลากหลายแล้วจึงนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่เตรียมไว้</p>	<p>ขั้นที่ 1 การระบุปัญหา</p> <p>- นักเรียนระบุปัญหาจากการฟังครูนำเสนอ สถานการณ์ปัญหาที่เตรียมไว้โดยเป็นปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง มีความสนใจ มีคำตอบ หรือแนวทางการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบที่หลากหลาย</p>	<p>1. กำหนดปัญหา</p> <p>เป็นขั้นที่ครูนำเสนอ สถานการณ์ปัญหาที่เตรียมไว้โดยเป็นปัญหาที่เชื่อมโยงกับชีวิตจริง มีความสนใจ มีคำตอบ หรือแนวทางการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบที่หลากหลาย</p>	<p>1. กำหนดปัญหา</p> <p>ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญจากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ</p>	



ตารางที่ 2 (ต่อ)

Delisle (1997, pp. 26-36)	Kain (2003)	เวทฤทธิ์ อังคะภักดิ์พรจร (2566)	สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย (2553)	ผู้วิจัย
<p>2. การกำหนดกรอบการศึกษา นักเรียนอ่านวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาแล้วร่วมกันวางแผนแนวทางในการศึกษาค้นคว้าหาข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาในชั้นนี้นักเรียนจะต้องร่วมกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพื่อกำหนดกรอบการศึกษา</p>	<p>ขั้นที่ 2 ทำความเข้าใจกับปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหาที่</li> </ul> <p>ต้องการเรียนรู้</p> <p>ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถอธิบายสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกัปัญหา</p> <p>นี้</p> <p>ได้</p>	<p>2. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนทำ ความเข้าใจเกี่ยวกับ สถานการณ์ปัญหา โดยใช้ การพูดคุยหรือการถาม ตอบเพื่อกระตุ้นให้นักเรียน ทำความเข้าใจปัญหา รวมทั้งอาจมีการเชื่อมโยง ปัญหากับความรู้อื่นๆ</p>	<p>ขั้นที่ 2 การระดมสมอง</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากกลุ่มนักเรียนที่แบ่งไว้ในขั้นตอนที่ 1 จะเริ่มเข้าใจปัญหาให้มากขึ้นโดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นน้อยๆ</li> </ul> <p>เชื่อมโยงปัญหาโดยใช้ “ความรู้เดิม” ก่อน</p> <p>ขั้นที่ 3 การวิเคราะห์ปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- เริ่มต้นจากการให้กลุ่มนักเรียน วิเคราะห์ปัญหาโดยใช้เหตุผลซึ่งให้กลุ่มนักเรียน กำหนดวัตถุประสงค์การเรียนรู้ เพื่อค้นหาข้อมูลที่จะอธิบายผลการวิเคราะห์ที่ตั้งไว้</li> </ul> <p>นักเรียนสามารถบอกได้ว่า ความรู้ส่วนใดรู้แล้วส่วนใดต้องกลับไป ทบทวนส่วนใดยังไม่รู้หรือจำเป็นต้องไป ค้นคว้าเพิ่มเติม</p>	<p>2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <p>นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา โดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหาเกี่ยวกับความรู้เดิม เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา</p>

Delisle (1997, pp. 26-36)	Kain (2003)	เวชฤทธิ์ อังคนะภักขจร (2566)	สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย (2553)	ผู้วิจัย
<p>3. การดำเนินการศึกษาค้นคว้า (Visiting the problem) แต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน การศึกษาค้นคว้าและดำเนินการศึกษาค้นคว้า หาข้อมูลเพิ่มเติมตามประเด็นที่ต้องการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากแหล่งการเรียนรู้ต่าง ๆ</p>	<p>ขั้นที่ 3 การสร้างทางเลือกและเลือกวิธีแก้ปัญหา - นักเรียนระบุแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาทั้งหมดที่ เป็นไปได้ ขั้นที่ 4 การนำเสนอวิธี แก้ปัญหา</p>	<p>3. ขั้นตอนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา คือ นักเรียนแสวงหาข้อเท็จจริงที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งอาจเป็นข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหา หรือข้อมูลความรู้เดิมของนักเรียน หรือข้อมูลความรู้ที่ได้จากการอภิปรายกลุ่มแล้วนำมากำหนดวิธีการหรือแนวทางในการหาคำตอบ</p>	<p>3. ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียน แล้วนำมากระบวนการที่เหมาะสมในการหาคำตอบ</p>	
<p>4. รวบรวมความรู้ตัดสินใจเลือกแนวทางแก้ปัญหาหลังจากแต่ละกลุ่มได้ข้อมูลครบถ้วนแล้วให้กลับเข้าชั้นเรียนและรายงานผลการศึกษาค้นคว้า อีกรั้งว่าข้อมูลที่ได้เพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ประเด็นใดแปลกใหม่น่าสนใจมีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาและประเด็นใดที่ไม่เป็นประโยชน์ ควรจะตัดทิ้งแล้วแต่ละกลุ่มร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางหรือวิธีการที่เหมาะสมที่สุดที่จะใช้ในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะได้พัฒนาทักษะการคิด การตัดสินใจ รวมทั้งนักเรียนจะค้นพบแนวทางในการแก้ปัญหาใหม่ ๆ จากการแลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็นซึ่งกันและกัน</p>	<p>ขั้นที่ 3 การสร้างทางเลือกและเลือกวิธีแก้ปัญหา - นักเรียนระบุแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาทั้งหมดที่ เป็นไปได้ ขั้นที่ 4 การนำเสนอวิธี แก้ปัญหา - นักเรียนมีการนำเสนอแนวคิดหรือแนวทางการหาคำตอบ แลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกลุ่ม</p>			

Delisle (1997, pp. 26-36)	Kain (2003)	เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2566)	สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเซีย (2553)	ผู้วิจัย
<p>5. สร้างผลงานหรือปฏิบัติตามทางเลือกเมื่อตัดสินใจเลือกแนวทางการหรือวิธีการแก้ปัญหาแล้วแต่ละกลุ่มสร้างผลงานหรือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้ซึ่งมีความแตกต่างกันไปแต่ละกลุ่ม</p>	<p>4. ขั้นตอนการลงมือปฏิบัติ คือ นักเรียนลงมือปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหาตามแนวทางที่วางไว้ ซึ่งอาจแตกต่างกันไป</p>	<p>ขั้นที่ 5 การสร้างประเด็นการเรียนรู้และประยุกต์ใช้ข้อมูลเพื่อแก้ปัญหา</p> <p>- ครูศึกษาแหล่งข้อมูลต่าง ๆ และตรวจสอบข้อมูลที่นักเรียนได้รวบรวมมาว่าสอดคล้องกับสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนเรียนรู้เพื่อแก้ปัญหาและเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาแล้วหรือยัง จากนั้นให้กลุ่มนักเรียนทำการวิเคราะห์สังเคราะห์และประยุกต์ใช้ข้อมูลสำหรับการแก้ปัญหาที่กำหนดไว้จนได้ผลลัพธ์ (Output) ซึ่งเป็นคำตอบสำหรับปัญหา</p>	<p>4. ขั้นตอนมือปฏิบัติ</p> <p>นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้ โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่แตกต่างกันออกไป</p>	

Delisle (1997, pp. 26-36)	Kain (2003)	เวททิ อังกะภทธรจร (2566)	สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย (2553)	ผู้วิจัย
<p>6. ประเมินผลการเรียนรู้และปัญหาเมื่อขั้นตอนการสร้างผลงานสิ้นสุด นักเรียนประเมินผลการทำงานของตนเองของกลุ่มและคุณภาพของปัญหาและครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน</p>	<p>ขั้นที่ 5 การอภิปรายสิ่งที่ได้เรียนรู้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนเกิดการอภิปรายและแลกเปลี่ยนข้อสงสัยภายในกลุ่มอีกครั้ง</li> </ul> <p>หลังจากมีการแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกลุ่ม</p>	<p>5. ขั้นการนำเสนอ คือ นักเรียนนำเสนอข้อค้นพบโดยการนำเสนอประกอบด้วยสถานการณ์ปัญหา ข้อมูลความรู้ที่รวบรวมได้ แนวทางและวิธีการในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล และข้อเสนอแนะ โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดบางประเด็นที่นักเรียนยังไม่เข้าใจหรือเข้าใจไม่ถูกต้อง รวมทั้งครูต้องกระตุ้นนักเรียนถามคำถามหรือเสนอแนวคิดที่แตกต่างกันออกไป</p>	<p>5. ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล</p> <p>นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา โดยครูควรเพิ่มรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน</p>	
		<p>6. ขั้นการประเมินผลการเรียนรู้ คือ นักเรียนประเมินผลการทำงานของตนเอง และครูประเมินผลงานของนักเรียน</p>		

ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็น 5 ขั้นตอน ดังนี้ (Delisle, 1997; Kain, 2003; เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2566; สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์น เอเชีย, 2553)

#### 1. ขั้นกำหนดปัญหา

ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ จากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ

#### 2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา

#### 3. ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียน แล้วนำมาระบุแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหา

คำตอบ

#### 4. ขั้นลงมือปฏิบัติ

นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่ต่างกันอย่างออกไป

#### 5. ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล

นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

### 3. เทคนิค KWDL

#### 3.1 ความเป็นมาของเทคนิค KWDL

วีชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 130) กล่าวว่า เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนามาจากเทคนิค KWL (Know-Want-Learned) ของ Ogle ( 1986, p. 517) ซึ่งเดิมโอเกิล ใช้เทคนิค KWL ในการสอนการอ่าน โดย K (Know) หมายถึง รู้อะไรบ้างจากเรื่องที่อ่านหรือ

หัวเรื่องที่กำหนด W (want to Know) หมายถึง ต้องการอะไรจากเรื่องที่อ่าน และ L (Learned) หมายถึง เกิดการเรียนรู้อะไรบ้าง ต่อมาในปี ค.ศ. 1987 โอเกิล และคาร์ (Ose and Carr) ได้พัฒนาเทคนิค KWL เป็น KWL plus โดยมีพื้นฐานเดียวกับเทคนิค KWL ที่แตกต่างกัน คือ KWL plus จะมีการเพิ่มเติมการทำแผนผังมโนทัศน์และการสรุปของเรื่องราวต่าง ๆ ที่อ่านเมื่อจบกระบวนการ KWL แล้ว ในปี ค.ศ. 1997 ชอร์ และคณะ (Shaw et al., 1997, pp. 482-486) อาจารย์ประจำมหาวิทยาลัยมิสซิสซิปปี ประเทศสหรัฐอเมริกาได้นำเทคนิค KWDL มาใช้สอนในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งนำรูปแบบการเรียนรู้แบบ ร่วมมือกันแก้ปัญหา (Cooperative Problem Solving) มาผสมผสานในกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น การดำเนินการตามลำดับขั้นตอน KWDL จะช่วยชี้นำการคิดแนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ จากเรื่องนั้น จากนั้นยังสามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้ความต้องการเร้าใจนักเรียนเป็นอย่างดี เทคนิค KWDL มาจากคำถามที่ว่า

K คือเรารู้อะไร (What We Know) หรือโจทย์บอกอะไรเราบ้าง

W คือเราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร (What We want to Know) โจทย์ให้อะไรหรือโจทย์บอกอะไรบ้าง

D คือเราทำอะไร อย่างไร (What we do to Find out) เรามีวิธีการอย่างไรบ้าง หรือมี วิธีดำเนินการเพื่อหาคำตอบอย่างไร

L คือเราเรียนรู้อะไรบ้าง (การดำเนินการในขั้นที่ 3) (What we Learned) ซึ่งคือคำตอบ สารความรู้และวิธีศึกษาคำตอบ ขั้นตอนการคิดคำนวณ เป็นต้น

จากความเป็นมาของเทคนิค KWDL ข้างต้น ผู้วิจัยจึงสรุปได้ว่า เทคนิค KWDL จะช่วยทำให้ผู้เรียนมีลำดับขั้นตอน การคิดอย่างเป็นระบบ จะเป็นแรงเสริมที่ทำให้ผู้เรียนมีการถ่ายทอดแนวความคิดได้อย่างเป็นระบบ ซึ่งจะส่งผลให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจในสิ่งที่ตนเองทำอยู่ได้ดีซึ่งมีรูปแบบเทคนิคดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แสดงแผนผังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL

K	W	D	L
โจทย์บอกระบบ	โจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอะไรบ้าง ใช้วิธีอะไรบ้าง	ดำเนินการตาม กระบวนการ	คำตอบที่ได้ คิดคำตอบอย่างไร
.....	.....	แสดงวิธีทำ	คำตอบ
.....	.....	.....	.....
.....	.....	วิธีที่ 1	สรุปขั้นตอน
.....	.....	วิธีที่ 2	.....
.....	.....	วิธีที่ 3	.....

### 3.2 ความสำคัญของเทคนิค KWDL

มีนักวิชาการทางการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของเทคนิค KWDL ดังนี้  
 วิชา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 130) ได้กล่าวว่า เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการสอนที่ช่วยส่งเสริมการอ่านเชิงวิเคราะห์และทำให้นักเรียนได้คิดพิจารณา วิเคราะห์โจทย์ปัญหาได้ ซึ่งการนำกระบวนการนี้ไปใช้ในการสอนคณิตศาสตร์โดยเฉพาะเรื่องโจทย์ปัญหา ซึ่งเป็นปัญหาของนักเรียนมากที่สุด เพราะปัจจัยสำคัญที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้นอกจากการคิดคำนวณคือการอ่านโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่เข้าใจ ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2555, หน้า 395) ได้กล่าวว่า เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคที่เหมาะสมสำหรับนำไปใช้พัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา และช่วยให้นักเรียนตีความหรือเข้าใจภาษาโจทย์ในโจทย์ เพราะสาเหตุที่นักเรียนส่วนใหญ่แก้โจทย์ปัญหาไม่ได้ นั่นเนื่องมาจากนักเรียนไม่เข้าใจคำและภาษาในโจทย์ อ่านโจทย์แล้วไม่ทราบว่าจะใช้วิธีใดคำนวณ และยังขาดยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

Shaw & other (1997, p.482 - 486) ได้กล่าวว่า เทคนิค KWDL เป็นเทคนิคที่ช่วยพัฒนาการอ่านเพื่อเพิ่มความเข้าใจ เป็นเทคนิคที่ชี้แนะให้ผู้อ่านใช้ขั้นตอนเดียวกับผู้อ่านที่เกี่ยวข้องมาแล้ว และเป็นเทคนิคที่พัฒนาทักษะ ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ยาก และซับซ้อนอย่างมีประสิทธิภาพ

Quiocho (1997, p.454) ได้กล่าวว่า เทคนิค KWDL สามารถพัฒนาความเข้าใจในการอ่าน เรื่อง ของนักเรียนให้ดีขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถ คิด วิเคราะห์ โจทย์ปัญหาและสามารถหาแนวทางที่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้

จากความสำคัญของเทคนิค KWDL ข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า เทคนิค KWDL มีความสำคัญคือ เป็นเทคนิคที่ช่วยส่งเสริมการอ่าน คิด วิเคราะห์ ตีความโจทย์ปัญหาเพื่อนำไปสู่แนวทางการแก้ปัญหา และเป็นเทคนิคที่พัฒนาการอ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจ พัฒนาทักษะ และความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

### 3.3 ความหมายของเทคนิค KWDL

มีนักวิชาการทางศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของเทคนิค KWDL

Shaw et. al (1998, p. 482 - 486) กล่าวว่า เทคนิค KWDL หมายถึง วิธีการที่มุ่งเน้นการฝึกให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ได้ฝึกการเขียนสรุปโจทย์ปัญหาอย่างหลากหลาย

วัชรรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 149 - 150) กล่าวว่า เทคนิค KWDL หมายถึง วิธีการที่ช่วย ชี้้นำการคิดแนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ จากเรื่องหรือปัญหานั้น ๆ และยังสามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้ และเร้าความสนใจเป็นอย่างดี

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2555, หน้า 395) ได้กล่าวว่า เทคนิค KWDL เป็นการสอนที่ช่วยส่งเสริม ความสามารถของนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยการให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกันในการ เรียนรู้และหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนด

จากความหมายของเทคนิค KWDL ข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า เทคนิค KWDL หมายถึง เทคนิค ที่ช่วยชี้้นำการคิดแนวทางในการอ่าน การหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ การฝึกวิเคราะห์และ สรุปโจทย์ปัญหาได้หลากหลาย เพื่อพัฒนาความเข้าใจในการอ่าน และความสามารถในการแก้โจทย์ ปัญหาคณิตศาสตร์

### 3.4 ขั้นตอนของเทคนิค KWDL

มีนักวิชาการทางศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงขั้นตอนของเทคนิค KWDL

Shaw et. al (1998, p. 482 - 486) กล่าวว่า ขั้นตอนของเทคนิค KWDL ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. K (What We Know) เรารู้อะไร
2. W (What We Want to Know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร

3. D (What We do to Find Out) เราทำอะไรอย่างไร หรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง

4. L (What We Learned) เราเรียนรู้อะไร

วัชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 149 - 150) กล่าวว่า ขั้นตอนของเทคนิค KWDL มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้น K (What We Know) เรารู้อะไร หรือโจทย์บอกอะไรเราบ้าง

2. ขั้น W (What We Want to Know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร โจทย์ให้อะไร หรือโจทย์บอกอะไรบ้าง

3. ขั้น D (What We do to Find Out) เราทำอะไรอย่างไร หรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้างในการหาคำตอบ หรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง หรือมีวิธีดำเนินการเพื่อหาคำตอบอย่างไร

4. ขั้น L (What we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง หมายถึง ขั้นที่นักเรียนระบุคำตอบ สาธิตความรู้และวิธีศึกษาคำตอบขั้นตอนการคิดคำนวณเพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2558, หน้า 409 - 410) กล่าวว่า ขั้นตอนของเทคนิค KWDL มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้น K (What we know) รู้อะไรบ้างในเรื่องที่จะเรียนหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

2. ขั้น W (What we want to know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ หรือสิ่งที่ต้องการรู้

3. ขั้น D (What we do to find out) ต้องทำอะไร เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ หรือสิ่งที่ต้องการรู้

4. ขั้น L (What we learned) สรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, หน้า 15-52) กล่าวว่า ขั้นตอนของเทคนิค KWDL มีขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้น K (What we know) รู้อะไรบ้าง เกี่ยวกับโจทย์ หรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง

2. ขั้น W (What we want to know) โจทย์ต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร

3. ขั้น D (What we do to find out) จะทำอะไร อย่างไร เพื่อให้ได้คำตอบ

4. ขั้น L (What we learned) นำเสนอหรือบอกได้ว่าเกิดการเรียนรู้ในเรื่องใด

ดังนั้น ผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์ขั้นตอนเทคนิค KWDL ดังตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 4 การสังเคราะห์เทคนิค KWDL

Shaw et al. (1997, p. 482-486)	วิชา เล่าเรียนดี (2554, วิชาพัฒนา สุทธิรัตน์ (2558, บริษัท เนวเียนผล (2554, ผู้วิจัย
หน้า 149-150)	หน้า 409 - 410) หน้า 15-52)
<p>1. K (What We Know) เราทำอะไร หรือ โฟกัสบอกอะไรเราบ้าง</p>	<p>1. ชั้น K (What we know) รู้อะไรบ้าง เกี่ยวกับ โฟกัส หรือสิ่งที่โฟกัสบอกให้ ทราบมีอะไรบ้าง</p>
<p>2. W (What We Want to Know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร</p>	<p>1. ชั้น K (What we want to know) โฟกัสที่โฟกัสบอกให้ ทราบมีอะไรบ้าง</p>
<p>2. W (What We Want to Know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร</p>	<p>2. ชั้น W (What We Want to Know) สิ่งที่ โฟกัสต้องการรู้หรือ ต้องการทราบคืออะไร</p>

ตารางที่ 4 (ต่อ)

Shaw et al. (1997, p. 482-486)	รัชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 149-150)	ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2558, หน้า 409 - 410)	ปรีชา เนาว์เย็นผล (2554, หน้า 15-52)	ผู้วิจัย
3. D (What We do to Find Out) เราทำอะไร อย่างไร หรือเรามีวิธีการ อย่างไรบ้าง	3. D (What We do to Find Out) เราทำอะไร อย่างไร หรือเรามีวิธีการ อย่างไรบ้างในการหา คำตอบ หรือเรามีวิธีการ อย่างไรบ้าง หรือมีวิธี ดำเนินการเพื่อหาคำตอบ อย่างไร	3. ชั้น D (What we do to find out) ต้องทำอะไร เพื่อหาคำตอบที่โจทย์ ต้องการ หรือสิ่งที่ต้อง การรู้	3. ชั้น D (What we do to find out) จะทำอะไร อย่างไร เพื่อให้ได้คำตอบ	3. ชั้น D (What We do to Find Out) เราทำอะไร อย่างไรหรือเรามีวิธีการ อย่างไรบ้างที่ดำเนินการ หาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้
4. L (What We Learned) เราเรียนรู้อะไร อะไรบ้าง	4. L (What We Learned) เราเรียนรู้ อะไรบ้าง	4. ชั้น L (What we learned) สรุปลงที่ได้จาก การเรียนรู้	4. ชั้น L (What we learned) นำเสนอหรือ บอกได้ว่าเกิดการเรียนรู้ใน เรื่องใด	4. ชั้น L (What We Learned) นำเสนอและ สรุปลงที่ได้จากการเรียนรู้

จากการที่ผู้วิจัยทำการสังเคราะห์ขั้นตอนเทคนิค KWDL ผู้วิจัยจึงสรุปได้ว่าขั้นตอนเทคนิค KWDL ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ (Shaw et. Al, 1998; วิชา เล่าเรียนดี, 2554; ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2558; ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2554)

1. ชั้น K (What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนด หรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบมีอะไรบ้าง
2. ชั้น W (What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือต้องการทราบคืออะไร
3. ชั้น D (What We do to Find Out) เราทำอะไรอย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง ที่ดำเนินเพื่อหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้
4. ชั้น L (What We Learned) นำเสนอและสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

#### 4. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

##### การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน หมายถึง เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมาใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา และสร้างความรู้ใหม่ผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ส่วนครูผู้สอนทำหน้าที่ในการอำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ (Delisle, 1997; Kain, 2008; สำนักงานมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้, 2550; สำนักงานวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเชีย, 2553) มีขั้นตอนดังนี้

##### 1. ชั้นกำหนดปัญหา

ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ จากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ

##### 2. ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา

##### 3. ชั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษาค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียน แล้วนำมาระบุแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ

#### 4. ชั้นลงมือปฏิบัติ

นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่แตกต่างกันออกไป

#### 5. ชั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล

นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

#### เทคนิค KWDL

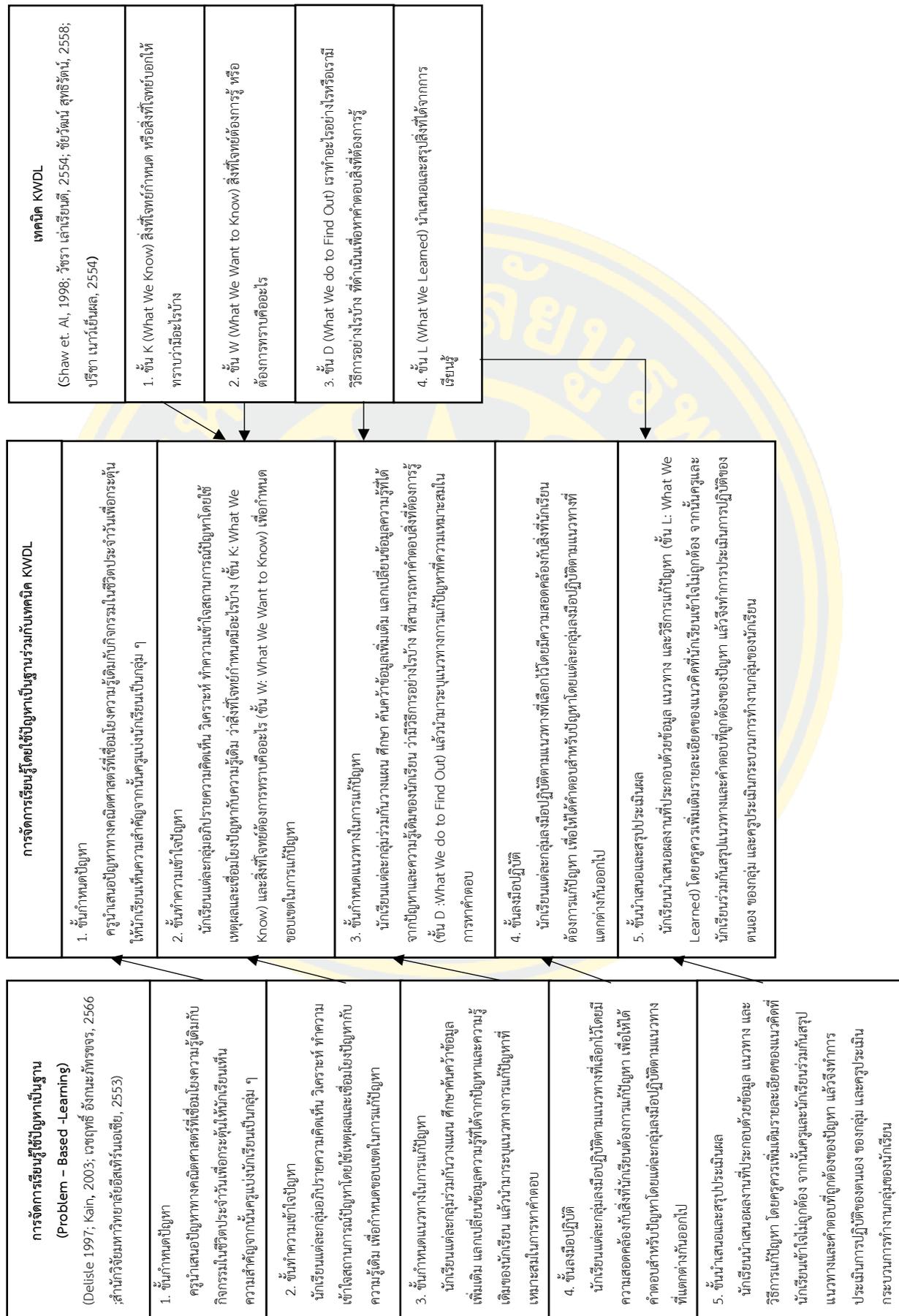
เทคนิค KWDL หมายถึง เทคนิคที่ช่วยชี้นำการคิดแนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ เพื่อพัฒนาความเข้าใจในการอ่าน และความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ (Shaw et.Al, 1998; วัชรา เล่าเรียนดี, 2554; ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2558; ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2554) มีขั้นตอนดังนี้

1. ชั้น K (What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนด หรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบว่ามီးอะไรบ้าง
2. ชั้น W (What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการรู้ หรือต้องการทราบคืออะไร
3. ชั้น D (What We do to Find Out) เราทำอะไรอย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้างที่ดำเนินเพื่อหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้
4. ชั้น L (What We Learned) นำเสนอและสรุปที่สิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

### การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมาใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา โดยใช้แนวทางในการอ่าน และหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ และสร้างความรู้ใหม่ผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม ส่วนครูผู้สอนทำหน้าที่ในการอำนวยความสะดวกให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ซึ่งผู้วิจัยได้ทำการสังเคราะห์โดยใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL โดยนำชั้นของเทคนิค KWDL เข้าแทรกในขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ดังภาพที่ 3 ดังนี้





ภาพที่ 3 การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

จากภาพที่ 3 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

#### 1. ขั้นกำหนดปัญหา

ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญจากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 – 5 คน

#### 2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมีอะไรบ้าง (ขั้น K: What We Know) และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร (ขั้น W: What We Want to Know) เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา

#### 3. ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียนว่ามีวิธีการอย่างไรบ้าง ที่สามารถหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้ (ขั้น D :What We do to Find Out) แล้วนำมาระบุแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ

#### 4. ขั้นลงมือปฏิบัติ

นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่ต่างกัันออกไป

#### 5. ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล

นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา (ขั้น L: What We Learned) โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

## 5. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

### 5.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการทางการศึกษาให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Good (1959, p. 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ในด้าน การคำนวณ ความสัมพันธ์ จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ รวมถึงคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

Cooney et al. (1975, p.85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือนักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

Cockburn and Littler (2010, pp.3 - 6) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความคิดสำคัญในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ ความสัมพันธ์กับจำนวนรวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ หรือความคิดสำคัญเกี่ยวกับลักษณะภายนอกสิ่งของที่เกิดจากการสังเกต หรือการได้รับประสบการณ์ที่มีการนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคอง (2557, หน้า 15) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่าง หรือไม่ใชตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ และสรุปความเข้าใจที่เกิดจากการเรียนรู้ออกมาในรูปของกฎ สูตร บทนิยาม หรือทฤษฎีบทต่าง ๆ รวมถึงการให้เหตุผลที่เป็นระบบทางคณิตศาสตร์

## 5.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องพบว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างไรที่นักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษากล่าวและเสนอไว้ ดังนี้

Cooney, Davis and Henderson (1975, p. 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. สามารถบอกเหตุผลโดยใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่องจำนวนตรรกยะสามารถบอกได้ว่า จำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่เพราะเหตุใด เป็นต้น
2. มโนทัศน์ทำให้วางหลักการทั่วไป และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้
3. มโนทัศน์ทำให้พบความรู้ใหม่

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2555, หน้า 61 - 87) ได้เสนอถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนของครู และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน การวิเคราะห์ว่าครูและนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอะไรบ้างและคลาดเคลื่อนอย่างไร เมื่อเปรียบเทียบกับมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการระมัดระวังไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น

อัมพร ม้าคอง (2557, หน้า 17) อธิบายว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งครูผู้สอนและนักเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ครูผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่าครูผู้สอนจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าครูผู้สอนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอนในขณะเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับนักเรียนในการคิด การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้น ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งครูผู้สอนและนักเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคย โดยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น และยังทำให้พบสมบัติบางประการอื่น ๆ และความรู้ใหม่

### 5.3 การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการได้กล่าวถึงการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Gunter, Ester and Schwab, (1990, pp. 103-119) ได้กล่าวถึง การสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปไว้ดังนี้

1. เลือกและนิยามมโนทัศน์โดยจะต้องสอดคล้องกับบทเรียน นิยามต้องชัดเจนและอ้างเหตุผลที่สามารถพิสูจน์ได้
2. กำหนดคุณลักษณะที่จำเป็น
3. ยกตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ ตัวอย่างทางบวกต้องมีคุณสมบัติที่สำคัญและตัวอย่างทางลบไม่จำเป็นต้องมีคุณสมบัติที่สำคัญครบทุกข้อ
4. อธิบายให้นักเรียนทราบกระบวนการที่กำลังทำอะไรและขั้นใดบ้างที่จำเป็น
5. ยกตัวอย่างที่เป็นปัจจุบันและอ้างเหตุผลเป็นข้อ ๆ และจัดประเภทคุณสมบัติของตัวอย่างทั้งทางบวกและทางลบ เพื่อเปรียบเทียบ
6. นักเรียนสามารถให้ความหมายของมโนทัศน์ได้ถูกต้อง
7. ให้ตัวอย่างเสริมถ้านักเรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์แล้วครูให้ตัวอย่างเสริมเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจทุกคน
8. อธิบายกระบวนการในห้อง เพื่อให้ทราบแน่นอนว่านักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ถูกต้องหรือไม่ โดยให้นักเรียนออกมาอธิบายหน้าชั้นเรียน
9. การวัดผลถถามนักเรียนถึงพัฒนาการให้ตัวอย่างเสริมเพื่อหาคุณสมบัติที่จำเป็น หรือถถามเพื่อพัฒนาการตัวอย่างทางบวกและทางลบ เพื่อหาคุณสมบัติของมโนทัศน์ใหม่

พนัส หันนาคินทร์ และ พัทธ์ชัย รัชชพลเดช (ม.ป.ป., หน้า 50-51) ได้กล่าวว่าการสอนให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีกระบวนการดังนี้

1. หาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เราต้องการสร้างมโนทัศน์จากประสบการณ์หรือสัมผัส หลาย ๆ ทาง (Experience) อันเป็นการทำให้ข้อมูลที่ได้รับแน่นอน ยังมีประสบการณ์ในเรื่องที่เรียนหลายด้านมากขึ้นเท่าไรการที่เราจะสร้างมโนทัศน์ในสิ่งนั้นแน่นอน ขั้นนี้ถือได้ว่าเป็นขั้นของการสร้างการรับรู้ (Perception)
2. มองหาความแตกต่างหรือความคล้ายคลึงในกรณีหรือสิ่งที่ได้สังเกตนั้นเป็นราย ๆ ไป (Differentiation) ในขั้นนี้เป็นการพิจารณารายละเอียดลงไปอีกเช่น ในเรื่องรูปร่าง มะนาวผิดกับผลไม้อื่นอย่างไร การเปรียบเทียบกับความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างทำให้ความเข้าใจใน คุณสมบัติรวมของสิ่งเหล่านั้นดีขึ้น
3. สรุปรวบยอดหรือการหาแบบทั่วไปของสิ่งที่ต้องการสร้างมโนทัศน์เพื่อสร้างขึ้น เป็นหน่วยความคิด (Generalization and Abstraction) เป็นการสรุปและหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้รับหรือพิจารณาแล้วผลที่ได้ออกมานั้นก็กำหนดสัญลักษณ์ เช่น การกำหนดให้สิ่งที่ได้สร้างขึ้นมานั้น เรียกสิ่งที่ได้สรุปรวบยอดและได้ให้สัญลักษณ์นี้ว่าเป็นมโนทัศน์ในสิ่งนั้น ๆ ในเชิงคณิตศาสตร์เป็นหลักหรือกฎเกณฑ์บางอย่างที่ได้จากการพิจารณาคุณสมบัติซึ่งเป็นแบบของมันเองโดยเฉพาะ

4. การนำไปใช้โดยวิธีอนุมาน (Deduction) ขบวนการสร้างมโนทัศน์ขั้นสุดท้ายคือ การนำเอาสิ่งที่ได้ค้นพบแล้วนั้นไปใช้ปรับเข้ากับเหตุการณ์เอกเทศอื่น ๆ ในรูปของ “ถ้า.... แล้ว.....” เช่น เมื่อสร้างมโนทัศน์ได้ว่า ในรูปสามเหลี่ยมใด ๆ ความยาวของด้านสองด้านของ สามเหลี่ยมนั้น รวมกัน ย่อมยาวกว่าด้านที่สาม ดังนั้น ถ้า ABC เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่งแล้ว ด้าน a บวกกับด้าน b ย่อมยาวกว่าด้าน c เป็นต้น

เมธี ลิ้มอักษร (2524, หน้า 5-6) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนในการสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ก่อนที่สอนให้นักเรียนมีมโนทัศน์ใหม่ขึ้นมา นั้น ครูจะต้องแน่ใจเสียก่อนว่าพื้นความรู้ทักษะ หรือประสบการณ์เดิมที่จำเป็นต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่ขึ้นมา นั้น นักเรียนมีความพร้อมแล้ว ดังนั้น ก่อนที่ครูจะสอนเรื่องการบวกหรือลบเศษส่วน ครูต้องแน่ใจว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และทักษะในการเปรียบเทียบเศษส่วน หรือการทำให้เศษส่วนมีค่าเท่ากันได้เสียก่อน

2. ครูต้องไม่ลืมที่เร้านักเรียนให้มีความปรารถนาที่เรียน ในสิ่งที่ครูต้องการจะสร้างมโนทัศน์นั้นเสียก่อน ทั้งนี้เพราะเข้าใจและยอมรับกันอยู่แล้วว่า นักเรียนเรียนในสิ่งที่เขาได้ ลงมือ กระทำ ได้เห็น ได้รู้สึก และพร้อมที่จะคิด การเรียนรู้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความพร้อมและความเต็มใจที่เรียน

3. สิ่งที่น่ามาสอนเพื่อให้เกิดมโนทัศน์นั้น ครูต้องพิจารณาว่าอยู่ในวิสัยที่นักเรียนเข้าใจได้ครูต้องจำไว้ว่าการสร้างมโนทัศน์เชิงคณิตศาสตร์นั้นย่อมต้องผ่านขบวนการต่าง ๆ เช่น การได้ลงมือทำด้วยตนเองได้เห็น ได้ยิน ได้คำนวณ และรู้จักใช้สัญลักษณ์ไม่ว่าจะเป็นรูปหรือนามก็ตาม ดังนั้นในการสร้างมโนทัศน์ซึ่งแต่ละคนต้องการเวลาแตกต่างกันครูจึงต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ต้องใช้เวลาแตกต่างกันในการสร้างมโนทัศน์ในแต่ละเรื่อง

4. ครูจะต้องเป็นผู้คอยช่วยเหลือ แนะนำ และพยายามรักษาแรงจูงใจให้มีอยู่เสมอ เพื่อให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพอยู่เสมอ การเรียนรู้แบบลองผิดลองถูกเป็นการเรียนรู้ที่ปราศจากหลักการ อาจก่อให้เกิดความรู้สึกท้อใจแก่นักเรียนได้ สิ่งที่น่ามาพิจารณานั้น ควรเป็นสิ่งที่นักเรียนสามารถมองเห็นองค์ประกอบรวมได้โดยไม่ยากเกินไป

5. ครูจะต้องพยายามจัดการสิ่งที่เป็นเครื่องมือเพื่อให้เกิดมโนทัศน์ได้โดยแจ่มแจ้งไม่ว่าจะเป็นหนังสือ ตำรา หุ่น หรือเครื่องประกอบความเข้าใจอย่างอื่นก็ตาม

6. ครูจะต้องพยายามให้เวลาแก่นักเรียนอย่างเพียงพอที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรม อันจะนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์นั้น ๆ โดยแจ่มชัด การสร้างมโนทัศน์นั้นเป็นกระบวนการที่กินเวลาและ

ต้องการประสบการณ์หลายด้าน ตลอดจนความสามารถที่นำไปใช้ได้ สถานการณ์ที่ต่าง ๆ กันเพื่อเป็นเครื่องประกันได้ว่านักเรียนเข้าใจมโนทัศน์นั้น ๆ ได้อย่างแจ่มชัด

จากการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. หาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เราต้องการสร้างมโนทัศน์จะต้องสอดคล้องกับบทเรียนและอ้างเหตุผลที่สามารถพิสูจน์ได้
2. ยกตัวอย่างปัญหาที่เป็นปัจจุบัน ให้นักเรียนมองหาความแตกต่างหรือความคล้ายคลึงในปัญหา
3. ให้ตัวอย่างเสริมถ้านักเรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์แล้วครูให้ตัวอย่างเสริมเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจทุกคน เพื่อให้ทราบแน่นอนว่านักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ถูกต้องหรือไม่
4. สรุปรวบยอดสิ่งที่ต้องการสร้างมโนทัศน์ วัตถุประสงค์นักเรียนถึงพัฒนาการเพื่อหาคุณสมบัติของมโนทัศน์ที่จำเป็น เพื่อนำเอาสิ่งที่ได้ค้นพบแล้วนั้นไปใช้ปรับเข้ากับเหตุการณ์เอกเทศอื่น ๆ
5. จะต้องพยายามจัดการสิ่งที่เป็นเครื่องมือ เช่น หนังสือ ตำรา เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ตามที่ต้องการ
6. ให้เวลาแก่นักเรียนอย่างเพียงพอที่จะมีส่วนร่วมในกิจกรรม อันจะนำไปสู่การสร้างมโนทัศน์

#### 5.4 การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Charlesworth (2005, pp.29-34) กล่าวว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอายุน้อย ๆ ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้สามารถใช้ได้กับการสอนทั่ว ๆ ไปด้วย โดยการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวมีทั้งหมด 6 ข้อ ดังนี้

1. ประเมินสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่ (Assess) เพื่อให้ทราบความรู้ของนักเรียน อันจะนำไปสู่การวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยที่นักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน
2. ตั้งวัตถุประสงค์ (Choose Objectives) เมื่อประเมินสภาพในขั้นที่ 1 แล้วครูนำสภาพนั้น ๆ มาช่วยตั้งวัตถุประสงค์
3. วางแผนการจัดประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ (Plan experience) ต้องนึกว่าเด็กอายุน้อย ๆ จะเรียนได้ดีจากประสบการณ์ธรรมชาติรอบตัว
4. เลือกวัสดุ อุปกรณ์หรือสื่อต่าง ๆ ที่จะนำมาใช้ในการสอน (Select materials) โดยสื่อต้องเป็นสิ่งที่ดี ทำอย่างดี ปลอดภัยต่อเด็ก ต้องออกแบบเพื่อให้นักเรียนเข้าถึงมโนทัศน์นั้น ๆ สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และเหมาะสมกับระดับของนักเรียน

5. ปฏิบัติการสอนนักเรียนตามแผนที่วางไว้ (Teach)

6. ประเมินว่านักเรียนเรียนรู้สิ่งที่ต้องการสอนหรือไม่ (Evaluate) ถ้าเรียนรู้แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้ายังไม่เกิดการเรียนรู้ครูต้องกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง

อัมพร ม้าคนอง (2557, หน้า 22) ได้กล่าวว่า การพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์มีแนวคิดและแนวทางในการดำเนินการ ดังนี้

1. จัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมายจำเป็นสำหรับการคิดและการใช้งาน และเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับสูงขึ้น นอกจากนี้ควรให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีหรือเนื้อหากับวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่ตนเลือกใช้ ความรู้คณิตศาสตร์จึงควรเกิดจากความเข้าใจ ไม่ใช่เกิดจากการจดจำซึ่งอาจลืมได้โดยง่าย การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้เด็กมองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้นได้

2. พัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนานวัตกรรมทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ การคิดไตร่ตรอง การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐานสำคัญของการทำความเข้าใจและพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้

3. ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับนวัตกรรมที่ต้องการพัฒนาให้นักเรียนโดยอาจต้องมีการวิเคราะห์หม่โน้ตศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้นจึงออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละหม่โน้ตศน์ และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมจะต้องมีการประเมินพฤติกรรมการทำกิจกรรมของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง โดยอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด เพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง และขยายไปสู่ความหมายใหม่ หรือความรู้เชิงนามธรรมได้

4. เลือกใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับนวัตกรรมที่ต้องการพัฒนา เช่น Geometer's Sketch Pad, TI 82, TI 93 และ Graphing Calculator รวมทั้งจัดสภาพแวดล้อมหรือบริบทของการเรียนรู้ให้เอื้อต่อการใช้สื่อและนวัตกรรมเหล่านั้น

5. ประเมินผลการพัฒนานวัตกรรมเป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่องในกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ทั้งการประเมินรายบุคคลและการประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่งการประเมินพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน นอกจากนี้ครูผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับนักเรียนเพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

6. พยายามให้นักเรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของนักเรียน และไม่ยากเกินกว่าที่นักเรียนจะคิดได้

จากข้างต้นผู้วิจัยสรุปได้ว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมี ดังนี้

1. จัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมายจำเป็นสำหรับการคิดและการใช้งาน และเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับสูงขึ้น โดยครูประเมินสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่เพื่อให้ทราบความรู้ของนักเรียนและนำไปวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีหรือเนื้อหากับวิธีการหรือขั้นตอนการทำงานที่ตนเลือกใช้
2. ครูตั้งวัตถุประสงค์เมื่อประเมินสภาพและหาแนวทางพัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ การคิดไตร่ตรอง การคิดอย่างมีวิจารณญาณ เนื่องจากการคิดเป็นพื้นฐานสำคัญของการทำความเข้าใจและพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์
3. ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนานักเรียน และจัดประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์
4. เลือกใช้สื่อ วัสดุ อุปกรณ์ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา
5. ปฏิบัติการสอนนักเรียนตามแผนที่วางไว้
6. ประเมินว่านักเรียนเรียนรู้สิ่งที่ต้องการสอนหรือไม่ โดยพยายามให้นักเรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

#### 5.5 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้วการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียนมากน้อยเพียงใดเป็นเรื่องที่สำคัญได้มีนักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ไว้ดังนี้

Frayer, Fredrick and Klausmeier (1972, pp. 218- 224) กล่าวว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์เนื้อหาก่อนจึงจะออกข้อสอบที่สอดคล้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ แบบทดสอบที่ใช้วัดมโนทัศน์ควรประกอบด้วย

1. คุณลักษณะของตัวอย่างมโนทัศน์
2. สิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์
3. คุณลักษณะที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กัน
4. คำจำกัดความของมโนทัศน์
5. การนำมโนทัศน์ไปสู่หลักการ



ระดับถูกต้องอย่างสมบูรณ์ (Completely correct)	ให้ 3 คะแนน
ระดับถูกต้องค่อนข้างสมบูรณ์ (Mostly correct)	ให้ 2 คะแนน
ระดับถูกต้องบ้างบางส่วน (Partly correct)	ให้ 1 คะแนน
ระดับไม่ถูกต้อง (Incorrect)	ให้ 0 คะแนน

ซึ่งอัมพร ม้าคนอง ได้วิเคราะห์ลักษณะการอธิบายโน้ตค้นออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นการอธิบายที่มีการอ้างอิง โครงสร้างหรือระบบทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนอย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งจำแนกได้เป็น

2 ระดับ ดังนี้

1.1 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

1.2 ระดับการอธิบายที่สื่อความหมายได้บ้าง หรือพยายามสื่อความหมาย แต่ไม่ชัดเจน

2. การอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง เป็นการอธิบายที่ไม่ได้ใช้โครงสร้างและระบบทางคณิตศาสตร์ และไม่ได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2557, หน้า 55) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยโดยจัดเป็นกลุ่มตามระดับความสามารถในการตอบเป็น 4 กลุ่ม ดังตาราง

ที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร

กลุ่มที่	คำอธิบาย	ระดับคะแนน
4	ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผลและมีการสื่อความหมายได้ชัดเจน	3 คะแนน
3	- ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์ โดยการอธิบายมีการอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สนับสนุนคำตอบบ้างแต่ไม่ชัดเจน หรือ - ตอบถูกต้องอย่างสมบูรณ์ แต่การอธิบายใช้การอ้างอิงความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสนับสนุนคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล	2 คะแนน

ตารางที่ 5 (ต่อ)

กลุ่มที่	คำอธิบาย	ระดับคะแนน
2	- ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน และพยายามอธิบาย โดยอ้างอิงความรู้และความสัมพันธ์เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนคำตอบที่ไม่ถูกต้อง หรือ - ตอบถูกต้องหรือตอบถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการอธิบาย ให้เหตุผล ประกอบ	1 คะแนน
1	ตอบไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบ	0 คะแนน

จากเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มี 2 ลักษณะ คือ การอธิบายแบบมีโครงสร้างที่เป็นเหตุเป็นผลและการอธิบายแบบไม่มีโครงสร้าง ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ปรับปรุงจาก อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 68) และ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2557, หน้า 55) เนื่องจากเกณฑ์ดังกล่าวมีความเหมาะสมกับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ไว้ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

คะแนน/ ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
2/ ถูกต้องสมบูรณ์	ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และให้เหตุผลที่เป็นระบบที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้องครบถ้วน
1/ ถูกต้องบางส่วน	- ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้อง แต่ให้เหตุผลที่เป็นระบบถูกต้องบางส่วน หรือ - ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนให้เหตุผลที่เป็นระบบ

ตารางที่ 6 (ต่อ)

คะแนน/ ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
0/ ไม่ถูกต้อง	ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และการให้เหตุผลที่เป็น ระบบ ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม

## 6. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 6.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวและเสนอความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1957, p. 4-5) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่สิ่งที่เหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

Lester (1977, p. 12) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง หัวใจของคณิตศาสตร์ทั้งหลาย ซึ่งการแก้ปัญหาอาจมีความหมายได้หลายอย่างทั้งนี้ขึ้นอยู่กับบุคคล และกาลเวลา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 5) ได้เสนอความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาโดยจะต้องใช้ความรู้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหา เพื่อกำหนดวิธีการหาคำตอบของปัญหา

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 14) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นกระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดให้ในปัญหานั้น ๆ

จากความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้นผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจะต้องใช้ความรู้ความคิดทางคณิตศาสตร์มาผสมผสานกับข้อมูล ประสบการณ์เดิม เพื่อหาวิธีหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

## 6.2 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการได้ให้ความหมายความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Polya (1981, pp. 1-10) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ทักษะ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแสดงแนวความคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้กระบวนการทางสมอง ประสบการณ์ เพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา ซึ่งวัดจากความสามารถใน 4 ด้าน คือ ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาความสามารถในการตรวจสอบผล

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (understanding the problem) ขั้นนี้เป็นการวิเคราะห์ประเด็นของปัญหาว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร โจทย์ให้ข้อมูลอะไรบ้าง เริ่มต้นให้นักเรียนอ่านพิจารณาโจทย์ปัญหา และบอกรายละเอียดทั้งหมด ตามความเข้าใจของนักเรียน

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (devising plan) เป็นขั้นเชื่อมโยงความเกี่ยวข้องกันระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่ต้องการทราบ ครูผู้สอนควรจะช่วยนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาไปพร้อม ๆ กับนักเรียน เป็นการฝึกให้นักเรียนหาวิธีในการแก้ปัญหาหลากหลายวิธี

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน (carrying out the plan) ขั้นนี้เป็นการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 และต้องตรวจสอบว่าในแต่ละขั้นว่าปฏิบัติได้ถูกต้องหรือไม่ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบ (looking back) ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ปัญหาว่า ถูกต้องหรือไม่ ครูต้องจัดกิจกรรมให้นักเรียนมองย้อนกลับไปทบทวนในแต่ละขั้นตอนต่าง ๆ ที่ผ่านมา โดยพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพิจารณาว่ามีคำตอบอื่นหรือวิธีคิดอื่นอีกหรือไม่

Charles, Lester & O'Daffer, (1982, p. 35) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงวิธีหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้ และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อบรรลุการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ พิจารณาจากการเขียนแสดงวิธีหาคำตอบในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วัชรรา เล่าเรียนดี (2548, หน้า 8) ได้ให้ความหมายของ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้สอดคล้องกับ Polya (1957 , p. 4-5) และ Gagne (1970, p. 63) คือกระบวนการที่ต้องอาศัยความรู้ ความคิด การสังเกต ประสบการณ์เดิม ของแต่ละบุคคลที่มีความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์และนำความรู้ที่ได้เรียนรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างจากเดิมโดยอาศัยหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกันตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และการใช้หลักการนั้นประสมประสานกันจนเป็นความสามารถชนิดใหม่ ที่เรียกว่าความสามารถด้านการคิดแก้ปัญหา ซึ่งต้องอาศัยทักษะการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์การคาดคะเนเหตุผลรวมทั้งทักษะการเข้าใจกับปัญหาคิดหาทางแก้ปัญหาที่เป็นไปได้หลายแนวทางทบทวนวิธีการแก้ปัญหาและประเมินผลแนวทางการแก้ปัญหาให้บรรลุจุดมุ่งหมายที่ต้องการ

กองวิจัยทางการศึกษา (2535, หน้า 10-18) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า คือ ความสามารถในการเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการหาวิธีการได้ถูกต้อง ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ความรู้ ประสบการณ์ ความคิดรวบยอด ทักษะ กระบวนการทางสมอง และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 6.3 ประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการกล่าวถึงประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Rays et al. (2004, pp. 115 – 117) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์จากผู้แก้ปัญหาเป็นหลัก แบ่งได้ 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาที่คุ้นเคย หรือพบอยู่เป็นบ่อยครั้ง ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ปัญหาจะเกี่ยวกับการประยุกต์การดำเนินการคณิตศาสตร์ จะอยู่ในรูปแบบโจทย์ปัญหาที่เป็นเนื้อเรื่องหรือถ้อยคำ โครงสร้างของปัญหาไม่ซับซ้อน คล้ายกับตัวอย่างปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์แก้มาแล้ว

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ซึ่งมีโครงสร้างซับซ้อนในการแก้ปัญหา นักเรียนต้องใช้ความรู้ กระบวนการต่าง ๆ และประสบการณ์หลายอย่างใช้เข้าด้วยกันเพื่อหาวิธีแก้ปัญหา

Bitter, Hartfield, & Edwards, (1989, p.37) พิจารณาลักษณะปัญหา จะแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-ended problems) ปัญหาที่ตอบได้หลายคำตอบ ปัญหาลักษณะนี้จะเน้นกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery problems) ปัญหาที่มีคำตอบเดียว แต่มีหลายวิธีในการหาคำตอบ

3. ปัญหาแนะให้ค้นพบ (Guided discovery problems) ปัญหาที่ต้องมีแนวทางในการหาคำตอบ

จากประเภทแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักวิชาการได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยจึงสรุปได้ว่า ประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่พบบ่อย มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน แก้ปัญหาได้ง่าย เป็นปัญหาที่มีคำตอบเดียว และสามารถมีวิธีในการหาคำตอบหลายวิธี

2. ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นปัญหาที่ซับซ้อน ต้องใช้ความรู้ประสบการณ์ใช้เข้าด้วยกันเพื่อแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่ต้องหาแนวทางเพื่อให้ได้คำตอบ เป็นปัญหาที่ตอบได้หลายคำตอบ และเน้นกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าคำตอบ

## 6.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวและเสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546, หน้า 80 - 81) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องทำความเข้าใจกับปัญหาที่พบในประเด็นต่าง ๆ คือ 1.1 ปัญหาถามว่าอย่างไร 1.2 ให้ข้อมูลใดมาแล้วบ้าง และ 1.3 มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใดเพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหาและทำให้กระบวนการแก้ปัญหาดำเนินไปอย่างราบรื่น การประเมินความเข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา ในกรณีที่ต้องตรวจสอบปัญหาโดยการทดลองขั้นตอนนี้จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วย การสร้างข้อความคาดการณ์ การออกแบบ การทดลองเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ และแนวทางหรือเกณฑ์ในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้แล้วและรวมถึงการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ อีกด้วย ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยนักเรียนจะต้องมองย้อนกลับไปทำความเข้าใจอีกครั้งว่ามีข้อบกพร่องประการใด เช่น ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอที่จะใช้ในการเริ่มต้นแก้ปัญหา

4. การตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น เพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้ชัดเจนและเหมาะสมยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไปด้วย

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2556, หน้า 161) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาไว้ว่า เป็นกระบวนการที่เป็นลำดับขั้นตอนแต่ละขั้นตอนก็ต้องเป็นไปด้วยความรอบคอบ ซึ่งกระบวนการเหล่านี้ช่วยให้เกิดความรู้มีความรอบคอบ และเตือนความจำที่จะช่วยในการนำไปแก้ปัญหา ประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกำหนดปัญหา (Problem definition)
2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา (Problem analysis)
3. ขั้นหาวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ (Generating possible solution)
4. ขั้นวิเคราะห์วิธีการแก้ปัญหา (Analyzing the solution)
5. ขั้นเลือกปัญหาที่ดีที่สุด (Selecting the best solution(s))
6. ขั้นวางแผนดำเนินการแก้ปัญหา (Planning the next course of action)

Polya (1957) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหา มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูปและแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) นักเรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถามกับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการแก้ปัญหาดังนี้

2.1 โจทย์ปัญหาลักษณะนี้เคยพบมาก่อนหรือไม่ มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้วอย่างไร

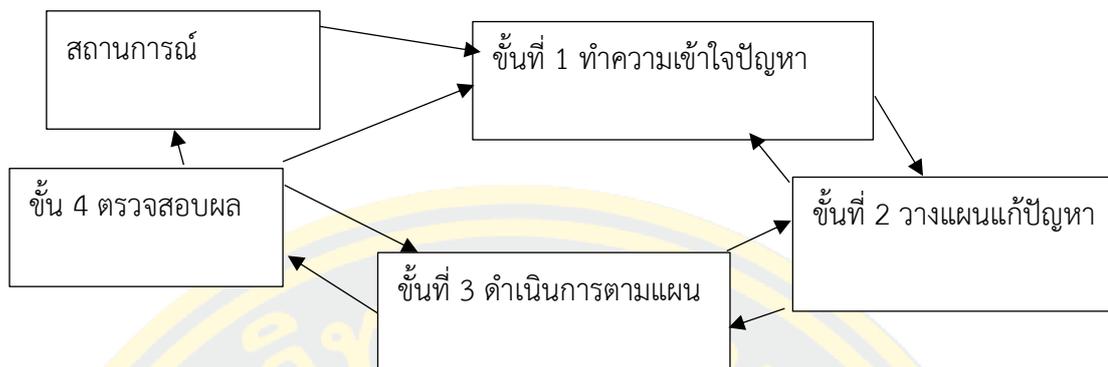
2.2 เคยพบโจทย์ปัญหาลักษณะนี้เมื่อไร และใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา

2.3 ถ้าอ่านโจทย์ปัญหาครั้งแรกแล้วไม่เข้าใจควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง แล้ววิเคราะห์ความแตกต่างของปัญหานี้กับปัญหาที่เคยทำมาก่อน

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตร เหมาะสม มาใช้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าว ๆ

Wilson et al. (1993, p. 3-4) ได้กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แสดงความเป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัวสามารถวนไปวนมาได้ ซึ่งเมื่อนักเรียนเจอสถานการณ์ปัญหาหรือกำลังเผชิญสถานการณ์ปัญหาอยู่ขั้นที่ 1 นักเรียนต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน ขั้นที่ 2 นักเรียนต้องมีการวางแผนแก้ปัญหาและหาแนวทาง วิธีการที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 นักเรียนดำเนินการตามแผนที่ได้วางไว้ และขั้นที่ 4 เป็นขั้นสุดท้ายในการแก้ปัญหา คือ นักเรียนต้องมีการพิจารณาความเหมาะสมของวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา และตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้มา ซึ่งในแต่ละขั้นตอนมีลูกศรแสดงการพิจารณาอยู่ซึ่งลูกศรมีทั้งไปข้างหน้าและย้อนกลับ เช่น ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหาสำหรับขั้นนี้นักเรียนอาจมีปัญหามหาวิธีการมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนสามารถกลับไปขั้นที่ 1 อีกครั้ง แต่ถ้านักเรียนมีวิธีการที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาแล้วสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้สำเร็จนักเรียนก็จะไปสู่ขั้นที่ 3 ต่อไป ดังแผนภาพที่ 4



ภาพที่ 4 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของ Wilson et al. (1993)

จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยสรุปว่ากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

เป็นขั้นที่นักเรียนต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์ให้อะไรมา เพื่อที่จะดูว่าข้อมูลที่มีเพียงพอในวางแผนในการแก้ปัญหาหรือไม่ นำข้อมูลที่มีมาจัดสรรหาวิธีแก้ปัญหาต่อไป

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา

เป็นขั้นที่นักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ไปกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา

เป็นขั้นที่นักเรียนต้องลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล

เป็นขั้นที่นักเรียนต้องตรวจเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ของคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ โดยตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลที่น่าเชื่อถือได้หรือไม่ ตรงกันหรือไม่

ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาข้างต้นสอดคล้องกับเทคนิค KWDL ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ ชั้น (K: What We Know) และ (W: What We Want to Know) เนื่องจากในชั้น (K: What We Know) คือ นักเรียนจะต้องหาว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดหรือสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบคืออะไร และชั้น (W: What We Want to Know) นักเรียนจะต้องหาว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการรู้คืออะไร

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ ชั้น (D: What We do to Find Out) ในส่วนการวางแผนแก้ปัญหา คือ นักเรียนจะทำอะไรหรือมีวิธีการอะไรบ้างเพื่อดำเนินการหาคำตอบสิ่งที่นักเรียนอยากรู้ ซึ่งจะสอดคล้องกับกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขั้นที่ 2 คือ การวางแผนแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับ ชั้น (D: What We do to Find Out) ในส่วนการดำเนินการแก้ปัญหา คือ นักเรียนจะต้องดำเนินการแก้ปัญหามาตามวิธีการที่วางไว้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล ซึ่งสอดคล้องกับ ขั้น (L: What we learned) คือ นักเรียนจะต้องนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาและสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา

### 6.5 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยจึงศึกษาแนวทางและหลักการที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัย ดังต่อไปนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 80 - 81) กล่าวว่า วิธีการสอนของครู เพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่กระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบดูว่านักเรียนมีพื้นฐานเพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอนั้นครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลางและง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้นักเรียน
5. ควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยการถามว่า โจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
7. ควรช่วยนักเรียนในการคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพหรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้
8. ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น การถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ
9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ รวมทั้งสนับสนุนให้คำตอบวิธีการที่คิดและทำในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน
10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือให้นำปัญหามาเอง เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข, น. 204-206) เสนอว่า ในปัจจุบันการเรียนการสอนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ยังไม่ประสบความสำเร็จตามที่มุ่งหวังไว้ เพราะครูส่วนใหญ่ยังคงเลือกใช้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ไม่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พร้อมเสนอแนวทางให้ครูใช้เป็นแนวทางในการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งสรุปเป็นแนวทางได้ดังต่อไปนี้

1. ครูควรปรับเปลี่ยนแนวทางการสอน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเองมากกว่าคอยทำตามขั้นตอนที่ครูบอกเพียงอย่างเดียว

2. เมื่อครูให้นักเรียนลงมือแก้โจทย์ปัญหาด้วยตนเอง ครูควรให้เวลาที่มากพอกับนักเรียนโดยไม่รีบเฉลยปัญหาแต่อาจใช้การชี้แนะแบบกว้าง ๆ หรือใช้คำถามนำที่มีประสิทธิภาพเป็นเครื่องมือกระตุ้น

3. ครูควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนรู้สึกอยากลงมือและคิดแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยอาจใช้สถานการณ์โจทย์ปัญหาที่อยู่ในความสนใจหรือเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

4. ในช่วงแรกของการฝึกให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูไม่ควรมุ่งประเด็นไปที่ความถูกต้องของการแสดงวิธีทำมากนัก นักเรียนอาจได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง ครูมีหน้าที่ใช้คำถามกระตุ้นที่เหมาะสมเพื่อให้นักเรียนอธิบายถึงวิธีทำและที่มาในการได้มาซึ่งคำตอบนั้น

5. ครูเลือกระดับความยากของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับ ความสามารถของนักเรียน โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ยากเกินไปอาจทำให้นักเรียนท้อแท้

6. ครูสนับสนุนให้เกิดปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนโดยให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือแต่งโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ร่วมกันเป็นกลุ่ม

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทขจร (2555, หน้า 112-114) ได้กล่าวถึง แนวทางในการพัฒนาทักษะและกระบวนการแก้ปัญหามathematics ไว้ ดังนี้

1. ครูผู้สอนควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของนักเรียน โดยปัญหาที่ครูผู้สอนนำมาควรมีลักษณะ ดังนี้

1.1 ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจท้าทายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้ายากเกินไปอาจจะไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ

1.2 ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้างหรืออาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เพราะสิ่งเหล่านี้นักเรียนต้องเผชิญในชีวิตจริง

1.3 ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยสำหรับผู้เรียนเพราะถ้านักเรียน เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้วปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป

2. ครูผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้นักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนสื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหของตนให้แก่ผู้อื่น ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน กล่าวแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะการสื่อสารและทักษะการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเองและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง

3. ครูผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ใหม่ ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

4. ครูผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระรวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูผู้สอนได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ครูผู้สอนไม่ควรย่ำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิดแต่ครูผู้สอนควรอธิบายและเปิดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิด และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ครูผู้สอนควรให้ความรู้และสนับสนุนให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอน หรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรมแล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหานั้น ๆ เพื่อให้ นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

6. ครูผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ครูผู้สอนควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญหาอื่นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี

7. ครูผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามกับตัวเองโดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย เช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ครูผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

9. ครูผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนเองได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่กระตุ้นความสนใจและเป็นปัญหาที่ระดับความยากของโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสม โดยนักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน โดยมีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของผู้เรียน

2. ครูควรแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ ให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิด และฝึกให้นักเรียนตั้งคำถามว่า เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไรในแก้ปัญหา

3. ครูควรให้ความรู้และสนับสนุนให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอน หรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม และให้เวลาที่มากพอกับนักเรียนโดยไม่รีบเฉลยปัญหาแต่ใช้คำถามนำกระตุ้น

4. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอแนวคิดของตน อย่างอิสระรวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด

5. ครูควรจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเพื่อให้นักเรียนได้พูดคุย แลกเปลี่ยนสื่อสารถึงแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหากับผู้อื่น

## 6.6 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการทางการศึกษาได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Schoenfeld (1985, pp.83 - 103) ได้สรุปบทบาทครูในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. ช่วยให้นักเรียนยอมรับความท้าทายว่า ปัญหาไม่ใช่ปัญหาจนกว่าเขาต้องการจะแก้มัน
2. สร้างบรรยากาศที่สนับสนุนการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและไม่ตกอยู่ในความกลัว
3. ให้นักเรียนได้ทำงานในแนวทางของตนเองเพื่อหาคำตอบ โดยครูช่วยเหลือที่จำเป็นแต่ ไม่ใช่

การบอกคำตอบ

อาภา ถนัดช่วง (2534, หน้า 23) ได้กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า

1. ครูควรสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนให้นักเรียนมีอิสระ กล้าคิด กล้าแสดงออกเพราะการ คิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดียิ่งขึ้นทั้งในแง่ของสติปัญญาและอารมณ์หรือปมทางจิตต่าง ๆ ซึ่งครูควรหาวิธีส่งเสริมและช่วยเหลืออย่างเหมาะสมต่อไป

2. การให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาได้อย่างฉลาดนั้น จะต้องอาศัยสิ่งเร้าหรือการกระตุ้นที่ดี คือมีการเสนอปัญหาหรือประเด็นให้คิด ทำทาย น่าสนใจและเหมาะสมกับวัยของนักเรียน ครูอาจให้ความรู้ในรูปของข้อมูลเพื่อประกอบการพิจารณาหาทางเลือก แต่ในขั้นตัดสินใจควรให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง แม้การตัดสินใจนั้นจะผิดพลาดเพื่อให้นักเรียนรับผิดชอบตนเองและรู้จักควบคุมตนเองต่อไป

จากแนวคิดเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยสรุป ดังนี้

1. ให้นักเรียนยอมรับความท้าทายในปัญหา
2. สร้างบรรยากาศที่สนับสนุนการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย โดยให้นักเรียนมีอิสระ กล้าคิด กล้าแสดงออกเพราะการ คิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดียิ่งขึ้น

3. การให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาได้อย่างฉลาด จะต้องอาศัยสิ่งเร้าเป็นการกระตุ้นเพื่อหาคำตอบโดยครูช่วยเหลือที่จำเป็นแต่ ไม่ใช่การบอกคำตอบ

## 6.7 ปัจจัยที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

ซึ่งมีนักวิชาการได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา โดยผู้วิจัยได้ให้ความหมายการพัฒนาและการส่งเสริมเป็นความหมายเดียวกัน และความหมายทักษะในการแก้ปัญหากับความสามารถในการแก้ปัญหาเป็นความหมายเดียวกัน มีดังนี้

Adams, Ellis and Beeson (1977, pp. 174 -175) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลถึงความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน คือ

1. สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหามันจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญา จึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา องค์ประกอบของสติปัญญาที่มีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคือองค์ประกอบทางปริมาณ (Quantitative Factors) ดังนั้นนักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบทางด้านภาษา (Verbal Factors) แต่อาจด้อยในความสามารถที่ไม่ใช่ภาษาหรือทางด้านปริมาณ

2. การอ่าน (Reading) เป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหา เพราะการแก้ปัญหามันต้องอ่านอย่างรอบคอบ อ่านอย่างวิเคราะห์อันจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าควรจะทำอะไรและอย่างไร มีนักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่านแต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

3. ทักษะพื้นฐาน (Basic Skills) หลังจากวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าทำอะไรแล้ว ก็ยังเหลือขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม นั่นคือ นักเรียนจะต้องรู้การดำเนินการต่าง ๆ ที่จำเป็นซึ่งก็คือ ทักษะพื้นฐานนั่นเอง

Lester (1994, p. 666) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหามันเป็นไปอย่างช้า ๆ และใช้เวลานานพอ ซึ่งนักเรียนต้องแก้ปัญหามาก ๆ จากสถานการณ์ที่ได้รับการวางแผนไว้อย่างเป็นระบบ

จากการศึกษาปัจจัยที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาลำดับต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งเสริมควรเป็นปัญหาที่มีความท้าทายน่าสนใจ และพัฒนาทักษะทุก ๆ ด้านของนักเรียน ควรเป็นปัญหาในหลายรูปแบบ ปัญหาแปลกใหม่ ทั้งรูปทั่วไปและแบบต่าง ๆ ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้มีความสามารถทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

## 6.8 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการทางการศึกษาและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545, หน้า 111) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน นอกจากการใช้แบบทดสอบแบบเลือกตอบ ครูอาจให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่มีทั้งแบบ

เลือกตอบ แบบเติมคำและแบบทดสอบแสดงวิธีทำตลอดจนใช้การสัมภาษณ์ และการใช้คำถามสามารถกระตุ้นให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย

ซานนท์ จันทรา (2555, หน้า 100-101) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น เป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหาควรทำการประเมินอย่างเป็นระบบและต่อเนื่องวิธีการประเมินอาจใช้การสังเกตและใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อดูการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มขนาดเล็ก หรืออภิปรายทั้งชั้นเรียน นอกจากนี้ยังสามารถใช้วิธีการอื่นได้อีก เช่น การฟังนักเรียนแลกเปลี่ยนแนวคิดกันเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา การวิเคราะห์จากแบบทดสอบที่มีลักษณะเป็นคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน การบ้าน อนุทินแบบประเมินการแก้ปัญหา เป็นต้น

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 173-174) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนประกอบด้วยความสามารถหลายอย่างดังต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหาได้เป็นความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบ ผลเฉลย หรือ แนวทางในการจัดการกับปัญหา
2. การสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหาเป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้อันจะนำไปสู่การสร้างโจทย์ปัญหา สถานการณ์หรือคำถาม
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายเป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างกันหลายวิธี
4. การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบเป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบหรือการแก้ปัญหาที่ได้ว่า เหมาะสม สอดคล้องและสมเหตุสมผลเพียงใด
5. การขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหาเป็นความสามารถในการนำผลจากการแก้ปัญหาไปคิดต่อ เช่น การมองเห็นรูปทั่วไปการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นเมื่อเงื่อนไขของปัญหาเปลี่ยนไป

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประเมินได้จากการใช้การสัมภาษณ์ การใช้คำถาม หรือการใช้แบบทดสอบที่ให้แสดงวิธีทำซึ่งแบบทดสอบควรมีลักษณะเปิดหรือเป็นปัญหาแบบเปิด ซึ่งอาจเป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบหรือเป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีและแบบทดสอบควรมาจากสถานการณ์ที่มีความหลากหลายเพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดได้อย่างเต็มที่ ซึ่งในการวิจัยผู้วิจัยได้นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์แบบอัตนัย เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### 6.9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนการสอนจะสามารถทราบว่านักเรียนมีความสามารถ และประสบผลสำเร็จมากน้อยเพียงใดจำเป็นต้องอาศัยการวัดและประเมินผลเป็นเครื่องมือบ่งชี้ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาการวัด และเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ดังนี้

Goodrich (1997, pp. 14-17 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรขจร, 2555 หน้า 184) กล่าวว่า เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับการสอนสะท้อน และช่วยเหลือนักเรียนให้ปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลาเหมือนกับการตรวจตราของผู้สอนเกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหา นั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริค คือการนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพเมื่อเกณฑ์มีความชัดเจนนักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรมง่ายต่อการใช้และอธิบายแก่ผู้อื่นให้เข้าใจการประเมินหรือการให้คะแนนของตนเอง

สสวท. (2555ก, หน้า 168-170) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาอาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหายุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหาในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผล โดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปผลรวมคะแนนทุกด้านด้วยได้ในการสอนคณิตศาสตร์ การให้คะแนนแบบวิเคราะห์มักจะนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้านแล้วนำผลของการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) การให้คะแนนแบบองค์รวม เป็นการให้คะแนนแบบรูบริคที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียด

ของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 184) กล่าวว่า RUBRIC คือข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียนจากระดับยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา ซึ่งครูผู้สอนสามารถออกแบบให้เหมาะสมกับนักเรียนของตนเองได้ โดยทั่วไปเกณฑ์การให้คะแนนแบบ RUBRIC มี 2 รูปแบบคือ

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic rubric) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้ และผลงานของนักเรียนโดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic rubric) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูลและด้านการอ่านเปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของผู้เรียนในแต่ละด้าน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การให้คะแนนแบบ RUBRIC แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

1. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) เป็นการให้คะแนนโดยพิจารณาผลงานของนักเรียนในภาพรวมว่ามีคุณภาพที่สอดคล้องกับเกณฑ์ในระดับใดบ้าง โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบย่อยของสิ่งที่ต้องการประเมินซึ่งในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผล โดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปผลรวมคะแนนทุกด้าน

ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เนื่องจากต้องการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แยกตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา 4) ขั้นตรวจสอบผล

### เกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาเสนอถึงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 118) ได้เสนอถึงเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เกณฑ์คะแนนแบบองค์รวมสำหรับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 118)

รายการวัด	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหา
การวางแผนแก้ปัญหา	3 (ดี)	- วางแผนการแก้ปัญหาได้เหมาะสม ชัดเจน
	2 (พอใช้)	- วางแผนการแก้ปัญหาได้บางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- วางแผนแก้ปัญหาไม่เหมาะสม
การดำเนินการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด
	2 (พอใช้)	- ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
การสรุปและตรวจคำตอบ	3 (ดี)	- มีการสรุปและตรวจคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- มีการสรุปคำตอบแต่ไม่มีการตรวจคำตอบ
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปและไม่มีการตรวจคำตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 128-130) ได้ให้ตัวอย่างเกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 เกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 128-130)

รายการวัด	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ยังไม่เหมาะสม หรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้อย่างถูกต้องและแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน
	2 (พอใช้)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้อย่างถูกต้องแต่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

ตารางที่ 8 (ต่อ)

รายการวัด	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การให้คะแนน
การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2 (พอใช้)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	- ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

สิริพร ทิพย์คง (2545) ได้กล่าวถึงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ (Analytic rubric) ทั้ง 3 ด้าน คือ 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การวางแผนแก้ปัญหา 3) การดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกส่วน (Analytic rubric)

รายการวัด	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	4	สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับความเข้าใจปัญหาได้แต่ละส่วนของปัญหา
	0	สำหรับความเข้าใจโจทย์ปัญหาผิด
การวางแผนแก้ปัญหา	4	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องซึ่งจะนำไปสู่การได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง
	2	สำหรับการวางแผนแก้ปัญหาบางส่วนได้ถูกต้อง

## ตารางที่ 9 (ต่อ)

รายการวัด	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
	0	สำหรับการไม่มีความพยายามที่จะแก้ปัญหาหรือวางแผนไม่เหมาะสม
การดำเนินการตาม แผนและคำตอบที่ได้	3	สำหรับการดำเนินการตามแผนและคำตอบที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์
	2	สำหรับการดำเนินการตามแผนได้ถูกต้องแต่คำตอบผิด
	1	สำหรับการคำนวณไม่ถูกต้อง หรือยกจำนวนมาคิดไม่ถูกต้อง (ขาดความรอบคอบ ทำให้ลอกโจทย์มาคิดผิด) หรือมีบางส่วนของคำตอบ
	0	ถูก สำหรับคำตอบที่ผิดหรือไม่มี

จากเกณฑ์การประเมินที่นักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้สร้างไว้ ผู้วิจัยจึงได้สร้างเกณฑ์ การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ (Analytic rubric) โดยนำเกณฑ์ของ เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 118) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555, หน้า 128-130) และ สิริพร ทิพย์คง (2545) มาปรับปรุงให้เหมาะสมกับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 เกณฑ์ประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1. การทำความเข้าใจปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้บางส่วน
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. การวางแผนแก้ปัญหา	2	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา

ตารางที่ 10 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3. การดำเนินการแก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้อง
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา
4. การตรวจสอบผล	2	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง
	1	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ

## 7. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 7.1 งานวิจัยในประเทศ

กานต์วลี อ่ำประเวทย์ (2563) ได้ทำวิจัยเรื่องผลการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จิรนนท์ พึ่งกลิ่น (2555) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านค่าย จังหวัดระยอง ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนและสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วาสนา ภูมิ (2555) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง อัตราส่วนและ ร้อยละสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 4) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จิรากร สำเร็จ (2551) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน พบว่า 1) ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 18.02 และ 15.68

ตามลำดับ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม มีค่าเท่ากับ 3.95 และ 4.43 ตามลำดับ เมื่อพิจารณาตามระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ต่ำ ปานกลาง และสูงมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 10.45 18.20 และ 20.55 ตามลำดับ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ปานกลาง สูง มีค่าเท่ากับ 2.26 1.88 และ 1.99 ตามลำดับ 2) ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับจากการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยใช้เทคนิค KWDL สูงกว่าการจัดการเรียนรู้แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 ส่วนคะแนนในความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูง ปานกลาง และต่ำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 3) มีผลปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีการจัดการเรียนรู้ 2 วิธีกับระดับ ความสามารถทางการเรียน สูง ปานกลาง และต่ำ ต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

รุจิอร รักใหม่ (2557) ได้ศึกษาพร้อมทั้งเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ทางคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL กับการจัดการเรียนรู้ตามปกติ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL มีค่าเท่ากับ 31.3333 และคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติมีค่าเท่ากับ 26.4666 ซึ่งเมื่อทดสอบสมมติฐานทางสถิติ พบว่าความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

## 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Anam, Sudarwo, and Wiradharma (2020) ศึกษาการประยุกต์ใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีผลต่อทักษะการสื่อสารและทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาคือแบบทดสอบแบบอัตนัยผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบปัญหาเป็นฐานมี 98 คะแนนเฉลี่ยของทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบปัญหาเป็นฐานมี

คะแนนเฉลี่ยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ ปกติ

Umar (2020) ได้เปรียบเทียบการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนที่เรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานกับนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยวิธีการปกติ ประชากรที่ใช้ในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบทดสอบและแบบสอบถาม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

Shaw, Chambless, Chessin, Price, & Beardian (1997) ได้ทำการอบรมครูสอนเกรด 4 การรวมกลุ่มแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL และให้นำกลับไปทดลองสอนกับนักเรียน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ร่วมกลุ่มแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค KWDL สามารถเขียนคำตอบและละเอียดมากกว่าเดิม และส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับที่ดีขึ้นหรืออยู่เทียบเท่ากับเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้ตั้งไว้

Moradpour et al. (2016) ได้ศึกษาถึงการประเมินผลกระทบของโมเดลการแก้ไขปัญหา KWDL ที่มีต่อการรับรู้ความสามารถของตนเอง ความวิตกกังวล และฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลกระทบของโมเดลการแก้ไขปัญหา KWDL ที่มีต่อการรับรู้ความสามารถของตนเอง ความวิตกกังวล และฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มประชากรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้เป็นกลุ่มนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายในกรุงเทพมหานคร ซึ่งนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างมาจากโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายสามโรงเรียนด้วยกัน โดยใช้วิธีการเลือกตัวอย่างแบบกลุ่มจากนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายทั้งหมดในพื้นที่กรุงเทพมหานคร ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสิ่งอำนวยความสะดวกที่มีอยู่ และชั้นเรียนที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันของแต่ละโรงเรียนที่ถูกสุ่มเลือกมาจากทั้งสามโรงเรียน โดยกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้มีทั้งหมด 145 คน และได้ทำการศึกษาทั้งแบบกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และได้ทำการประเมินทั้งก่อนและหลังการใช้โมเดล นอกจากนี้คณะผู้วิจัยยังได้ใช้แบบสอบถามเป็นเครื่องมือในการประเมินผลที่กระทบต่อการรับรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ตลอดจนความวิตกกังวลต่อวิชาคณิตศาสตร์ ในขณะที่การศึกษาผลกระทบที่เกิดกับฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คณะผู้วิจัยได้ใช้ผลการเรียนทั้งสองภาคเรียนของนักเรียนเป็นเกณฑ์ในการประเมินผลการทดลอง อย่างไรก็ตาม ภายหลังจากวิเคราะห์ข้อมูลพบว่า โมเดลการแก้ไขปัญหา KWDL ส่งผลกระทบต่อฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์และการรับรู้ความสามารถของตนเองและนักเรียนสามารถสรุปความรู้ที่ได้ออกเป็นโน้ตค้นได้อย่างถูกต้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่กล่าวข้างต้น พบว่า มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานทั้งในและต่างประเทศ และจากการศึกษางานวิจัยข้างต้นพบว่ามีงานนำปัญหาเป็นฐานไปใช้ในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนโดยใช้ปัญหาเป็นฐานมีทักษะดังกล่าวสูงขึ้น และจากการศึกษาขั้นตอนของปัญหาเป็นฐาน พบว่า เป็นการจัดการเรียนการสอนที่นำปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริงมาใช้เป็นเครื่องมือกระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างอิสระ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด วิเคราะห์ แก้ปัญหา และสร้างความรู้ใหม่ผ่านการเรียนรู้ด้วยตนเองและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม และผู้วิจัยได้นำเทคนิค KWDL ซึ่งเป็นเทคนิคที่ช่วยชี้แนะให้นักเรียนมีแนวทางในการ คิด อ่าน และหาคำตอบของคำถามสำคัญต่าง ๆ เพื่อพัฒนาความเข้าใจและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น ซึ่งผู้วิจัยนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ร่วมกับปัญหาเป็นฐาน เพื่อให้นักเรียนทำการวิเคราะห์ปัญหา ระบุสิ่งที่ปัญหากำหนด สิ่งที่ปัญหาต้องการ มีการวางแผนและการดำเนินการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ และนำคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา มาอภิปรายร่วมกันภายในกลุ่มเพื่อนำไปสู่การสร้างและสรุปความรู้ใหม่ ตลอดจนสามารถนำความรู้ใหม่ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ต่อไป ด้วยเหตุดังกล่าวจึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

### บทที่ 3

#### วิธีดำเนินการวิจัย

ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 ซึ่งเป็นห้องเรียนคละความสามารถ จำนวน 16 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 672 คน

##### กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/12 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยการจับสลาก 1 ห้องเรียน จาก 16 ห้องเรียน

#### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 7 แผน เวลา 10 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

### การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีการสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้ แนวทางการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนชลราษฎรอำรุง คำอธิบายรายวิชา และโครงสร้างรายวิชา ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้ แนวทางการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

1.3 ศึกษาเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการจัดทำแผนการเรียนรู้ เรื่องหลักการนับเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัดโดยมีรายละเอียดแสดงดังตารางที่ 11

1.4 ศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานและเทคนิค KWDL จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตารางที่ 11 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์และสาระการเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	จำนวน(ชั่วโมง)
1	มาตรฐาน ค 3.2 หลักการคูณ เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สรุปแนวคิดของ หลักการคูณ คือ $n_1 \times n_2$ วิธี ได้ 2. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ หลักการคูณ 2 ขั้นตอนได้	หลักการคูณ	1
2	มาตรฐาน ค 3.2 หลักการคูณ (กรณีทั่วไป) เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สรุปแนวคิดของ หลักการคูณกรณี ทั่วไป คือ $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$ วิธี ได้ 2. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ หลักการคูณตั้งแต่ 3 ขั้นตอน ขึ้นไปได้	หลักการคูณ (กรณีทั่วไป)	1

ตารางที่ 10 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
3 หลักการบวก	มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับ เบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ และใช้หลักการบวกและ การคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัด หมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สรุปแนวคิดของ หลักการบวก คือ $n_1 + n_2$ วิธี ได้ 2. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ หลักการบวก 2 กรณี ได้	หลักการบวก	1
4 หลักการบวก (กรณีทั่วไป)	มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับ เบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ และใช้หลักการบวกและ การคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัด หมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สรุปแนวคิดของ หลักการบวกกรณี ทั่วไป คือ $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ วิธี ได้ 2. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาหลักการ บวกตั้งแต่ 3 กรณี ขึ้น ไปได้	หลักการบวก (กรณีทั่วไป)	1

ตารางที่ 10 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
5	มาตรฐาน ค 3.2	1. นักเรียนสามารถ	การเรียงสับเปลี่ยน	2
วิธีการเรียง	เข้าใจหลักการนับ	สามารถสรุปแนวคิด	เชิงเส้นของที่	
สับเปลี่ยนเชิง	เบื้องต้น ความน่า	ของวิธีการเรียงสับ	แตกต่างกันทั้งหมด	
เส้นของที่	จะเป็น และนำไปใช้	เปลี่ยนเชิงเส้นสิ่งของ	n สิ่ง	
แตกต่างกัน	ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ	ที่แตกต่างกันทั้งหมด		
ทั้งหมด n สิ่ง	และใช้หลักการบวก	n สิ่ง จำนวนวิธีเรียง		
	และการคูณ การเรียง	สับเปลี่ยน คือ		
	สับเปลี่ยน และการจัด	$n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$		
	หมู่ในการแก้ปัญหา	วิธี ได้		
		2. นักเรียนสามารถ		
		แก้ปัญหาเกี่ยวกับ		
		วิธีการเรียงสับเปลี่ยน		
		เชิงเส้นกับของที่		
		แตกต่างกันทั้งหมด		
		n สิ่งได้		

ตารางที่ 10 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
6	มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ และใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดของวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นจากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง เปลี่ยนเชิงเส้นจากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง คือ $\frac{n!}{(n-r)!} = P_{n,r}$ วิธี ได้ 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง ได้	วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นจากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง	2
7	มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ และใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดของวิธีการจัดหมู่จากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง คือ $\frac{n!}{(n-r)!r!} = C_{n,r}$ วิธี ได้ 2. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับวิธีการจัดหมู่ของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง ได้	วิธีการจัดหมู่ของสิ่งของจากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง	2
<b>รวม</b>				10

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL จำนวน 7 แผน เวลา 10 ชั่วโมง ซึ่งแผนการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

1.5.1 มาตรฐานการเรียนรู้

1.5.2 ตัวชี้วัด

1.5.3 จุดประสงค์การเรียนรู้ ประกอบไปด้วย

1.5.3.1 ด้านความรู้

1.5.3.2 ด้านทักษะ/ กระบวนการ

1.5.3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.5.4 สาระสำคัญ

1.5.5 สาระการเรียนรู้

1.5.6 การจัดการเรียนรู้ มีดังนี้

1.5.6.1 ชั้นจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหา

เป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ประกอบด้วยขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นกำหนดปัญหา

ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวันเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ จากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 – 5 คน

2. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมีอะไรบ้าง (ขั้น K: What We Know) และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร (ขั้น W: What We Want to Know) เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา

3. ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูลความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียนว่ามีวิธีการอย่างไรบ้าง ที่สามารถหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้ (ขั้น D :What We do to Find Out) แล้วนำมาระบุแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ

#### 4. ชั้นลงมือปฏิบัติ

นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่ต่างกันออกไป

#### 5. ชี้นำเสนอและสรุปประเมินผล

นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา (ขั้น L: What We Learned) โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียน

1.5.7 สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้

1.5.8 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

1.5.9 บันทึกหลังการสอน (ผลการเรียน ปัญหาและอุปสรรค ข้อเสนอแนะ แนวทางแก้ไข)

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหาและความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตลอดจนภาษาที่ใช้และนำข้อเสนอมาปรับปรุง

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน 5 ท่าน คือ ดร.พรรณทิพา ตันตินัย อาจารย์ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ มีประสบการณ์สอนไม่ต่ำกว่า 5 ปี ผศ.ดร.ปรียานุช ศรีสุข อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ มีประสบการณ์สอนไม่ต่ำกว่า 5 ปี อาจารย์ฉันทนา มนต์วิเศษ ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษ มีประสบการณ์สอนในวิชาคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่า 5 ปี อาจารย์กมลวรรณ ประการะสังข์ ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษมีประสบการณ์สอนในวิชาคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่า 5 ปี และอาจารย์กำไล ปราณี ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษมีประสบการณ์สอนในวิชาคณิตศาสตร์ไม่ต่ำกว่า 5 ปี (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการ เรียนรู้ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์และแหล่งการเรียนรู้การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้โดยวัดจากแบบ

ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นแบบมาตราส่วนประเมินค่า 5 ระดับ (Rating scale) ดังนี้

ระดับ 5 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ระดับ 4 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

ระดับ 3 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง

ระดับ 2 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย

ระดับ 1 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

การแปลความหมายค่าเฉลี่ยคะแนนนำมาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ซึ่งใช้แนวคิดของพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ (ไชยยศ เรืองสุวรรณ, 2553, หน้า 138) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย	ความหมาย
4.51-5.00	แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด
3.51-4.50	แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก
2.51-3.50	แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับปานกลาง
1.51-2.50	แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อย
1.00-1.50	แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับน้อยที่สุด

โดยกำหนดให้คะแนนเฉลี่ย 3.51 ขึ้นไป เป็นเกณฑ์มีความเหมาะสมที่ยอมรับได้แผนการจัดการเรียนรู้มีคุณภาพที่สามารถนำไปใช้ได้

ซึ่งจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญพบว่า แผนการจัดการเรียนรู้มีคุณภาพและเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด ( $\bar{X} = 4.75, S = 0.56$ ) (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) โดยผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ควรแก้ไข ตามประเด็นดังต่อไปนี้

1.7.1 โจทย์ปัญหาควรใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายและบ่งบอกถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบให้ชัดเจน ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7 ใบงานที่ 7.2 เรื่อง การจัดหมู่ ข้อที่ 2 โดยแก้ไข

ข้อความดังนี้

โจทย์เดิม

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/11 ห้องหนึ่งมี 24 คน ถ้าต่างเลือกนักเรียน 4 คน มาเป็นกรรมการห้อง โดยมีคนหนึ่งใน 4 คนที่เลือกมาอาจเป็นหัวหน้าห้อง จะมีวิธีเลือกทั้งหมดกี่วิธี

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้องหนึ่งมี 24 คน ถ้าต้องการเลือกนักเรียน 4 คน มาเป็นกรรมการห้อง โดยมีคนหนึ่งใน 4 คนที่เลือกมาเป็นหัวหน้าห้อง จะมีวิธีเลือกทั้งหมดกี่วิธี

1.7.2 โจทย์ปัญหาไม่ควรอ้างอิงชื่อยี่ห้อยานยนต์ในโจทย์ปัญหานั้น ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

- แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 4 เรื่องหลักการบวกทั่วไป ข้อที่ 1 โดยแก้ไขข้อความดังนี้

#### โจทย์เดิม

บ้านพักและสถานที่ทำงานของดำรงตั้งอยู่ริมแม่น้ำเจ้าพระยา ดำรงโดยสารรถยนต์ยี่ห้อยามาฮ่าไปทำงานในตอนเช้า ถ้ารถยนต์มี 3 ขนาด คือ ขนาดใหญ่ 3 ลำ ขนาดกลาง 5 ลำ และ ขนาดเล็ก 2 ลำ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ดำรงโดยสารรถยนต์ไปทำงานในตอนเช้า

#### โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

บ้านพักและสถานที่ทำงานของดำรงตั้งอยู่ริมแม่น้ำเจ้าพระยา ดำรงโดยสารรถยนต์ไปทำงานในตอนเช้า ถ้ารถยนต์มี 3 ขนาด คือ ขนาดใหญ่ 3 ลำ ขนาดกลาง 5 ลำ และ ขนาดเล็ก 2 ลำ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ดำรงโดยสารรถยนต์ไปทำงานในตอนเช้า

1.8 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่ได้รับการปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำมาจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงแล้วนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1 ชุด เป็นอัตนัย จำนวน 10 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน เกี่ยวกับเนื้อหาสาระตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

2.2 ศึกษาคู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและแนวทางการวัดผลและประเมินผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัด เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดของแบบทดสอบแสดงดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 วิเคราะห์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์มโนทัศน์	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
<p>มาตรฐาน ค 3.2</p> <p>เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้</p> <p>ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา</p>	<p>1. นักเรียนสามารถ</p> <p>สรุปแนวคิดของ</p> <p>หลักการคูณ คือ</p> <p><math>n_1 \times n_2</math> วิธี</p>	หลักการคูณ	2	1
<p>มาตรฐาน ค 3.2</p> <p>เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้</p> <p>ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา</p>	<p>1. นักเรียนสามารถ</p> <p>สรุปแนวคิดของ</p> <p>หลักการคูณกรณีทั่วไป คือ</p> <p><math>n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k</math> วิธี</p>	<p>หลักการคูณ</p> <p>กรณีทั่วไป</p>	2	1

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์โมทัศน์	สาระการเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบที่ ออกทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการจริง
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สรุปแนวคิดของ หลักการบวก คือ $n_1 + n_2$ วิธี	หลักการบวก	2	1
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สรุปแนวคิดของ หลักการบวกกรณี ทั่วไปได้ คือ $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ วิธี	หลักการบวก กรณีทั่วไป	2	1
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สามารถสรุปแนวคิด ของวิธีการเรียง สับเปลี่ยนเชิงเส้น สิ่งของที่แตกต่างกัน ทั้งหมด $n$ สิ่ง จำนวน วิธีเรียงสับเปลี่ยน คือ $n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$ วิธี	วิธีเรียง สับเปลี่ยนเชิง เส้นของทั้งหมด $n$ สิ่ง	4	2

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์มโนทัศน์	สาระการเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบที่ต้องการจริง
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สรุปแนวคิดของวิธีการ เรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น จากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง คือ $\frac{n!}{(n-r)!} = P_{n,r}$ วิธี	วิธีเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นจากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง	4	2
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ สรุปแนวคิดของวิธีการ จัดหมู่จากของ $n$ สิ่ง เลือกมา $r$ สิ่ง $= \frac{n!}{(n-r)!r!} = C_{n,r}$ วิธี	การจัดหมู่ของ สิ่งของจากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง	4	2
<b>รวม</b>			20	10

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างแบบทดสอบอัตนัย  
จำนวน 20 ข้อ

2.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดย  
กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม (holistic scoring)  
ดังตารางที่ 13

ตารางที่ 13 เกณฑ์การให้คะแนนโมณฑ์ศนทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม (holistic scoring)

คะแนน/ ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
2/ ถูกต้องสมบูรณ์	ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และให้เหตุผลที่เป็น ระบบที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้องครบถ้วน
1/ ถูกต้องบางส่วน	- ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถาม นั้นถูกต้อง แต่ให้เหตุผลที่เป็นระบบถูกต้อง บางส่วน หรือ - ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถาม นั้นถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนให้เหตุผลที่เป็นระบบ
0/ ไม่ถูกต้อง	ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และการให้เหตุผลที่เป็น ระบบ ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม

2.6 นำแบบทดสอบวัดมณฑ์ศนทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จำนวน 20 ข้อ เสนอต่อ  
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและ  
จุดประสงค์การเรียนรู้และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุง

2.7 นำแบบทดสอบวัดมณฑ์ศนทางคณิตศาสตร์จำนวน 20 ข้อ ที่ปรับปรุงความ  
สอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้ว  
เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 คน (รายละเอียดตั้ง  
ภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาให้มีความสอดคล้อง ตามจุดประสงค์การเรียนรู้  
โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of item objective) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่  
ยอมรับได้มีค่า ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรง  
จุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่าง 0.8 - 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

2.7.1 ลักษณะของโจทย์ปัญหาควรกำหนดการจัดเรียงและสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบให้ชัดเจน เช่น

- แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ข้อที่ 3

โจทย์เดิม

นภาได้รับการบ้านจากโรงเรียน 2 รายวิชา เป็นวิชาคณิตศาสตร์ 5 ชั้น และวิชาวิทยาศาสตร์ 4 ชั้น โดยนภาจะต้องเลือกทำการบ้านวิชาที่เป็นค่านวน นภามีวิธีเลือกทำ การบ้านได้กี่วิธี นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

นภาได้รับการบ้านจากโรงเรียน 2 รายวิชา เป็นวิชาคณิตศาสตร์ 5 ชั้น และวิชาวิทยาศาสตร์ 4 ชั้น โดยนภาจะต้องเลือกทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ หรือวิชาวิทยาศาสตร์วิชาใดวิชาหนึ่ง นภามีวิธีเลือกทำ การบ้านได้กี่วิธี นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

- แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ข้อที่ 6

โจทย์เดิม

ในการเลือกตั้งสมาชิกสหกรณ์ออมทรัพย์ 4 คน จากผู้สมัคร 4 คน ซึ่งมีครูเพ็ญศรี และครูเดโช รวมอยู่ด้วย จงหาจำนวนวิธีให้ผู้สมัครทั้ง 4 คน มายืนพูดปราศรัย นักเรียนสามารถสรุปแนวคิด เป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ในการเลือกตั้งสมาชิกสหกรณ์ออมทรัพย์ 4 คน จากผู้สมัคร 4 คน ซึ่งมีครูเพ็ญศรี และครูเดโช รวมอยู่ด้วย จงหาจำนวนวิธีให้ผู้สมัครทั้ง 4 คน มายืนพูดปราศรัยเป็นแถวตรง นักเรียนสามารถสรุปแนวคิด เป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

2.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/15 จำนวน 42 คน ของโรงเรียนชลราษฎรอำรุง

อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 แล้วจากนั้นนำคะแนนของแต่ละข้อมารวมกันแล้วจึงนำผลมาวิเคราะห์ คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

1. หาค่าความยากง่าย ( $P$ ) ของแบบทดสอบรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 - 0.8

2. หาค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

2.9 คัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์ และครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย ( $P$ ) ตั้งแต่ 0.21 - 0.75 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.21 - 0.67 (รายละเอียดตั้งภาคผนวก ค) จากนั้นหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบัค ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.70 (รายละเอียดตั้งภาคผนวก ค)

2.10 นำแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

3. แบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1 ชุด เป็นอัตร้อย จำนวน 10 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

3.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุงพ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหา สาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน

3.2 ศึกษาคู่มือครู หลักการ วิธีการสร้างแบบทดสอบและแนวทางการวัดผลและประเมินผล ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากตำราและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.3 วิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัด เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดของแบบทดสอบ แสดงดังตารางที่ 14

ตารางที่ 14 วิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระ การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ต้องการจริง
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และ นำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ หลักการคูณ 2 ขั้นตอนได้	หลักการคูณ	2	1
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และ นำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ หลักการคูณตั้งแต่ 3 ขั้นตอน ขึ้นไปได้	หลักการคูณ (กรณีทั่วไป)	2	1

## ตารางที่ 14 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระ การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบ ที่ออกทั้งหมด	จำนวนข้อสอบ ที่ต้องการจริง
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และ นำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ และใช้หลักการบวกและ การคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ หลักการบวก 2 กรณี ได้	หลักการบวก	2	1
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และ นำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจ และใช้หลักการบวกและ การคูณ การเรียง สับเปลี่ยน และการจัดหมู่ ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาหลักการ บวกตั้งแต่ 3 กรณี ขึ้นไปได้	หลักการบวก (กรณีทั่วไป)	2	1

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระ การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบที่ออก ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการจริง
<p>มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และ นำไปใช้</p> <p>ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา</p>	<p>1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ วิธีการเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นกับของที่ แตกต่างกันทั้งหมด <math>n</math> สิ่งได้</p>	<p>วิธีเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นของ ทั้งหมด <math>n</math> สิ่ง</p>	4	2
<p>มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และ นำไปใช้</p> <p>ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและ ใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา</p>	<p>1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ วิธีการเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นของ <math>n</math> สิ่ง เลือกมา <math>r</math> สิ่ง ได้</p>	<p>วิธีเรียงสับเปลี่ยน เชิงเส้นจากของ <math>n</math> สิ่งเลือกมา <math>r</math> สิ่ง</p>	4	2

ตารางที่ 14 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระ การเรียนรู้	จำนวน ข้อสอบที่ ออกทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบที่ ต้องการจริง
มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้ ตัวชี้วัด ม.4/1 เข้าใจและใช้ หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการ จัดหมู่ในการแก้ปัญหา	1. นักเรียนสามารถ แก้ปัญหาเกี่ยวกับ วิธีการจัดหมู่ของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง ได้	วิธีการจัดหมู่ของ สิ่งของจากของ $n$ สิ่งเลือกมา $r$ สิ่ง	4	2
	<b>รวม</b>		20	10

3.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยสร้าง  
แบบทดสอบอัตนัย จำนวน 20 ข้อ

3.5 กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน แบบแยกส่วน (Analytic scoring) ดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้บางส่วน
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
การวางแผนแก้ปัญหา	2	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา
การดำเนินการแก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้อง
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา

ตารางที่ 15 ต่อ

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การตรวจสอบผล	2	- สรุปลำดับและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง
	1	- สรุปลำดับและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- สรุปลำดับและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการสรุปลำดับและแสดงการตรวจสอบคำตอบ

3.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจำนวน 20 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้และนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุง

3.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 20 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงความสอดคล้องกับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์แล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหาให้มีความสอดคล้อง ตามจุดประสงค์การเรียนรู้โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of item objective) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่า ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้หรือวัดได้ไม่ตรงตาม

### จุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งจากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องเท่ากับ 1.00 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) ซึ่งผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

3.7.1 ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ใช้ควรกำหนดรายละเอียดในโจทย์ให้ชัดเจน ไม่ใช่ข้อความก่อนหน้าและสอดคล้องกับความเป็นจริง

- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ข้อที่ 2

โจทย์เดิม

จงหาจำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว ยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

จงหาจำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว ยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน (โดยน้ำแข็ง 1 ก้อน เพนกวินสามารถยืนได้ 100 ตัว)

- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ข้อที่ 4

โจทย์เดิม

บริษัท จันทเอพซี จำกัด เปิดรับสมัครงาน 2 ตำแหน่งที่แตกต่างกัน มีผู้สมัครจำนวน 4 คน ผู้สมัคร ที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 1 คือ มาร์ค, มิกซ์และ แม็ก ผู้สมัครที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 2 คือ มาร์ค, มิกซ์และ แม็ก จงหาวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงานนั้น

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

บริษัท จันทรา เปิดรับสมัครงาน 2 ตำแหน่งที่แตกต่างกัน มีผู้สมัครจำนวน 4 คน ผู้สมัคร ที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 1 คือ มาร์ค, มิกซ์และ แม็ก ผู้สมัครที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 2 คือ มิกซ์, แม็ก และ มด จงหาวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงานนั้น

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/15 กลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 42 คน ของโรงเรียนชลราษฎรอำรุง อ่างทอง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2565 แล้วนำมา ตรวจสอบให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จากนั้นนำคะแนนของแต่ละข้อมารวมกันแล้วจึงนำผลมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ ดังนี้

1. หาค่าความยากง่าย ( $p$ ) ของแบบทดสอบรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2 - 0.8

2. หาค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบเป็นรายข้อแล้วคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป

3.9 คัดเลือกข้อสอบที่มีความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกที่ผ่านเกณฑ์ ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย ( $p$ ) ตั้งแต่ 0.23 - 0.60 และค่าอำนาจจำแนกมีค่าตั้งแต่ 0.28 - 0.69 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค) จากนั้นหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบัค ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.77 (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

3.10 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

### การดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Research) โดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งมีการวัดผลหลังการทดลองอย่างเดียว (One-group posttest-only design) มีรูปแบบการวิจัยดังตารางที่ 16 (พิชิต ฤทธิจรูญ, 2551, หน้า 137)

ตารางที่ 16 รูปแบบการวิจัย

กลุ่ม	ทดลอง	ทดสอบหลังจัดการเรียนรู้
E	X	O

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

เมื่อ E แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

O แทน การทดสอบวัดมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ดำเนินการขอเอกสารรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์เพื่อใช้เป็นเอกสารประกอบการออกหนังสือขอเก็บรวบรวมข้อมูลกับทางโรงเรียนชลราษฎรอำรุง

2. ขอความร่วมมือจากโรงเรียนชลราษฎรอำรุง อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยครั้งนี้ โดยผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างโดยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL 5 ขั้นตอน ได้แก่

### 3.1 ขั้นกำหนดปัญหา

ครูนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงความรู้เดิมกับกิจกรรมในชีวิตประจำวัน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญ จากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 – 5 คน

### 3.2 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มอภิปรายความคิดเห็น วิเคราะห์ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาโดยใช้เหตุผลและเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม ว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดมีอะไรบ้าง (ขั้น K: What We Know) และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร (ขั้น W: What We Want to Know) เพื่อกำหนดขอบเขตในการแก้ปัญหา

### 3.3 ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผน ศึกษา ค้นคว้าข้อมูลเพิ่มเติม แลกเปลี่ยนข้อมูล ความรู้ที่ได้จากปัญหาและความรู้เดิมของนักเรียนว่ามีวิธีการอย่างไรบ้าง ที่สามารถหาคำตอบสิ่งที่ต้องการรู้ (ขั้น D :What We do to Find Out) แล้วนำมาระบุแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในการหาคำตอบ

### 3.4 ขั้นลงมือปฏิบัติ

นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่เลือกไว้โดยมีความสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนต้องการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบสำหรับปัญหาโดยแต่ละกลุ่มลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่แตกต่างกันออกไป

### 3.5 ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล

นักเรียนนำเสนอผลงานที่ประกอบด้วยข้อมูล แนวทาง และวิธีการแก้ปัญหา (ขั้น L: What We Learned) โดยครูควรเพิ่มเติมรายละเอียดของแนวคิดที่นักเรียนเข้าใจไม่ถูกต้อง จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวทางและคำตอบที่ถูกต้องของปัญหา แล้วจึงทำการประเมินการปฏิบัติของตนเอง ของกลุ่ม และครูประเมินกระบวนการทำงานกลุ่มของนักเรียนในเรื่อง หลักการนับเบื้องต้น เป็นระยะเวลา 10 ชั่วโมง

4. นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น มาทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น หลังจากได้รับโดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยทำการทดสอบทั้งหมด 2 ชั่วโมง

5. ตรวจสอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางเรียนคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ตามเกณฑ์ที่กำหนด จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน และประเมินผลการทดลอง

### การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น วิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

#### การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. เปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากที่มีการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับการเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2. เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับการเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one sample ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. นำข้อมูลที่ได้จากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปความเรียง

2. นำข้อมูลที่ได้จากการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปความเรียง

## สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

คำนวณโดยใช้โปรแกรม SPSS ในการคำนวณค่าสถิติการตรวจสอบคุณภาพ เครื่องมือ ค่าสถิติพื้นฐาน และค่าสถิติทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

### 1. สถิติพื้นฐานในการวิเคราะห์ข้อมูล

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, หน้า 95)

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{n}$$

เมื่อ  $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ย

$\Sigma X$  แทน ผลรวมของคะแนน

$n$  แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ, 2553, หน้า 79)

$$s = \frac{\sqrt{n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}}{n(n-1)}$$

เมื่อ  $s$  แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$X$  แทน ค่าคะแนนของนักเรียนแต่ละคน

$\Sigma X^2$  แทน ผลรวมของคะแนนยกกำลังสอง

$(\Sigma X)^2$  แทน กำลังสองของคะแนนรวม

$n$  แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

### 2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (Rovinelli, & Hambleton, 1997 อ้างถึงใน ล้วน สายยศ, และอังคณา สายยศ, 2538, หน้า 249)

$$IOC = \frac{\Sigma R}{N}$$

เมื่อ  $IOC$  แทน ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้

$\Sigma R$  แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

$N$  แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

## 2.2 หาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยวิธีหา

สัมประสิทธิ์แอลฟา ( $\alpha$ -Coefficient) ของครอนบักของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยซึ่งมีสูตรในการคำนวณตามลำดับ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร, 2555, หน้า 161,163,166)

หาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น จากสูตร

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{min})}{n_t(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ  $p$  แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ  
 $S_h$  แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น ( $f_x$ ) ในกลุ่มสูง  
 $S_l$  แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น ( $f_x$ ) ในกลุ่มต่ำ  
 $n_t$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน  
 $X_{max}$  แทน คะแนนสูงสุด  
 $X_{min}$  แทน คะแนนต่ำสุด

หาค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น จากสูตร

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ  $r$  แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อ  
 $S_h$  แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น ( $f_x$ ) ในกลุ่มสูง  
 $S_l$  แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนเท่านั้น ( $f_x$ ) ในกลุ่มต่ำ  
 $n$  แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ  
 $X_{max}$  แทน คะแนนสูงสุด  
 $X_{min}$  แทน คะแนนต่ำสุด

หาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น จากสูตร

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2} \right]$$

เมื่อ	$\alpha$	แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
	$K$	แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ
	$S_i^2$	แทน ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	$S_t^2$	แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

### 3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

1. เปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังการสอน ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้เทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติสำหรับการวิเคราะห์แบบ t-test for one-sample (ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม, 2555, หน้า 86)

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ	$t$	แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t-distributio
	$\bar{X}$	แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนน
	$\mu$	แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
	$S$	แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	$n$	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในหัวข้อการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

#### สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลและการแปลความหมาย ผู้วิจัยได้ใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

$n$	แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
$\mu$	แทน ค่าเฉลี่ยมาตรฐานที่ใช้เป็นเกณฑ์
$\bar{x}$	แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง
$S$	แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$t$	แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน $t$ -distribution
$p$	แทน ค่าของความน่าจะเป็นที่ได้จากการคำนวณ
*	แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

#### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน คือ ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 และตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 ดังนี้

### ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์หมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนหมโนทัศน์จากแบบทดสอบวัดหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t- test for one sample ซึ่งปรากฏดังตารางที่ 17

ตารางที่ 17 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	คะแนนเต็ม	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$	<i>S</i>	ร้อยละ	<i>t</i>	<i>p</i>
คะแนนหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	42	20	14.00	16.21	4.45	81.05	3.222*	.001

\**p* < .05

จากตารางที่ 17 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของหมโนทัศน์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL มีค่าเท่ากับ 16.21 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 81.05 เมื่อทดสอบสมมติฐาน พบว่าคะแนนเฉลี่ยของหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์หมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL จากการทำแบบทดสอบวัดหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนนของหมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผลปรากฏดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)										ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2 คะแนน	40	40	39	35	33	31	27	26	8	22	71.66
1 คะแนน	2	2	3	7	9	10	9	5	21	12	19.05
0 คะแนน	0	0	0	0	0	1	6	11	13	8	9.29
รวม	42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	100

จากตารางที่ 18 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนนส่วนใหญ่ได้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ระดับ 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 71.66 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 19.05

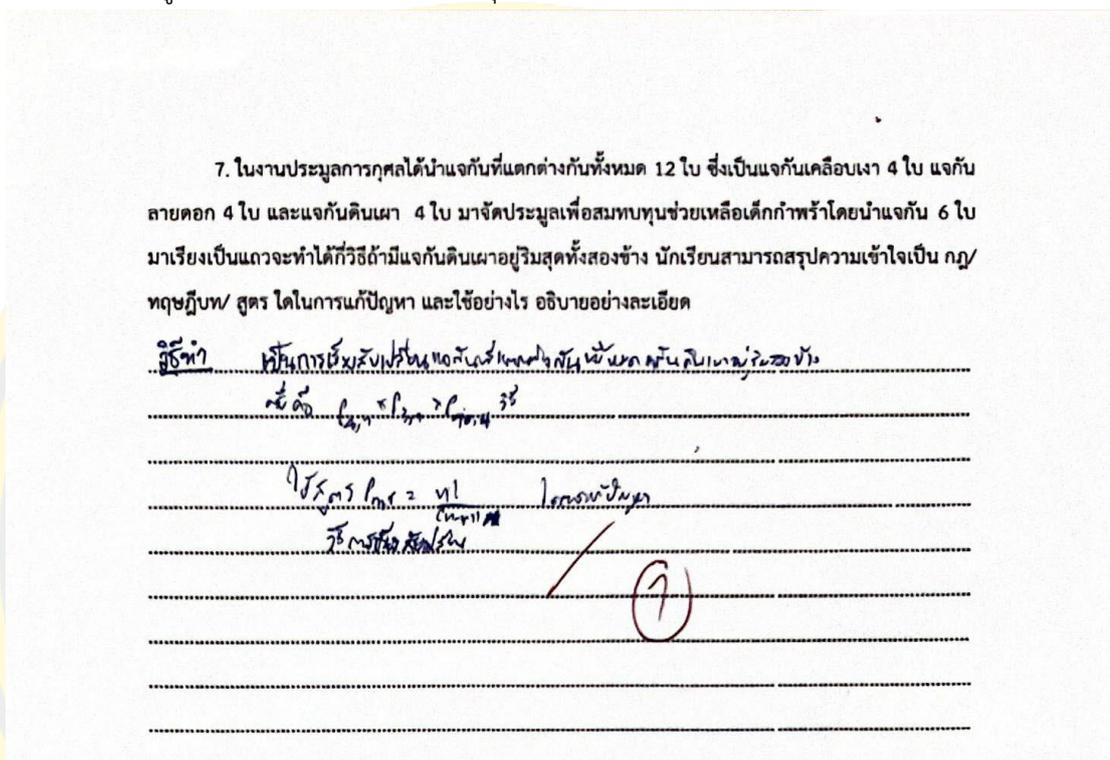
นอกจากนี้เมื่อพิจารณามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำแนกไว้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนน และมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในข้อที่ 7 ดังนี้

“ในงานประมุขการกุศลได้นำแจกันที่แตกต่างกันทั้งหมด 12 ใบ ซึ่งเป็นแจกันเคลือบเงา 4 ใบ แจกันลายดอก 4 ใบ และแจกันดินเผา 4 ใบ มาจัดประมุขเพื่อสมทบทุนช่วยเหลือเด็กกำพร้า โดยนำแจกัน 6 ใบ มาเรียงเป็นแถวจะทำให้วิธีถ้ามีแจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และให้เหตุผลที่เป็นระบบที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้องครบถ้วน ดังภาพที่ 5



กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจ ออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้อง แต่ให้เหตุผลที่เป็นระบบ ถูกต้องบางส่วน หรือตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนให้เหตุผลที่เป็นระบบ ดังภาพที่ 6 และ 7



ภาพที่ 6 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 6 จะเห็นว่านักเรียนเขียนอธิบายปัญหาและวิธีแก้ปัญหาคือ “เป็นการเรียงสับเปลี่ยนแจกันที่แตกต่างกันทั้งหมดแจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง ซึ่งคือ  $P_{4,1} \times P_{3,1} \times P_{10,4}$  วิธี ” จากนั้นทำการสรุปว่า “ใช้สูตร  $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$  ในการแก้ปัญหา ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน ” ซึ่งนักเรียนอธิบายวิธีการใช้สูตรที่ไม่เป็นระบบที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ที่กล่าวคือนักเรียนควรอธิบายเหตุผลให้เป็นตามลำดับขั้นตอนว่า “  $P_{4,1}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาอยู่ซ้ายสุด ” , “  $P_{3,1}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาอยู่ขวาสุด ” และ “  $P_{10,4}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาที่เหลือ ” ซึ่งสรุปแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาคือ “จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแจกันโดยแจกันอยู่ริมทั้ง 2 ข้างคือ  $P_{4,1} \times P_{3,1} \times P_{10,4}$  ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน ”

7. ในงานประมูลการกุศลได้นำแจกันที่แตกต่างกันทั้งหมด 12 ใบ ซึ่งเป็นแจกันเคลือบเงา 4 ใบ แจกันลายดอก 4 ใบ และแจกันดินเผา 4 ใบ มาจัดประมูลเพื่อสมทบทุนช่วยเหลือเด็กกำพร้าโดยนำแจกัน 6 ใบ มาเรียงเป็นแถวจะทำได้กี่วิธีถ้ามีแจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฏ/ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

วิธีทำ เป็นการเรียงสับเปลี่ยน แจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง โดยเลือกดินเผาอยู่ริมสุด  
 ใช้สูตร  $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$  ในการแก้ปัญหา ในกรณีนี้  $n=12$  และ  $r=6$

ภาพที่ 7 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 7 จะเห็นว่านักเรียนเขียนอธิบายปัญหาและวิธีแก้ปัญหาคือ “เป็นการเรียงสับเปลี่ยนแจกันที่แตกต่างกันทั้งหมดแจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง” จากนั้นทำการสรุปว่า “ใช้สูตร  $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$  ในการแก้ปัญหา” ซึ่งนักเรียนไม่อธิบายวิธีการใช้สูตรเพื่อเรียงแจกันอย่างละเอียด ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นที่กล่าวคือ นักเรียนควรกำหนดสัญลักษณ์ของวิธีการเรียงสับเปลี่ยนตามลำดับขั้นตอนว่า “ $P_{4,1}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาอยู่ซ้ายสุด”, “ $P_{3,1}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาอยู่ขวาสุด” และ “ $P_{10,4}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาที่เหลือ” ซึ่งสรุปแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาคือ “จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแจกันโดยแจกันอยู่ริมทั้ง 2 ข้างคือ  $P_{4,1} \times P_{3,1} \times P_{10,4}$  ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน”

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่เขียนตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฏ หรือสูตร และการให้เหตุผลที่เป็นระบบ ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ถูกต้องหรือไม่มีการตอบคำถาม ดังภาพที่ 8 และ 9



7. ในงานประมุขการกุศลได้นำแจกันที่แตกต่างกันทั้งหมด 12 ใบ ซึ่งเป็นแจกันเคลือบเงา 4 ใบ แจกันลายดอก 4 ใบ และแจกันดินเผา 4 ใบ มาจัดประมุขเพื่อสมทบทุนช่วยเหลือเด็กกำพร้าโดยนำแจกัน 6 ใบ มาเรียงเป็นแถวจะทำได้กี่วิธีถ้ามีแจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ทฤษฎีบท/ สูตร ได้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

วิธีทำ ให้แจกันที่มีสี 2 ข้าง เป็นจุดจัดมุมหน้าหน้า  $\times$  ซึ่ง จัดเส้นตรง  $\times$  สี

ใน  $C_{4,1}$  แทนการจัดมุมหน้าดินเผา 4 ใบ ริมซ้าย  $\times$

$C_{3,1}$   $C_{3,1}$   $C_{3,1}$

$\times$

ดังนั้น จำนวนวิธี การจัดมุมหน้าดินเผา 4 ใบ ริม 2 ข้าง

$C_{4,1} \times C_{3,1} \times C_{3,1}$  โดย  $C_{4,1} = \frac{4!}{(4-1)!}$  วิธี

ใช้ การนับวิธี การจัดมุม

$\times$

0

ภาพที่ 9 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้รับระดับ 0 คะแนนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่านักเรียนเขียนอธิบายไม่ถูกต้องที่กล่าวคือ “นักเรียนให้เหตุผลว่าการเรียงแจกัน 12 ใบ โดยให้แจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้างเป็นการจัดหมู่” จากนั้นได้ทำการกำหนดสัญลักษณ์ของวิธีการจัดหมู่ตามลำดับขั้นตอน “ $C_{4,1}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาอยู่ซ้ายสุด”, “ $C_{3,1}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาอยู่ขวาสุด” และ “ $C_{10,4}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาที่เหลือ” ซึ่งสรุปแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาคือ “จำนวนวิธีเรียงแจกันโดยแจกันอยู่ริมทั้ง 2 ข้างคือ  $C_{4,1} \times C_{3,1} \times C_{10,4}$  ใช้วิธีการจัดหมู่” ซึ่งเป็นการตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และการให้เหตุผลที่เป็นระบบที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นไม่ถูกต้อง

**ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70**

การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ  $t$  - test for one sample ซึ่งปรากฏดังตารางที่ 19

ตารางที่ 19 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	$n$	คะแนนเต็ม	$\mu$ (ร้อยละ 70)	$\bar{X}$	$S$	ร้อยละ	$t$	$p$
คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	42	80	56.00	68.31	16.79	85.39	4.751*	.000

\*  $p < .05$

จากตารางที่ 19 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL มีค่าเท่ากับ 68.31 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 85.39 เมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกนักเรียนตามขั้นของการแก้ปัญหาและระดับคะแนนได้ ดังนี้

1. ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We know) และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจว่า

โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง โจทย์ต้องการหาอะไร และมีเงื่อนไขอะไรบ้าง โดยเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้น (K: What We Know) และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบสามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตาราง 20

ตารางที่ 20 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนชั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)										ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน	
	คะแนน/ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10
2 คะแนน		39	35	33	33	35	37	31	35	32	34	81.90
1 คะแนน		3	4	5	8	6	5	10	5	7	2	13.10
0 คะแนน		0	3	4	1	1	0	1	2	3	6	5.00
รวม		42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	100

จากตารางที่ 20 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 81.90 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 13.10

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ตามระดับคะแนนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้อที่ 8 ดังนี้

“นำอักษรคำว่า “SPORTMAN” มาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมายและให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี”

กลุ่มนักเรียนระดับ 2 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่ง  
 โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เป็นนักเรียนกลุ่มที่  
 ระบุสิ่งที่ โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบถ้วน ดังภาพที่ 10

8. นำอักษรคำว่า "SPORTMAN" มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และ  
 ให้ขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งโจทย์กำหนดให้	นำตัวอักษร SPORTMAN (8 ตัว) มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว	(2)
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึง ความหมาย และให้ขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ	

ภาพที่ 10 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What  
 We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จากภาพที่ 10 จะเห็นว่านักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการ  
 ทราบได้ครบถ้วนสมบูรณ์ โดยนักเรียนเขียนตอบสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือ “นำตัวอักษร SPORTMAN  
 8 ตัว มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว” และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ “จำนวนวิธีการเรียง  
 สับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงความหมาย และขึ้นต้นด้วยสระลงท้ายด้วยพยัญชนะ” ซึ่งเป็น  
 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบถ้วนตามสถานการณ์  
 ปัญหาที่กำหนดให้

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่ง  
 โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เป็นนักเรียนกลุ่มที่  
 ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้แต่ไม่ครบถ้วน ดังภาพที่ 11

8. นำอักษรคำว่า "SPORTMAN" มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	ในอักษร SPORTMAN /
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีเรียง ?

(๓)

ภาพที่ 11 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จากภาพที่ 11 จะเห็นว่านักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบเขียนไม่ละเอียด โดยนักเรียนเขียนตอบสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคือ "จำนวนวิธีเรียง" ซึ่งจะเห็นว่านักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้แต่ไม่ครบถ้วน โดยขาดข้อมูลสำคัญที่โจทย์ต้องการทราบ นั่นคือ นำอักษรคำว่า SPORTMAN มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และเริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ ดังนั้นหากจะให้ถูกต้องนักเรียนควรตอบสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ "จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษรที่กำหนดให้ครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และเริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ"

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ เป็นนักเรียนกลุ่มที่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ดังภาพที่ 12

8. นำอักษรคำว่า "SPORTMAN" มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	

ภาพที่ 12 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจปัญหา (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

จากภาพที่ 12 จะเห็นว่านักเรียนไม่มีร่องรอยในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ พบว่า นักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในระดับนี้ไม่มีร่องรอยการลงมือทำ

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการทำความเข้าใจ (K: What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ (W: What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไม่พบนักเรียนที่ไม่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง

2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) นักเรียนจะต้องนำข้อมูลจากขั้นทำความเข้าใจปัญหาก่อนหน้าเพื่อวางแผนและกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาสามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนนดังตาราง 21

ตารางที่ 21 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out)

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)										ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน	
	คะแนน/ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10
2 คะแนน		37	33	35	31	32	35	30	33	29	30	77.38
1 คะแนน		4	5	7	8	9	6	10	4	11	9	17.38
0 คะแนน		1	4	0	3	1	1	2	5	2	3	5.24
รวม		42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	100

จากตารางที่ 21 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 77.38 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 17.38

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) ตามระดับคะแนนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้อที่ 8 ดังนี้

“นำอักษรคำว่า “SPORTMAN” มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมายและให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี”

กลุ่มนักเรียนระดับ 2 คะแนนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) เป็นนักเรียนกลุ่มที่นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 13

ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้สูตร $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ (วิธีการเรียงสับเปลี่ยน) / (2) ขั้นที่ 1 ขึ้นต้นด้วยสระทำได้ $P_{2,1}$ วิธี ขั้นที่ 2 ลงท้ายด้วยพยัญชนะทำได้ $P_{6,1}$ วิธี ขั้นที่ 3 เลือกที่เหลืออีก 3 ตัวทำได้ $P_{6,3}$ วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด คือ $P_{2,1} \times P_{6,1} \times P_{6,3} = 1,440$ วิธี / (2)
-------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ภาพที่ 13 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในชั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out)

จากภาพที่ 13 จะเห็นว่านักเรียนสามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องทราบ และข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง โดยนักเรียนเขียนการวางแผนแก้ปัญหา คือ “ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน  $P_{n,r}$ ” และยังอธิบายขั้นตอนดังนี้ “ขั้นที่ 1 ขึ้นต้นด้วยสระ  $P_{2,1}$  วิธี ขั้นที่ 2 ลงท้ายด้วยพยัญชนะ  $P_{6,1}$  วิธี และขั้นที่ 3 ที่เหลือเลือกได้  $P_{6,3}$  วิธี” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องเนื่องจากโจทย์ต้องการหาจำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษรที่กำหนดให้ครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมายและขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ

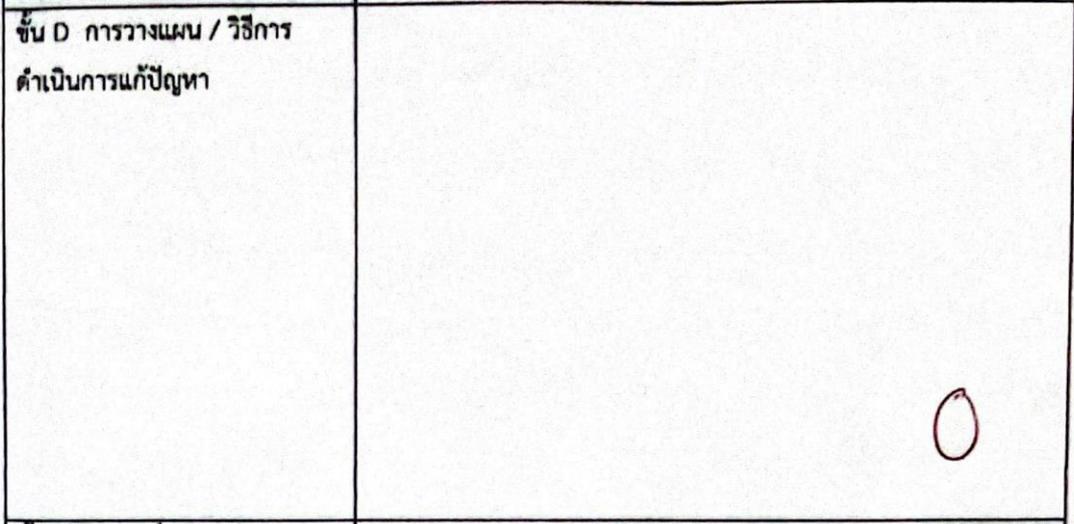
กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในชั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) เป็นนักเรียนกลุ่มที่นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่ต้องทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 14

ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้สูตร $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ เรียงสับเปลี่ยน / (1) ✓ ขั้นที่ 1 ขึ้นต้นด้วยสระ ได้ $P_{2,1}$ วิธี / ✓ ขั้นที่ 2 ลงท้ายด้วยพยัญชนะ ได้ $P_{6,1}$ วิธี / ✓ ขั้นที่ 3 ที่เหลือเลือก 3 ตัว $P_{6,3}$ วิธี วิธีทั้งหมด คือ $P_{2,1} \times P_{6,1} \times P_{6,3} = 2 \times 1 \times 240 = 480$ วิธี (1740 วิธี) (1)
-------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ภาพที่ 14 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในชั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out)

จากภาพที่ 14 จะเห็นว่านักเรียนสามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน โดยนักเรียนเขียนการวางแผนแก้ปัญหา คือ “ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน  $P_{n,r}$ ” และยังอธิบายขั้นตอนดังนี้ “ขั้นที่ 1 เริ่มต้นด้วยสระ  $P_{2,1}$  วิธี ขั้นที่ 2 ลงท้ายด้วยพยัญชนะ  $P_{6,1}$  วิธี แต่ ขั้นที่ 3 ที่เหลือเลือกได้  $P_{6,6}$  วิธี” ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งในขั้นที่ 3 นักเรียนควรเขียนอธิบายเป็น “ขั้นที่ 3 ที่เหลือเลือกได้  $P_{6,3}$  วิธี” จึงจะถูกต้อง เนื่องจากโจทย์ต้องการหาจำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษรที่กำหนดให้ครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมายและเริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ ดังนั้น

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) เป็นนักเรียนกลุ่มที่นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา ดังภาพที่ 15 และ 16

<p>ขั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา</p>	
---------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------

ภาพที่ 15 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นการวางแผนแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out)

จากภาพที่ 15 จะเห็นว่านักเรียนไม่มีร่องรอยในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา



ตารางที่ 22 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 76.43 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 16.43

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการวางแผนแก้ปัญหาและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) ตามระดับคะแนนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้อที่ 8 ดังนี้

“นำอักษรคำว่า “SPORTMAN” มาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมายและให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี”

กลุ่มนักเรียนระดับ 2 คะแนนในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) เป็นนักเรียนกลุ่มที่ดำเนินการแก้ปัญหามาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 17

<p>ขั้น D การวางแผน / วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา</p>	<p>ใช้สูตร <math>P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}</math> (วิธีการเรียงสับเปลี่ยน) / ②</p> <p>ขั้นที่ 1 เริ่มต้นด้วยสระทำได้ <math>P_{2,1}</math> วิธี</p> <p>ขั้นที่ 2 ลงท้ายด้วยพยัญชนะทำได้ <math>P_{6,1}</math> วิธี</p> <p>ขั้นที่ 3 อักษรที่เหลืออีก 3 ตัวทำได้ <math>P_{6,3}</math> วิธี</p> <p>ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด คือ <math>P_{2,1} \times P_{6,1} \times P_{6,3} = 1,440</math> วิธี / ②</p>
----------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ภาพที่ 17 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out)

จากภาพที่ 17 จะเห็นว่านักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหามาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้อง โดยนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาว่า “ดังนั้นจำนวนวิธีทั้งหมด คือ  $P_{2,1} \times P_{6,1} \times P_{6,3} = 1,440$  วิธี” และดำเนินการแก้ปัญหามาตามที่วางไว้ได้ถูกต้องสมบูรณ์

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) เป็นนักเรียนกลุ่มที่ดำเนินการแก้ปัญหามาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 18

<p>ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา</p>	<p>ใช้สูตร <math>P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}</math> เรียงสับเปลี่ยน / ①</p> <p>ขั้น 1 นับถึงขั้นแรก ได้ <math>P_{2,1}</math> วิธี /</p> <p>ขั้น 2 ลงท้ายด้วยพยัญชนะ ได้ <math>P_{6,1}</math> วิธี /</p> <p>ขั้น 3 ที่เหลือเลือกได้ <math>P_{6,3} = 120</math> วิธี <math>\rightarrow</math> ข้อนี้ที่เจอ 3 วิธี <math>P_{6,3}</math> วิธี</p> <p>วิธีทั้งหมด คือ <math>P_{2,1} \times P_{6,1} \times P_{6,3} = 2 \times 6 \times 120 = 1,440</math> วิธี ①</p>
---------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ภาพที่ 18 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในชั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out)

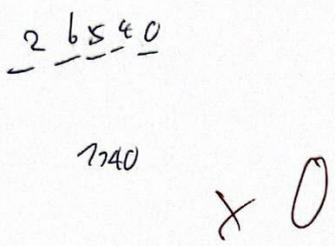
จากภาพที่ 18 จะเห็นว่านักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากนักเรียนวางแผนแก้ปัญหาว่า “ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน  $P_{n,r}$  ชั้นที่ 1 ขึ้นต้นด้วยสระ  $P_{2,1}$  วิธี ชั้นที่ 2 ลงท้ายด้วยพยัญชนะ  $P_{6,1}$  วิธี และชั้นที่ 3 ที่เหลือเลือกได้  $P_{6,3} = 120$  วิธี โดยจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนพยัญชนะทั้งหมดจะทำได้  $P_{2,1} \times P_{6,1} \times P_{6,3} = 2 \times 6 \times 120 = 1,440$  วิธี” ซึ่งเป็นจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนพยัญชนะที่ไม่ถูกต้อง เนื่องจากจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนพยัญชนะทั้งหมดต้องเท่ากับ 1,440 วิธี

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในชั้นการดำเนินการแก้ปัญหา(D: What We do to Find Out) เป็นนักเรียนกลุ่มที่ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา ดังภาพที่ 19 และ 20

ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
-------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------

ภาพที่ 19 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในชั้นการดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out)

จากภาพที่ 19 จะเห็นว่านักเรียนไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา

ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
-------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------

ภาพที่ 20 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในชั้นดำเนินการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out)

จากภาพที่ 20 จะเห็นว่านักเรียนเขียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ไม่ถูกต้อง คือ “นักเรียนเขียนตัวเลขและขีดเส้นใต้ไม่มีการอธิบายว่าตัวเลขนั้นคืออะไรที่มาอย่างไร”

4. ขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned) ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องแสดงคำตอบที่ได้และสรุปกระบวนการคิดให้เป็นวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned) สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตาราง 23

ตารางที่ 23 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned)

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)										ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน	
	คะแนน/ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10
2 คะแนน		33	38	36	30	30	31	28	33	25	28	74.29
1 คะแนน		8	4	4	4	8	11	12	4	7	6	16.19
0 คะแนน		1	0	2	8	4	0	2	5	10	8	9.52
รวม		42	42	42	42	42	42	42	42	42	42	100

จากตารางที่ 23 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L คำตอบที่ได้และกระบวนการคิด) ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 74.29 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 16.19

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned) สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนนและมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned) ตามระดับคะแนนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้อที่ 8 ดังนี้

“นำอักษรคำว่า “SPORTMAN” มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมายและให้ขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี”

กลุ่มนักเรียนระดับ 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned) เป็นนักเรียนกลุ่มที่สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 21

ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	คำตอบ
	<p>จำนวนวิธีเรียงอักษรคำว่า "SPORTMAN" ครั้งละ 5 ตัว ซึ่งไม่คำนึงถึงความหมาย ขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ ที่ได้ 1,440 วิธี สรุปขั้นตอนคำตอบ</p> <p>ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน และหลักการคูณ</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงอักษรคำว่า "SPORTMAN" ครั้งละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้ขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะจะเรียงได้ 1,440 วิธี

ภาพที่ 21 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned)

จากภาพที่ 21 จะเห็นว่านักเรียนที่สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง โดยนักเรียนตอบคำถามจากโจทย์ได้คือ “จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนจากอักษรคำว่า SPORTMAN ครั้งละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย ขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ คือ 1,440 วิธี” และสรุปกระบวนการคิดได้ถูกต้องสมบูรณ์คือ “โจทย์ต้องการเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษรจากคำว่า SPORTMAN ครั้งละ 5 ตัว จึงใช้สูตร  $P_{n,r}$  ในการคิดโดยให้  $n=8, r=5$  จะได้  $P_{n,r}$  วิธี ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน” ซึ่งเป็นการตอบคำถามและสรุปขั้นตอนคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned) เป็นนักเรียนกลุ่มที่สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 22

ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ
-------------------------------------	------------------------------------

8,740 วิธี X

การเรียงสับเปลี่ยน

①

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงอักษรคำว่า "SPORTMAN" คราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้ขั้นตอน  
ด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะจะเรียงได้ ..... 1,440 ..... วิธี

ภาพที่ 22 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned)

จากภาพที่ 21 จะมีนักเรียนที่สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน โดยนักเรียนตอบว่าจำนวนวิธีเรียงอักษรทั้งหมด คือ "8,740 วิธี ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด" ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ 1,440 วิธี แต่สรุปกระบวนการคิดถูกต้องคือ "การเรียงสับเปลี่ยน" เนื่องจากวิธีการหาคำตอบโจทย์ปัญหานี้ต้องใช้เรื่องวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในการแก้ปัญหา ในการที่ต้องการจัดอักษรครั้งละ 5 ตัว จากอักษรคำว่า SPORTMAN จะมีวิธีทั้งหมดคือ 1,440 วิธี

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned) เป็นนักเรียนกลุ่มที่สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ ดังภาพที่ 23 และ 24

ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ
-------------------------------------	------------------------------------

①

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงอักษรคำว่า "SPORTMAN" คราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้ขั้นตอน  
ด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะจะเรียงได้ ..... วิธี

ภาพที่ 23 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล (L: What we learned)

จากภาพที่ 23 จะเห็นว่านักเรียนไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ

<p>ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา</p>	$\begin{array}{r} 2 \ 6 \ 5 \ 4 \ 0 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$ <p>1440</p> <p>X 0</p>
---------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------

ภาพที่ 24 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในชั้นตรวจสอบผล (L: What we learned)

จากภาพที่ 24 จะเห็นว่านักเรียนที่สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่า สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง คือ นักเรียนเขียนคำตอบว่า “8,640 วิธี” ซึ่งผิดเนื่องจาก คำตอบคือ 1,440 วิธี และการสรุปขั้นคิดหาคำตอบนักเรียนเขียนตอบว่า “การจัดหมู่” ซึ่งผิดเนื่องจาก วิธีการที่ใช้แก้ปัญหานั้นคือวิธีการเรียงสับเปลี่ยน

## บทที่ 5

### สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL กับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 42 คน ซึ่งได้มาโดยการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 10 แผน มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมมากที่สุด 2) แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องหลักการนับเบื้องต้น เป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย ( $p$ ) ตั้งแต่ 0.21 - 0.75 และมีค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.21 - 0.67 มีค่าความเชื่อมั่น .70 3) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องหลักการนับเบื้องต้น เป็นแบบทดสอบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากง่าย ( $p$ ) ตั้งแต่ 0.23 - 0.60 และมีค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.28 - 0.69 มีค่าความเชื่อมั่น .77 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติ t-test for One Sample

### สรุปผลการวิจัย

จากการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น สามารถสรุปได้ดังนี้

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องหลักการนับเบื้องต้น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องหลักการนับเบื้องต้น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## อภิปรายผล

จากผลการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อ มโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัย ขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัยดังนี้

1. ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่ามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็น ฐานร่วมกับเทคนิค KWDL สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไป ตามสมมติฐานข้อที่ 1 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ร่วมกับเทคนิค KWDL เริ่มต้นการเรียนรู้จากปัญหาโดยใช้การระดมความคิดผ่านการทำงานเป็นกลุ่ม เพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดภายในกลุ่มของตนเพื่อนำสรุปสร้างความรู้ใหม่ ตลอดจนนำความรู้ใหม่ไปใช้ แก้ปัญหาโดยใช้ปัญหาเป็นฐานเป็นแนวทาง โดยในขั้นกำหนดปัญหา ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ขั้นลงมือปฏิบัติ และขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผลจะ สอดแทรกเทคนิค KWDL เป็นเทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับนักเรียนเนื่องจากนักเรียนอาจ เกิดการอ่านโจทย์ไม่เข้าใจ วิเคราะห์ไม่เป็นและยังเป็นเทคนิคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะ ช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาสติปัญญา พัฒนาสังคม ให้เป็นนักแก้ปัญหาที่ดี (Shaw, et al., 1997) จาก เทคนิคข้างต้นจะช่วยให้นักเรียนสามารถสรุปความรู้ และความคิดรวบยอดออกเป็นแนวคิด ทฤษฎีบท กฎ บท สูตร หรือมโนทัศน์ได้ และเมื่อพิจารณาจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ทั้ง 5 ขั้นสามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังนี้

1.1 ขั้นกำหนดปัญหา ในขั้นนี้ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่พบเจอในชีวิตจริงเป็นปัญหาที่มี ทั้งข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาแล้วใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยใช้ความรู้เดิมโดยในขั้นนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการอ่านและวิเคราะห์ความรู้ ความเข้าใจของ ตนเอง และเห็นความสำคัญของปัญหาจากการจัดการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนสามารถอภิปรายความสำคัญ ของปัญหาได้สอดคล้องกับ Ausubel (1968, p.505) ที่กล่าวว่า การพัฒนามโนทัศน์นั้น นักเรียน จะต้องมีความรู้เดิม และสามารถวิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ที่ได้รับมาใหม่ให้ครอบคลุม ไปยังมโนทัศน์เดิมที่มีอยู่แล้วเพื่อหาความสัมพันธ์กันและประมวลเข้าด้วยกันทำให้นำไปสู่ข้อสรุปได้

1.2 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาโดยการอภิปราย ร่วมกันในกลุ่มและใช้เหตุผลเพื่อเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม เพื่อระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำทำความเข้าใจปัญหาและอภิปราย

ร่วมกัน สังเกตได้จากการที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง สอดคล้องกับ เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2555, หน้า 178 - 179) ที่ได้กล่าวว่าการพัฒนามโนทัศน์นั้นนักเรียนต้องทำความเข้าใจ สังเกตเก็บรายละเอียด และแยกแยะความแตกต่างของปัญหานั้น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนค้นพบมโนทัศน์ที่ช่วยให้เข้าใจหลักการของสิ่งต่าง ๆ

1.3 ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาค้นคว้าข้อมูล หรือความรู้ที่ต้องใช้สำหรับการแก้ปัญหาแล้วนำข้อมูลหรือความรู้ที่ได้มาอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน เพื่อพิจารณาว่าความรู้ที่ได้มามีความถูกต้องสมบูรณ์และเหมาะสมตามประเด็นที่ต้องการหรือไม่ หากข้อมูลยังไม่เพียงพอให้นักเรียนต้องร่วมกันศึกษาเพิ่มเติม ซึ่งในขั้นนี้จะช่วยฝึกให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในกลุ่มย่อยเกี่ยวกับการนำข้อมูลหรือความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้ามามาเชื่อมโยงกับสถานการณ์ปัญหาเพื่อกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการวางแผนแก้ปัญหาได้ดีขึ้นโดยนักเรียนสามารถกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองอย่างเป็นลำดับขั้นตอนสอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 126) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองจากการวางแผนศึกษา คิดค้นคว้า ระดมสมอง เพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาก็กิจกรรมซึ่งจะทำให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้ที่ให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์โดยครูจะคอยช่วยเหลือตรวจสอบแนวทางการแก้ปัญหา

1.4 ขั้นลงมือปฏิบัติ ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันลงมือปฏิบัติเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้โดยเขียนวิธีการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ในขั้นนี้ช่วยฝึกให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างเป็นระบบส่งเสริมให้นักเรียนมีความละเอียดและรอบคอบในการแก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้องครบถ้วนและเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนควรได้คะแนนในขั้นนี้เนื่องจากนักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ สอดคล้องกับ สุวิทย์ มูลคำ (2547, หน้า 47) ที่กล่าวว่า ครูฝึกให้นักเรียนลงมือทำตามแนวทางของนักเรียนที่กำหนดไว้จะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยครูคอยชี้แนะเมื่อนักเรียนเกิดปัญหา ระหว่างลงมือทำ

1.5 ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอแนวทางและวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มในชั้นเรียน โดยเปิดโอกาสให้เพื่อนซักถามหากมีข้อสงสัย จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพิ่มเติมในประเด็นที่ยังไม่ครบถ้วน บกพร่อง หรือยังไม่ชัดเจนของนักเรียนบางกลุ่ม จากนั้นครูและนักเรียนจะช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาร่วมกัน จากนั้นครูจึงทำการ

ประเมินผลการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ในขั้นนี้ช่วยฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดของตนเอง และอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดจากการแก้ปัญหาร่วมกันทำให้นักเรียนได้เห็นแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายทั้งครบถ้วนสมบูรณ์และมีความบกพร่องหรือยังไม่ชัดเจน และนักเรียนได้ฝึกการสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาร่วมกันส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง และเกิดการอภิปรายร่วมกันในกระบวนการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันของแต่ละกลุ่มจนสามารถสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้อง สอดคล้องกับ อชรา เอิบสุขศิริ (2557, หน้า 187) ที่ได้กล่าวว่า การอภิปราย เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นของตนเอง ได้ประเมินความคิดเห็นของผู้อื่น และสังเคราะห์ความคิดเห็นของผู้อื่นเพื่อหาข้อสรุป ซึ่งช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ในเรื่องนั้นและช่วยให้เกิดความเข้าใจในบทเรียนอย่างถ่องแท้

จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่าในช่วงแรกนักเรียนไม่สามารถเขียนสรุปกระบวนการคิดเป็นมโนทัศน์ได้หรือสรุปกระบวนการคิดได้แต่ยังไม่ถูกต้องจึงไม่สามารถสร้างมโนทัศน์ได้ เนื่องจากการเรียนการสอนที่ผ่านมานักเรียนไม่ได้ถูกฝึกให้สรุปความรู้จากเรื่องที่เรียนเพื่อที่จะเกิดเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การเขียนสรุปกระบวนการคิดจากการแก้ปัญหา เรื่อง วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น นักเรียนเขียนสรุปกระบวนการคิดไม่ได้คือ จากที่นักเรียนได้วางแผนแก้ปัญหาดังนี้” ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนโดยใช้สูตร  $n!$  เนื่องจากเป็นการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของทั้งหมด”และดำเนินการแก้ปัญหาก็ได้คำตอบออกมาและสรุปการคิดกระบวนการซึ่งกระบวนการคิดที่ได้คือ  $n!$  แต่ไม่ระบุสูตรที่ใช้ในการหาวิธีการเรียงสับเปลี่ยน เช่น “ใช้  $n!$  แก้ปัญหา” ซึ่งเหตุการณ์ดังกล่าวจะเกิดขึ้นในช่วงแรกของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL เท่านั้น แต่เมื่อนักเรียนผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL จนถึงแผนการจัดการเรียนรู้สุดท้ายพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาคต่อไป ในขั้น K (What we know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร และขั้น W (What we want to know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร ในสองขั้นนี้นักเรียนเกือบทุกคนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้อย่างถูกต้องและสามารถนำมาวางแผนแก้ปัญหาคได้ถูกต้องและเป็นขั้นตอน รวมถึงสามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้น D (What we do to find out) วางแผนแก้ปัญหาคและวิธีดำเนินการแก้ปัญหาคได้ว่าถูกต้องและสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ และขั้น L (What we learned) กระบวนการคิดและคำตอบที่ได้นักเรียนจะสามารถสรุปกระบวนการคิดให้เป็นความรู้ใหม่เพื่อนำไปแก้ปัญหาคอื่น ๆ ต่อไปและผู้วิจัยได้ทำการทดสอบวัดมโนทัศน์จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้

โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ซึ่งผู้วิจัยได้จำแนกนักเรียนตามระดับคะแนนของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ทำคะแนนได้สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 แต่ในข้อที่ 8 และ 9 ของแบบทดสอบพบว่า มีนักเรียนบางส่วนมีคะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยในข้อที่ 8 นักเรียนตีความโจทย์ปัญหา อธิบายเหตุผล และบอกวิธีการแก้ปัญหาดังนี้ “เนื่องจากเป็นการนำธมา ผูกเป็นแถวยาวเพื่อทำเป็นสัญญาณธง ดังนั้นจึงเป็นวิธีการจัดหมู่สิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง โดยนำมาจัดเรียง r สิ่ง ในแนวเส้นตรง” ซึ่งไม่ถูกต้อง และ ข้อที่ 9 นักเรียนตีความโจทย์ปัญหา อธิบายเหตุผล และบอกวิธีการแก้ปัญหาดังนี้ “เนื่องจากเป็นการจัดให้บัณฑิตทั้ง 50 คน ไปกล่าว ขอบคุณคณาจารย์ ดังนั้นจึงเป็นวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง โดยเลือกมา คราวละ r สิ่ง ในแนวเส้นตรง” ซึ่งไม่ถูกต้อง จึงทำให้นักเรียนส่วนนี้ได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70

จากเหตุผลข้างต้น จึงอาจกล่าวได้ว่าการนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับ เทคนิค KWDL มาใช้ในการจัดการเรียนรู้นั้นส่งผลให้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับ เบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากทำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับ เทคนิค KWDL สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับ งานวิจัยของกานต์วลี อ่ำประเวทย์ สุวรรณ จุ้ยทอง และ ฐิติพร พิษณุกุล (2563, หน้า 57 – 64 ) พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานทำให้นักเรียนตีความคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และงานวิจัยของฉัตรชัย ไชยราช (2564) พบว่าการ จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานทำให้นักเรียนตีความคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดอย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.05

2. ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่าความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังได้รับ การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมี นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การ จัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่มีกระบวนการขั้นตอนในการ จัดการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่รวมถึงนำ ความรู้ใหม่ที่ได้ไปแก้ปัญหาใหม่ได้ด้วยตนเอง สอดคล้องกับลักษณะสำคัญของการจัดการเรียนรู้โดย ใช้ปัญหาเป็นฐานหลัก ๆ 3 ข้อ คือ ข้อแรกเป็นการเรียนรู้ที่เน้นปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการเรียนรู้ ที่สอดคล้องกับคำกล่าวของ Dolmans & Schmidt (1995) ว่า” การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน มีแนวคิดให้ผู้เรียนพบกับปัญหาในกลุ่มย่อย ภายใต้การควบคุมดูแลของผู้สอนประจำกลุ่ม ปัญหา

ส่วนมากเป็นการบรรยายปรากฏการณ์หรือเหตุการณ์ที่สามารถรับรู้ในสภาพที่เป็นจริง ปรากฏการณ์จะถูกอธิบายโดยกลุ่มย่อยบนพื้นฐานของหลักการ กลไกการทำงานหรือกระบวนการ” ข้อที่สองเป็นการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Gallagher, et al (1995, p.137-138) ว่าเป็นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง ภายใต้การแนะแนวทางของผู้สอนประจำกลุ่ม ผู้เรียนจะต้องรับผิดชอบการเรียนรู้ของตนเอง ระบุสิ่งที่ตนต้องการจะรู้เพื่อความเข้าใจที่ดีขึ้นโดยแสวงหาความรู้จากแหล่งที่จะให้ข้อมูลข่าวสารต่าง ๆ ซึ่งอาจมาจากหนังสือ วารสาร คณาจารย์หรือแหล่งข้อมูลอื่น ๆ เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ข้อที่สามเป็นการเรียนรู้ที่เน้นการเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ เวชฤทธิ์ อังกะระภัทรขจร (2555, หน้า 112-114) ที่ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้ผู้เรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนสื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้ผู้เรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและนอกห้องเรียน

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้นำเทคนิค KWDL มาทำการจัดการเรียนรู้ร่วมกับการใช้ปัญหาเป็นฐาน เพื่อให้นักเรียนเกิดการแสดงความคิดเห็น แยกแยะ วิเคราะห์ หรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง และได้ร่วมแสดงแนวคิดวิธีแก้ปัญหากับผู้อื่นเพื่อให้ได้มาซึ่งวิธีการและคำตอบที่ครบถ้วนมากขึ้น เนื่องจากในตอนแรกนักเรียนอาจจะไม่ได้คิดการแก้ปัญหาทุกคน รวมถึงนักเรียนบางคนที่อาจไม่สามารถคิดหาวิธีแก้ปัญหาได้ซึ่งสอดคล้องกับ วัชรา เล่าเรียนดี (2554, หน้า 130) ที่กล่าวว่า การดำเนินการตามลำดับขั้นตอน KWDL จะช่วยชี้นำการคิด แนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่างๆ จากเรื่องนั้น จากนั้นสามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้ตาม ความต้องการ ใ้ใจนักเรียนเป็นอย่างดี ซึ่งการกำหนดขั้นตอนเทคนิค KWDL การมีคำถามนำเพื่อให้คิดหาข้อมูลของคำตอบตามที่ต้องการในแต่ละขั้นจะช่วยส่งเสริมการอ่านมากขึ้น การนำกระบวนการหรือเทคนิค KWDL ไปใช้ในการ สอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะด้านโจทย์ปัญหาของนักเรียนทุกระดับชั้นจะมีปัญหา มากที่สุด เนื่องจากการอ่านโจทย์ ไม่เข้าใจชัดเจน วิเคราะห์โจทย์ไม่เป็น เป็นปัจจัยสำคัญปัจจัยหนึ่ง นอกจากการคิดคำนวณไม่เป็น และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นตอนที่ได้จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ทั้ง 5 ขั้นสามารถ อภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

2.1 ขั้นกำหนดปัญหา ในขั้นนี้ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่พบเจอในชีวิตจริงเป็นปัญหาที่มีทั้งข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาแล้วใช้คำถามนำกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยใช้ความรู้เดิมโดยในขั้นนี้จะส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการอ่านและวิเคราะห์ความรู้ ความเข้าใจของตนเอง และเห็นความสำคัญของปัญหาจากการจัดการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนสามารถอภิปรายความสำคัญ

ของปัญหาได้ สอดคล้องกับ สิริพร ทิพย์คง (2536, หน้า 165 - 167) กล่าวว่า ครูผู้สอนควรกำหนด ปัญหาที่น่าสนใจ มีความหลากหลาย ให้อิสระแก่นักเรียนในการคิดหาวิธีแก้ปัญหา และส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาทักษะการคิดแก้ปัญหา ซึ่งจัดการเรียนรู้โดยใช้กรณีศึกษาจัดว่าเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพวิธีการหนึ่ง

2.2 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาโดยการอภิปรายร่วมกันในกลุ่มและใช้เหตุผลเพื่อเชื่อมโยงปัญหากับความรู้เดิม เพื่อระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งในขั้นนี้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการทำความเข้าใจปัญหาและอภิปรายร่วมกัน สังเกตได้จากการที่นักเรียนในแต่ละกลุ่มสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาต้องเน้นที่การวิเคราะห์ข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้เห็นแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหา สามารถแก้ปัญหาและขยายความคำตอบได้ เมื่อนักเรียนทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาแล้ว

2.3 ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาค้นคว้า ข้อมูล หรือความรู้ที่ต้องใช้สำหรับการแก้ปัญหาแล้วนำข้อมูลหรือความรู้ที่ได้มาอภิปรายแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน เพื่อพิจารณาว่าความรู้ที่ได้มามีความถูกต้องสมบูรณ์และเหมาะสมตามประเด็นที่ต้องการหรือไม่หากข้อมูลยังไม่เพียงพอนักเรียนต้องร่วมกันศึกษาเพิ่มเติม ซึ่งในขั้นนี้จะช่วยฝึกให้นักเรียนได้อภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันในกลุ่มย่อยเกี่ยวกับการนำข้อมูลหรือความรู้ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้ามารวมกับสถานการณ์ปัญหาเพื่อกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้นตอน และช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการวางแผนแก้ปัญหาได้ดีขึ้นโดยนักเรียนสามารถกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองอย่างเป็นขั้นตอนสอดคล้องกับ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 72 - 78) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียน แต่ควรกระตุ้น ส่งเสริมให้นักเรียนคิด วางแผน และหาแนวทางการแก้ปัญหาก่อนลงมือทำเสมอ

2.4 ขั้นลงมือปฏิบัติ ในขั้นนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันลงมือปฏิบัติเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้โดยเขียนวิธีการแก้ปัญหอย่างเป็นลำดับขั้นตอน ในขั้นนี้ช่วยฝึกให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างเป็นระบบส่งเสริมให้นักเรียนมีความละเอียดและรอบคอบในการแก้ปัญหา

ส่งผลให้นักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้องครบถ้วนและเป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนควรได้คะแนนในขั้นนี้เนื่องจากนักเรียนมีกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบสอดคล้องกับสสวท. (2551, หน้า 183) ที่เสนอว่า แนวทางในการพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ และมีโอกาสนำเสนอร่วมกับเพื่อนสมาชิกในกลุ่มด้วย และยังสอดคล้องกับ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 89) ที่กล่าวว่า การพัฒนาการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักตีความหมายของคำตอบ ว่าคำตอบนั้นมีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ มีความเหมาะสมหรือไม่เพียงใด ชี้ให้นักเรียนเห็นว่าการตีความหมายของคำตอบนั้นมีความสำคัญเท่าเทียมกับวิธีการหาคำตอบ

2.5 ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอแนวทางและวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มในชั้นเรียน โดยเปิดโอกาสให้เพื่อนซักถามหากมีข้อสงสัย จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเพิ่มเติมในประเด็นที่ยังไม่ครบถ้วน บกพร่อง หรือยังไม่ชัดเจนของนักเรียนบางกลุ่ม จากนั้นครูและนักเรียนจะช่วยกันสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาร่วมกัน จากนั้นครูจึงทำการประเมินผลการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ในขั้นนี้ช่วยฝึกให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดของตนเองและอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดจากการแก้ปัญหาร่วมกันทำให้นักเรียนได้เห็นแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลายทั้งครบถ้วนสมบูรณ์และมีความบกพร่องหรือยังไม่ชัดเจน และนักเรียนได้ฝึกการสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาร่วมกันส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ถูกต้องและเกิดการอภิปรายร่วมกันในกระบวนการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันของแต่ละกลุ่มจนสามารถสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องสอดคล้องกับคำกล่าวของ ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 169) ที่กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาย่างสม่ำเสมอ เพื่อที่จะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถเผชิญกับสถานการณ์ของปัญหาที่แตกต่างกันออกไป

จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL พบว่าในช่วงแรกนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาเป็นขั้นตอนต่าง ๆ ที่ชัดเจน ที่ผู้วิจัยสอดแทรกในใบกิจกรรมและใบงาน นักเรียนส่วนใหญ่จะคุ้นชินกับการสอนที่มีครูเป็นผู้สอนและบอกให้จดแต่การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL นั้นแตกต่างออกไปเนื่องจากเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเองโดยผ่านกระบวนการแก้ปัญหานอกจากนี้ผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอจึงทำให้นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาคำตอบได้หรือแก้ปัญหาคำตอบได้แต่ไม่ถูกต้องในบางขั้นตอน เช่น ในการแก้ปัญหา เรื่อง

หลักการคุณกรณ์ทั่วไปในใบงาน “จงนำตัวอักษรคำว่า FATHER มาจัดเป็นคำใหม่ โดยไม่ต้องคำนึงถึงความหมาย จะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันทั้งหมดก็ได้ก็วิธี” พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งโจทย์กำหนดให้ได้สมบูรณ์แต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ไม่สมบูรณ์ ตัวอย่าง เช่น นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ ตัวอักษรคำว่า FATHER และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ นำอักษรทั้งหมดมาจัดโดยคำนึงความหมาย ซึ่งทำให้ในส่วขั้นวางแผนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่ทำการวางแผนแก้ปัญหาแค่การจัดตัวอักษรทั้งหมดให้มีความหมาย จึงทำให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาในส่วดำเนินการแก้ปัญหาผิดไปด้วย ดังนั้นในช่วงแรกผู้สอนจึงต้องเน้นย้ำคำถามของโจทย์ให้ชัดเจน ได้แก่ หากนักเรียนต้องการหาวิธีจัดตัวอักษรคำว่า FATHER โดย “ไม่” คำนึงถึงความหมาย ส่วนในขั้นกระบวนการคิดและคำตอบที่ได้พบว่าในช่วงแรกนักเรียนบางส่วนแสดงกระบวนการคิดไม่ถูกต้องเนื่องจากไม่เข้าใจว่าการเขียนกระบวนการคิดจะต้องเขียนอย่างไรหรือแสดงกระบวนการคิดได้แต่ไม่ตรงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด ซึ่งในขั้นกระบวนการคิดและคำตอบที่ได้ นักเรียนส่วนใหญ่ก็มีข้อผิดพลาด กล่าวคือ นักเรียนแสดงเฉพาะคำตอบที่ได้ซึ่งไม่บอกกระบวนการคิดที่เป็นการสรุป (120 วิธี) เพื่อแสดงว่าคำตอบที่ได้นั้นคือกระบวนการคิดที่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ แต่นักเรียนอ่านโจทย์ไม่ถี่ถ้วนทำให้ตีความหมายของสิ่งที่โจทย์ต้องการผิดพลาดทำให้คำตอบที่ได้ไม่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และมีนักเรียนบางส่วนที่แสดงกระบวนการคิดและคำตอบที่ได้ไม่สมบูรณ์ กล่าวคือ มีนักเรียนบางส่วนแสดงกระบวนการคิดในลักษณะเดียวกันการดำเนินการแก้ปัญหาแต่กระบวนการคิดจะต้องสรุปออกมาเป็นวิธีการที่นำไปใช้แก้ปัญหา ดังนั้นในช่วงแรกครูผู้สอนควรใช้การเน้นย้ำกระบวนการคิด ได้แก่ จากคำตอบที่ได้จากขั้นวางแผนการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาหากนักเรียนต้องการตรวจสอบว่ากระบวนการคิดคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ ต้องตรวจสอบจากอะไรเพื่อสามารถสรุปได้ว่ากระบวนการคิดเป็นวิธีใดในการแก้ปัญหานั้นถูกต้อง ซึ่งเหตุการณ์ดังกล่าวจะเกิดขึ้นในช่วงแรกของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL เท่านั้น แต่เมื่อนักเรียนผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL จนถึงแผนการจัดการเรียนรู้สุดท้ายพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น ในขั้น K (What We Know) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร และขั้น W (What We Want to Know) สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร ในสองขั้นนี้นักเรียนเกือบทุกคนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้อย่างถูกต้องและสามารถนำมาวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเป็นขั้นตอน รวมถึงสามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้ในขั้น D (What We do to

Find Out) วางแผนแก้ปัญหาและวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้ว่าถูกต้องและสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

จากเหตุผลข้างต้น จึงอาจกล่าวได้ว่าการนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL มาใช้ในการจัดการเรียนรู้นั้นส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 หลังจากทำการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของธนโชติ แสนตื้อ และ เกษสุดา บุรณพินศักดิ์ (2566, หน้า 25 – 42) พบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 วิจัยของ นวพันธ์ เถาะรอด (2563, หน้า 87 - 100) พบว่าผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับรูปแบบการแก้ปัญหาแบบ SSCS ทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และวิจัยของ ศศิธร ผาใต้ และอุดม จำรัสพันธุ์ (2566, หน้า 87-101) พบว่าการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับแนวคิดโครงสร้างทางปัญญาของบรูเนอร์ ทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

### ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อ มโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

#### ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ในชั้นทำความเข้าใจปัญหา ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนบางส่วนอาจไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์ปัญหาในลักษณะดังกล่าวส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถที่จะระบุข้อมูลจากสิ่งที โจทย์กำหนดให้ (K: What We Know) ได้ครบถ้วน ครูควรใช้คำถามที่ใกล้ตัวนักเรียนสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนระดมความคิด วิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาที่พบอีกครั้ง ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสรุปความรู้จากกระบวนการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาเป็นมโนทัศน์และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

2. ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ในชั้นดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนใช้เวลาในการดำเนินการแก้ปัญหามากกว่าขั้นตอนอื่น เนื่องจากนักเรียนมักมีการแก้ไขวิธีการแก้ปัญหา (D: What We do to Find Out) ของกลุ่ม ครูจึงควรให้เวลากับนักเรียนในการแก้สถานการณ์ปัญหามากยิ่งขึ้น

3. ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL เป็นการฝึกให้นักเรียนสรุปความรู้ใหม่และนำความรู้ที่สรุปได้ไปแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยใช้เทคนิค KWDL เป็นแนวทาง ครูจึงควรต้องเน้นย้ำการใช้กระบวนการอย่างต่อเนื่อง เนื่องจากในช่วงแรกนักเรียนยังไม่คุ้นกระบวนการแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิค KWDL รวมถึงนักเรียนไม่คุ้นเคยกับการสร้างและสรุปความรู้ด้วยตนเอง ดังนั้นในช่วงแรกครูอาจต้องใช้เวลามากกว่าปกติเนื่องจากนักเรียนต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับเทคนิค KWDL และกระบวนการในการจัดการเรียนการสอน

#### **ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป**

1. ควรศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ระบบสมการเชิงเส้น ความน่าจะเป็น
2. ควรศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อความสามารถและกระบวนการในด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการสื่อสาร ความสามารถในการให้เหตุผล

## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและหลักสูตรแกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ, กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.*
- กุลยา ตันติผลาชีวะ. (2548). การเรียนรู้แบบเน้นปัญหาเป็นฐาน. *วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, (34), 77 - 80.*
- เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2555). *การคิดเชิงมนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ซีเค็สมิเดีย.
- กานต์วลี อ่ำประเวทย์ (2563). ผลการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อมนทัศน์ทางการเรียนคณิตศาสตร์. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี. 7(3), 57 - 64.*
- กองวิจัยทางการศึกษา. (2535). *การศึกษาค้นคว้าความต้องการเผยแพร่เกี่ยวกับรายงานการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: กระทรวงศึกษาธิการ.
- จิรากร สำเร็จ. (2551). *การพัฒนาผลการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์แบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ (STAD) โดยเน้นเทคนิค KVDL ที่มีต่อความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6, วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวิจัยและสถิติทางการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.*
- จิรนนท์ ฟิ่งกลิ่น. (2555). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านค่าย จังหวัดระยอง. ปริญญาโทการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.*
- ฉัตรชัย ไชยราช. (2564). *การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) ร่วมกับชุดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มพูนประสบการณ์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (งานวิจัยคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3), โรงเรียนพิบูลมังสาหาร องค์การบริหารส่วนจังหวัดอุบลราชธานี.*
- ชลกานต์ ชมภู. (2559). *ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ที่มีต่อมนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.*
- ชวาล แพร์ตกุล. (2520). *เทคนิคการวัดผล*. กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

- ชานนท์ จันทรา. (2554). *ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2555). *เทคนิคการใช้คำถามพัฒนาการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: วีพริ้นท์.
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2558). *80 นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ* (พิมพ์ครั้งที่ 6). กรุงเทพฯ: พี บาลานซ์ดีไซด์แอนพริ้นติ้ง.
- ไชยยศ ไพวิทยศิริธรรม. (2555). *สถิติเพื่อการวิจัยทางการศึกษา*, นครปฐม: มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ไชยยศ เรืองสุวรรณ. (2553). *การออกแบบพัฒนาโปรแกรมบทเรียนและบทเรียนบทเว็บ*. พิมพ์ครั้งที่ 14. มหาสารคาม: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ที่ประชุมอธิการบดีแห่งประเทศไทย. (2566). *รายงานผลการทดสอบวัดความรู้เชิงวิชาการ (A-Level): ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2566*. กรุงเทพฯ: ที่ประชุมอธิการบดีแห่งประเทศไทย.
- ทิตนา แคมมณี. (2552). *ศาสตร์การสอน* (พิมพ์ครั้งที่ 5) กรุงเทพฯ: ด่านสุทธาการพิมพ์จำกัด.
- ทิตนา แคมมณี. (2555). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เทียมจันทร์ พาณิชย์ผลินไชย. (ม.ป.ป.). *ระเบียบวิธีการวิจัย*. พิษณุโลก: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- ธนโชติ แสนดี และเกษสุดา บุรณพันศักดิ์. (2566). การจัดศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้สมองเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. *วารสารครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร*, 7(13), 25 - 42.
- นวพันธ์ เถาะรอด. (2563). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับรูปแบบการแก้ปัญหาแบบ SCSS ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. *วารสารวิชาการและวิจัยสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์*, 15(1), 87 - 100.
- บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์สุวีริยาสาส์น.
- ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2556). *การพัฒนาการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 5 ฉบับปรับปรุงใหม่). กรุงเทพฯ: 9119 เทคนิคพริ้นติ้ง.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). "การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ใน *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 - 15*. นนทบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2554). "การวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์" ใน *ประมวลสาระชุดวิชาการจัดประสบการณ์ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หน่วยที่ 15* นนทบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2556). "การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์" ใน *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทย*

- วิธีทางคณิตศาสตร์ Foundations and Methodologies of Mathematics Instruction.  
 นนทบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ไพศาล สุวรรณน้อย. (2559). การพัฒนาการอ่านอย่างมีวิจารณ์ญาณโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน. *วารสารครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร*, 5(3), 221 - 231.
- พนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รัชพลเดช. (ม.ป.ป.). *วิธีสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: องค์การค้ำครูสภา.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. (2551). *ระเบียบวิธีการวิจัยทางสังคมศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: แฮ่สออฟเคอร์มิสท์.
- รุจิอร รักใหม่. (2557). *การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับ และอนุกรมด้วยเทคนิค KWDL สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีพัทลุง จังหวัดพัทลุง*. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- มนสภรณ์ วิฑูรเมธา. (2544). การเรียนการสอนแบบใช้ปัญหาเป็นหลัก (Problem Based Learning/ PBL). *วารสารรังสิตนเทศ มหาวิทยาลัยรังสิต*, 7(1), 57 - 69.
- มณฑรา ธรรมบุศย์. (2545). การพัฒนาการเรียนรู้โดยใช้ PBL (Problem-based learning). *วารสารวิชาการ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์*, 5(2): 11 - 17.
- มณฑรา ธรรมบุศย์. (2549). “การส่งเสริมกระบวนการคิดโดยใช้ยุทธศาสตร์ PBL (ProblemBased Learning)”. *วารสารวิทยากรย์ ครูสภา*, 10(5), 42 - 45.
- เมธี ลิ้มอักษร. (2524). *แนวคิดในการสอนคณิตศาสตร์*. สงขลา: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ วิทยาเขตสงขลา.
- ยุพิน ยืนยง. (2549). *การนิเทศแบบเพื่อนช่วยเพื่อนเพื่อพัฒนาสมรรถภาพการจัดการเรียนรู้ด้วยเทคนิค KWDL ของครูผู้สอนคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการนิเทศ, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง.
- ศศิธร ผาใต้ และอุดม จำรัสพันธุ์. (2566). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับแนวคิดโครงสร้างทางปัญญาของบรูเนอร์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. *วารสารครุศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี*, 5(19), 87 - 101.
- วิจารณ์ พานิช. (2555). *วิธีสร้างการเรียนรู้เพื่อศิษย์ในศตวรรษที่ 21*. กรุงเทพฯ: มูลนิธิสดศรีสฤษดิ์วงศ์.
- วัชรรา เล่าเรียนดี. (2548). *เทคนิคและยุทธวิธีพัฒนาทักษะการคิด การจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็น*

- สำคัญ. นครปฐม: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร.
- วัชราน เล่าเรียนดี (2554). *รูปแบบและกลยุทธ์การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการคิด*. นครปฐม: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์.
- วาสนา ภูมิ. (2555). *ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. ปริญญาโทการศึกษามหาบัณฑิต, สาขาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2546). *การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์*. วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. ชลบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์ หลักสูตร การสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2557). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์*. ชลบุรี: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร. (2566). *การสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: จรัสสินทวงศ์การพิมพ์.
- ล้วน สายยศ และอังคนา สายยศ. (2553). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 11). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2564). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน (O-NET) : ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2563*. กรุงเทพฯ: สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2565). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้ขั้นพื้นฐาน (O-NET) : ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2564*. กรุงเทพฯ: สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2546). *คู่มือวัดผลประเมินผลวิทยาศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*.

กรุงเทพฯ: กรมวิชาการ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555ข). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: 3 - คิว มีเดีย.

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2553). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2556). *รายงานการวัดผลและประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา (Measure of Achievement)*. กรุงเทพฯ.

สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้. (2550). *การจัดการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน*. กรุงเทพฯ: สำนักมาตรฐานการศึกษาและพัฒนาการเรียนรู้.

สำนักวิจัยมหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเซีย. (2553). *สังเคราะห์ขั้นตอนการใช้ปัญหาเป็นฐาน*. ปทุมธานี: มหาวิทยาลัยอีสเทิร์นเอเซีย.

สิริพร ทิพย์คง. (2536) *ทฤษฎีและวิธีการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). *หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: พัฒนาคุณภาพวิชาการ.

สุคนธ์ สินธพานนท์. (2560). *ครูยุคใหม่กับการจัดการเรียนรู้สู่การศึกษา 4.0*. กรุงเทพฯ: 9119 เทคนิควิธีคิดตั้ง.

สุदारัตน์ ปัทมาสรารุช. (2565). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่. *วารสารครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยพระจอมเกล้าธนบุรี*, 7(13), 43 - 54.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). *19 วิธีการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความรู้และทักษะ*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

สุวิทย์ มูลคำ. (2547). *กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

อชรา เอ็บสุขสิริ. (2557). *จิตวิทยาสำหรับครู* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม* (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อาภา ถนัดช่าง. (2534). “การสอนแบบแก้ปัญหา”, *วารสารแนวแนว มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ*, 135(2), 17 -20.
- Adams, Ellis & Beeson, B.F. (1977). *Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach*. New York: Harper & Row, Publisher.
- Anam, K., Sudarwo, R., & Wiradharma, G. (2020). Application of the problem based learning model to communication skills and mathematical problem solving skills in junior high school students. *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika)*, 4(2), 155 - 165.
- Allen, D. E., & Duch, B. J. (1998). *Thinking toward Solution: Problem-Based Learning Activities for General Biology*. New York: Harcourt Brace and Company.
- Ausubel, D.P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. Holt, Rinehart and Winston: New York.
- Barrow HS. (2000). *Problem - Based Learning Applied to Medical Education*. Rev Ed. Southern Illinois University School of Medicine, Springfield, Illinois.
- Bitter, Gary G.; Hatfield, Mary M.; & Edwards, Noney Tanner. (1989). *Mathematics Method of the Elementary and Middle Schools. A Comprehensive Approach*. Boston: Allyn and Bacon, Inc.
- Charlesworth, R. (2005). *Experience in math for young children*. 5<sup>th</sup> ed. United States: Thomson Delmar Learning.
- Charles, Randal, and Lester, Frank K. (1982). *Teaching Problem Solving. What, Why and How*: Dale Seymour Publications.
- Cooney, T. J., Davis E. J., and Henderson L.B. (1975). *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. Boston: Hongton Mifflin.
- Cockburn & Littler. “The Upper Students Conceptions and Misconceptions about Photosynthesis in Khon Kaen”. *Replika Press*. 84(4): (3 – 6).
- Delisle, R. (1997). *How to use problem-based learning in the classroom*. Alexandria VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Dolmans, D. and Schmidt, H. (1995). *The Advantages of a Problem-Based Curriculum*. Netherlands: Department of Educational Development and Research University of Limburg.
- Duch, B. J., Groh, S. E., & Allen, D. E. (2001). *The power of problem-based learning: A practical “How to” for teaching undergraduate courses in any discipline*.

Virginia: Stylus.

- Fraye, Dorothy A., Fredrick, Wayne C. and Klausmeier. Herbert J. (1972). *A Schema for Testing the Level of Concept Mastery*. Working Paper No.16 Madison, Wisconsin Research and Development Center. Maddison: University of Wisconsin.
- Gagne, R. M. (1970). *The conditions of learning* (2nd ed.). Holt, Rinehart & Winston.
- Gallagher, S.A. et al. (1995). "Implementing Problem-Based Learning in Science Classroom", *School Science and Mathematics*, 95(3), 136 - 147.
- Good, C.V. (1959). *Dictionary of Education*. New York: McGraw-Hill.
- Good, C.V. (1973). *Dictionary of Education*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill.
- Gunter, Mary Alice, Ester, Thomas H., and Schwab, Jan. (1995). *Instruction A Models Approach*. United States of America: A Simon & Schuster Company.
- Howard, U.B. (1999). "Using a Social studies Theme to Conceptualize a Problem", *The Social Studies*, 90(19), 171-176.
- Hung, W., Jonassen, D. H., & Liu, R. (2008). *Problem Based Learning*. In J. M. Spector, J. G. Merriënboer, M. D. Merrill, & M. Driscoll (Eds.), *Handbook of research on educational communications and technology*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Kain, D. L. (2003). *Problem-based learning for teachers, grades 6-12*. NY: Pearson Education, Inc.
- Lester, Frank, K. (1977). "Ideas about Problem Solving": *A Look at Some Psychological Research*. *Arithmetic Teacher* 25, 2(11): 2 - 14.
- Lester, F. K. (1994). Musings about mathematical problem-solving research: 1970 - 1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(12), 660 - 675.
- Moradpour M, Aziz MA, Abdullah SNA (2016). Establishment of in vitro Culture of Rubber (*Heavea brasiliensis*) from Field-derived Explants: *Effective Role of Silver Nanoparticles in Reducing Contamination and Browing J Nanomed Nanotechnol*, 7(375).
- Polya, G. (1957). *How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. New Jersey: Princeton University Press.
- Polya, George. (1981). *Mathematics Discovery*. New York: John Wiley & Sons.
- Quiocho, A. (1997). The quest to comprehend expository text: Applied classroom research. *Journal of Adolescent and adult Literacy*, 40(6), 450 - 454.
- Rays, Robert E.; et al. (2004). *Helping Children Learn Mathematics*. 7<sup>th</sup> ed. New Jersey: John Wiley & Sons.

- Russell, D.H. (1965). *Children's thinking*. New York: Oinn.
- Schoenfeld. (1985), A.H., *Mathematical Problem Solving*, FL.Academic, Orlando.
- Shaw, J.M., Chambless, M.S., Chessin, D.A., Price, & Beardain, G. (1997). Cooperative Problem Solving: Using K W D L as an Organizational Technique. *Teaching Children Mathematics Dissertation Abstracts International*, 3(39), 482 - 486.
- Shaw, J.M. and et al. (1998). Cooperative Problem Solving : Using KWDL as an Organizational Technique. " *Teaching Children Mathematics* ", 3 (39): 482 - 486.
- Umar, U. (2020). A comparative study on critical thinking of mathematical problem solving using Problem based learning and direct intruction. *1st Annual Conference on Education and Social Sciences*, 1(21), 314 - 316.
- Wilson, J. W., Fernandez, M.L. & HadawayN. (1993). *Mathematics Problem Solving*. In research Ideas for the Classroom: High School Mathematics. New York: Macmillan Publish Company.
- Xiuping, Z. (2002). The combination of traditional teaching method and problem based learning. *The China Papers*, (1), 30-36.



ภาคผนวก

The logo of Burapha University is a large, circular emblem in the background. It features a central five-pointed star with a spiral design inside. The Thai text 'มหาวิทยาลัยบูรพา' is written along the top inner edge, and 'BURAPHA UNIVERSITY' is written along the bottom inner edge. The entire logo is rendered in a light yellow/gold color with a slight transparency.

### ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- สำเนาหนังสือรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

## รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญที่ช่วยตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ดร. พรรณทิพา ตันตินัย อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์  
ภาควิชาการจัดการเรียนรู้  
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ผศ.ดร.ปริยานุช ศรีสุข อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์  
คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นางสาวฉันทนา มนต์วิเศษ ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนชลราษฎรอำรุง  
จังหวัดชลบุรี
4. นางกมลวรรณ ประการะสังข์ ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนชลราษฎรอำรุง  
จังหวัดชลบุรี
5. นางกำไล ปราณี ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ  
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนเบญจมานุสรณ์  
จังหวัดจันทบุรี

(สำเนา)



## บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๓, ๗๐๕, ๗๐๗  
 ที่ อว ๘๑๓๗/๐๗๙๖ วันที่ ๗ เมษายน พ.ศ. ๒๕๖๖  
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน คร.พรรณทิพา ตันคินัย (คณะศึกษาศาสตร์)

ด้วย นายธนาคุณ สุทธิรัตน์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๕๑๐๐๕๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖" โดยมี ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต เป็นประธานกรรมการ ควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่านซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และ ประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย โดยนิสิตได้ส่งเค้าโครงเล่มวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ) และเครื่องมือวิจัยไปให้ท่านเรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลข โทรศัพท์ ๐๘๘-๒๑๔๙๕๖๕ หรือที่ E-mail: 63910090@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(สำเนา)



### บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๑, ๗๐๕, ๗๐๗  
 ที่ อว ๘๑๓๗/๐๗๙๗ วันที่ ๗ เมษายน พ.ศ. ๒๕๖๖  
 เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.ปริยานุช เชื้อสุข (คณะวิทยาศาสตร์)

ด้วย นายธนาคุณ สุทธิรัตน์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๙๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชา  
 การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์  
 เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อเมโนทัศน์และความสามารถในการ  
 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖” โดยมี ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต เป็นประธานกรรมการ  
 ควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่านซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และ  
 ประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย โดยนิตได้ส่งเค้าโครงเล่มวิทยานิพนธ์  
 (ฉบับย่อ) และเครื่องมือวิจัยไปให้ท่านเรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิตตั้งรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลข  
 โทรศัพท์ ๐๘๘-๒๑๔๙๔๒๕ หรือที่ E-mail: 63910090@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

## (สำเนา)



ที่ อว ๘๑๓๗/๖๔๙

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.กลางบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๗ เมษายน ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลราษฎรอำรุง จังหวัดชลบุรี

ด้วย นายธนาตุล สุทธิรัตน์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๙๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง "ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อเมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖" โดยมี ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัด คือ อาจารย์ฉันทนา มนต์วิเศษ และอาจารย์กมลวรรณ ประการะสังข์ เป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถ และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย โดยนิตได้ส่งเค้าโครงเล่มวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ) และเครื่องมือวิจัยไปให้ท่านเรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิตตั้งรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๘๘-๒๑๔๔๔๒๕ หรือที่ E-mail: 63910090@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำเนาเรียน อาจารย์ฉันทนา มนต์วิเศษ และอาจารย์กมลวรรณ ประการะสังข์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๑, ๗๐๕, ๗๐๗

E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

## (สำเนา)



ที่ อว ๘๑๓๗/๖๕๐

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๗ เมษายน ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย  
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนเบญจมานูสรณ์ จังหวัดจันทบุรี

ด้วย นายธนาคุณ สุทธิรัตน์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๙๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖” โดยมี ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัด คือ อาจารย์กำไลปราณี เป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถ และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย โดยนิสิตได้ส่งเค้าโครงเล่มวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ) และเครื่องมือวิจัยไปให้ท่านเรียบร้อยแล้ว ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิต ดังรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๘๘-๒๑๔๙๔๒๕ หรือที่ E-mail: 63910090@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำเนาเรียน อาจารย์กำไล ปราณี

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๑, ๗๐๕, ๗๐๗  
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

## (สำเนา)

สำเนา

ที่ IRB4-229/2566



เอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์  
มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาโครงการวิจัย

รหัสโครงการวิจัย : G-HU170/2566

โครงการวิจัยเรื่อง : ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL  
ที่มีต่อเมตริกซ์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หัวหน้าโครงการวิจัย : นายธนาคุณ สุทธิรัตน์

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการหลัก (สารนิพนธ์/ งานนิพนธ์/ : อาจารย์ ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต  
วิทยานิพนธ์/ คุชฎินิพนธ์)

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

วิธีพิจารณา :  Exemption Determination  Expedited Reviews  Full Board

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาแล้วเห็นว่า โครงการวิจัย  
ดังกล่าวเป็นไปตามหลักการของจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โดยที่ผู้วิจัยเคารพสิทธิและศักดิ์ศรีในความเป็นมนุษย์ไม่มีการ  
ล่วงละเมิดสิทธิ สวัสดิภาพ และไม่ก่อให้เกิดอันตรายแก่ตัวอย่างการวิจัยและผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย

จึงเห็นสมควรให้ดำเนินการวิจัยในขอบข่ายของโครงการวิจัยที่เสนอได้ (ดูตามเอกสารตรวจสอบ)

1. แบบเสนอเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ ฉบับที่ 2 วันที่ 27 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2566
2. โครงการวิจัยฉบับภาษาไทย ฉบับที่ 1 วันที่ 7 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
3. เอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 2 วันที่ 27 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2566
4. เอกสารแสดงความยินยอมของผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 1 วันที่ 1 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
5. แบบเก็บรวบรวมข้อมูล เช่น แบบบันทึกข้อมูล (Data Collection Form)
- แบบสอบถาม หรือสัมภาษณ์ หรืออื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ฉบับที่ 1 วันที่ 7 เดือน มิถุนายน พ.ศ. 2566
6. เอกสารอื่น ๆ (ถ้ามี) ฉบับที่ - วันที่ - เดือน - พ.ศ. -

วันที่รับรอง : วันที่ 29 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2566

วันที่หมดอายุ : วันที่ 29 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2567

ลงนาม นางสาวทิมลพรรณ เลิศล้ำ  
(นางสาวทิมลพรรณ เลิศล้ำ)

๒๕๕๕

## (สำเนา)



ที่ อว ๘๑๓๗/๑๖๖๙

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
๑๖๙ ถ.ลพทาดบางแสน ต.แสนสุข  
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๒ กันยายน ๒๕๖๖

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลราษฎรอำรุง จังหวัดชลบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมของมหาวิทยาลัยบูรพา  
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายธนาคุณ สุทธิรัตน์ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๙๐ นิสิตหลักสูตรการศึกษา  
มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ แบบเต็มเวลา แผนการเรียน แบบ ก ๒  
ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL ที่มี  
ต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖” โดยมี  
ดร.อาพันธ์ชนิด เจนจิต เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนท่านในการเก็บข้อมูล  
เพื่อดำเนินการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตตั้งรายนามข้างต้น  
ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖/๑๒ โรงเรียนชลราษฎรอำรุง จำนวน ๔๒ คน  
ระหว่างวันที่ ๑๘ - ๒๙ กันยายน พ.ศ. ๒๕๖๖ ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนามข้างต้น ได้ที่หมายเลข  
โทรศัพท์ ๐๘๘-๒๑๔๙๔๒๕ หรือที่ E-mail: 63910090@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

**มัทนา รังสิโยภัส**  
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มัทนา รังสิโยภัส)  
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน  
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา  
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕  
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

The logo of Burapha University is a circular emblem. It features a central five-pointed star with a spiral at its base. The star is surrounded by a wreath. The text "มหาวิทยาลัยบูรพา" is written in Thai script along the top inner edge of the circle, and "BURAPHA UNIVERSITY" is written in English along the bottom inner edge. The entire logo is rendered in a light yellow color.

### ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL
- แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 หลักการนับเบื้องต้น

เรื่อง หลักการคูณ (กรณีทั่วไป)

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เวลา 1 ชั่วโมง

### 1. เป้าหมายการเรียนรู้

#### มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

#### ตัวชี้วัด

ม.4/1 เข้าใจและใช้หลักการบวกและการคูณ การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหา

### 2. จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดของหลักการคูณกรณีทั่วไป คือ  $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k$  วิธี ได้
2. นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ทั้งหมดของหลักการคูณตั้งแต่ 3 ขั้นตอน ขึ้นไปได้

#### ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับหลักการคูณตั้งแต่ 3 ขั้นตอน ขึ้นไปได้

#### ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

1. มีวินัย
2. มีความมุ่งมั่นในการทำงาน

### 3. สาระสำคัญ

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับเป็นกฎเกณฑ์ที่ใช้ในการหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่เหตุการณ์ใด เหตุการณ์หนึ่งจะเป็นไปได้ ซึ่งประกอบด้วยหลักการคูณและหลักการบวก โดยหลักการคูณ เกิดได้ 2 กรณี ดังนี้ กรณีที่ 1 เกิดจากการทำงานที่มีขั้นตอนการทำ 2 ขั้นตอน โดยที่ขั้นที่ 1 มีวิธีทำ  $n_1$  วิธี และแต่ละวิธีในการทำงานของขั้นที่ 1 จะเลือกทำขั้นที่ 2 ได้  $n_2$  วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีทำงานทั้งสอง ขั้นตอน มีทั้งหมด  $n_1 \times n_2$  วิธี กรณีที่ 2 เกิดจากการทำงานที่มีขั้นตอนการทำ  $k$  ขั้นตอน โดยที่การทำงานในแต่ละขั้นจะทำต่อเนื่องกัน ขั้นที่ 1 มีวิธีทำ  $n_1$  วิธี และในแต่ละวิธีของการทำงานขั้นตอนที่ 1 จะเลือกทำขั้นที่ 2 ได้  $n_2$  วิธี และแต่ละวิธีของการทำงานไปแล้ว 2 ขั้นตอน จะเลือกทำขั้นที่ 3 ได้

$n_3$  วิธี เป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนถึงขั้นสุดท้าย คือ ขั้นที่  $k$  ดังนั้น จำนวนวิธีทำงาน  $k$  ขั้นตอน มีทั้งหมด  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$  วิธี

#### 4. สารการเรียนรู้

หลักการนับเบื้องต้น

- หลักการคูณ

#### 5. กิจกรรมการเรียนรู้

##### ขั้นกำหนดปัญหา

1. ครูทบทวนความรู้เดิม เรื่อง หลักการคูณกรณี 2 ขั้นตอน แล้วใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ ดังนี้

- หลักการคูณแบบ 2 ขั้นตอนคืออะไร

(แนวตอบ การทำงานที่มีการทำ 2 ขั้นตอน โดยที่ ขั้นตอนที่ 1 สามารถทำงานได้  $n_1$  วิธี และแต่ละวิธีในการทำงานของขั้นที่ 1 จะเลือกทำขั้นที่ 2 ได้  $n_2$  วิธี แล้วจำนวนวิธีทำงานทั้งสองขั้นตอน มีทั้งหมด  $n_1 \times n_2$  วิธี)

- การสมัครชมรมกิจกรรมของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ทั้ง 2 กลุ่มสาระ โดยมีกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีชมรม 5 ชมรม และกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ 4 ชมรม จะมีจำนวนวิธีเลือกชมรมทั้งหมดกี่วิธี

(แนวตอบ

ขั้นที่ 1 เลือกชมรมของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ 5 วิธี

ขั้นที่ 2 เลือกชมรมของกลุ่มสาระการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ ได้ 4 วิธี

จำนวนวิธีเลือกชมรมกิจกรรมของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ทำได้ทั้งหมด  $5 \times 4 = 20$  วิธี)

จากนั้นให้นักเรียนเข้ากลุ่มเดิมตั้งชั่วโมงที่ผ่านมา

2. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา ดังใบกิจกรรมที่ 1

**สถานการณ์ปัญหาที่ 1** นำแผ่นวงกลม 1 แผ่น แบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน โดยที่แต่ละส่วนทาสีแดง สีเขียว และสีเหลือง แผ่นวงกลมนี้มีลูกศรซึ่งหมุนรอบจุดศูนย์กลางวงกลม หมุนลูกศร 3 ครั้ง โดยในแต่ละครั้งที่หมุน ความเป็นไปได้ที่ลูกศรจะหยุดและชี้ในแต่ละส่วนมีเท่า ๆ กัน ให้หาจำนวนวิธีทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการหมุนลูกศร 3 ครั้ง

### ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

3. ครูให้นักเรียนแต่ละคนในกลุ่มร่วมกันอภิปราย วิเคราะห์ ทำความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาแล้วใช้คำถามนำ ดังนี้

- ข้อมูลที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้มีอะไรบ้าง (ขั้น K: What We Know)

(แนวตอบ สิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนดให้ คือ แผ่นวงกลม 1 แผ่น แบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน โดยที่แต่ละส่วนทาสีแดง สีเขียว และสีเหลือง แผ่นวงกลมนี้มีลูกศรซึ่งหมุนรอบจุดศูนย์กลางวงกลม หมุนลูกศร 3 ครั้ง )

- สถานการณ์ปัญหานี้ต้องการหาอะไร (ขั้น W: What We Want to Know)

(แนวตอบ สิ่งที่สถานการณ์ปัญหาต้องการทราบ คือ จำนวนวิธีทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการหมุนลูกศร 3 ครั้ง )

4. ครูเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหากับความรู้เดิมเรื่องหลักการคูณแบบ 2 ขั้นตอน โดยถามนักเรียน ดังนี้

- ในการหมุนลูกศร 2 ครั้ง บนแผ่นวงกลมที่แบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน โดยทาสีแดง เขียว และเหลือง จะมีจำนวนวิธีทั้งหมดกี่วิธี

(แนวตอบ

ขั้นที่ 1 สีที่ได้จากการหมุนลูกศรครั้งที่ 1 ได้ 3 วิธี

ขั้นที่ 2 สีที่ได้จากการหมุนลูกศรครั้งที่ 2 ได้ 3 วิธี

จำนวนวิธีหมุนลูกศร 2 ครั้ง บนแผ่นวงกลมที่แบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน โดยทาสีแดง เขียว และเหลือง ทำได้ทั้งหมด  $3 \times 3 = 9$  วิธี)

- จากสถานการณ์ปัญหาข้างต้นนักเรียนมีแนวทางการหาจำนวนวิธีหมุนลูกศรอย่างไร

### ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันวางแผนแก้ปัญหาโดยการแลกเปลี่ยนความคิด จากการใช้ความรู้จากสถานการณ์ปัญหาเรื่อง หลักการคูณ 2 ขั้นตอน ในขั้นก่อนหน้าเพื่อกำหนดแนวทางในการแก้สถานการณ์ปัญหาลงใน (ขั้น D: What We to do Find Out) ของสถานการณ์ปัญหาที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง หลักการคูณ กรณีทั่วไป

6. ระหว่างที่นักเรียนปฏิบัติกิจกรรม ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ดังนี้

- นักเรียนจะหาจำนวนวิธีทั้งหมดของสิ่งที่เราสนใจได้อย่างไร

(แนวตอบ ใช้หลักการคูณในการหาคำตอบ)

### ชั้นลงมือปฏิบัติ

7. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่วางไว้ และเมื่อดำเนินการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ 1 เรียบร้อยแล้ว ให้นักเรียนลงมือทำสถานการณ์ที่ 2 ในใบกิจกรรมที่ 1

**สถานการณ์ที่ 2** มีผู้จัดหมายที่แตกต่างกัน 4 ตู้ และมีสี 3 สี คือ สีเขียว สีเหลือง และ สีแดง ถ้าต้องการหาสีผู้จัดหมายตู้ละหนึ่งสี แล้วจะหาสีผู้จัดหมายได้ทั้งหมดแบบ

โดยระหว่างที่นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 1 ครูจะคอยสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนพร้อมทั้งให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อคำถามหรือปัญหา

### ชั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล

8. เมื่อนักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมเสร็จเรียบร้อยแล้ว ครูจะให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน 1 – 2 คน มานำเสนอคำตอบของกลุ่มตัวเองพร้อมวิธีการแก้ปัญหา โดยครูใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวทางที่ใช้เพื่อให้เกิดการแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ ดังนี้
- นักเรียนบอกได้ไหมว่าคำตอบที่ได้มาอย่างไร
- จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนกลุ่มที่เหลือได้เสนอคำตอบและแนวทางการแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไปจากของเพื่อน
9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับคำตอบ แนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาจากการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มโดยครูเป็นผู้ใช้คำถามนำให้เกิดการอภิปราย ดังนี้
- วิธีการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่มเหมือนหรือต่างกันอย่างไร
10. จากนั้นครูและนักเรียนช่วยกันสรุปคำตอบที่ถูกต้องพร้อมแนวทางการแก้ปัญหา จากนั้นสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่ 1 และ 2 ข้างต้น ที่นำไปสู่ความรู้เรื่อง หลักการคูณกรณีทั่วไป ออกมาเป็นกฎการคูณแบบ K ขั้นตอน ดังนี้

การทำงานที่มีการทำ  $k$  ขั้นตอน โดยที่การทำงานแต่ละขั้นจะทำต่อเนื่องกัน  
 ขั้นที่ 1 มีวิธีทำ  $n_1$  วิธี  
 ขั้นที่ 2 แต่ละวิธีของการทำงานของขั้นที่ 1 จะเลือกทำขั้นที่ 2 ได้  $n_2$  วิธี  
 ขั้นที่ 3 แต่ละวิธีของการทำงานไปแล้ว 2 ขั้นตอน จะเลือกทำขั้นที่ 3 ได้  $n_3$  วิธี  
 .  
 .  
 .  
 เป็นเช่นนี้ต่อไปเรื่อยๆ จะถึงขั้นสุดท้าย คือขั้นที่  $k$   
 จำนวนวิธีทำงาน  $k$  ขั้นตอน มีทั้งหมด  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$  วิธี

11. ครูประเมินนักเรียนโดยให้นำความรู้เรื่อง หลักการคูณตั้งแต่ 3 ขั้นตอนขึ้นไป ไปใช้ทำ  
 ใบงานที่ 1 เรื่อง หลักการคูณ (กรณีทั่วไป) และแบบฝึกหัดหลังเรียน เรื่อง หลักการคูณ  
 (กรณีทั่วไป) เพื่อเป็นการตรวจสอบความรู้ความเข้าใจของตนเอง

#### 6. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

##### - สื่อการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง หลักการคูณ กรณีทั่วไป
2. ใบงานที่ 1 เรื่อง หลักการคูณ กรณีทั่วไป
3. แบบฝึกหัดหลังเรียน เรื่อง หลักการคูณ กรณีทั่วไป

## 7. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การวัดผล
<b>ด้านความรู้</b> 1. นักเรียนสามารถอธิบายหลักการคูณกรณีทั่วไปได้ 2. นักเรียนสามารถหาจำนวนวิธีทั้งหมดของหลักการคูณตั้งแต่ 3 ขั้นตอนขึ้นไปได้	- การตรวจใบกิจกรรมที่ 1 - การตรวจใบงานที่ 1 และแบบฝึกหัดหลังเรียน	- ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง หลักการคูณกรณีทั่วไป - ใบงานที่ 1 เรื่อง หลักการคูณกรณีทั่วไป - แบบฝึกหัดหลังเรียน เรื่อง หลักการคูณกรณีทั่วไป	- ทำใบกิจกรรมที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป - ทำใบงานที่ 1 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป - ทำแบบฝึกหัดหลังเรียนได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
<b>ด้านทักษะ/กระบวนการเรียนรู้</b> 1. นักเรียนสามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับหลักการคูณได้	- การตรวจใบงานที่ 1 - การตรวจแบบฝึกหัดหลังเรียน	- ใบงานที่ 1 เรื่อง หลักการคูณทั่วไป - แบบฝึกหัดหลังเรียน เรื่อง หลักการคูณกรณีทั่วไป - เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	- มีผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีขึ้นไป
<b>ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์</b> 1. มีวินัย 2. มีความมุ่งมั่นในการทำงาน	การสังเกตพฤติกรรมขณะปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	มีผลการประเมินอยู่ในระดับดีขึ้นไป

## 8. บันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้

### ผลจัดการเรียนรู้

.....นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่เข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาตามเทคนิค KWDL โดยนักเรียนจะเขียนแสดงการแก้ปัญหาตามแผนผังเทคนิค KWDL ยังไม่ละเอียดและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบผิดจึงทำให้วางแผนการแก้ปัญหาผิดพลาด ซึ่งส่งผลต่อการดำเนินการแก้ปัญหาที่จะได้คำตอบที่ผิด และยังขาดการสรุปความรู้ที่ได้ให้เป็นองค์ความรู้เพื่อไปแก้ปัญหาต่อไป

### ปัญหา/อุปสรรค

.....นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการปฏิบัติกิจกรรมภายในกลุ่มเป็นอย่างดี และทุกกลุ่มให้ความร่วมมือในการนำเสนอข้อสรุปของกลุ่มตนเอง แต่มีบางกลุ่มที่ไม่กระตือรือร้นในการปฏิบัติกิจกรรม ไม่ร่วมแสดงความคิดเห็น

### แนวทางแก้ไข/ข้อเสนอแนะ

.....ครูต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการปฏิบัติกิจกรรม การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในกลุ่มของตน โดยใช้คำถามที่เป็นปัญหาที่น่าสนใจและให้เวลานักเรียนในการคิดและร่วมแสดงความคิดเห็นมากขึ้น

ลงชื่อ.....ธนาคุณ สุทธิรัตน์.....ผู้ใช้แผนจัดการเรียนรู้

(นายธนาคุณ สุทธิรัตน์)

## ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง หลักการคูณ กรณีทั่วไป

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

1.....เลขที่.....

2.....เลขที่.....

3.....เลขที่.....

4.....เลขที่.....

**จุดประสงค์** เพื่อให้นักเรียนสรุปหลักการคูณกรณีการทำงาน 3 ขั้นตอนขึ้นไปต่อเนื่องกัน จากการแก้ปัญหาที่กำหนดโดยใช้หลักการคูณ

**สถานการณ์ที่ 1** นำแผ่นวงกลม 1 แผ่น แบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน โดยที่แต่ละส่วน ทาสีแดง สีเขียว และสีเหลือง แผ่นวงกลมนี้มีลูกศรซึ่งหมุนรอบจุดศูนย์กลางวงกลม สุ่ม หมุนลูกศร 3 ครั้ง โดยในแต่ละครั้งที่หมุน ความเป็นไปได้ที่ลูกศรจะหยุดและชี้ในแต่ละ ส่วนมีเท่า ๆ กัน ให้หาจำนวนวิธีทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการหมุนลูกศร 3 ครั้ง

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

**สถานการณ์ที่ 2** มีผู้จดหมายที่แตกต่างกัน 4 คู่ และมีสี 3 สี คือ สีเขียว สีเหลือง และ สีแดง ถ้าต้องการหาผู้จดหมายคู่ละหนึ่งสี แล้วจะหาผู้จดหมายได้ทั้งหมดกี่แบบ

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

จากสถานการณ์ข้างต้นสรุปได้ว่า

#### หลักการคูณ

การทำงานที่มีการทำ  $k$  ขั้นตอน โดยที่การทำงานแต่ละขั้นจะทำต่อเนื่องกัน

ขั้นที่ 1 มีวิธีทำ  $n_1$  วิธี

ขั้นที่ 2 แต่ละวิธีของการทำงานของขั้นที่ 1 จะเลือกทำขั้นที่ 2 ได้  $n_2$  วิธี

ขั้นที่ 3 แต่ละวิธีของการทำงานไปแล้ว 2 ขั้นตอน จะเลือกทำขั้นที่ 3 ได้  $n_3$  วิธี

.

.

.

เป็นเช่นนี้ต่อไปเรื่อยๆ จะถึงขั้นสุดท้าย คือขั้นที่  $k$

จำนวนวิธีทำงาน  $k$  ขั้นตอน มีทั้งหมด ..... วิธี



## เฉลย

## ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง หลักการคูณ กรณีทั่วไป

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- 1.....เลขที่.....
- 2.....เลขที่.....
- 3.....เลขที่.....
- 4.....เลขที่.....

**จุดประสงค์** เพื่อให้นักเรียนสรุปหลักการคูณกรณีการทำงาน 3 ขั้นตอนขึ้นไปต่อเนื่องกัน จากการแก้ปัญหาที่กำหนดโดยใช้หลักการคูณ

**สถานการณ์ที่ 1** นำแผ่นวงกลม 1 แผ่น แบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน โดยที่แต่ละส่วน ทาสีแดง สีเขียว และสีเหลือง แผ่นวงกลมนี้มีลูกศรซึ่งหมุนรอบจุดศูนย์กลางวงกลม หมุน หมุนลูกศร 3 ครั้ง โดยในแต่ละครั้งที่หมุน ความเป็นไปได้ที่ลูกศรจะหยุดและชี้ในแต่ละ ส่วนมีเท่า ๆ กัน

ให้หาจำนวนวิธีทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการหมุนลูกศร 3 ครั้ง

ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- แผ่นวงกลม จำนวน 1 แผ่น ที่แบ่งเป็น 3 ส่วนแต่ละส่วนทาสีแดง สีเขียว และสีเหลือง และมีลูกศรหมุนรอบจุดศูนย์กลางวงกลม
ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการหมุนลูกศร 3 ครั้ง
ขั้น D วางแผนแก้ปัญหา/วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการหมุนลูกศร 3 ครั้ง เป็นการทำงาน 3 ขั้นตอนต่อเนื่องกัน ขั้นที่ 1 สีที่ได้จากการหมุนลูกศรครั้งที่ 1 ได้ 3 วิธี ขั้นที่ 2 สีที่ได้จากการหมุนลูกศรครั้งที่ 2 ได้ 3 วิธี ขั้นที่ 3 สีที่ได้จากการหมุนลูกศรครั้งที่ 3 ได้ 3 วิธี จำนวนวิธีที่ได้จากการหมุนลูกศรทั้ง 3 ครั้งเท่ากับ $3 \times 3 \times 3 = 27$ วิธี
ขั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีที่ได้จากการหมุนลูกศรทั้ง 3 ครั้งเท่ากับ 27 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> - ใช้หลักการคูณกรณีที่มีการทำงาน 3 ขั้นตอน

สถานการณ์ที่ 2 มีตัวจัดหมายที่แตกต่างกัน 4 ตัว และมีสี 3 สี คือ สีเขียว สีเหลือง และสีแดง  
ถ้าต้องการหาตัวจัดหมายแต่ละหนึ่งสี แล้วจะหาตัวจัดหมายได้ทั้งหมดกี่แบบ

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- ตัวจัดหมาย 4 ตัว  - สีจำนวน 3 สี
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีทั้งหมดในการหาตัวจัดหมาย
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการหาตัวจัดหมายทั้ง 4 ตัว เป็นการทำงาน 4 ขั้นตอนที่ ต่อเนื่องกัน ชั้นที่ 1 เลือกหาตัวจัดหมายตัวที่ 1 ได้ 3 วิธี ชั้นที่ 2 เลือกหาตัวจัดหมายตัวที่ 2 ได้ 3 วิธี ชั้นที่ 3 เลือกหาตัวจัดหมายตัวที่ 3 ได้ 3 วิธี ชั้นที่ 4 เลือกหาตัวจัดหมายตัวที่ 4 ได้ 3 วิธี จำนวนวิธีหาตัวจัดหมายทั้งหมด ได้ $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ วิธี
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีทั้งหมดในการหาตัวจัดหมาย เท่ากับ 81 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> - ใช้หลักการคูณกรณีที่มีการทำงาน 4 ขั้นตอน

จากสถานการณ์ข้างต้นสรุปได้ว่า

#### หลักการคูณ

การทำงานที่มีการทำ  $k$  ขั้นตอน โดยที่การทำงานแต่ละขั้นจะทำต่อเนื่องกัน

ขั้นที่ 1 มีวิธีทำ  $n_1$  วิธี

ขั้นที่ 2 แต่ละวิธีของการทำงานของขั้นที่ 1 จะเลือกทำขั้นที่ 2 ได้  $n_2$  วิธี

ขั้นที่ 3 แต่ละวิธีของการทำงานไปแล้ว 2 ขั้นตอน จะเลือกทำขั้นที่ 3 ได้  $n_3$  วิธี

·  
·  
·

เป็นเช่นนี้ต่อไปเรื่อยๆ จะถึงขั้นสุดท้าย คือขั้นที่  $k$

จำนวนวิธีทำงาน  $k$  ขั้นตอน มีทั้งหมด  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$  วิธี



ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

### ใบงานที่ 1 เรื่อง หลักการคูณ กรณีทั่วไป

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบโดยใช้หลักการคูณในแต่ละข้อต่อไป

1. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งมีข้อสอบแบบผิด - ถูกอยู่ 10 ข้อ นักเรียนจะเลือกตอบข้อสอบทั้ง 10 ข้อได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่เกี่ยวข้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกตอบข้อสอบทั้ง 10 ข้อทั้งหมด.....วิธี

2. จงนำตัวอักษรจากคำว่า FATHER มาจัดเป็นคำใหม่ โดยไม่ต้องคำนึงถึงความหมาย  
จะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันทั้งหมดได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จัดตัวอักษรเป็นคำที่แตกต่างกันเท่ากับ ..... วิธี

3. ให้นำเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5 ไปใช้ในการสร้างรหัสผ่าน 4 หลัก จะได้จำนวนรหัสผ่านทั้งหมดกี่จำนวน โดยที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรหัสผ่านทั้งหมดที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกันเท่ากับ ..... วิธี

## เฉลย

## ใบงานที่ 1 เรื่อง หลักการคูณ กรณีทั่วไป

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบโดยใช้หลักการคูณในแต่ละข้อต่อไป

- ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งมีข้อสอบแบบผิด - ถูกอยู่ 10 ข้อ นักเรียนจะเลือกตอบข้อสอบทั้ง 10 ข้อได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	ข้อสอบแบบผิด - ถูก จำนวน 10 ข้อ
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีเลือกตอบข้อสอบ 10 ข้อ
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการเลือกตอบข้อสอบแบบถูก - ผิด ต้องตอบทั้งหมด 10 ข้อ ชั้นที่ 1 เลือกตอบข้อสอบข้อที่ 1 ได้ 2 วิธี ( ถูก กับ ผิด ) ชั้นที่ 2 เลือกตอบข้อสอบข้อที่ 2 ได้ 2 วิธี ( ถูก กับ ผิด ) ชั้นที่ 3 เลือกตอบข้อสอบข้อที่ 3 ได้ 2 วิธี ( ถูก กับ ผิด ) ... ... ... ชั้นที่ 10 เลือกตอบข้อสอบข้อที่ 10 ได้ 2 วิธี ( ถูก กับ ผิด ) จำนวนวิธีเลือกตอบข้อสอบทั้ง 10 ข้อ ได้ $2 \times 2 = 2^{10} = 1,024$ วิธี
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีเลือกตอบข้อสอบ 10 ข้อได้ทั้งหมด 1,024 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการคูณที่มี 10 ขั้นตอน ต่อเนื่องกัน

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกตอบข้อสอบ 10 ข้อได้ทั้งหมด 1,024 วิธี

2. จงนำตัวอักษรจากคำว่า FATHER มาจัดเป็นคำใหม่ โดยไม่ต้องคำนึงถึงความหมาย จะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันทั้งหมดได้กี่วิธี

ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- ตัวอักษรภาษาอังกฤษ 6 ตัว (F, A, T, H, E, R)
ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีจัดคำที่แตกต่างกัน
ขั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	<p>ใช้หลักการคูณ</p> <p>ในการนำตัวอักษรมาจัดเป็นคำโดยไม่คำนึงความหมายเป็นการกระทำที่ต่อเนื่องกัน 6 ขั้นตอน</p> <p>ขั้นที่ 1 เลือกตัวอักษรตัวที่ 1 ได้ 6 วิธี (F, A, T, H, E หรือ R)</p> <p>ขั้นที่ 2 เลือกตัวอักษรตัวที่ 2 ได้ 5 วิธี ( ตัวอักษรที่เหลือจากขั้นที่ 1 )</p> <p>ขั้นที่ 3 เลือกตัวอักษรตัวที่ 3 ได้ 4 วิธี</p> <p>ขั้นที่ 4 เลือกตัวอักษรตัวที่ 4 ได้ 3 วิธี</p> <p>ขั้นที่ 5 เลือกตัวอักษรตัวที่ 5 ได้ 2 วิธี</p> <p>ขั้นที่ 6 เลือกตัวอักษรตัวที่ 6 ได้ 1 วิธี</p> <p>จำนวนวิธีจัดคำที่แตกต่างกัน ได้ <math>6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720</math> วิธี</p>
ขั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<p><b>คำตอบ</b></p> <p>จำนวนวิธีจัดคำที่แตกต่างกัน ได้ 720 วิธี</p> <p><b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b></p> <p>ใช้หลักการคูณที่มี 6 ขั้นตอน ต่อเนื่องกัน</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดคำที่แตกต่างกัน ได้ 720 วิธี

3. ให้นำเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5 ไปใช้ในการสร้างรหัสผ่าน 4 หลัก จะได้จำนวนรหัสผ่านทั้งหมดกี่จำนวน โดยที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	เลขโดด 6 ตัว (0, 1, 2, 3, 4 และ 5)
ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีสร้างรหัสผ่าน 4 หลัก โดยที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน
ขั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	<p>ใช้หลักการคูณ</p> <p>ในการสร้างรหัสผ่าน 4 หลัก เป็นการทำงาน 4 ขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน</p> <p>ขั้นที่ 1 เลือกเลขโดดหลักที่ 1 ได้ 6 วิธี (0, 1, 2, 3, 4 หรือ 5)</p> <p>ขั้นที่ 2 เลือกเลขโดดหลักที่ 2 ได้ 5 วิธี (เลขโดดที่เหลือจากขั้นที่ 1)</p> <p>ขั้นที่ 3 เลือกเลขโดดหลักที่ 3 ได้ 4 วิธี (เลขโดดที่เหลือจากขั้นที่ 1,2)</p> <p>ขั้นที่ 4 เลือกเลขโดดหลักที่ 4 ได้ 3 วิธี (เลขโดดที่เหลือจากขั้นที่ 1,2,3)</p> <p>จำนวนวิธีสร้างรหัสผ่าน 4 หลัก โดยที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน</p> <p>ได้ <math>6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360</math> วิธี</p>
ขั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<p><b>คำตอบ</b></p> <p>จำนวนวิธีสร้างรหัสผ่าน 4 หลัก โดยที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ 360 วิธี</p> <p><b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b></p> <p>ใช้หลักการคูณที่มี 4 ขั้นตอน ต่อเนื่องกัน</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรหัสผ่าน 4 หลัก โดยที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้ 360 วิธี

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

## แบบฝึกหัดหลังเรียน เรื่องหลักการคูณ กรณีทั่วไป

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบโดยใช้หลักการคูณในแต่ละข้อต่อไป

1. ให้นำเลขโดด 1, 2, 5, และ 7 มาสร้างเป็นจำนวนที่มี 3 หลักได้กี่จำนวน โดยที่
  - 1) เลขโดดในแต่ละหลักสามารถซ้ำกันได้
  - 2) เลขโดดในแต่ละหลักต้องไม่ซ้ำกัน
    - 1) เลขโดดในแต่ละหลักสามารถซ้ำกันได้

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างจำนวนสามหลักโดยที่จำนวนในแต่ละหลักสามารถซ้ำกันได้เท่ากับ .....วิธี

## 2) เลขโดดในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างจำนวนสามหลักโดยที่จำนวนในแต่ละหลักสามารถไม่ซ้ำกันได้เท่ากับ

.....วิธี

2. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดอาหารให้นักเรียน โดยมีอาหารคาว 5 อย่าง ผลไม้ 2 อย่าง และ เครื่องดื่ม 3 อย่าง ถ้าให้นักเรียนเลือกรับประทานอาหาร ผลไม้ และเครื่องดื่มชนิดละ 1 อย่าง นักเรียนจะมีวิธีเลือกอาหาร ผลไม้ และเครื่องดื่มได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่นักเรียนจะเลือกอาหาร ผลไม้ และเครื่องดื่มได้.....วิธี

3. บริษัท ไตเติ้ล จำกัด ต้องการกำหนดรหัสประจำตัวให้พนักงาน ซึ่งประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว และตัวเลข 4 ตัว บริษัทแห่งนี้จะมีรหัสประจำตัวพนักงานทั้งหมดกี่รหัส โดยที่รหัสประจำตัวพนักงานต้องมีตัวเลขไม่ซ้ำกัน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนรหัสประจำตัวพนักงานทั้งหมด เท่ากับ .....วิธี

4. สิริต้องการจองบัตรคอนเสิร์ตจำนวน 4 ใบ โดยคอนเสิร์ตครั้งนี้มีโซนให้เลือก คือ โซน A โซน B โซน C และโซน D สิริจะจองบัตรคอนเสิร์ตได้กี่วิธี ถ้าต้องการจองบัตรคอนเสิร์ตทุกโซน โดยบัตรแต่ละใบไม่ซ้ำโซนกัน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จองบัตรคอนเสิร์ตได้เท่ากับ ..... วิธี

## เฉลย

## แบบฝึกหัดหลังเรียน เรื่องหลักการคูณ กรณีทั่วไป

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบโดยใช้หลักการคูณในแต่ละข้อต่อไป

1. ให้นำเลขโดด 1, 2, 5, และ 7 มาสร้างเป็นจำนวนที่มี 3 หลักได้กี่จำนวน โดยที่
  - 1) เลขโดดในแต่ละหลักสามารถซ้ำกันได้
  - 2) เลขโดดในแต่ละหลักต้องไม่ซ้ำกัน

ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	เลขโดด 4 ตัว (1, 2, 5, และ 7)
ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีสร้างจำนวน 3 หลักโดยที่เลขโดดแต่ละหลักซ้ำกันได้
ขั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการสร้างจำนวนที่มี 3 หลัก เป็นการทำงานที่ต่อเนื่องกัน 3 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 เลือกเลขโดดหลักหน่วย ได้ 4 วิธี (1, 2, 5, และ 7) ขั้นที่ 2 เลือกเลขโดดหลักสิบ ได้ 4 วิธี (1, 2, 5, และ 7) ขั้นที่ 3 เลือกเลขโดดหลักร้อย ได้ 4 วิธี (1, 2, 5, และ 7) จำนวนวิธีสร้างจำนวน 3 หลักโดยที่เลขโดดแต่ละหลักซ้ำกันได้ เท่ากับ $4 \times 4 \times 4 = 64$ วิธี
ขั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีสร้างจำนวน 3 หลักโดยที่เลขโดดแต่ละหลักซ้ำกันได้ เท่ากับ 64 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการคูณที่มี 3 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างจำนวนสามหลักโดยที่จำนวนในแต่ละหลักซ้ำกันได้เท่ากับ 64 วิธี

## 2) เลขโดดในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	เลขโดด 4 ตัว (1, 2, 5, และ 7)
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีสร้างจำนวน 3 หลักโดยที่เลขโดดในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	<p>ใช้หลักการคูณ</p> <p>ในการสร้างจำนวนที่มี 3 หลัก เป็นการทำงานที่ต่อเนื่องกัน 3 ขั้นตอน ดังนี้</p> <p>ชั้นที่ 1 เลือกเลขโดดหลักหน่วย ได้ 4 วิธี (1, 2, 5, และ 7)</p> <p>ชั้นที่ 2 เลือกเลขโดดหลักสิบ ได้ 3 วิธี (เลขโดดที่เหลือจากชั้นที่ 1)</p> <p>ชั้นที่ 3 เลือกเลขโดดหลักร้อย ได้ 2 วิธี (เลขโดดที่เหลือจากชั้นที่ 1,2)</p> <p>จำนวนวิธีสร้างจำนวน 3 หลักเท่ากับ <math>4 \times 3 \times 2 = 24</math> วิธี</p>
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<p><b>คำตอบ</b></p> <p>จำนวนวิธีสร้างจำนวน 3 หลักโดยที่เลขโดดในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ 24 วิธี</p> <p><b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b></p> <p>ใช้หลักการคูณที่มี 3 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างจำนวนสามหลักโดยที่จำนวนในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้เท่ากับ 24 วิธี

2. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดอาหารให้นักเรียน โดยมีอาหารคาว 5 อย่าง ผลไม้ 2 อย่าง และ เครื่องดื่ม 3 อย่าง ถ้าให้นักเรียนเลือกรับประทานอาหารคาว ผลไม้ และเครื่องดื่มชนิดละ 1 อย่าง นักเรียนจะมีวิธีเลือกอาหารคาว ผลไม้ และเครื่องดื่มได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- อาหารคาว 5 อย่าง - ผลไม้ 2 อย่าง - เครื่องดื่ม 3 อย่าง
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีเลือกรับประทานอาหาร
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการเลือกรับประทานอาหารจะต้องเลือกอาหารคาว ผลไม้ และเครื่องดื่มชนิดละ 1 อย่างเป็นการทำงานที่ต่อเนื่องกัน ดังนี้ ชั้นที่ 1 เลือกอาหารคาวได้ 5 วิธี ชั้นที่ 2 เลือกผลไม้ได้ 2 วิธี ชั้นที่ 3 เลือกเครื่องดื่มได้ 3 วิธี จำนวนวิธีเลือกรับประทานอาหาร เท่ากับ $5 \times 2 \times 3 = 30$ วิธี
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีเลือกรับประทานอาหาร เท่ากับ 30 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการคูณที่มี 3 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกรับประทานอาหาร เท่ากับ 30 วิธี

3. บริษัท ไตเติ้ล จำกัด ต้องการกำหนดรหัสประจำตัวให้พนักงาน ซึ่งประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว และตัวเลข 4 ตัว บริษัทแห่งนี้จะมีรหัสประจำตัวพนักงานทั้งหมดกี่รหัส โดยที่รหัสประจำตัวพนักงานต้องมีตัวเลขไม่ซ้ำกัน

ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- ตัวอักษรภาษาอังกฤษ 26 ตัว (A – Z) - เลขโดด 10 ตัว (0 – 9)
ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนรหัสประจำตัวพนักงานซึ่งประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว และตัวเลข 4 ตัวที่ไม่ซ้ำกัน
ขั้น D วางแผนแก้ปัญหา/ วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการสร้างรหัสประจำตัวพนักงานที่ประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัวและตัวเลข 4 ตัวเป็นการทำงาน ที่ต่อเนื่องกัน 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษได้ 26 วิธี ขั้นที่ 2 เลือกตัวเลขตำแหน่งที่ 1 ได้ 10 วิธี ขั้นที่ 3 เลือกตัวเลขตำแหน่งที่ 2 ได้ 9 วิธี ขั้นที่ 4 เลือกตัวเลขตำแหน่งที่ 3 ได้ 8 วิธี ขั้นที่ 5 เลือกตัวเลขตำแหน่งที่ 4 ได้ 7 วิธี จำนวนวิธีสร้างรหัสประจำตัวพนักงานเท่ากับ $26 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 131,040$ วิธี
ขั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีสร้างรหัสประจำตัวพนักงานเท่ากับ 131,040 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการคูณที่มี 5 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน

ดังนั้น จำนวนรหัสประจำตัวพนักงานทั้งหมด เท่ากับ 131,040 วิธี

4. สิริต้องการจองบัตรคอนเสิร์ตจำนวน 4 ใบ โดยคอนเสิร์ตครั้งนี้มีโซนให้เลือก คือ โซน A โซน B โซน C และโซน D สิริจะจองบัตรคอนเสิร์ตได้กี่วิธี ถ้าต้องการจองบัตรคอนเสิร์ตทุกโซน โดยบัตรแต่ละใบไม่ซ้ำโซนกัน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- โซนบัตรคอนเสิร์ต 4 โซน (โซน A โซน B โซน C และโซน D) - จองบัตรคอนเสิร์ตจำนวน 4 ใบ
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีจองบัตรคอนเสิร์ตทั้งหมด
ชั้น D วางแผนแก้ปัญหา/วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการจองบัตรคอนเสิร์ตจำนวน 4 ใบ และจองบัตรทุกโซน โดยบัตรแต่ละใบไม่ซ้ำโซนกัน เป็นการทำงานที่ต่อเนื่องกัน 4 ขั้นตอน ดังนี้ ชั้นที่ 1 เลือกจองบัตรคอนเสิร์ตใบที่ 1 ได้ 4 วิธี(โซน A ,B ,C หรือ D) ชั้นที่ 2 เลือกจองบัตรคอนเสิร์ตใบที่ 2 ได้ 3 วิธี(โซนที่เหลือจากชั้นที่ 1) ชั้นที่ 3 เลือกจองบัตรคอนเสิร์ตใบที่ 3 ได้ 2 วิธี(โซนที่เหลือจากชั้นที่1,2) ชั้นที่ 4 เลือกจองบัตรคอนเสิร์ตใบที่ 4 ได้ 1 วิธี(โซนที่เหลือจากชั้นที่1,2,3) จำนวนวิธีจองบัตรคอนเสิร์ตทั้งหมด $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ วิธี
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีจองบัตรคอนเสิร์ตทั้งหมด 24 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการคูณที่มี 4 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จองบัตรคอนเสิร์ตได้เท่ากับ 24 วิธี

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง หลักการคูณกรณีทั่วไป

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

1. กัญญาณ์ กิ่งตบงค์ ..... เลขที่ 5
2. กัญญาณ์ จิรัช ..... เลขที่ 6
3. จิรัชพงษ์ เชื้อจางษ์ ..... เลขที่ 11
4. นวรัตน์ โสภิต ..... เลขที่ 23

จุดประสงค์ เพื่อให้นักเรียนสรุปหลักการคูณกรณีการทำงาน 2 ขั้นตอนขึ้นไปต่อเนื่องกัน จากการแก้ปัญหาที่กำหนดโดยใช้หลักการคูณ

สถานการณ์ที่ 1 นำแผ่นวงกลม 1 แผ่น แบ่งเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน โดยที่แต่ละส่วนทาสีแดง สีเขียว และสีเหลือง แผ่นวงกลมนี้มีลูกศรซึ่งหมุนรอบจุดศูนย์กลางวงกลม หมุนหมุนลูกศร 3 ครั้ง โดยในแต่ละครั้งที่หมุน ความเป็นไปได้ที่ลูกศรจะหยุดและชี้ในแต่ละส่วนมีเท่า ๆ กัน ให้หาจำนวนวิธีทั้งหมดของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากการหมุนลูกศร 3 ครั้ง

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	แผ่นวงกลม 1 แผ่น แบ่งเป็น 3 ส่วน สีแดง, สีเขียว, สีเหลือง $n = 3$ ลูกศร หมุนรอบจุดศูนย์กลางวงกลม หมุน 3 ครั้ง
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีที่ลูกศรจะหยุดที่ เป็นไปได้จากแผ่นลูกศร 3 ครั้ง
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ขั้นที่ 1 หมุนลูกศรครั้งแรก ได้ 3 วิธี ขั้นที่ 2 หมุนลูกศรได้ 3 วิธี ขั้นที่ 3 หมุนลูกศรได้ 3 วิธี $\text{จำนวนวิธีทั้งหมด} = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ วิธี}$
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	คำตอบ จำนวนวิธีที่ได้จากการหมุน 4 ครั้ง เท่ากับ $3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ วิธี}$

	สรุปขั้นตอนคำตอบ ใช้หลักทฤษฎีบทพีทาโกรัส
--	---------------------------------------------

สถานการณ์ที่ 2 มีจุดหมายที่แตกต่างกัน 4 จุด และมีสี 3 สี คือ สีเขียว สีเหลือง และสีแดง ถ้าต้องการหาสีจุดหมายแต่ละหนึ่งสี แล้วจะหาสีจุดหมายได้ทั้งหมดกี่แบบ

ชั้น K สิ่งโจทย์กำหนดให้	มีจุดหมาย 4 จุด มีสี 3 สี ต้องการหาสีจุดหมายจุดหนึ่งสี
ชั้น W สิ่งโจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีทั้งหมดในการหาสีจุดหมาย
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักทฤษฎีบทคูณ ชั้นที่ 1 ได้ 3 วิธี ชั้นที่ 2 ได้ 3 วิธี ชั้นที่ 3 ได้ 3 วิธี ชั้นที่ 4 ได้ 3 วิธี $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81 \text{ วิธี}$

ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<p>คำตอบ</p> <p>จำนวนวิธี / การทวนซ้ำจนพบคำตอบ - ๑ วิธี</p> <p>สรุปขั้นตอนคำตอบ</p> <p>หลักการคูณ แทนขั้นตอน</p>

จากสถานการณ์ข้างต้นสรุปได้ว่า

<p><b>หลักการคูณ</b></p> <p>การทำงานที่มีการทำ k ขั้นตอน โดยที่การทำงานแต่ละขั้นจะทำต่อเนื่องกัน</p> <p>ขั้นที่ 1 มีวิธีทำ <math>n_1</math> วิธี</p> <p>ขั้นที่ 2 แต่ละวิธีของการทำงานของขั้นที่ 1 จะเลือกทำขั้นที่ 2 ได้ <math>n_2</math> วิธี</p> <p>ขั้นที่ 3 แต่ละวิธีของการทำงานไปแล้ว 2 ขั้นตอน จะเลือกทำขั้นที่ 3 ได้ <math>n_3</math> วิธี</p> <p>⋮</p> <p>⋮</p> <p>⋮</p> <p>เป็นเช่นนี้ต่อไปเรื่อยๆ จะถึงขั้นสุดท้าย คือขั้นที่ k</p> <p>จำนวนวิธีทำงาน k ขั้นตอน มีทั้งหมด <math>n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k</math> วิธี</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ชื่อ สุรวิทย์ เพชรแก้ว ชั้น 4/12 เลขที่ 7

ใบงานที่ 1 เรื่อง หลักการคูณกรณีทั่วไป

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบโดยใช้หลักการคูณในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งมีข้อสอบแบบผิด - ถูกอยู่ 10 ข้อ นักเรียนจะเลือกตอบข้อสอบทั้ง 10 ข้อได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้	ข้อสอบ 10 ข้อ - ถูก - ผิด 1 ข้อ, 1 ข้อ ✓	
ชั้น W สิ่งที่เกี่ยวข้องการทราบ	จะเลือกตอบได้กี่ข้อ ได้ทั้งหมดกี่วิธี ✓	(2)
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ✓ วัน 1 ของได้ 2 วิธี (2) วัน 2 ของได้ 2 วิธี วัน 3 ของได้ 2 วิธี ... วัน 10 ของได้ 2 วิธี จำนวนวิธีทั้งหมด คือ $2^{10} = 1024$ วิธี ✓ (2)	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	คำตอบ จะเลือกตอบได้ทั้งหมด 1024 วิธี ✓ สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ ใช้หลักการคูณ 10 ข้อ 2 วิธี 10 ครั้ง ✓ (2)	

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกตอบข้อสอบทั้ง 10 ข้อทั้งหมด..... 1024 .....วิธี ✓

2. จงนำตัวอักษรจากคำว่า FATHER มาจัดเป็นคำใหม่ โดยไม่ต้องคำนึงถึงความหมาย จะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันทั้งหมดได้กี่วิธี

<p>ชั้น K สิ่งที่เกี่ยวข้องกำหนดให้</p>	<p>นำตัว FATHER มาจัดเป็นคำใหม่ โดยไม่ต้องคำนึงถึงความหมาย</p> <p>โดยไม่นับถึงคำความหมาย</p>
<p>ชั้น W สิ่งที่เกี่ยวข้องการทราบ</p>	<p>จะจัดเป็นคำที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี</p>
<p>ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา</p>	<p>ใช้หลักการคูณ (2)</p> <p>ขั้นที่ 1 F เป็นได้ 6 วิธี                  ขั้นที่ 2 A เป็นได้ 5 วิธี                  ขั้นที่ 3 T เป็นได้ 4 วิธี                  ขั้นที่ 4 H เป็นได้ 3 วิธี                  ขั้นที่ 5 E เป็นได้ 2 วิธี                  ขั้นที่ 6 R เป็นได้ 1 วิธี</p> <p>จะจัดได้ไม่ได้นะ ๖x๕x๔x๓x๒x๑                  = 720 วิธี (2)</p>
<p>ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด</p>	<p>คำตอบ                  ได้คำใหม่ได้ 720 วิธี</p> <p>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</p> <p>ใช้หลักการคูณ ขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 6 นั้นตอน</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จัดตัวอักษรเป็นคำที่แตกต่างกันเท่ากับ ..... 720 ..... วิธี

3.๓ ให้นำเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5 ไปใช้ในการสร้างรหัสผ่าน 4 หลัก จะได้จำนวนรหัสผ่านทั้งหมดกี่จำนวน โดยที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

ชั้น K สิ่งที่ย่อยกำหนดให้	มีเลขโดด 0-5	
ชั้น W สิ่งที่ย่อยต้องการทราบ	จะได้รหัสผ่าน 4 หลัก จำนวน กี่วิธี โดย นำเลขโดด 11 ตัวมาจัดไม่ซ้ำกัน	
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	วิธีใช้หลักการคูณ ขั้น 1 สามารถคิดได้ 6 วิธี ขั้น 2 สามารถคิดได้ 5 วิธี ขั้น 3 สามารถคิดได้ 4 วิธี ขั้น 4 สามารถคิดได้ 3 วิธี  จำนวนที่สร้างรหัสผ่าน ได้ $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ วิธี	(2)
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	คำตอบ สร้างรหัสผ่านได้ 360 วิธี สรุปขั้นตอนการคิดคำตอบ ใช้หลักการคูณอันดับที่ 4 นั่นเอง	(2)

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรหัสผ่านทั้งหมดที่เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกันเท่ากับ  $\frac{360}{1}$  วิธี

ชื่อ... ศิวชัย กวางแก้ว ... ชั้น... ป. 6/12 ... เลขที่... 13 ...

แบบฝึกหัดหลังเรียน เรื่องหลักการคูณกรณีทั่วไป

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบโดยใช้หลักการคูณในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ให้นำเลขโดด 1, 2, 5, และ 7 มาสร้างเป็นจำนวนที่มี 3 หลักได้กี่จำนวน โดยที่
  - 1) เลขโดดในแต่ละหลักสามารถซ้ำกันได้
  - 2) เลขโดดในแต่ละหลักต้องไม่ซ้ำกัน

ชั้น K สิ่งที่ย่อยกำหนดให้	เลขโดด 4 ตัว ( 1, 2, 5 และ 7 )	
ชั้น W สิ่งที่ย่อยต้องการทราบ	จำนวนวิธีสร้างเลข 3 หลัก โดยที่เลขโดดแต่ละหลักซ้ำกันได้	②
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการสร้างจำนวนเต็ม 3 หลัก เป็นการทำงานที่ต่อเนื่องกัน 3 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 เลือกเลขโดดหลักหน่วยได้ 4 วิธี ( 1, 2, 5, 7 ) ขั้นที่ 2 เลือกเลขโดดหลักสิบได้ 4 วิธี ( เลขโดดนั้นมาจากขั้นที่ 1 ) ขั้นที่ 3 เลือกเลขโดดหลักพันได้ 4 วิธี ( เลขโดดนั้นมาจากขั้นที่ 2 ) จำนวนวิธีสร้างเลข 3 หลัก เท่ากับ $4 \times 4 \times 4 = 64$ วิธี	②
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	คำตอบ จำนวนวิธีสร้างเลข 3 หลัก โดยที่เลขโดดแต่ละหลักซ้ำกันได้เท่ากับ 64 วิธี สรุปขั้นตอนหาคำตอบ ใช้หลักการคูณที่มี 3 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน	②

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างเลขสามหลักโดยที่เลขโดดในแต่ละหลักสามารถซ้ำกันได้เท่ากับ 264 ... วิธี

2) เลขโดดในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน

<p>ชั้น K สิ่งที่ต้องโจทย์กำหนดให้</p>	<p>เลขโดด 4 ตัว (1, 2, 5 และ 7)</p>	<p>✓</p>
<p>ชั้น W สิ่งที่ต้องโจทย์ต้องการทราบ</p>	<p>จำนวนวิธีสร้างเลข 3 หลัก โดยที่ เลขโดดหลัก = หลัก ไม่ซ้ำกัน</p>	<p>✓</p>
<p>ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา</p>	<p>ใช้หลักการคูณ (2)</p> <p>ในการสร้างจำนวนที่มี 3 หลัก เป็นหลักหน้าหลักที่ซ้ำกัน 3 ขั้นตอน ดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 เลือกเลขโดดหลักหน้าได้ 4 วิธี (1, 2, 5 และ 7)</p> <p>ขั้นที่ 2 เลือกเลขโดดหลักสิบได้ 3 วิธี (เลขโดดที่เหลือจากขั้นที่ 1)</p> <p>ขั้นที่ 3 เลือกเลขโดดหลักยี่สิบได้ 2 วิธี (เลขโดดที่เหลือจากขั้นที่ 2)</p> <p>จำนวน วิธีสร้างเลข 3 หลัก เท่ากับ <math>4 \times 3 \times 2 = 24</math> วิธี</p>	<p>(2)</p>
<p>ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด</p>	<p>คำตอบ</p> <p>จำนวนวิธีสร้างเลข 3 หลัก โดยที่เลขโดดในแต่ละหลัก ไม่ซ้ำกัน ได้ 24 วิธี</p> <p>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</p> <p>ใช้หลักการคูณ ที่มี 3 ขั้นตอน ที่ซ้ำกัน</p>	<p>✓ (2)</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างเลขสามหลักโดยที่เลขโดดในแต่ละหลักสามารถไม่ซ้ำกันได้เท่ากับ.....24...../วิธี

2. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดอาหารให้นักเรียน โดยมีอาหารคาว 5 อย่าง ผลไม้ 2 อย่าง และเครื่องดื่ม 3 อย่าง ถ้าให้นักเรียนเลือกรับประทานอาหาร ผลไม้ และเครื่องดื่มชนิดละ 1 อย่าง นักเรียนจะมีวิธีเลือกอาหาร ผลไม้ และเครื่องดื่มได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งโจทย์กำหนดให้	<ul style="list-style-type: none"> <li>- อาหารคาว 5 อย่าง</li> <li>- ผลไม้ 2 อย่าง</li> <li>- เครื่องดื่ม 3 อย่าง</li> </ul>
ชั้น W สิ่งโจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีเลือกรับประทานผลไม้
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	<p>ใช้หลักการคูณ</p> <p>ในการรับประทานอาหารจะนับเลือกอาหารคาว ผลไม้ เครื่องดื่มชนิดละ 1 อย่าง เป็นกรทำงานที่ต่อเนื่องกัน ดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 เลือกรับประทานอาหาร 5 วิธี</p> <p>ขั้นที่ 2 เลือกผลไม้ได้ 2 วิธี</p> <p>ขั้นที่ 3 เลือกเครื่องดื่มได้ 3 วิธี</p> <p>จำนวนวิธีเลือกรับประทานอาหาร เท่ากับ <math>5 \times 2 \times 3 = 30</math> วิธี</p>
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<p>คำตอบ</p> <p>จำนวนวิธีเลือกรับประทานอาหาร เท่ากับ 30 วิธี</p> <p>สรุปขั้นตอนคำตอบ</p> <p>ใช้หลักการคูณ ที่มี 3 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีที่นักเรียนจะเลือกอาหาร ผลไม้ และเครื่องดื่มได้..... 30 .....วิธี

3. บริษัท ไตเติล จำกัด ต้องการกำหนดรหัสประจำตัวให้พนักงาน ซึ่งประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว และตัวเลข 4 ตัว บริษัทแห่งนี้จะมีรหัสประจำตัวพนักงานทั้งหมดกี่รหัส โดยที่รหัสประจำตัวพนักงานต้องมีตัวเลขไม่ซ้ำกัน

ชั้น K สิ่งที่ย่อยกำหนดให้	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ตัวอักษรภาษาอังกฤษ 26 ตัว (A-Z)</li> <li>- เลขโดด 10 ตัว (0-9)</li> </ul>
ชั้น W สิ่งที่ย่อยต้องการทราบ	<p>จำนวนรหัสประจำตัวพนักงานที่ประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว และตัวเลข 4 ตัว ที่ไม่ซ้ำกัน</p>
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	<p>ใช้หลักการคูณ</p> <p>ในการสร้างรหัสประจำตัวพนักงาน ที่ประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว และตัวเลข 4 ตัว เป็นการทำงานที่ต่อเนื่องกัน 5 ขั้นตอน</p> <p>ขั้น 1 เลือกตัวอักษรภาษาอังกฤษทำได้ 26 วิธี                  ขั้น 2 เลือกเลขตำแหน่งที่ 1 ได้ 10 วิธี                  ขั้น 3 เลือกเลขตำแหน่งที่ 2 ได้ 9 วิธี                  ขั้น 4 เลือกเลขตำแหน่งที่ 3 ได้ 8 วิธี                  ขั้น 5 เลือกเลขตำแหน่งที่ 4 ได้ 7 วิธี</p>
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<p>คำตอบ จำนวนวิธีเรียงนัยส์ประจำตัวพนักงาน เท่ากับ <math>26 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 137,040</math> วิธี</p> <p>จำนวนวิธีสร้าง รหัสประจำตัวพนักงาน เท่ากับ 137,040 วิธี</p> <p>สรุปขั้นตอนคำตอบ</p> <p>ใช้หลักการคูณนี้ 5 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน</p>

ดังนั้น จำนวนรหัสประจำตัวพนักงานทั้งหมด เท่ากับ .....137,040.....วิธี

4. สิริต้องการจองบัตรคอนเสิร์ตจำนวน 4 ใบ โดยคอนเสิร์ตครั้งนี้มีโซนให้เลือก คือ โซน A โซน B โซน C และโซน D สิริจะจองบัตรคอนเสิร์ตได้กี่วิธี ถ้าต้องการจองบัตรคอนเสิร์ตทุกโซน โดยบัตรแต่ละใบไม่ซ้ำโซนกัน

<p>ชั้น K สิ่งที่ต้องกำหนดให้</p>	<p>- โจนบัตรคอนเสิร์ต 4 โจน (โซน A โซน B โซน C โซน D) - จองบัตรคอนเสิร์ตจำนวน 4 ใบ</p>	<p>✓</p>
<p>ชั้น W สิ่งที่ต้องกำหนดทราบ</p>	<p>จำนวนวิธีจองบัตรคอนเสิร์ตทั้งหมด</p>	<p>✓</p>
<p>ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา</p>	<p>ใช้หลักการคูณ ในการจองบัตรคอนเสิร์ตจำนวน 4 ใบ คือ จองบัตรทุกโซน โดยบัตรแต่ละใบไม่ซ้ำกัน ขั้นตอนทำงานที่ต่อเนื่องกัน 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 เลือกจองบัตรคอนเสิร์ตใบที่ 1 ได้ 4 วิธี (โซน A, B, C หรือ D) ขั้นที่ 2 เลือกจองบัตรคอนเสิร์ตใบที่ 2 ได้ 3 วิธี (โซนที่เหลือจากขั้นที่ 1) ขั้นที่ 3 เลือกจองบัตรคอนเสิร์ตใบที่ 3 ได้ 2 วิธี (โซนที่เหลือจากขั้นที่ 2) ขั้นที่ 4 เลือกจองบัตรคอนเสิร์ตใบที่ 4 ได้ 1 วิธี (โซนที่เหลือจากขั้นที่ 3) จำนวนวิธีจองบัตรคอนเสิร์ตทั้งหมด <math>4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24</math> วิธี</p>	<p>✓</p>
<p>ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด</p>	<p>คำตอบ จำนวนวิธีจองบัตรคอนเสิร์ตทั้งหมด 24 วิธี สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ ใช้หลักการคูณที่มี 4 ขั้นตอน ที่ต่อเนื่องกัน</p>	<p>✓</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จองบัตรคอนเสิร์ตได้เท่ากับ ..... 24 ..... วิธี

### แบบสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้รายบุคคล

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนในระหว่างเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่องที่ตรงกับระดับคะแนนเกณฑ์การประเมิน ผู้ผ่านเกณฑ์การประเมิน ต้องมีผลการประเมินในระดับดีขึ้นไป

เลขที่	ชื่อ - สกุล	พฤติกรรม								รวม	ผลการประเมิน
		มีวินัย				ความมุ่งมั่นในการทำงาน					
		3	2	1	0	3	2	1	0		

ลงชื่อ..... ผู้ประเมิน  
(.....)

## เกณฑ์การให้คะแนนด้านมีวินัย

คะแนน	ระดับคุณภาพ	พฤติกรรมของผู้เรียน
3	ดีมาก	ส่งงานตรงเวลาทุกครั้ง
2	ดี	ส่งงานตรงเวลาบางครั้ง
1	พอใช้	ส่งงานไม่ตรงเวลา
0	ควรปรับปรุง	ไม่ส่งงาน

## เกณฑ์การให้คะแนนด้านมีความมุ่งมั่นในการทำงาน

คะแนน	ระดับคุณภาพ	พฤติกรรมของผู้เรียน
3	ดีมาก	มีความกระตือรือร้นในการทำงาน
2	ดี	ไม่ค่อยมีความกระตือรือร้นในการทำงาน
1	พอใช้	ไม่มีมีความกระตือรือร้นในการทำงาน
0	ควรปรับปรุง	ไม่ทำงาน

### แบบประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำชี้แจง : ให้ผู้สอนประเมินการทำใบงานและแบบฝึกหัดหลังเรียนของนักเรียน แล้วขีด ✓ ลงในช่อง  
ที่ตรงกับระดับคะแนนเกณฑ์การประเมิน ผู้ผ่านเกณฑ์การประเมิน ต้องมีผลการประเมิน  
ในระดับดีขึ้นไป

เลขที่	ชื่อ - สกุล	การทำความเข้าใจปัญหา			การวางแผนแก้ปัญหา			การดำเนินการแก้ปัญหา			การตรวจสอบผล			รวม	ผลการประเมิน
		2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0		

ลงชื่อ..... ผู้ประเมิน  
(.....)

#### เกณฑ์การให้คะแนนระดับคุณภาพ

คะแนน 2 ระดับคุณภาพ ดีมาก

คะแนน 1 ระดับคุณภาพ ดี

คะแนน 0 ระดับคุณภาพ ต้องปรับปรุง

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้บางส่วน
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
การวางแผนแก้ปัญหา	2	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา
การดำเนินการแก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้อง
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา
การตรวจสอบผล	2	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง
	1	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ

### แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

#### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เวลา 60 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถามโดยอธิบายขั้นตอนและสรุปเป็นกฎหรือวิธีการอย่างละเอียด เพราะมีผลต่อการให้คะแนน

#### เกณฑ์การพิจารณามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
2/ ถูกต้องสมบูรณ์	ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และให้เหตุผลที่เป็น ระบบที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้องครบถ้วน
1/ ถูกต้องบางส่วน	- ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถาม นั้นถูกต้อง แต่ให้เหตุผลที่เป็นระบบถูกต้อง บางส่วน หรือ - ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถาม นั้นถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนให้เหตุผลที่เป็นระบบ
0/ ไม่ถูกต้อง	ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และการให้เหตุผลที่เป็น ระบบ ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม





















## เฉลย

## แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

## คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เวลา 60 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถามโดยอธิบายขั้นตอนและสรุปเป็นกฎหรือวิธีการอย่างละเอียด เพราะมีผลต่อการให้คะแนน

## เกณฑ์การพิจารณามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ ระดับ	พฤติกรรมที่แสดงออก
2/ ถูกต้องสมบูรณ์	ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และให้เหตุผลที่เป็นระบบที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้องครบถ้วน
1/ ถูกต้องบางส่วน	- ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้อง แต่ให้เหตุผลที่เป็นระบบถูกต้องบางส่วน หรือ - ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้นถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนให้เหตุผลที่เป็นระบบ
0/ ไม่ถูกต้อง	ตอบคำถามโดยสรุปความเข้าใจออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ หรือสูตร และการให้เหตุผลที่เป็นระบบ ที่ใช้ในการตอบคำถามนั้น ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีการตอบคำถาม

1. จากปัญหาต่อไปนี “การเดินทางของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เพื่อเตรียมสอบเข้ารับการศึกษาคือในระดับอุดมศึกษาความสามารถพิเศษ ณ มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง จังหวัดเชียงราย โดยออกเดินทางจากจังหวัดชลบุรี ซึ่งเส้นทางจากจังหวัดชลบุรี ถึงกรุงเทพฯมี 3 เส้นทาง และเส้นทางจากกรุงเทพฯถึงเชียงรายมี 4 เส้นทาง ถ้าจะขับรถยนต์จากจังหวัดชลบุรี ถึงจังหวัดเชียงราย โดยขับผ่านจังหวัดกรุงเทพฯ จะใช้เส้นทางที่ต่างกันได้ทั้งหมดกี่เส้นทาง” นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เนื่องจากการเดินทางจากจังหวัดชลบุรีไปจังหวัดเชียงรายจะต้องผ่านจังหวัดกรุงเทพฯ ก่อน เป็นการทำงาน 2 ขั้นตอน โดย

ให้  $n_1$  แทนจำนวนเส้นทางจากชลบุรีไปกรุงเทพฯ

$n_2$  แทนจำนวนเส้นทางจากกรุงเทพฯไปเชียงราย

ดังนั้น จำนวนเส้นทางทั้งหมดจากชลบุรีไปเชียงรายคือ  $n_1 \times n_2$  วิธี

**เพราะฉะนั้น** ใช้ความรู้เรื่องหลักการคูณในการแก้ปัญหา

2. ใช้เลขโดด 1, 2, 3 สร้างรหัสประจำตัวผู้เข้ารับการฉีดวัคซีนจำนวน 3 หลัก ได้กี่จำนวน โดยรหัสแต่ละหลักใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** ใช้ความรู้เรื่องหลักการคูณ เพราะ การสร้างรหัสประจำตัวผู้เข้ารับการฉีดวัคซีนจำนวน 3 หลัก โดยแต่ละหลักใช้ตัวเลขไม่ซ้ำกัน เป็นการทำงานหลายขั้นตอน

ให้  $n_1$  แทนจำนวนวิธีการสร้างรหัสในหลักที่ 1

$n_2$  แทนจำนวนวิธีการสร้างรหัสในหลักที่ 2

$n_3$  แทนจำนวนวิธีการสร้างรหัสในหลักที่ 3

ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างรหัสทั้งหมดคือ  $n_1 \times n_2 \times n_3$  วิธี

**เพราะฉะนั้น** ใช้ความรู้เรื่องหลักการคูณในการแก้ปัญหา

3. นภาได้รับการบ้านจากโรงเรียน 2 รายวิชา เป็นวิชาคณิตศาสตร์ 5 ชั้น และวิชาวิทยาศาสตร์ 4 ชั้น โดยนภาจะต้องเลือกทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์ หรือวิชาวิทยาศาสตร์วิชาใดวิชาหนึ่ง นภามีวิธีเลือกทำการบ้านได้กี่วิธี นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตรใดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เนื่องจากการเลือกทำการบ้านจะเลือกทำวิชาคณิตศาสตร์หรือวิชาวิทยาศาสตร์ก็ได้ เป็นการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งที่ไม่ต่อเนื่องกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กรณี

ให้  $n_1$  แทนจำนวนวิธี กรณีที่เลือกทำการบ้านวิชาคณิตศาสตร์

$n_2$  แทนจำนวนวิธี กรณีที่เลือกทำการบ้านวิชาวิทยาศาสตร์

ดังนั้น จำนวนวิธีทำการบ้านทั้งหมดคือ  $n_1 + n_2$  วิธี

เพราะฉะนั้น ใช้ความรู้เรื่องหลักการบวกในการแก้ปัญหา

4. ถ้าใช้ตัวอักษร A, B, C และ D ในการสร้างรหัสตู้จำหน่ายอาหารโดยใช้อักษร 1 หลัก หรือ 2 หลัก หรือ 3 หลัก หรือ 4 หลัก ได้กี่วิธี โดยที่แต่ละหลักไม่ใช้ตัวอักษรซ้ำกัน นักเรียนสามารถสรุปแนวคิดเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตรใดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เนื่องจากการสร้างรหัสตู้จำหน่ายอาหารโดยใช้อักษร 1 หลัก หรือ 2 หลัก หรือ 3 หลัก หรือ 4 หลัก เป็นการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งที่ไม่ต่อเนื่องกัน ซึ่งแบ่งออกเป็นหลายกรณี

ให้  $n_1$  แทนจำนวนวิธี กรณีที่สร้างรหัสตู้จำหน่าย 1 หลัก

$n_2$  แทนจำนวนวิธี กรณีที่สร้างรหัสตู้จำหน่าย 2 หลัก

$n_3$  แทนจำนวนวิธี กรณีที่สร้างรหัสตู้จำหน่าย 3 หลัก

$n_4$  แทนจำนวนวิธี กรณีที่สร้างรหัสตู้จำหน่าย 4 หลัก

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ชวนเพื่อนสนิทไปเที่ยวทั้งหมดคือ  $n_1 + n_2 + n_3 + n_4$  วิธี

เพราะฉะนั้น ใช้ความรู้เรื่องหลักการบวกในการแก้ปัญหา

5. เกมชวนรู้มาเล่นเกมสลับเปลี่ยนตัวอักษรบนหนังสือคณิตศาสตร์โดยจะต้องหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษรจากคำว่า "PICMATH" ที่แตกต่างกัน โดยที่ไม่คำนึงถึงความหมาย เกมกับรู้จะทำได้ทั้งหมดกี่วิธี นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เนื่องจากการเรียงสับเปลี่ยนอักษรคำว่า "PICMATH" ซึ่งมีตัวอักษร 7 ตัวที่แตกต่างกันทั้งหมด เป็นการเรียงอักษรที่แตกต่างกันทั้งหมด ดังนั้นจึงเป็นการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด ในแนวเส้นตรง

ใช้อย่างไร ให้  $n$  แทนจำนวนวิธีเลือกตัวอักษรมาเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงตำแหน่งที่ 1

$n-1$  แทนจำนวนวิธีเลือกตัวอักษรมาเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงตำแหน่งที่ 2

$n-2$  แทนจำนวนวิธีเลือกตัวอักษรมาเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงตำแหน่งที่ 3

$n-3$  แทนจำนวนวิธีเลือกตัวอักษรมาเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงตำแหน่งที่ 4

$n-4$  แทนจำนวนวิธีเลือกตัวอักษรมาเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงตำแหน่งที่ 5

$n-5$  แทนจำนวนวิธีเลือกตัวอักษรมาเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงตำแหน่งที่ 6

$n-6$  แทนจำนวนวิธีเลือกตัวอักษรมาเรียงสับเปลี่ยนในแนวเส้นตรงตำแหน่งที่ 7

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนอักษรคำว่า "PICMATH" ทั้งหมดคือ

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times (n-4) \times (n-5) \times (n-6) = n! \text{ วิธี}$$

เพราะฉะนั้น ใช้ความรู้เรื่องวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในการแก้ปัญหา

6. ในการเลือกตั้งสมาชิกสหกรณ์ออมทรัพย์ 4 คน จากผู้สมัคร 4 คน ซึ่งมีครูเพ็ญศรี และครูเดโชรวมอยู่ด้วย จงหาจำนวนวิธีที่ให้ผู้สมัครทั้ง 4 คน มายืนพูดปราศรัยเป็นแถวตรง นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เพราะ การที่ให้ผู้สมัครทั้ง 4 คน มายืนพูดปราศรัยเป็นแถวตรง เป็นการเรียงสับเปลี่ยนของที่แตกต่างกันทั้งหมด 4 ตำแหน่ง ดังนั้นจึงเป็นการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง

ใช้อย่างไร ให้  $n$  แทนจำนวนวิธีการยืนปราศรัยของผู้สมัครตำแหน่งที่ 1

$n-1$  แทนจำนวนวิธีการยืนปราศรัยของผู้สมัครตำแหน่งที่ 2

$n-2$  แทนจำนวนวิธีการยืนปราศรัยของผู้สมัครตำแหน่งที่ 3

$n-3$  แทนจำนวนวิธีการยืนปราศรัยของผู้สมัครตำแหน่งที่ 4

ดังนั้น จำนวนวิธีการยืนปราศรัยของผู้สมัครทำได้ทั้งหมดคือ

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) = n! \text{ วิธี}$$

เพราะฉะนั้น ใช้ความรู้เรื่องวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในการแก้ปัญหา

7. ในงานประมุขการกุศลได้นำแจกันที่แตกต่างกันทั้งหมด 12 ใบ ซึ่งเป็นแจกันเคลือบเงา 4 ใบ แจกันลายดอก 4 ใบ และแจกันดินเผา 4 ใบ มาจัดประมุขเพื่อสมทบทุนช่วยเหลือเด็กกำพร้าโดยนำแจกัน 6 ใบ มาเรียงเป็นแถวจะทำให้วิธีถ้ามีแจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เนื่องจากเป็นการเรียงสับเปลี่ยนแจกันที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยที่แจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง ดังนั้นจึงเป็นการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  สิ่ง โดยนำมาจัดเรียง  $r$  สิ่ง ในแนวเส้นตรง

ให้  $P_{4,1}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาอยู่ริมซ้ายสุด

$P_{3,1}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่แจกันดินเผาที่อยู่ริมขวาสุด

$P_{10,4}$  แทนจำนวนวิธีการเรียงแจกันตำแหน่งที่เหลืออีก 4 ตำแหน่ง

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนแจกันโดยที่แจกันดินเผาอยู่ริมสุดทั้งสองข้าง

ทำได้ทั้งหมดคือ  $P_{1,1} \times P_{1,1} \times P_{10,4}$  โดย  $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$  วิธี

เพราะฉะนั้น ใช้ความรู้เรื่องวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในการแก้ปัญหา

8. วิชามนุษมการสร้างสัญญาณได้สอนเรื่องการสร้างสัญญาณโดยใช้ธงดังนี้ ถ้ามีธง 7 ผืน ๆ ละ 1 สีนำธงมามัดผูกเป็นแถวยาวเพื่อทำเป็นสัญญาณธงทีละ 5 ผืน จะสามารถทำเป็นสัญญาณธงได้กี่วิธี นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เนื่องจากการนำธงมาผูกเป็นแถวยาวเพื่อทำเป็นสัญญาณธงโดยธงแตกต่างกันทั้งหมด ดังนั้นจึงเป็นการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  สิ่ง โดยนำมาจัดเรียง  $r$  สิ่ง ในแนวเส้นตรง

ให้  $P_{7,5}$  แทนการนำธงมาผูกเป็นแถวยาวเพื่อทำสัญญาณทั้งหมด

ดังนั้น จำนวนวิธีการผูกธงยาวเพื่อทำสัญญาณธงทำได้ทั้งหมดคือ  $P_{7,5}$  โดย  $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$  วิธี

เพราะฉะนั้น ใช้ความรู้เรื่องวิธีการเรียงสับเปลี่ยนในการแก้ปัญหา

9. วันรับปริญญาคณะศึกษาศาสตร์มีบัณฑิตทั้งสิ้น 50 คน เป็นชาย 25 คน หญิง 25 คน จำนวนวิธีที่จะเลือกตัวแทน 5 คน ไปกล่าวขอบคุณคณาจารย์โดยเป็นบัณฑิตชาย 3 คน และบัณฑิตหญิง 2 คน นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เนื่องจากการจัดให้บัณฑิตทั้ง 50 คนยืนถ่ายรูปโดยไม่สนใจลำดับบัณฑิต ดังนั้นจึงเป็นจัดหมู่สิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  สิ่ง โดยเลือกมาคราวละ  $r$  สิ่ง ในแนวเส้นตรง

ใช้อย่างไร ให้  $C_{25,3}$  แทนการเลือกตัวแทนบัณฑิตชาย

$C_{25,2}$  แทนการเลือกตัวแทนบัณฑิตหญิง

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเลือกตัวแทน 5 คน ไปกล่าวขอบคุณคณาจารย์โดยเป็นบัณฑิตชาย 3 คน และบัณฑิตหญิง 2 คนทำได้ทั้งหมดคือ  $C_{25,3} \times C_{25,2}$  โดย  $C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$  วิธี

เพราะฉะนั้น ใช้ความรู้เรื่องวิธีการจัดหมู่ใดในการแก้ปัญหา

10. กำหนดจุด 10 จุดบนเส้นรอบวงกลมวงหนึ่ง ถ้าต้องการลากส่วนของเส้นตรงที่มี 2 จุด จากจุด 10 จุดนี้เป็นจุดปลายจะมีส่วนของเส้นตรงกี่เส้น นักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจเป็น กฎ/ ทฤษฎีบท/ สูตร ไดในการแก้ปัญหา และใช้อย่างไร อธิบายอย่างละเอียด

**วิธีทำ** เนื่องจากการสร้างส่วนของเส้นตรงเป็นการเลือกจุด 2 จุด จากจุดสิบจุดบนเส้นรอบวงกลมเพื่อสร้างส่วนของเส้นตรงโดยไม่สนใจลำดับ ดังนั้นจึงเป็นจัดหมู่สิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด  $n$  สิ่ง โดยเลือกมาคราวละ  $r$  สิ่ง ในแนวเส้นตรง

ใช้อย่างไร ให้  $C_{10,2}$  แทนการแทนการเลือกจุด 2 จุด จาก 10 จุด บนเส้นรอบวงกลมเพื่อสร้าง

ส่วนของเส้นตรง

ดังนั้น วิธีการลากส่วนของเส้นตรงที่มี 2 จุด จากจุด 10 จุดนี้เป็นส่วนของเส้นตรงทำได้ทั้งหมดคือ

$$C_{10,2} \text{ โดย } C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \text{ วิธี}$$

เพราะฉะนั้น ใช้ความรู้เรื่องวิธีการจัดหมู่ใดในการแก้ปัญหา

## แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เวลา 60 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถามในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาอย่างละเอียด เพราะมีผลต่อการให้คะแนน

### เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้บางส่วน
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
การวางแผนแก้ปัญหา	2	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา
การดำเนินการแก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้อง
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การตรวจสอบผล	2	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ถูกต้อง
	1	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ถูกต้องบางส่วน
	0	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบและ แสดงการตรวจสอบคำตอบ

ชื่อ ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

1. ร้านอาหารในศูนย์อาหารแห่งหนึ่งขายก๋วยเตี๋ยว 4 ชนิดแตกต่างกัน ขนมหวาน 2 ชนิด  
แตกต่างกัน ถ้ามีเลือกรับประทานก๋วยเตี๋ยวและขนมหวานอย่างละ 1 ชนิด ก็จะมีวิธีเลือก  
รับประทานอาหารได้ทั้งหมด กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกรับประทานอาหารทั้งหมดเท่ากับ ..... วิธี

2. จงหาจำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว ยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน (โดยน้ำแข็ง 1 ก้อน เพนกวินสามารถยืนได้ 100 ตัว)

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	คำตอบ สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว จะยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน คือ ..... วิธี

3. นักเรียนชั้น ม.6/10 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เป็นนักเรียนชาย 30 คน และเป็นนักเรียนหญิง 12 คน จงหาจำนวนวิธีในการเลือกเหรียญทองจำนวนหนึ่งคน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกตัวแทนห้องที่เป็นเพศเดียวกันเท่ากับ .....วิธี

4. บริษัท จันทรา เปิดรับสมัครงาน 2 ตำแหน่งที่แตกต่างกัน มีผู้สมัครจำนวน 4 คน ผู้สมัครที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 1 คือ มาร์ค, มิกซ์ และ แม็ก ผู้สมัครที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 2 คือ มิกซ์, แม็ก และ มด จงหาวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงานนั้น

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงาน เท่ากับ ..... วิธี

5. โรงเรียนแห่งหนึ่งต้องการสร้างรหฺสนักเรียนจำนวน 5 หลัก โดยใช้ตัวเลขโดด 1 ถึง 5  
โรงเรียนจะสร้างรหฺสนักเรียนได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งทีโจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งทีโจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบทีได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีการสร้างรหฺสนักเรียนจำนวน 5 หลัก โดยใช้ตัวเลขโดด 1 ถึง 5 เท่ากับ  
..... วิธี

6. ในการซ่อมแซมที่ห้ามมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง คณะศึกษาศาสตร์จะทำการสับเปลี่ยนอักษร คำว่า “EDUCATION” โดยไม่คำนึงถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น คณะศึกษาศาสตร์จะทำการสับเปลี่ยนอักษรคำว่า “EDUCATION” โดยไม่คำนึงถึง ความหมายได้ทั้งหมด.....! วิธี

7. การจัดนิสิตปริญญาโท 7 คน ยื่นเรียงแถวเป็นเส้นตรงเพื่อซ่อมรับปริญญาครวละ 2 คน  
จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดนิสิตปริญญาโท 7 คน ยื่นเรียงแถวเป็นเส้นตรงเพื่อซ่อมรับปริญญาครวละ 2 คน

เท่ากับ .....วิธี

8. นำอักษรคำว่า “SPORTMAN” มาเรียงสับเปลี่ยนครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้ขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงอักษรคำว่า “SPORTMAN” ครวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้  
ขึ้นต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะจะเรียงได้ ..... วิธี

9. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้องหนึ่งมีนักเรียนชาย 15 คน และนักเรียนหญิง 15 คน ถ้าจะเลือกมา 11 คน เพื่อทำการแข่งขันฟุตบอลประเพณีของโรงเรียนจะทำได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกนักเรียนนักเรียนชาย 15 คน และนักเรียนหญิง 15 คน มา 11 คน เพื่อทำการแข่งขันฟุตบอลประเพณีของโรงเรียนทำได้..... วิธี

10. ไฟสำหรับหนึ่งมี 52 ใบ แบ่งเป็น 4 ชุด ชุดละ 13 ใบ คือ ชุดโพดำ ชุดโพแดง ชุดดอกจิก ชุดข้าวหลามตัด จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะหยิบไฟ 13 ใบ โดยมีโพแดง 5 ใบ โพดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	
ชั้น D การวางแผน / วิธีการ ดำเนินการแก้ปัญหา	
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	คำตอบ  สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ

ดังนั้น การหยิบไฟ 13 ใบ โดยได้โพแดง 5 ใบ โพดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ เท่ากับ  
..... วิธี

## เฉลย

## แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

## คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เวลา 60 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถามในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหาอย่างละเอียด เพราะมีผลต่อการให้คะแนน

## เกณฑ์การพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การทำความเข้าใจปัญหา	2	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง
	1	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้บางส่วน
	0	- ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
การวางแผนแก้ปัญหา	2	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
	1	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลที่เกี่ยวข้องไปกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา
การดำเนินการแก้ปัญหา	2	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้อง
	1	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- ดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางที่กำหนดไว้ไม่ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยในการดำเนินการแก้ปัญหา

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
การตรวจสอบผล	2	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ถูกต้อง
	1	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ถูกต้องบางส่วน
	0	- สรุปคำตอบและแสดงการตรวจสอบคำตอบ ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ ถูกต้องหรือไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบและ แสดงการตรวจสอบคำตอบ

1. ร้านอาหารในศูนย์อาหารแห่งหนึ่งขายก๋วยเตี๋ยว 4 ชนิดแตกต่างกัน ขนมหวาน 2 ชนิดแตกต่างกัน ถ้าภิมเลือกรับประทานก๋วยเตี๋ยวและขนมหวานอย่างละ 1 ชนิด ภิมจะมีวิธีเลือกรับประทานอาหารได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	1. ก๋วยเตี๋ยว 4 ชนิด 2. ขนมหวาน 2 ชนิด
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีทั้งหมดที่ภิมรับประทานก๋วยเตี๋ยวและขนมหวานอย่างละ 1 ชนิด
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ เนื่องจากการที่ภิมเลือกรับประทานก๋วยเตี๋ยวและขนมหวานอย่างละ 1 ชนิด จากร้านนี้ซึ่งต่อเนื่องกัน ดังนั้น เป็นการทำงาน 2 ขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน ชั้นที่ 1 เลือกทานก๋วยเตี๋ยว ทำได้ 4 วิธี ชั้นที่ 2 เลือกทานขนมหวาน ทำได้ 2 วิธี จำนวนวิธีเลือกทานอาหารทั้งหมดเท่ากับ $4 \times 2 = 8$ วิธี
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่ภิมรับประทานก๋วยเตี๋ยวและขนมหวานอย่างละ 1 ชนิด เท่ากับ 8 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> - ใช้หลักการคูณที่มีการทำงาน 2 ขั้นตอน

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่ภิมรับประทานก๋วยเตี๋ยวและขนมหวานอย่างละ 1 ชนิด เท่ากับ 8 วิธี

## 2. จงหาจำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว เดินไปยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	1. เพนกวิน 5 ตัว 2. น้ำแข็ง 3 ก้อน
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	จำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว จะยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้หลักการคูณ ในการที่เพนกวิน 5 ตัว ยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน ซึ่งต่อเนื่องกัน ดังนั้น การทำงาน 5 ขั้นตอนต่อเนื่องกัน ชั้นที่ 1 เพนกวินตัวที่ 1 เลือกยืนบนน้ำแข็งได้ 3 วิธี (น้ำแข็งก้อนที่ 1,2 หรือ 3) ชั้นที่ 2 เพนกวินตัวที่ 2 เลือกยืนบนน้ำแข็งได้ 3 วิธี (น้ำแข็งก้อนที่ 1,2 หรือ 3) ชั้นที่ 3 เพนกวินตัวที่ 3 เลือกยืนบนน้ำแข็งได้ 3 วิธี (น้ำแข็งก้อนที่ 1,2 หรือ 3) ชั้นที่ 4 เพนกวินตัวที่ 4 เลือกยืนบนน้ำแข็งได้ 3 วิธี (น้ำแข็งก้อนที่ 1,2 หรือ 3) ชั้นที่ 5 เพนกวินตัวที่ 5 เลือกยืนบนน้ำแข็งได้ 3 วิธี (น้ำแข็งก้อนที่ 1,2 หรือ 3) จำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว จะยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน เท่ากับ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$ วิธี
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> - จำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว จะยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน คือ $3^5$ วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> - ใช้หลักการคูณที่มีการทำงานตั้งแต่ 2 ขั้นตอนขึ้นไป

ดังนั้น จำนวนวิธีที่เพนกวิน 5 ตัว จะยืนบนน้ำแข็ง 3 ก้อน คือ  $3^5$  วิธี

3. นักเรียนชั้น ม.6/10 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เป็นนักเรียนชาย 30 คน และเป็นนักเรียนหญิง 12 คน จงหาจำนวนวิธีในการเลือกตัวแทนห้องที่เป็นเพศเดียวกัน

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. นักเรียนชาย 30 คน</li> <li>2. นักเรียนหญิง 12 คน</li> <li>3. ตัวแทนห้องเป็นเพศเดียวกัน</li> </ol>
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	- จำนวนวิธีเลือกตัวแทนห้องที่เป็นเพศเดียวกัน
ชั้น D วิธีการดำเนินการ แก้ปัญหา	<p>ใช้หลักการบวกและการจัดหมู่</p> <p>เนื่องจาก การเลือกนักเรียนชาย 30 คน และเป็นนักเรียนหญิง 12 คน เป็นตัวแทนห้องที่มีเพศเดียวกันสามารถทำได้หลายกรณี ดังนั้น แบ่งเป็น 2 กรณีดังนี้</p> <p><b>กรณีที่ 1</b> ตัวแทนห้องเป็นนักเรียนชาย สามารถทำได้ 30 วิธี</p> <p><b>กรณีที่ 2</b> ตัวแทนห้องเป็นนักเรียนหญิง สามารถทำได้ 12 วิธี</p> <p>ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกตัวแทนห้องที่เป็นเพศเดียวกัน เท่ากับ <math>30 + 12 = 42</math> วิธี</p>
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด	<p><b>คำตอบ</b></p> <p>- จำนวนวิธีเลือกตัวแทนห้องที่เป็นเพศเดียวกันเท่ากับ 42 วิธี</p> <p><b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b></p> <p>ใช้หลักการบวก</p>

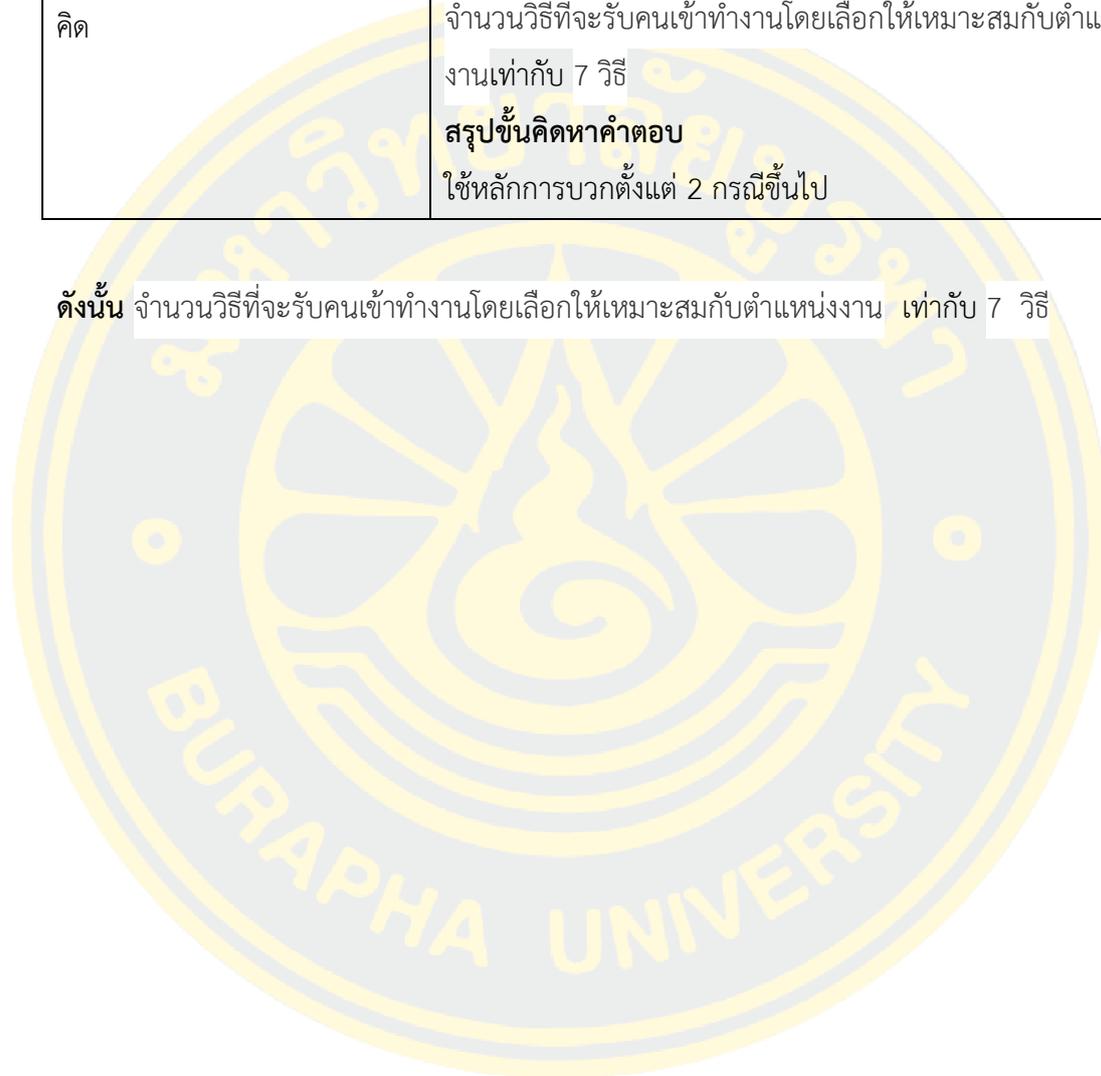
ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกตัวแทนห้องที่เป็นเพศเดียวกันเท่ากับ 42 วิธี

4. บริษัท จันทรา เปิดรับสมัครงาน 2 ตำแหน่งที่แตกต่างกัน มีผู้สมัครจำนวน 4 คน ผู้สมัครที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 1 คือ มาร์ค, มิกซ์ และ แม็ก ผู้สมัครที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 2 คือ มิกซ์, แม็ก และ มด จงหาวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงานนั้น

<p>ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. ผู้สมัครจำนวน 4 คน (มาร์ค, มิกซ์, แม็ก และ มด)</li> <li>2. ผู้สมัครที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 1 คือ มาร์ค, มิกซ์ และ แม็ก</li> <li>3. ผู้ที่เหมาะสมกับตำแหน่งที่ 2 คือ มิกซ์, แม็ก และ มด</li> </ol>
<p>ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ</p>	<p>- จำนวนวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงาน</p>
<p>ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา</p>	<p>ใช้หลักการบวก</p> <p>เนื่องจาก วิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงานสามารถทำได้หลายกรณี ดังนั้น มีการทำงาน 3 กรณีดังนี้</p> <p><b>กรณีที่ 1</b> ให้มาร์ครับตำแหน่งที่ 1 ดังนั้น</p> <p style="padding-left: 40px;">ตำแหน่งที่ 1 รับได้ 1 วิธี</p> <p style="padding-left: 40px;">ตำแหน่งที่ 2 รับได้ 3 วิธี (รับมิกซ์, แม็ก และมด)</p> <p>จำนวนวิธีรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงาน</p> <p>เท่ากับ <math>1 \times 3 = 3</math> วิธี</p> <p><b>กรณีที่ 2</b> ให้มิกซ์รับตำแหน่งที่ 1 ดังนั้น</p> <p style="padding-left: 40px;">ตำแหน่งที่ 1 รับได้ 1 วิธี</p> <p style="padding-left: 40px;">ตำแหน่งที่ 2 รับได้ 2 วิธี (รับ แม็ก และมด)</p> <p>จำนวนวิธีรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงาน</p> <p>เท่ากับ <math>1 \times 2 = 2</math> วิธี</p> <p><b>กรณีที่ 3</b> ให้แม็กรับตำแหน่งที่ 1</p> <p style="padding-left: 40px;">ตำแหน่งที่ 1 รับได้ 1 วิธี</p> <p style="padding-left: 40px;">ตำแหน่งที่ 2 รับได้ 2 วิธี (รับมิกซ์ และมด)</p> <p>จำนวนวิธีรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงาน เท่ากับ <math>1 \times 2 = 2</math> วิธี</p>

<p>ชั้น D วิธีการดำเนินการ แก้ปัญหา</p>	<p>ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงาน เท่ากับ <math>3 + 2 + 2 = 7</math> วิธี</p>
<p>ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการ คิด</p>	<p><b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงานเท่ากับ 7 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการบวกตั้งแต่ 2 กรณีขึ้นไป</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะรับคนเข้าทำงานโดยเลือกให้เหมาะสมกับตำแหน่งงาน เท่ากับ 7 วิธี



5. โรงเรียนแห่งหนึ่งต้องการสร้างรหสัณักรเรียนจำนวน 5 หลัก โดยใช้ตัวเลขโดด 1 ถึง 5  
โรงเรียนจะสร้างรหสัณักรเรียนได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งทีุ่จเอย์กำหนดให้	- เลขโดด 1 ถึง 5
ชั้น W สิ่งทีุ่จเอย์ต้องการทราบ	- จำนวนวิธีสร้างรหสัณักรเรียนจำนวน 5 หลัก
ชั้น D วิธีการดำเนินการ แก้ปัญหา	ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น เนื่องจากการสร้างรหสัณักรเรียนจำนวน 5 หลัก สามารถจัดเรียง รหสัณักรได้หลายแบบ ดังนั้น จึงใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น หลักที่ 1 เลือกเลขโดดได้ 5 วิธี หลักที่ 2 เลือกเลขโดดได้ 4 วิธี หลักที่ 3 เลือกเลขโดดได้ 3 วิธี หลักที่ 4 เลือกเลขโดดได้ 2 วิธี หลักที่ 5 เลือกเลขโดดได้ 1 วิธี จำนวนวิธีสร้างรหสัณักรเรียนจำนวน 5 หลัก ทำได้ $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5!$ วิธี
ชั้น L คำตอบทีุ่ได้/กระบวนการ คิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีสร้างรหสัณักรเรียนจำนวน 5 หลัก เท่ากับ 5! วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

ดังนั้น จำนวนวิธีการสร้างรหสัณักรเรียนจำนวน 5 หลัก โดยใช้ตัวเลขโดด 1 ถึง 5 เท่ากับ 5! วิธี

6. ในการซ้อมเขียนกีฬามหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง คณะศึกษาศาสตร์จะทำการสับเปลี่ยนอักษร คำว่า “EDUCATION” โดยไม่คำนึงถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี

ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- ตัวอักษร E, D, U, C, A, T, I, O, N ( 9 ตัว)
ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	- จำนวนวิธีสับเปลี่ยนอักษรคำว่า “EDUCATION” โดยไม่คำนึงถึงความหมาย
ขั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น เนื่องจากการสับเปลี่ยนอักษรคำว่า “EDUCATION” โดยไม่คำนึงถึงความหมาย เป็นการวางเรียงตัวอักษรที่จัดเรียงได้หลายแบบ ดังนั้น จึงใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ตำแหน่งที่ 1 เลือกอักษรได้ 9 ตัว ทำได้ 9 วิธี ตำแหน่งที่ 2 เลือกอักษรได้ 8 ตัว ทำได้ 8 วิธี ตำแหน่งที่ 3 เลือกอักษรได้ 7 ตัว ทำได้ 7 วิธี ตำแหน่งที่ 4 เลือกอักษรได้ 6 ตัว ทำได้ 6 วิธี ตำแหน่งที่ 5 เลือกอักษรได้ 5 ตัว ทำได้ 5 วิธี ตำแหน่งที่ 6 เลือกอักษรได้ 4 ตัว ทำได้ 4 วิธี ตำแหน่งที่ 7 เลือกอักษรได้ 3 ตัว ทำได้ 3 วิธี ตำแหน่งที่ 8 เลือกอักษรได้ 2 ตัว ทำได้ 2 วิธี ตำแหน่งที่ 9 เลือกอักษรได้ 1 ตัว ทำได้ 1 วิธี จำนวนวิธีสับเปลี่ยนอักษรคำว่า “EDUCATION” โดยไม่คำนึงถึงความหมายทำได้ $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 9!$ วิธี
ขั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีสับเปลี่ยนอักษรคำว่า “EDUCATION” โดยไม่คำนึงถึงความหมายทำได้ 9! วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

ดังนั้น คณะศึกษาศาสตร์จะทำการสับเปลี่ยนอักษรคำว่า “EDUCATION” โดยไม่คำนึงถึงความหมายได้ทั้งหมด 9! วิธี

7. การจัดนิสิตปริญญาโท 7 คน ยืนเรียงแถวเป็นเส้นตรงเพื่อซ้อมรับปริญญาครวละ 2 คน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- นิสิตปริญญาโท 7 คน
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	- จำนวนวิธีในการจัดนิสิตปริญญาโท 7 คน ยืนเรียงแถวเป็นเส้นตรงเพื่อซ้อมรับปริญญาครวละ 2 คน
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น เนื่องจากการให้นิสิตปริญญาโท 7 คน มายืนเรียงแถวเป็นเส้นตรงเพื่อซ้อมรับปริญญาครวละ 2 คน จะเป็นการจัดเรียงในแนวเส้นตรงที่สนใจลำดับ ดังนั้น จึงใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น จาก $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ ดังนั้น $P_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)!}$ $= \frac{7!}{(5)!}$ $= 7 \times 6 = 42$ วิธี
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีจัดนิสิตปริญญาโทยืนเรียงแถวเป็นเส้นตรงเพื่อซ้อมรับปริญญาครวละ 2 คน เท่ากับ 42 วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง โดยจัดครวละ r สิ่ง

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดนิสิตปริญญาโท 7 คน ยืนเรียงแถวเป็นเส้นตรงเพื่อซ้อมรับปริญญาครวละ 2 คน เท่ากับ 42 วิธี

8. นำอักษรคำว่า “SPORTMAN” มาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ จะเรียงได้กี่วิธี

<p>ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้</p>	<p>- คำว่า “SPORTMAN” ( มีสระ 2 ตัว และพยัญชนะ 6 ตัว)</p>
<p>ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ</p>	<p>- จำนวนวิธีเรียงอักษรคำว่า “SPORTMAN” คราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ</p>
<p>ขั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา</p>	<p>ใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยน</p> <p>เนื่องจากการนำอักษรคำว่า “SPORTMAN” มาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ เป็นจัดการเรียงในแนวเส้นตรงที่สนใจลำดับ ดังนั้น จึงใช้วิธีการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น</p> <p>ขั้นที่ 1 ตำแหน่งที่ 1 ให้อักษรเริ่มต้นด้วยสระ จัดได้ <math>P_{2,1}</math> วิธี</p> <p>ขั้นที่ 2 ตำแหน่งที่ 2 ให้อักษรลงท้ายด้วยพยัญชนะ จัดได้ <math>P_{6,1}</math> วิธี</p> <p>ขั้นที่ 3 จัดอักษรตัวที่เหลือเรียงกัน จัดได้ <math>P_{6,3}</math> วิธี</p> <p>ดังนั้น จำนวนวิธีนำอักษรคำว่า “SPORTMAN” มาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ เท่ากับ <math>P_{2,1} \times P_{6,1} \times P_{6,3} = \frac{2!}{1!} \times \frac{6!}{5!} \times \frac{6!}{3!}</math></p> <p style="text-align: right;"><math>= 2 \times 6 \times 120 = 1,140</math> วิธี</p>
<p>ขั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด</p>	<p><b>คำตอบ</b></p> <p>ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงอักษรคำว่า “SPORTMAN” คราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะ ทำได้</p> <p>เท่ากับ 8,640 วิธี</p> <p><b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b></p> <p>ใช้หลักการเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและหลักการคูณ</p>

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงอักษรคำว่า “SPORTMAN” คราวละ 5 ตัว โดยไม่คำนึงถึงความหมาย และให้  
เริ่มต้นด้วยสระ ลงท้ายด้วยพยัญชนะจะเรียงได้ 8,640 วิธี



9. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ห้องหนึ่งมีนักเรียนชาย 15 คน และนักเรียนหญิง 15 คน ถ้าจะเลือกมา 11 คน เพื่อทำการแข่งขันฟุตบอลประเพณีของโรงเรียนจะทำได้กี่วิธี

ชั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	1. นักเรียนชาย 15 คน 2. นักเรียนหญิง 15 คน
ชั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	- จำนวนวิธีเลือกนักเรียนมา 11 คน เพื่อทำการแข่งขันฟุตบอลประเพณีของโรงเรียน
ชั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	ใช้วิธีการจัดหมู่ เนื่องจากการที่จะเลือกนักเรียน 11 คน เพื่อทำการแข่งขันฟุตบอลประเพณีจากนักเรียนห้องนี้ นักเรียนชาย 15 คน และนักเรียนหญิง 15 คน โดยเลือกมาจำนวน 11 คน เป็นการจัดเรียงในแนวเส้นตรงที่ไม่สนใจลำดับ ดังนั้น จึงใช้วิธีการจัดหมู่ เพราะฉะนั้น จะเลือกนักเรียน 11 คน เพื่อทำการแข่งขันฟุตบอลประเพณี ทำได้ $C_{30,11} = \frac{30!}{(30-11)!11!} = \frac{30!}{19!11!}$ วิธี
ชั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกนักเรียนมา 11 คน เพื่อทำการแข่งขันฟุตบอลประเพณีของโรงเรียนทำได้ $\frac{30!}{19!11!}$ วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการจัดหมู่

ดังนั้น จำนวนวิธีเลือกนักเรียนนักเรียนชาย 15 คน และนักเรียนหญิง 15 คน มา 11 คน เพื่อทำการแข่งขันฟุตบอลประเพณีของโรงเรียนทำได้  $\frac{30!}{19!11!}$  วิธี

10. ไฟสำหรับหนึ่งมี 52 ใบ แบ่งเป็น 4 ชุด ชุดละ 13 ใบ คือ ชุดโพล์ดำ ชุดโพล์แดง ชุดดอกจิก ชุดข้าวหลามตัด จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่จะหยิบไฟ 13 ใบ โดยมีโพล์แดง 5 ใบ โพล์ดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ

ขั้น K สิ่งที่โจทย์กำหนดให้	- ไฟสำหรับหนึ่งมี 52 ใบ แบ่งเป็น 4 ชุด ชุดละ 13 ใบ คือ ชุดโพล์ดำ ชุดโพล์แดง ชุดดอกจิก ชุดข้าวหลามตัด
ขั้น W สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	- จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะหยิบไฟ 13 ใบ โดยมีโพล์แดง 5 ใบ โพล์ดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ
ขั้น D วิธีการดำเนินการแก้ปัญหา	การหยิบไฟ 13 ใบ โดยจะได้โพล์แดง 5 ใบ โพล์ดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ ใช้หลักการจัดหมู่ และมี 3 ขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน ขั้นที่ 1 หยิบไฟโพล์แดง 5 ใบ ทำได้ $C_{13,5}$ วิธี ขั้นที่ 2 หยิบไฟโพล์ดำ 5 ใบ ทำได้ $C_{13,5}$ วิธี ขั้นที่ 3 หยิบไฟข้าวหลามตัด 3 ใบ ทำได้ $C_{13,3}$ วิธี ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะหยิบไฟ 13 ใบ โดยมีโพล์แดง 5 ใบ โพล์ดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ ทำได้ $C_{13,5} \times C_{13,5} \times C_{13,3} = \frac{13!}{8!5!} \times \frac{13!}{8!5!} \times \frac{13!}{10!3!}$ วิธี
ขั้น L คำตอบที่ได้/กระบวนการคิด	<b>คำตอบ</b> จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะหยิบไฟ 13 ใบ โดยมีโพล์แดง 5 ใบ โพล์ดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ ทำได้ $\frac{13!}{8!5!} \times \frac{13!}{8!5!} \times \frac{13!}{10!3!}$ วิธี <b>สรุปขั้นตอนคิดหาคำตอบ</b> ใช้หลักการจัดหมู่และหลักการคูณ

ดังนั้น การหยิบไฟ 13 ใบ โดยได้โพล์แดง 5 ใบ โพล์ดำ 5 ใบ และข้าวหลามตัด 3 ใบ คือ

$$\frac{13!}{8!5!} \times \frac{13!}{8!5!} \times \frac{13!}{10!3!} \text{ วิธี}$$

## ภาคผนวก ค

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

- ค่าความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL
- ค่าความสอดคล้อง (IOC) ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนกของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
- จำนวนนักเรียนตามเกณฑ์คะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และคะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตารางที่ 24 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหา	5	3	5	5	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 2 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นลงมือปฏิบัติ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	3	5	5	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	คะแนนเฉลี่ย					4.71	0.56	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 25 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหา	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 2 ขั้นทำความเข้าใจ ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นกำหนดแนวทาง ในการแก้ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นลงมือปฏิบัติ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นนำเสนอและ สรุปประเมินผล	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การ การเรียนรู้	5	3	5	5	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการ เรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	<b>คะแนนเฉลี่ย</b>					4.74	0.52	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 26 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	3	5	4	5	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
5. สาระการเรียนรู้	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ชั้นที่ 1 ชั้นกำหนดปัญหา	5	3	5	5	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
ชั้นที่ 2 ชั้นทำความเข้าใจ ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 3 ชั้นกำหนดแนวทางใน การแก้ปัญหา	5	4	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 4 ชั้นลงมือปฏิบัติ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 5 ชั้นนำเสนอและสรุป ประเมินผล	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	3	5	5	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
8. การวัดและประเมินผลการ การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการ การเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
	<b>คะแนนเฉลี่ย</b>					4.74	0.45	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 27 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหา	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นทำความเข้าใจ ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นกำหนดแนวทาง ในการแก้ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นลงมือปฏิบัติ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นนำเสนอและ สรุปประเมินผล	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การ การเรียนรู้	5	3	5	5	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการ เรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	คะแนนเฉลี่ย					4.74	0.52	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 28 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ชั้นที่ 1 ชั้นกำหนดปัญหา	5	3	4	5	5	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
ชั้นที่ 2 ชั้นทำความเข้าใจ ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 3 ชั้นกำหนดแนวทางใน การแก้ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 4 ชั้นลงมือปฏิบัติ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 5 ชั้นนำเสนอและสรุป ประเมินผล	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	4	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผลการ การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการ การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
	<b>คะแนนเฉลี่ย</b>					4.80	0.39	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 29 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ชั้นที่ 1 ชั้นกำหนดปัญหา	5	5	4	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 2 ชั้นทำความเข้าใจ ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 3 ชั้นกำหนดแนวทาง ในการแก้ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 4 ชั้นลงมือปฏิบัติ	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
ชั้นที่ 5 ชั้นนำเสนอและ สรุปประเมินผล	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การ การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการ เรียนรู้	5	4	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	คะแนนเฉลี่ย					4.80	0.39	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 30 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายการประเมิน	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	3	5	5	5	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหา	5	3	4	5	5	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 2 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นลงมือปฏิบัติ	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นนำเสนอและสรุปประเมินผล	4	4	5	5	5	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	3	5	5	4	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	4	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	4	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
	คะแนนเฉลี่ย					4.72	0.50	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 31 ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

แผนการจัดการเรียนรู้	ค่าเฉลี่ย	การแปลผล
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1	4.71	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2	4.74	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3	4.74	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4	4.74	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5	4.80	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6	4.80	เหมาะสมมากที่สุด
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7	4.72	เหมาะสมมากที่สุด
เฉลี่ย	4.75	เหมาะสมมากที่สุด

ตารางที่ 32 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC	ผลการ วิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	-1	0.80	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตารางที่ 33 ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC	ผลการวิเคราะห์
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5		
1	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	-1	+1	1.00	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	+1	0	0.80	ใช้ได้
9	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
11	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
13	+1	+1	+1	+1	0	0.80	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
18	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้
20	+1	+1	+1	+1	+1	1.00	ใช้ได้

ตารางที่ 34 ค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

ข้อที่	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ )	ผลการพิจารณา
1	0.67	0.33	นำไปใช้
2	0.08	0.17	ไม่นำไปใช้
3	0.92	0.17	ไม่นำไปใช้
4	0.33	0.50	นำไปใช้
5	0.90	0.21	ไม่นำไปใช้
6	0.58	0.50	นำไปใช้
7	0.54	0.08	ไม่นำไปใช้
8	0.54	0.42	นำไปใช้
9	0.50	0.58	นำไปใช้
10	0.08	0.17	ไม่นำไปใช้
11	0.75	0.50	นำไปใช้
12	0.92	0.00	ไม่นำไปใช้
13	0.50	0.67	นำไปใช้
14	0.83	0.33	ไม่นำไปใช้
15	0.75	0.50	นำไปใช้
16	0.88	0.25	ไม่นำไปใช้
17	0.92	0.17	ไม่นำไปใช้
18	0.21	0.25	นำไปใช้
19	0.40	0.13	ไม่นำไปใช้
20	0.46	0.25	นำไปใช้

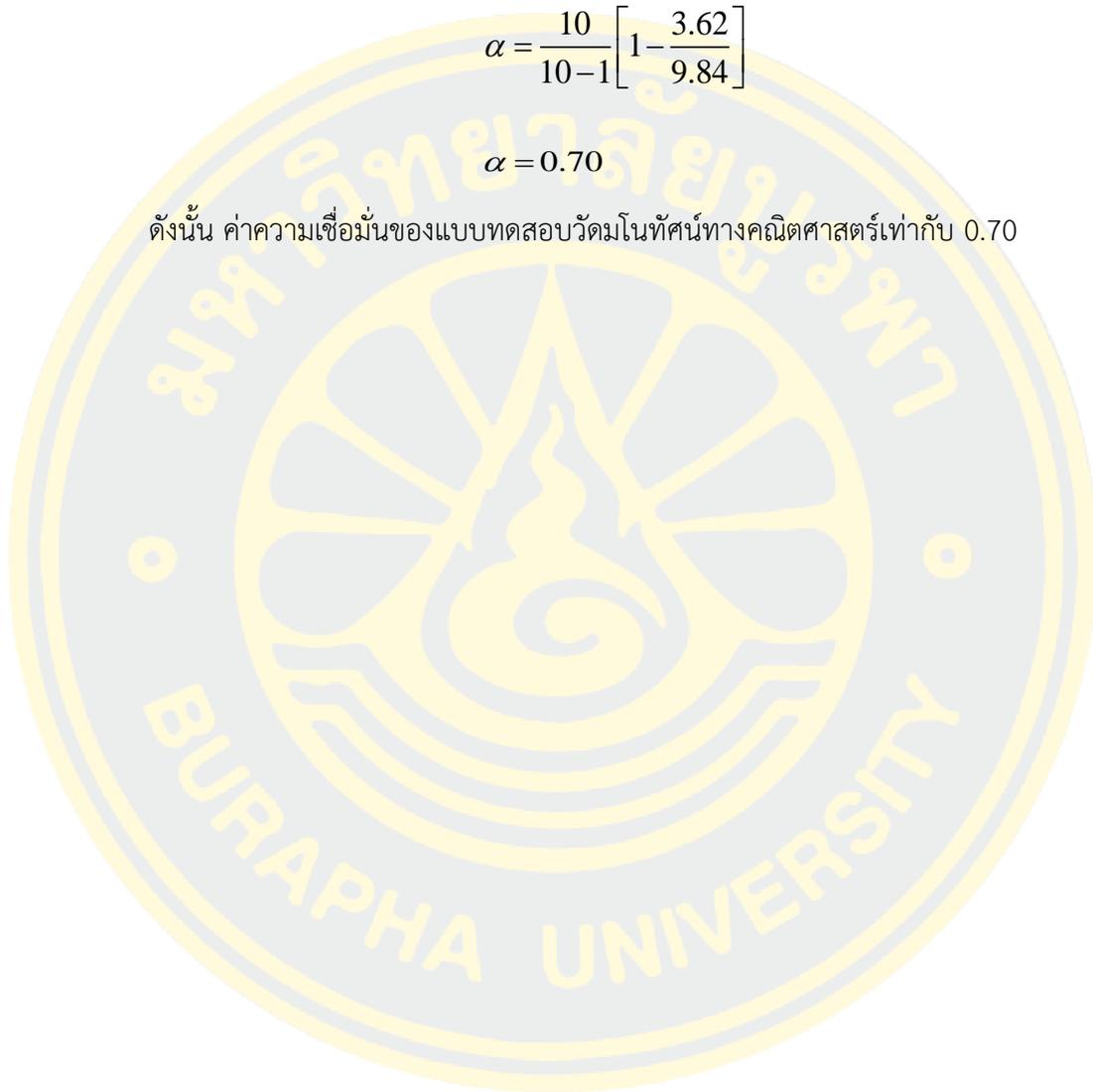
จากตารางที่ 33 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 10 ข้อ จากทั้งหมด 20 ข้อ ซึ่งมีค่าความยาก ( $p$ ) ตั้งแต่ 0.21 - 0.75 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.25 - 0.67 จากนั้นนำข้อสอบที่คัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบนี้ได้ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_i^2} \right]$$

$$\alpha = \frac{10}{10-1} \left[ 1 - \frac{3.62}{9.84} \right]$$

$$\alpha = 0.70$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เท่ากับ 0.70



ตารางที่ 35 ค่าความยาก ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น

ข้อที่	ค่าความยาก ( $p$ )	ค่าอำนาจจำแนก ( $r$ )	ผลการพิจารณา
1	0.96	0.08	ไม่นำไปใช้
2	0.53	0.28	นำไปใช้
3	0.60	0.36	นำไปใช้
4	0.44	0.06	ไม่นำไปใช้
5	0.42	0.06	ไม่นำไปใช้
6	0.47	0.31	นำไปใช้
7	0.42	0.17	ไม่นำไปใช้
8	0.48	0.50	นำไปใช้
9	0.47	0.17	ไม่นำไปใช้
10	0.43	0.69	นำไปใช้
11	0.45	0.60	นำไปใช้
12	0.56	0.17	ไม่นำไปใช้
13	0.23	0.38	นำไปใช้
14	0.19	0.21	ไม่นำไปใช้
15	0.56	0.17	ไม่นำไปใช้
16	0.42	0.44	นำไปใช้
17	0.43	0.44	นำไปใช้
18	0.50	0.17	ไม่นำไปใช้
19	0.28	0.40	นำไปใช้
20	0.15	0.08	ไม่นำไปใช้

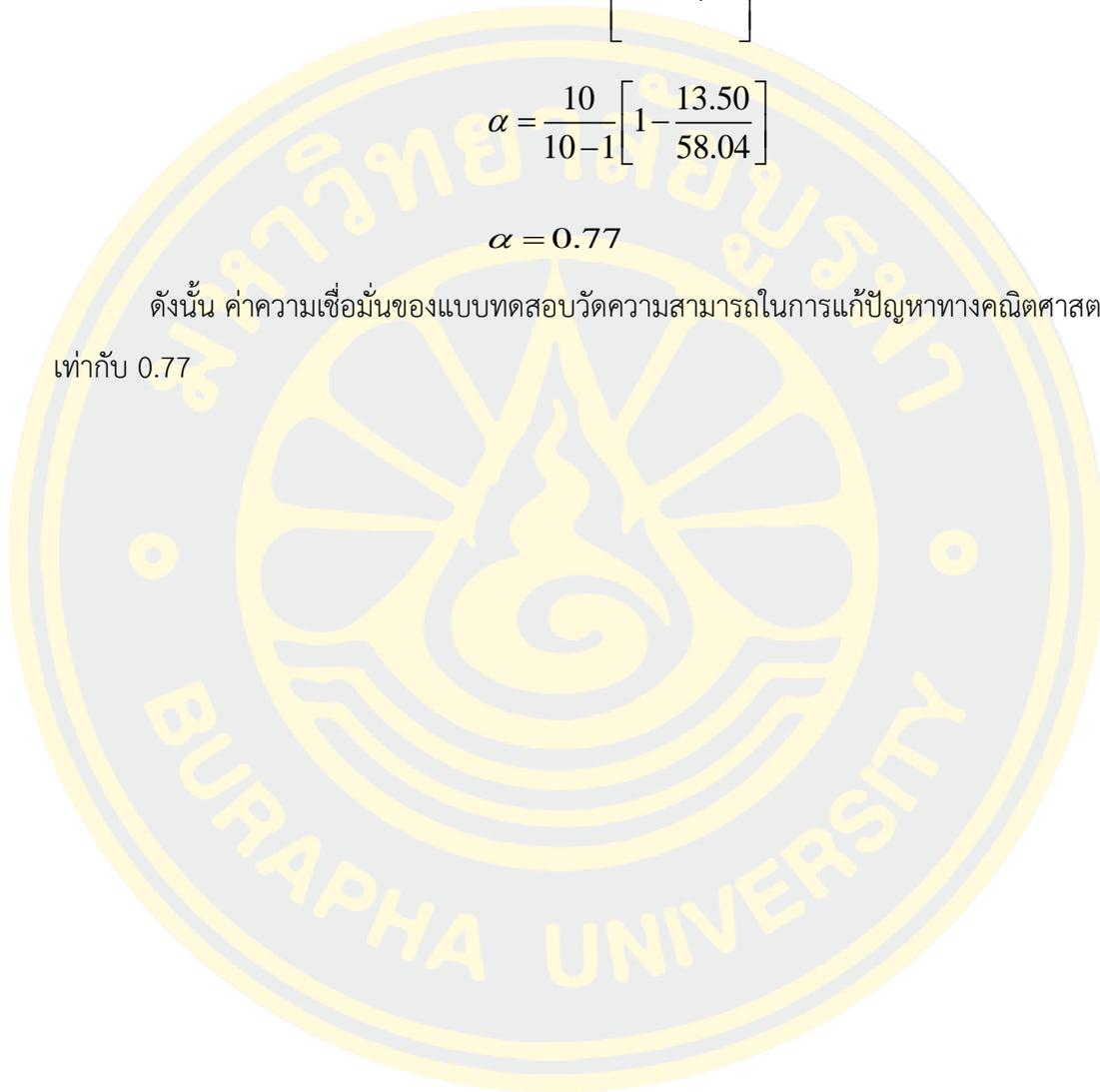
จากตารางที่ 34 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 10 ข้อ จากทั้งหมด 20 ข้อ ซึ่งมีค่าความยาก ( $p$ ) ตั้งแต่ 0.23 - 0.60 และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ตั้งแต่ 0.28 - 0.69 จากนั้นนำข้อสอบที่คัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบนี้ ได้ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_i^2} \right]$$

$$\alpha = \frac{10}{10-1} \left[ 1 - \frac{13.50}{58.04} \right]$$

$$\alpha = 0.77$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
เท่ากับ 0.77



ตารางที่ 36 คะแนนนโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

คนที่	คะแนนนโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ( คะแนนเต็ม 20 คะแนน )
1	20
2	18
3	19
4	20
5	20
6	17
7	13
8	11
9	11
10	10
11	18
12	18
13	13
14	11
15	11
16	13
17	10
18	18
19	20
20	18
21	18
22	18
23	20
24	20
25	11

ตารางที่ 36 (ต่อ) คะแนนนวัตน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน  
ร่วมกับเทคนิค KWDL

คนที่	คะแนนนวัตน์ทางคณิตศาสตร์ ( คะแนนเต็ม 20 คะแนน )
26	10
27	20
28	10
29	18
30	18
31	18
32	11
33	10
34	10
35	18
36	10
37	18
38	18
39	18
40	18
41	18
42	18

ตารางที่ 37 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้  
ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ( คะแนนเต็ม 80 คะแนน )
1	74
2	78
3	56
4	80
5	68
6	51
7	47
8	78
9	78
10	72
11	76
12	72
13	80
14	35
15	25
16	80
17	80
18	78
19	78
20	80
21	58
22	80
23	80
24	41
25	80

ตารางที่ 37 (ต่อ) คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับเทคนิค KWDL

คนที่	คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ( คะแนนเต็ม 80 คะแนน )
26	78
27	80
28	78
29	80
30	78
31	78
32	63
33	20
34	60
35	44
36	38
37	78
38	78
39	77
40	78
41	78
42	78



ภาคผนวก ง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากโปรแกรม

1. ผลการวิเคราะห์ห้มน้ทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t – test for one sample ดังภาพที่ 24

→ **T-Test**

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
มว้มน้ทัศน์ทางคณิตศาสตร์	42	16.2143	4.45320	.68714

	Test Value = 14.00					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
มว้มน้ทัศน์ทางคณิตศาสตร์	3.222	41	.002	2.21429	.8266	3.6020

ภาพที่ 25 ผลการวิเคราะห์ห้มน้ทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยใช้สถิติ t – test for one sample

2. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t – test for one sample ดังภาพที่ 25

→ **T-Test**

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	42	68.3095	16.79066	2.59086

	Test Value = 56.00					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	4.751	41	.000	12.30952	7.0772	17.5419

ภาพที่ 26 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หลักการนับเบื้องต้น โดยใช้สถิติ t – test for one sample

## ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล วิชาดุส สุทธิรัตน์  
วัน เดือน ปี เกิด 21 เมษายน 2541  
สถานที่เกิด อำเภอเมือง จังหวัดจันทบุรี  
สถานที่อยู่ปัจจุบัน 37/4 หมู่บ้านแผ่นดินทอง 2 ซอย 3 ถนนแผ่นดินทอง 2  
ตำบลตลาด อำเภอเมือง จังหวัดจันทบุรี รหัสไปรษณีย์ 22000  
ตำแหน่งและประวัติการทำงาน -  
ประวัติการศึกษา  
พ.ศ. 2562  
หลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา วิทยา  
เขตบางแสน อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี  
พ.ศ. 2567  
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์  
มหาวิทยาลัยบูรพา วิทยาเขตบางแสน อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี  
รางวัลหรือทุนการศึกษา -