



ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อ
ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3



เสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2567

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยบูรพา

THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION WITH INDUCTIVE
LEARNING MANAGEMENT ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND
REASONING ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS



SAOWALAK CHANCHAROEN

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENTS FOR MASTER DEGREE OF EDUCATION
IN MATHEMATICS TEACHING
FACULTY OF EDUCATION
BURAPHA UNIVERSITY

2024

COPYRIGHT OF BURAPHA UNIVERSITY

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณา
วิทยานิพนธ์ของ เสาวัลักษณ์ จันทรเจริญ ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
ตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

.....

(ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์)

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

.....

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

..... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล)

..... กรรมการ

(ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์)

..... กรรมการ

(ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร)

..... คณบดีคณะศึกษาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. สฎายุ ธีระวณิชตระกูล)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ
การศึกษาตามหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ของมหาวิทยาลัย
บูรพา

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.วิทวัส แจ่มเยี่ยม)

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

63910086: สาขาวิชา: การสอนคณิตศาสตร์; กศ.ม. (การสอนคณิตศาสตร์)

คำสำคัญ: การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด, การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย, การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เสาวลักษณ์ จันท์เจริญ : ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 . (THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION WITH INDUCTIVE LEARNING MANAGEMENT ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: คมสัน ตรีไพบูลย์, กศ.ด., อพันธ์ชนิด เจนจิต, กศ.ด. ปี พ.ศ. 2567.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 จำนวน 37 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม จำนวน 5 แผน 10 ชั่วโมง 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 สถิติที่ใช้ ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบทีแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว (t-test for one sample)

ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

63910086: MAJOR: MATHEMATICS TEACHING; M.Ed. (MATHEMATICS TEACHING)

KEYWORDS: COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION, INDUCTIVE LEARNING MANAGEMENT, MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, REASONING ABILITY

SAOWALAK CHANCHAROEN : THE EFFECTS OF COGNITIVELY GUIDED INSTRUCTION WITH INDUCTIVE LEARNING MANAGEMENT ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITIES OF MATHAYOMSUKSA 3 STUDENTS . ADVISORY COMMITTEE: KOMSAN TREEPIBOON, Ed.D. APUNCHANIT JENJIT, Ed.D. 2024.

The purposes of this research were 1) to compare mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa III students after learning with CGI and inductive learning management with the criterion 70% and; 2) to compare mathematical reasoning ability of Mathayomsuksa III students after learning with CGI and inductive learning management with the criterion 70%. The sample were 37 students of Mathayomsuksa III students of the second semester in academic year B.E 2566 they were selected by cluster random sampling method. The research instruments used in this research consisted of; 1) five lesson plans on circle using CGI and inductive learning management for 10 hours, 2) Mathematical problem solving and reasoning abilities test, with the reliability of 0.81. The statistical for analyzing the collected data were mean, standard deviation and t-test for one sample.

The result indicated that 1) Mathematical problem solving ability of Mathayomsuksa III students after learning with CGI and inductive learning management was higher than the set criterion of 70% at .05 level of statistical significance. 2) Mathematical reasoning ability of Mathayomsuksa III students after learning with CGI and inductive learning management was higher than the set criterion of 70% at .05 level of statistical significance.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี เนื่องจากความอนุเคราะห์ของ ดร.คมสัน ศรีไพบุลย์ อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก และ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต อาจารย์ที่ปรึกษาร่วมที่ได้เสียสละเวลาอันมีค่า เพื่อให้คำแนะนำและชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความเอาใจใส่เสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งกับความกรุณาและทุ่มเทของอาจารย์ทั้งสองเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒนาผล และรองศาสตราจารย์ ดร.เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร กรรมการสอบ ที่กรุณาให้คำชี้แนะและตรวจแก้ไข ทำให้วิทยานิพนธ์มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ให้ความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบและให้คำแนะนำในการแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ยังได้รับความอนุเคราะห์จาก ผู้อำนวยการ โรงเรียนแสนสุข ตลอดจนคณะครูและนักเรียน โรงเรียนแสนสุข ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดีในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการวิจัย ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อวินัย จันท์เจริญ และคุณแม่พรรณิ ไพบุลย์ ที่ให้กำลังใจและสนับสนุนผู้วิจัยเสมอ รวมถึงเพื่อน ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ทุกคนที่ให้กำลังใจและให้คำปรึกษาที่ดีเสมอมา

คุณความดีทั้งหลายอันเกิดจากการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูคุณเวทิตาแต่ บิคา มารดา และครูบาอาจารย์ที่ประสิทธิ์ประสาทความรู้แก่ผู้วิจัย ที่ทำให้ผู้วิจัยเป็นผู้ประสบความสำเร็จครบถ้วนทุกวันนี้

เสาวลักษณ์ จันท์เจริญ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ.....	ฉ
สารบัญ.....	ช
สารบัญตาราง	ฌ
สารบัญภาพ.....	ฉ
บทที่ 1 บทนำ	1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	7
สมมติฐานของงานวิจัย	7
ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย	7
ขอบเขตการวิจัย.....	7
นิยามศัพท์เฉพาะ	9
กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	12
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	14
ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551	15
การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)	21
การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย (Inductive Method).....	31
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	66
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	75

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	80
ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	80
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	80
การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	81
แบบแผนการวิจัย.....	102
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	102
การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	104
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	108
สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	108
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	108
บทที่ 5 สรุปและอภิปรายผลการวิจัย	131
สรุปผลการวิจัย.....	131
อภิปรายผลการวิจัย.....	132
ข้อเสนอแนะ.....	137
บรรณานุกรม.....	139
ภาคผนวก	144
ภาคผนวก ก.....	145
ภาคผนวก ข	154
ภาคผนวก ค.....	215
ภาคผนวก ง	226
ประวัติย่อของผู้วิจัย	228

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1	สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ที่สอดคล้อง กับ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3.....	18
ตารางที่ 2	การสังเคราะห์ขั้นตอนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI).....	29
ตารางที่ 3	การสังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย.....	38
ตารางที่ 4	รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ โพลยา	62
ตารางที่ 5	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบแยกองค์ประกอบของสวท. .63	
ตารางที่ 6	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบของผู้วิจัย.....	64
ตารางที่ 7	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของกรมวิชาการ	72
ตารางที่ 8	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรจรรยา	73
ตารางที่ 9	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสวท.....	74
ตารางที่ 10	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของผู้วิจัย.....	75
ตารางที่ 11	การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์ สาระการเรียนรู้ของแผนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และ เวลา เรื่อง วงกลม.....	82
ตารางที่ 12	การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม	94
ตารางที่ 13	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบ	98
ตารางที่ 14	เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม	99
ตารางที่ 15	แบบแผนการทดลอง.....	102
ตารางที่ 16	ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับ เกณฑ์ร้อยละ 70.....	109

ตารางที่ 17 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของชั้นทำความเข้าใจปัญหา.....	110
ตารางที่ 18 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของชั้นวางแผนการแก้ปัญหา.....	115
ตารางที่ 19 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของชั้นดำเนินการตามแผน.....	118
ตารางที่ 20 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของชั้นตรวจสอบผล	124
ตารางที่ 21 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับ เกณฑ์ร้อยละ 70.....	126
ตารางที่ 22 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	127
ตารางที่ 23 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 1.....	216
ตารางที่ 24 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 2.....	217
ตารางที่ 25 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 3.....	218
ตารางที่ 26 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 4.....	219
ตารางที่ 27 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 5.....	220
ตารางที่ 28 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย	221
ตารางที่ 29 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	221
ตารางที่ 30 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	222

ตารางที่ 31 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3	223
--	-----



สารบัญภาพ

หน้า

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย.....	13
ภาพที่ 2 กระบวนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย	43
ภาพที่ 3 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา.....	111
ภาพที่ 4 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา.....	113
ภาพที่ 5 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา.....	116
ภาพที่ 6 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา.....	116
ภาพที่ 7 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา.....	117
ภาพที่ 8 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน	119
ภาพที่ 9 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน	121
ภาพที่ 10 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน	122
ภาพที่ 11 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล	125
ภาพที่ 12 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล	125
ภาพที่ 13 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	128
ภาพที่ 14 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	129
ภาพที่ 15 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	130
ภาพที่ 16 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t – test for one sample	227
ภาพที่ 17 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t – test for one sample	227

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ศตวรรษที่ 21 ได้เกิดวิวัฒนาการความก้าวหน้าในทุก ๆ มิติอย่างรวดเร็ว ส่งผลถึงวิถีการดำรงชีพของสังคมโดยทั่ว ซึ่งศตวรรษที่ 21 เป็นยุคแห่งความเป็นโลกาภิวัตน์ ดังนั้น การสร้างความพร้อมที่จะรับมือกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ล้วนเป็นสิ่งที่ท้าทายความสามารถและศักยภาพของมนุษย์ที่จะสร้างนวัตกรรมทางการเรียนรู้ในลักษณะต่าง ๆ ให้เกิดขึ้น รวมทั้งสามารถรองรับกับการเปลี่ยนแปลงการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 (อมรรัตน์ เตชะนอก และคณะ, 2563, หน้า 5) โดยคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมให้มนุษย์คิดอย่างมีเหตุมีผล มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน เป็นระบบและมีแบบแผน ซึ่งจะช่วยให้อ้างอิง การตัดสินใจ แก่ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม รวมถึงสามารถนำไปปรับใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อให้ทันสมัย อีกทั้งยังสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจสังคม รวมถึงความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว ในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 1)

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น โดยแยกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ออกจากสาระการเรียนรู้ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบไปด้วย ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 2-3)

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นทักษะและกระบวนการหนึ่งที่เป็นทักษะและกระบวนการตามที่ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดไว้โดยมีความสำคัญ คือ เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ กระบวนการเรียนรู้และ

การสร้างสรรค์แก่นักเรียน ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์และช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ หลักการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ได้ (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2554, หน้า 15) เนื่องจากการแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่นักเรียนควรจะเรียนรู้และฝึกฝน พัฒนาให้เกิดทักษะในตัว of นักเรียน ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีความกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ อีกทั้งยังมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 44) ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการดำเนินการ โดยใช้กระบวนการในการหาคำตอบ ซึ่งจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา ในการแก้ปัญหา จะช่วยทำให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีระเบียบขั้นตอนในการคิด รู้จักตัดสินใจที่ถูกต้องและเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี (สิริพร ทิพย์คง, 2539, หน้า 61) โดยกระบวนการในการแก้ปัญหาประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล (Polya, 1957, pp. 16-17) การจะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องนั้น นักเรียนจะต้องอาศัยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย เนื่องจากการให้เหตุผลนั้นเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ซึ่งการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่จะเข้าใจนามธรรมนั้น (Russell, 1999, p. 1) โดยการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นทักษะกระบวนการที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล โดยสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน และแก้ไขปัญหได้อย่างถูกต้อง ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงานและการดำรงชีวิต (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 45)

จากความสำคัญของการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่าทั้งสองทักษะมีความเกี่ยวข้องกัน แต่จากผลการจัดการเรียนรู้ในช่วงหลายปีที่ผ่านมา ยังไม่บรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ โดยพิจารณาจากการศึกษาการประเมินโครงการต่าง ๆ เช่น โครงการประเมินสมรรถนะนักเรียนมาตรฐานสากล (PISA) พบว่า ในปี 2018 และ 2022 นักเรียนไทยมีคะแนนเฉลี่ย 419 และ 394 คะแนนตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD ที่มีค่าเฉลี่ยมาตรฐานอยู่ที่ 489 และ 500 คะแนน (สสวท., 2564 หน้า 56; สสวท., 2567 หน้า 7) จากการพิจารณาการประเมิน PISA ในแต่ละปี พบว่า ในปี 2022 จะเป็นรอบการประเมินที่เน้นความฉลาดรู้ด้านคณิตศาสตร์ ซึ่งหมายถึงสมรรถนะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาในบริบทของชีวิตจริงที่หลากหลาย รวมถึงการใช้วิธี ข้อเท็จจริง และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ในการอธิบาย เมื่อเทียบกับ PISA 2018 พบว่า คะแนนเฉลี่ยของประเทศไทยลดลง

25 คะแนน จากผลการประเมินสะท้อนให้เห็นว่า นักเรียนมีปัญหาด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแนวคิดเชิงคำนวณ ซึ่งเป็นกระบวนการในการแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์ห้อย่าง มีเหตุผลเป็นขั้นตอน (สสวท, 2567, หน้า 1, 10) และโครงการการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (TIMSS) ซึ่งเป็นการประเมินครอบคลุมด้านเนื้อหาและด้านพฤติกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ โดยด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วยเรื่องจำนวน พีชคณิต เรขาคณิตและข้อมูล และโอกาสด้านพฤติกรรมประกอบด้วยด้านความรู้ การประยุกต์ใช้ความรู้ และการให้เหตุผล พบว่าในปี 2007, 2011 และ 2015 ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์มีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่อง และต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ TIMSS ซึ่งกำหนดไว้ที่ 500 คะแนน และทำคะแนนได้ไม่ดีในด้านการประยุกต์ใช้ความรู้และการใช้เหตุผล (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2564, หน้า 77) ซึ่งในการทำข้อสอบพบว่า การทำข้อสอบแบบเขียนตอบ นักเรียนตอบคำถามได้ไม่ชัดเจน ตอบไม่ตรงคำถาม ตอบคำถามไม่ครบ ไม่สามารถเขียนคำอธิบายที่ต้องแสดงเหตุผลประกอบ ดังนั้น ในการจัดการเรียนรู้ ควรเน้นให้นักเรียนได้พัฒนาในทักษะดังกล่าว (สสวท., 2559, หน้า 9) จากผลการประเมินสะท้อนให้เห็นว่า นักเรียนมีปัญหาด้านการประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาและการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการสัมภาษณ์ครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี พบว่าเนื้อหาเรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีตัวชี้วัด คือ เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีหลายทฤษฎี เช่น ทฤษฎีที่เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วน โค้งของวงกลม ทฤษฎีที่เกี่ยวกับคอร์ดของวงกลม ทฤษฎีที่เกี่ยวกับเส้นสัมผัสของวงกลม เป็นต้น โดยทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมจะใช้ในการหาขนาดของมุมต่าง ๆ ของวงกลม โดยพบว่า เนื้อหาเรื่อง วงกลม เป็นเนื้อหาที่ประสบปัญหาค่อนข้างมาก โดยนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถจดจำทฤษฎีบทได้ เนื่องจากไม่มีความเข้าใจในทฤษฎีบทนั้น ๆ จึงทำให้ไม่สามารถหาขนาดของมุมที่กำหนดได้ หรือหาได้แต่ไม่ถูกต้อง อีกทั้งนักเรียนส่วนใหญ่จะเน้นจดจำมากกว่าการทำเข้าใจในเนื้อหา หรือทฤษฎี ซึ่งปัญหาที่พบมากที่สุดคือ นักเรียนไม่สามารถนำทฤษฎีนำมาประยุกต์ใช้ได้ในการทำโจทย์ในลักษณะโจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อน หรือใช้ทฤษฎีมากกว่า 1 ทฤษฎีในการหาคำตอบ เช่น เมื่อกำหนดโจทย์มาให้ให้นักเรียนหาขนาดของมุมที่กำหนด นักเรียนส่วนใหญ่จะสามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง และ โจทย์ต้องการทราบอะไร แต่จะไม่สามารถนำสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้มาใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้ อีกทั้งนักเรียนไม่สามารถบอก หรือแสดงแนวคิดได้ว่าจะต้องนำทฤษฎีใดมาใช้ประกอบการแก้ปัญหาใน

ข้อนี้ ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหา หรือนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ (เจิมจันทน์ ขวัญแก้ว, สัมภาษณ์, 12 มกราคม 2565)

จากข้อมูลข้างต้นที่กล่าวมาแสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่สามารถนำกฎเกณฑ์ หลักการ หรือทฤษฎีไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ส่งผลให้นักเรียนยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ อาจเนื่องมาจากการวิธีการเรียนของนักเรียนบางคนที่เรียนโดยใช้วิธีท่องจำแต่ไม่มีความเข้าใจ มักจะพบว่านักเรียนบางคนจำกฎ หรือสูตรได้ทุกสูตร แต่ทำโจทย์ไม่ได้ บางคนจำทฤษฎีได้แต่พิสูจน์ไม่ได้ การทำแบบฝึกหัดคิดแก้โจทย์คณิตศาสตร์ได้ช้าขาดความแม่นยำและความคล่องแคล่วในการคำนวณ (ยุพิน พิพิธกุล, 2539, หน้า 7) รวมถึงวิธีการสอนของครูส่วนใหญ่สอนแบบบรรยายโดยครูเป็นผู้บอก นักเรียนท่องจำ จากอดีตที่ผ่านมาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมุ่งให้นักเรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหา และการทำงานตามขั้นตอน หรือกระบวนการที่ครูยกตัวอย่าง ซึ่งนักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ได้ ส่วนหนึ่งเป็นผลมาจากการที่ครูไม่ได้ฝึกให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ให้มากพอ (ศักดิ์ศรี ปาณะกุล, นิรมล ศตวุฒิ และรวีวรรณ ศรีศรีรามครัน, 2556, หน้า 53) ดังนั้นจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการนำไปใช้ หรือทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องและมากพอ (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 68) ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจถึงกฎเกณฑ์ หลักการ หรือทฤษฎีต่าง ๆ สอดคล้องกับ พรพิมล พรพิรัชชณ์ (2550, หน้า 123) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงที่สำคัญ ๆ ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความเข้าใจอย่างมีความหมายและสร้างความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ อย่างชัดเจน

จากที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นกับนักเรียนนั้นจะต้องมีการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนฝึกกระบวนการคิดได้ด้วยตนเองโดยครูคอยแนะแนวทาง หรือสนับสนุนในการทำกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง นอกจากนี้นักเรียนจะต้องฝึกกระบวนการคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหามาให้ นักเรียนจะต้องคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาและตรวจสอบผล (สมเดช บุญประจักษ์, 2550, หน้า 64) สิ่งเหล่านี้จะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้จนพัฒนาไปเป็นทักษะ ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เนื่องจากเป็นรูปแบบการสอนที่อยู่บนพื้นฐานปรัชญาที่ว่า การเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีควรเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา การเรียนการสอนต้องเกิดจากการสร้างความรู้ของนักเรียน รวมทั้งให้ความสำคัญกับการคิดและการแก้ปัญหา

ด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ อย่างต่อเนื่อง โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่การแก้ปัญหา (เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2555, หน้า 71) โดยหลักการของการสอนแนะให้รู้คิด คือ การจัดการเรียนการสอนจะต้องเอื้อให้นักเรียน สร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ ต้องประเมินผลการเรียนทั้งความสามารถในการแก้ปัญหา และวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งครูต้องวิเคราะห์การคิดของนักเรียนด้วยการใช้คำถามที่ เหมาะสมรวมทั้งรับฟังเหตุผลของ นักเรียน (ทัศนัย กิรดิรัตน์, 2558, หน้า 98) โดยขั้นตอนในการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้มีทั้งหมด 4 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ชี้นำเสนอปัญหา เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหา ตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิม เพิ่มเติม 2) ขั้นวิเคราะห์ เป็นขั้นที่นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความ เข้าใจปัญหา และแนะแนวทางในการแก้ปัญหา จนสามารถแก้ปัญหานั้นได้ ซึ่งครูเปิดโอกาสให้ นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ 3) ชี้นำเสนอ แนวคิด เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอคำตอบหรือแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และ คำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา และ 4) ชี้นำอภิปราย คำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่แตกต่างกันจากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย (Carpenter et al, 1999, pp. 60-85; เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร, 2553, หน้า 7-8; ทัศนัย กิรดิรัตน์, 2558, หน้า 97) ซึ่งจะเห็นว่า การสอนแนะให้รู้คิด ไม่มุ่งเน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาเพียงอย่างเดียว แต่ยังส่งเสริมให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาบนพื้นฐานของความมีเหตุผล สอดคล้องกับงานวิจัยของ ภัทรอร อริชนพงศ์ (2558) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อย่างไรก็ตามสิ่งสำคัญที่จะช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ได้ดี ยิ่งขึ้นนั้น ครูจะต้องมีการจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้ทราบถึงแนวทางที่จะนำไปใช้ในการ แก้ปัญหา ซึ่งการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นกระบวนการสอนที่ครูใช้ในการช่วยให้นักเรียนเกิด การเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่างที่มีหลักการแนวคิด ที่ต้องการสอนให้แก่ นักเรียน มาให้นักเรียนศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถดึงหลักการแนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป กล่าวอย่างสั้นๆ ได้ว่า เป็นการสอนที่ให้นักเรียนสรุปหลักการจาก ตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง (ทิสนา เขมมณี, 2560, หน้า 340) ซึ่งจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย คือ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ฝึกการคิด วิเคราะห์ ได้ฝึกทักษะการสังเกต ทำให้เกิดการ

เรียนรู้จนสามารถสรุปหรือค้นพบหลักการกฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญหรือความจริงได้ด้วยตนเอง (สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2545, หน้า 15) โดยประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นวิธีสอนที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้ดี เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้นักเรียน ได้พัฒนาทักษะการสังเกต คิด วิเคราะห์ เปรียบเทียบ แล้วสามารถสรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล แล้วยังได้ตั้งเนื้อหาความรู้ และกระบวนการซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้เรื่องอื่นๆ ได้ (สำนักงาน ส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน, 2557, หน้า 120, สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2545, หน้า 18, ทิศนา แคมมณี, 2560, หน้า 342) สอดคล้องกับงานวิจัยของณัฐบุณย์ พิชญามชื่น (2558) พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงเกิดแนวคิดที่จะนำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเข้ามา ร่วมกับการสอนแนะให้รู้จักในสองขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหาของการสอนแนะให้รู้จัก โดยผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเข้ามาสอดแทรก เพื่อให้ นักเรียนทบทวนความรู้เดิม ก่อนเริ่มวิเคราะห์ปัญหา และขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ของการสอนแนะให้รู้จัก เป็นขั้นที่ครูให้ คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา และแนะแนวทางในการแก้ปัญหาจนสามารถแก้ปัญหา นั้นได้ โดยผู้วิจัยได้นำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเข้ามาสอดแทรก นั่นคือ ครูนำเสนอตัวอย่าง เพิ่มเติมให้มากพอ ให้นักเรียนได้ทำการสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะที่คล้ายคลึงของ องค์ประกอบ แยกแยะ ข้อแตกต่างมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่ครูนำเสนอ เพื่อให้ นักเรียนสามารถมองเห็นถึงแนวทางในการแก้ปัญหาต่อไป สอดคล้องกับ ทิศนา แคมมณี (2560, หน้า 342) ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นวิธีสอนที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้ดี และช่วยให้นักเรียน ได้พัฒนาทักษะการคิด วิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้รวมถึงนักเรียนได้ตั้งเนื้อหาความรู้ ได้แก่ หลักการ แนวคิดและกระบวนการคิด ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อพัฒนานักเรียนในด้านความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้เป็นไปตามเกณฑ์ และเพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงและพัฒนาการเรียนรู้อัตนศาสตร์ในอนาคต

วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานของงานวิจัย

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. ครูได้แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สามารถนำไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้

2. เป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. นักเรียนได้รับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตของการวิจัยไว้ ดังนี้

ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแสนสุข ตำบลแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ปีการศึกษา 2566 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 11 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียน 401 คน ซึ่งจัดแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 โรงเรียนแสนสุข ตำบลแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ปีการศึกษา 2566 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 37 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster random sampling)

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรอิสระ ได้แก่

การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบ

อุปนัย

ตัวแปรตาม ได้แก่

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม ซึ่งมีเนื้อหาย่อย ดังนี้

- มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม 6 ชั่วโมง
- คอร์ดของวงกลม 2 ชั่วโมง
- เส้นสัมผัสวงกลม 2 ชั่วโมง

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 10 ชั่วโมง โดยผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยตนเอง และทดสอบหลังเรียน 2 ชั่วโมง รวมใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง

นียมศัพท์เฉพาะ

1. การสอนแนะให้รู้คิด หมายถึง การเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ยึดหลักการเรียนรู้จากความคิดความเข้าใจของนักเรียน โดยให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหา ซึ่งจะเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูผู้สอนคอยสนับสนุนและแนะแนวทางให้นักเรียนอย่างต่อเนื่อง ซึ่งมีขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้คิด ดังนี้

1. ช้่นนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยากครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม

2. ช้่นวิเคราะห์ นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา และแนะแนวทางในการแก้ปัญหา จนสามารถแก้ปัญหานั้นได้ ซึ่งครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ

3. ช้่นนำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

4. ช้่นอภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่แตกต่างกันจากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย

2. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยครูผู้สอนจะสอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ หรือมีการยกตัวอย่าง เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ และแนวคิดแฝงอยู่ ให้นักเรียนได้สังเกต เปรียบเทียบ หรือวิเคราะห์ จนสามารถหาข้อสรุปต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งมีขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. ช้่นเตรียม ครูกำหนดจุดประสงค์ของการเรียน และจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน และทบทวนความรู้เดิม

2. ช้่นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่าง ข้อมูล ให้แก่นักเรียน ซึ่งการเสนอตัวอย่างควรเสนอตัวอย่างให้มากที่สุด ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบ ลักษณะร่วมของตัวอย่าง จนนำไปสู่ข้อสรุป หลักการ นียม หรือสูตร ต่าง ๆ

3. ช้่นเปรียบเทียบ นักเรียนสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะ หรือที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะ ข้อแตกต่างและมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่หลากหลาย

4. ขั้นสรุป นักเรียนนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ

5. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ ไปใช้ในปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่

3. การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยให้ความสำคัญกับการคิดการแก้ปัญหา ซึ่งช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่ยึดหลักการเรียนรู้จากความคิดความเข้าใจของนักเรียน และจะเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง จากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ โดยมีการยกตัวอย่าง เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ และแนวคิดแฝงอยู่ ให้นักเรียน ได้สังเกต เปรียบเทียบ หรือวิเคราะห์ จนสามารถหาข้อสรุปต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งนำข้อสรุปที่ได้มาในการแก้ปัญหาที่ครูกำหนด พร้อมให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยมีครูผู้สอนคอยสนับสนุนและแนะแนวทางให้นักเรียนอย่างต่อเนื่อง ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1. ขั้นนำเสนอปัญหา ครูกำหนดวัตถุประสงค์ของการเรียน โดยมีการนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม พร้อมจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน หรือมีการทบทวนความรู้เดิมให้แก่นักเรียน

2. ขั้นวิเคราะห์ ครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา จากนั้นครูนำเสนอตัวอย่างให้มากพอ เพื่อให้นักเรียนทำการสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะข้อแตกต่างและมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่ครูนำเสนอ จากนั้นให้นักเรียนนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ

3. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูจะแนะแนวทางในการแก้ปัญหาให้นักเรียน จนสามารถแก้ปัญหานั้นได้ อีกทั้งยังเปิด โอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่

4. ชื่อนำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้ และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

5. ชั้นอภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่ แตกต่างกันจากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถาม นำให้เกิดการอภิปราย

4. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยใช้กระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาศัยการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง ซึ่งความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์วัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบอัตนัย และมีกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนบอกได้ว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนนำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ โดยแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และมีการสรุปคำตอบ

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นที่นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่า ผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ให้มาหรือไม่

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิด หรือแสดงเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดที่สมเหตุสมผล โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสนับสนุน ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นแบบอัตนัย

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนขั้นต่ำที่จะยอมรับได้หลังจากนักเรียน ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย โดยนักเรียนมีความสามารถ

ในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ขึ้นไป ซึ่งเป็นเกณฑ์ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยเกณฑ์อยู่ในระดับดีขึ้นไป

กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย โดยนำขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมาช่วยส่งเสริมในบางขั้นตอนของการสอนแนะให้รู้จัก ซึ่งจะช่วยให้ให้นักเรียนได้ทำการสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบลักษณะที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะ ข้อแตกต่างมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาต่อไป ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพ ที่ 1

<p>การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย (Eggen et al., 1979, pp. 131-138; สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน, 2557, หน้า 120; สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2545, หน้า 16-17; ชนบท ศรีสุวรรณ์, 2542, หน้า 70)</p>
<p>1. ขั้นเตรียม ครูกำหนดจุดประสงค์ของการเรียน และจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน และทบทวนความรู้เดิม</p>
<p>2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่าง ข้อมูล ให้แก่นักเรียน ซึ่งการเสนอตัวอย่างการเสนอตัวอย่างให้มากพอ ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบลักษณะร่วมของตัวอย่าง จนนำไปสู่สรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ</p>
<p>3. ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะหรือที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะ ข้อแตกต่างและมองหาลักษณะสัมพันธ์จากตัวอย่างที่หลากหลาย</p>
<p>4. ขั้นสรุป นักเรียนนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ</p>
<p>5. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ ไปใช้ในปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่</p>

<p>กระบวนการสอนแบบให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย</p>
<p>1. ขั้นนำเสนอปัญหา ครูกำหนดจุดประสงค์ของการเรียน โดยมีการนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม หรือจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน หรือมีการทบทวนความรู้เดิมให้แก่ นักเรียน</p>
<p>2. ขั้นวิเคราะห์ ครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา จากนั้นครูนำเสนอตัวอย่างให้มากพอ เพื่อให้นักเรียนทำการสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะข้อแตกต่างและมองหาลักษณะสัมพันธ์จากตัวอย่างที่ครูนำเสนอ จากนั้น ให้นักเรียนนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ</p>
<p>3. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูจะแนะแนวทางในการแก้ปัญหาให้นักเรียน จนสามารถแก้ปัญหาได้ อีกรั้งยังเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่</p>
<p>4. ขั้นนำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจ ใช้คำถามเพื่อ ให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา</p>
<p>5. ข้ออภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่แตกต่างกัน จากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถามนำให้เกิดการอภิปราย</p>

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

<p>การสอนแบบให้รู้คิด (CGI) (Cuppenier et al., 1999, pp. 60-85; เวชฎาทย์ อังเกษภัทรขจร, 2552-2553, หน้า 7-8; ทักษิณี ภิริขิตินนะ, 2558, หน้า 99)</p>
<p>1. ขั้นนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม</p>
<p>2. ขั้นวิเคราะห์ ครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา และแนะแนวทางในการแก้ปัญหา จนสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ</p>
<p>3. ขั้นนำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจ ใช้คำถามเพื่อ ให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา</p>
<p>4. ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่แตกต่างกัน จากการศึกษา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถามนำให้เกิดการอภิปราย</p>

ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอลำดับหัวข้อต่อไปนี้

1. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.1 คุณภาพนักเรียน

1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.3 หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนแสนสุข

1.4 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. การสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

2.1 ความหมายของการสอนแนะให้รู้คิด

2.2 หลักการของการสอนแนะให้รู้คิด

2.3 ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้คิด

2.4 บทบาทของผู้สอนการแนะให้รู้คิด

3. การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

3.1 ความหมายการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

3.2 จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

3.3 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

3.4 ประโยชน์การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

4. การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.3 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.4 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.5 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.6 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 5.7 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.8 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 5.9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 6. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.2 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.3 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.4 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.5 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.6 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 6.7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 7.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

กระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยมีรายละเอียดของคุณภาพนักเรียนสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

คุณภาพนักเรียน

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดคุณภาพนักเรียนเมื่อจบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 5)

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหามในชีวิตจริง
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหามในชีวิตจริง
5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม สมการกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
6. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหามในชีวิตจริง
7. มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือ โปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่น ๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิตตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหามในชีวิตจริง
8. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติ และรูปเรขาคณิตสามมิติ
9. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหามในชีวิตจริง
10. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ รูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหามในชีวิตจริง
11. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิต และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหามในชีวิตจริง
12. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหามในชีวิตจริง
13. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
14. มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลและแปลความหมายข้อมูล ที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่อง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในการชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

15. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้เน้นคุณภาพนักเรียนในด้านการใช้ความรู้เกี่ยวกับ เรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และนำทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ 2560, หน้า 2)

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ พังกัซัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่า ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ทั้งหมด 3 สาระ 7 มาตรฐาน ซึ่งการวิจัยนี้มุ่งเน้นการพัฒนาการเรียนในสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์

ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้ ซึ่งมีตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ที่สอดคล้อง กับ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้	เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์	- วงกลม คอร์ด และเส้นสัมผัส - ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนแสนสุข

หลักสูตรโรงเรียนแสนสุข ได้รับความร่วมมือจากบุคลากรภายในสถานศึกษาและคณะกรรมการสถานศึกษาขั้นพื้นฐาน ซึ่งครอบคลุมภาระงานการจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานทุกด้านของสถานศึกษา เพื่อตอบสนองแนวนโยบายดังกล่าวเพื่อให้ทันต่อการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นให้นักเรียนมีคุณภาพตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560)

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จัดเป็น 3 สาระ ได้แก่

1. จำนวนและพีชคณิต
2. การวัดและเรขาคณิต
3. สถิติและความน่าจะเป็น

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม จัดเป็น 4 สาระ ได้แก่

1. จำนวนและพีชคณิต
2. การวัดและเรขาคณิต
3. สถิติและความน่าจะเป็น
4. แคลคูลัส

คำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 6 (ค23102)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2

จำนวนเวลา 80 ชั่วโมง

จำนวน 2.0 หน่วยกิต

ศึกษาเรื่องแก้ปัญหา อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้ปัญหา วงกลม คอร์ด และเส้นสัมผัส ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม เหตุการณ์จากการทดลองสุ่ม ความน่าจะเป็นการนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตจริง ข้อมูลและการวิเคราะห์ข้อมูล แผนภาพกล่อง การแปลความหมายผลลัพธ์ การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันการนำความรู้เกี่ยวกับความคล้ายไปใช้ในการแก้ปัญหา อัตราส่วนตรีโกณมิติ การนำค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา ไปใช้ในการแก้ปัญหา

โดยใช้กระบวนการศึกษาฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์

เพื่อให้เกิดความรู้ความคิด ความเข้าใจ สามารถสื่อสารสิ่งที่เรียนรู้ นำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน จนก่อให้เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง มีความซื่อสัตย์สุจริต วินัย ใฝ่เรียนรู้ มีความมุ่งมั่นในการทำงาน อยู่อย่างพอเพียง รักสิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะ เท้าทันเทคโนโลยีในศตวรรษที่ 21 และเท้าทันโรคอุบัติใหม่

รหัสตัวชี้วัด

ค 1.3 ม.3/1

ค 2.2 ม.3/1 ม.3/2 ม.3/3

ค 3.1 ม.3/1

ค 3.2 ม.3/2

รวมทั้งหมด 6 ตัวชี้วัด

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้ให้รายละเอียดเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 3)

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง
2. การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน
3. การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง
4. การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ
5. การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่จำเป็นและต้องพัฒนาให้กับนักเรียน ประกอบด้วย 5 ความสามารถ ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยง ความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ ซึ่งการวิจัยนี้มุ่งเน้นการพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่า ทักษะและกระบวนการนี้สอดคล้องกับตัวชี้วัดและสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ เรื่องวงกลม ที่ผู้วิจัยต้องการพัฒนา

การสอนแนะให้รู้จัก (CGI)

ความหมายของการสอนแนะให้รู้จัก

มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการสอนแนะให้รู้จัก ไว้ดังนี้

Carpenter et al. (2000, p. 1) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้จัก เป็นการสอนที่ช่วยพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งขึ้นอยู่กับความรู้และความเชื่อของครูที่นำมาออกแบบวิธีการสอนและการฝึกฝนของนักเรียน ตลอดจนการตัดสินใจและสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยเริ่มจากสถานการณ์ที่ครูสร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหา แล้วจึงสะท้อนความคิดของแต่ละคนออกมาเพื่อแลกเปลี่ยนความคิดร่วมกันจนได้ข้อสรุป

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 71) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้จัก เป็นรูปแบบการสอนซึ่งพัฒนาโดยคาร์เพนเทอร์และคณะในปี ค.ศ. 1980 โดยอยู่บนพื้นฐานปรัชญาที่ว่า การเรียนคณิตศาสตร์ที่ดีควรเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา การเรียนการสอนต้องเกิดจากการสร้างความรู้ของนักเรียน รวมทั้งให้ความสำคัญกับการคิดและการแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง โดยมีครูเป็นผู้สนับสนุนและเอื้ออำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยใช้กระบวนการต่าง ๆ ที่นำไปสู่การแก้ปัญหา และเป็นการเรียนรู้ที่มีการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม มีโอกาสนำเสนอความคิดของตนเอง ร่วมกันอภิปรายก่อให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้เดิมของนักเรียนให้สัมพันธ์ และสอดคล้องกับกระบวนการเรียนรู้ที่จะเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง

ทัศนัย กิรีดิรัตน์ (2558, หน้า 97) กล่าวว่า การสอนแนะให้รู้จัก เป็นการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนที่ยึดหลักการเรียนรู้จากความคิดความเข้าใจของนักเรียนที่มีอยู่มิใช่การถ่ายทอดความรู้จากครู เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้คอยให้ความช่วยเหลือแนะแนวทางให้นักเรียนคิดอย่างต่อเนื่อง

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า การสอนแนะให้รู้จัก หมายถึง การเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ยึดหลักการเรียนรู้จากความคิดความเข้าใจของนักเรียน โดยให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหา ซึ่งจะเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยมีครูผู้สอนคอยสนับสนุนและแนะแนวทางให้นักเรียนอย่างต่อเนื่อง

หลักการของการสอนแนะให้รู้จัก (CGI)

มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้หลักการของการสอนแนะให้รู้จัก ไว้ดังนี้

Carpenter et al. (2000, p.1) กล่าวว่า หลักการของการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มีดังนี้

1. ครูควรจัดการเรียนการสอนให้เป็นการพัฒนาความเข้าใจ และการคิดของนักเรียน

2. การจัดการเรียนการสอนของครูมีอิทธิพลต่อการพัฒนาความเข้าใจ และการคิด
ของนักเรียน

3. ความรู้และความเชื่อของครูมีผลต่อการจัดการเรียนการสอน

4. ความรู้และความเชื่อของครูในการจัดการเรียนการสอนมาจากการทำความเข้าใจ
การคิดของนักเรียน

เวททิธี อังคนะภัทรขจร(2555, หน้า 3) ได้กล่าวถึง หลักการของการสอนแนะให้รู้คิด
ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน โดยเน้นที่ความสำคัญ
ระหว่างทักษะและการแก้ปัญหา ใช้การแก้ปัญหาเป็นศูนย์กลางของการเรียนการสอน

2. การจัดการเรียนการสอนควรจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรม ได้สร้าง
ความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ

3. นักเรียนควรสามารถเชื่อมโยงปัญหา มโนทัศน์หรือทักษะ กับความรู้เดิมที่มีอยู่

4. การจัดการเรียนการสอนต้องอยู่บนพื้นฐานของความรู้และความคิดของนักเรียน จึง
ต้องมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยไม่ได้ประเมินเพียงว่านักเรียนแก้ปัญหาที่นั้น ๆ ได้ แต่ประเมิน
ด้วยว่านักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร วิธีการประเมินการคิดของนักเรียนที่ได้ผลก็คือ การถาม
คำถามที่เหมาะสมและฟังคำตอบของนักเรียน

ทศนัย กิรติรัตนะ (2558, หน้า 98) ได้กล่าวถึง หลักการของการสอนแนะให้รู้คิด ดังนี้

1. การจัดการเรียนการสอนจะต้องเหมาะสมและสอดคล้องกับความต้องการของนักเรียน
แต่ละคนซึ่งเป็นหลักการที่สำคัญที่สุด

2. การเรียนรู้เกี่ยวกับปัญหา มโนทัศน์และทักษะต่างๆจะต้องมีความหมายหรือมี
ความสำคัญต่อนักเรียนให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้ที่มีอยู่เดิมได้

3. การจัดการเรียนการสอนจะต้องเอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ

4. ต้องมีการประเมินผลการเรียนอยู่ประจำอย่างต่อเนื่องเนื่องจากนักเรียนแต่ละคนเรียนรู้
ไปตามพื้นฐานความรู้ของตนและต้องประเมินผลการเรียนทั้งความสามารถในการแก้ปัญหาและ
วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งครูต้องวิเคราะห์การคิดของนักเรียนด้วยการใช้คำถามที่เหมาะสม
รวมทั้งรับฟังเหตุผลของนักเรียน

5. ครูต้องใช้ความรู้ที่ได้จากการประเมินนักเรียนไปใช้ในการวางแผนและดำเนินการ
สอนครั้งต่อไป

6. การจัดการเรียนการสอนต้องเน้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนเพื่อค้นหาแนวคิด
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

7. ครูต้องนำสิ่งที่ค้นพบได้มาปรับแต่งความรู้เดิมของครู

จากหลักการของการสอนแนะให้รู้คิด สามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนการสอนควรพัฒนา ความเข้าใจของนักเรียน โดยให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหา ควรมีการจัดสถานการณ์ให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา และสามารถสร้างความรู้ด้วยตนเองด้วยความเข้าใจ การจัดการเรียนการสอนจะต้องเน้นปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียนเพื่อค้นหาแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีการประเมินอย่างสม่ำเสมอ โดยประเมินว่า นักเรียนมีวิธีแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งครูต้องวิเคราะห์การคิดของนักเรียนด้วยการใช้คำถามที่เหมาะสมรวมทั้งรับฟังเหตุผลของนักเรียน

บทบาทของผู้สอนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้เสนอถึงบทบาทของผู้สอนการสอนแนะให้รู้คิด ไว้ดังนี้ เวทฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร (2553, หน้า 5) ได้กล่าวถึง บทบาทของผู้สอนของการสอนแนะให้รู้คิด ดังนี้

1. ผู้สอนควรใช้คำถามหรือการชี้แนะในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมแล้วไม่สามารถแก้ปัญหาได้
2. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้นและมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของนักเรียนแต่ละคน
3. ผู้สอนควรเตรียมสื่อวัสดุอุปกรณ์ต่างๆที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน
4. ผู้สอนควรสร้างบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้สึกดีในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถสื่อสารแนวคิดและเหตุผลได้หลากหลาย ไม่ว่าจะเป็นการพูดการเขียน หรือการวาดภาพ ซึ่งเป็นแนวทางที่ให้นักเรียนเข้าใจตนเองว่ากำลังคิดอะไรและทำอะไร รวมทั้งครูก็สามารถประเมินความคิดและเหตุผลของนักเรียนได้ด้วย
5. ผู้สอนควรนำเสนอปัญหาสถานการณ์หรือกิจกรรมที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเหมาะสมกับนักเรียนทุกคนและสามารถพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้
6. ผู้สอนควรจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองแทนที่เป็นแต่ผู้ถ่ายทอดความรู้
7. ผู้สอนควรส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มและมีการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่นส่งเสริมนักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในชั้นเรียน
8. ผู้สอนควรเวลาที่เหมาะสมแก่นักเรียนในการแก้ปัญหาต่างๆ

9. ผู้สอนไม่ควรเตรียมแนวทางการสอนที่ชัดเจนตายตัวหรือใช้สื่ออุปกรณ์การเรียนการสอนที่เฉพาะเจาะจง แต่ครูควรเตรียมการสอนอย่างกว้าง ๆ และปรับกิจกรรมการเรียนการสอนตามความต้องการหรือแนวความคิดของนักเรียน

ทัศนัย กิรติรัตนะ (2558, หน้า 100-101) ได้กล่าวถึง บทบาทของผู้สอนของการสอนแนะให้รู้จัก ดังนี้

1. ครูผู้มีทักษะการสอน ครูจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจรูปแบบการสอน CGI ให้ถ่องแท้ต้องฝึกฝนทักษะต่าง ๆ ที่ใช้ในการสอน โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการใช้คำถาม
2. ครูผู้รอบรู้ เพื่อใช้ความรู้เกี่ยวกับประเภทของปัญหาและกลวิธีการแก้ปัญหาแต่ละประเภทในการตัดสินใจจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งจะทำให้ครูรู้ว่านักเรียนแต่ละคนเข้าใจหรือไม่มากน้อยเพียงไร และสมควรให้ความช่วยเหลือนักเรียนได้อย่างไรที่จะทำให้เขามีความชัดเจนขึ้น
3. ครูผู้ปรับเปลี่ยนกระบวนทัศน์ จากการที่ครูเป็นผู้สอนมาเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง จากการให้นักเรียนคิดเฉพาะช่วงคำนวณตัวเลข ให้นักเรียนได้แก้ปัญหาครบทุกขั้นตอน จากการให้นักเรียนแก้ปัญหาด้วยวิธีเดียวกันตามที่ครูบอก มาให้นักเรียนแก้ปัญหาตามวิธีการของตนเอง
4. ครูผู้เฝ้าชีวิตประจำวัน ในการเตรียมโจทย์ปัญหาให้แก่นักเรียนครูควรนำชื่อคนหรือชื่อสถานที่ที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเป็นชื่อในท้องถิ่น และเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวันของนักเรียน
5. ครูผู้มีความเชื่อมั่นนักเรียน ซึ่งครูควรจะรู้ว่าในบางครั้งนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองโดยไม่ต้องมีการชี้แนะ เพราะโดยธรรมชาตินักเรียนได้อยู่ในสถานการณ์ที่ต้องแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลาบางที่นักเรียนอาจมีวิธีคิดที่ครูคาดไม่ถึง
6. ครูผู้หมั่นเพียรและผู้เอื้อ ครูต้องจัดเตรียมสื่อวัสดุและอุปกรณ์ไว้ให้พร้อมคอยให้บริการแก่นักเรียนอย่างไม่ขาดตกบกพร่องรวมทั้งจะต้องจัดเตรียมโจทย์ปัญหาให้เหมาะสมและเพียงพอแก่นักเรียนเรียงลำดับตามความยากง่าย
7. ครูผู้มีความยืดหยุ่นเตรียมการสอนและอุปกรณ์อย่างกว้าง ๆ สามารถปรับเปลี่ยนกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างเหมาะสมตามความต้องการและวิธีการคิดของนักเรียน
8. ครูผู้คอยกระตุ้นด้วยการใช้คำถามหรือให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้หรือเมื่อเห็นว่านักเรียนเบื่อหน่ายการเรียน
9. ครูผู้จุดประกายเริ่มต้นไม่ลืมที่จะสอนหรืออธิบายคำมโนทัศน์หรือสิ่งใหม่ ๆ แก่นักเรียน

10. ครูผู้ไม่เร่งรัดให้นักเรียนแก้ปัญหาในปริมาณที่ไม่มากนักและเฉพาะที่นักเรียนคุ้นเคย ให้เวลาเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหา

11. ครูผู้ถนัดสร้างบรรยากาศการเรียนการสอนให้เป็นอย่างอื่น ให้นักเรียนรู้สึกสบายใจในการแสดงออกหรือแสดงความคิดเห็นในรูปแบบหลากหลายคำถามในประเด็นที่ตนสงสัยและยอมรับฟังคำแนะนำของครูโดยไม่คัดค้าน

12. ครูผู้ให้โอกาสแก่นักเรียนได้พูดหรือเขียนว่าเขาแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นสิ่งชี้ให้เห็นว่าเขาเข้าใจและเข้าใจ

13. ครูผู้ใส่ใจและสร้างแรงจูงใจ นักเรียนจะประสบความสำเร็จเมื่อผู้สอนใส่ใจและจูงใจให้นักเรียนได้กระทำในสิ่งที่ท้าทายความสามารถและผลักดันให้ก้าวไปสู่จุดหมาย

14. ครูผู้วางไวกันสับสน ครูต้องจัดบริบทการเรียนการสอนให้เพียงพอต่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

15. ครูผู้อดทน ครูต้องอดทนฟังการนำเสนอผลการคิดของนักเรียนเปิดใจกว้างยอมรับฟังความคิดเห็นและคอยโน้มน้าวชักจูงหากนักเรียนมีวิธีคิดที่ไม่ตรงกับหลักการทางคณิตศาสตร์

16. ครูผู้สรรค์สร้างให้นักเรียนได้เผชิญกับการสร้างโจทย์ปัญหาด้วยตนเองจากสิ่งแวดล้อมและชีวิตประจำวัน

17. ครูผู้กระตือรือร้นทำความเข้าใจกับแนวความคิดของนักเรียนตลอดเวลาด้วยการประเมินนักเรียนทั้งการสังเกตและการทดสอบด้วยคำถาม และนำสิ่งที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอนรวมทั้งพัฒนาทักษะการประเมินของตนเองการสอนแบบการสอนแนะให้รู้จักในประเทศไทย

จากบทบาทของผู้สอนในการสอนแนะให้รู้จัก สามารถสรุปได้ว่า

1. ครูจะต้องศึกษาและทำความเข้าใจรูปแบบการสอนแนะให้รู้จัก และต้องฝึกฝนทักษะต่าง ๆ ที่ใช้ในการสอน โดยเฉพาะทักษะการใช้คำถาม ซึ่งควรใช้คำถามในขณะที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้แก่นักเรียน

2. ครูควรมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องในการทำความเข้าใจถึงความคิดของนักเรียน ด้วยการประเมินนักเรียน ทั้งการสังเกตและการทดสอบด้วยคำถาม และนำสิ่งที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอนรวมทั้งพัฒนาทักษะการประเมินของตนเอง

3. ครูควรสร้างบรรยากาศส่งเสริมในการเรียนที่ให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง และมีการกระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ได้มีการลงมือแก้ปัญหาด้วยตนเองครบทุกขั้นตอน สามารถแสดงแนวคิด หรือเหตุผลได้ ไม่ว่าเป็นการพูด การเขียน หรือการวาดภาพ

4. ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กันในห้องเรียน โดยการอภิปรายแนวคิดของตนเองกับผู้อื่น โดยมีการพูดหรือเขียนว่านักเรียนแก้ปัญหาอย่างไร ซึ่งเป็นสิ่งชี้ให้เห็นว่านักเรียนรู้และเข้าใจ ซึ่งครูควรมีสื่ออุปกรณ์ที่เอื้ออำนวยต่อการแก้ปัญหา

5. ครูต้องยอมรับฟังความคิดเห็น และคอยโน้มน้าวชักจูงหากนักเรียนมีวิธีคิดที่ไม่ตรงกับหลักการทางคณิตศาสตร์ และให้เวลาเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำบทบาทของผู้สอนการสอนแนะให้รู้จัก ไปใช้ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นตอนของการสอนแนะให้รู้จัก

มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้เสนอถึงขั้นตอนของการสอนแนะให้รู้จัก ไว้ดังนี้ Carpenter et al. (1999, pp. 60-85) ได้อธิบายถึงขั้นตอนที่สำคัญ 4 ขั้นตอนในกระบวนการจัดการเรียนรู้ของชั้นเรียน CGI ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา (Poses the problems) ขั้นแรกของกิจกรรมในชั้นเรียน CGI นั้นครูจะนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากหรืออุปสรรคในการแก้ปัญหาครูควรมีปัญหาที่คล้ายกันให้นักเรียนอีกครั้งหนึ่ง หรือใช้วิธีการแนะแนวทางสำหรับการแก้ปัญหาแก่นักเรียนเพิ่มเติมในการเลือกปัญหา ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจและควรเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ปัญหาที่ครูเลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา (Solve the problems) ในขั้นที่ 2 หลังจากครูนำเสนอปัญหาแก่นักเรียนแล้วครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้และช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้น ๆ ได้แล้วครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหานอกจากนี้สิ่งสำคัญของชั้นเรียน CGI คือในระหว่างนักเรียนแก้ปัญหาครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่ออุปกรณ์หรือเครื่องมือต่างๆที่นักเรียนต้องการ

ขั้นที่ 3 ขั้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา (Report the solutions and strategies) ในขั้นที่ 3 หลังจากครูนำเสนอปัญหาและให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้วครูจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมแสดงผลเพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในห้องเรียนและในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

ขั้นที่ 4 ขั้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา (Discuss the solutions and strategies) ในขั้นตอนสุดท้ายของชั้นเรียน CGI คือการอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหานักเรียนในชั้นนี้ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบวิธีการและเหตุผลของตนแล้วนักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างโดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม

เวททิธี อังคะภัทรขจร (2553, หน้า 7-8) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มี 4 ขั้นตอนดังนี้

1. ครูนำเสนอปัญหาตามจุดประสงค์หรือความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหาครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายปัญหาที่เลือกมาควรมีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

2. ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหา และเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ครูควรให้เวลานักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้ และช่วยแนะนำจนครูมีความแน่ใจว่า นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหานั้นๆ ได้ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ระหว่างนักเรียนแก้ปัญหาครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับ สื่ออุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่าง ๆ ที่นักเรียนต้องการ

3. นักเรียนรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา หลังจากที่ครูนำเสนอปัญหาและให้เวลานักเรียนแก้ปัญหาแล้ว ครูจึงเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคลถึงวิธีการที่พวกเขาใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผล เพื่อนำเสนอต่อนักเรียนในชั้นเรียน และในระหว่างที่นักเรียน รายงานคำตอบนั้น ครูอาจจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

4. ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่เลือกใช้ หลังจากที่นักเรียนรายงานคำตอบ วิธีการและเหตุผลของตนเองแล้ว นักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่าง โดยครูเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยใช้คำถาม และครูควรเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

ทัศนัย กิรดิรัตน์ (2558, หน้า 97) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ช้่นนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ ซึ่งควรเป็นปัญหาที่นักเรียนสนใจสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย มีเนื้อหาที่นักเรียนคุ้นเคย หรือเป็นสิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวันหากนักเรียนยังไม่เข้าใจในการแก้ปัญหาให้ครูนำเสนออีกปัญหาหนึ่งที่คล้ายกับปัญหาเดิม

2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและข้อมูลที่เกี่ยวข้อง ครูแนะแนวทางในการแก้ปัญหาโดยเชื่อมโยงปัญหาที่ครูกำหนดให้ไปสู่ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์เกี่ยวกับปัญหานั้นมาแล้ว ครูให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาพร้อมกับการชี้แนะของครูจนแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจ และสามารถแก้ปัญหานั้นได้ครูจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้โดยให้นักเรียนฝึกด้วยตนเองจากสื่ออุปกรณ์หรือเครื่องมือต่างๆที่ครูจัดเตรียมไว้ให้พร้อมเพียง

3. ขั้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ครูให้นักเรียนบางคนนำเสนอผลการแก้ปัญหา โดยรายงานวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผลและคำตอบที่หาได้และในระหว่างที่นักเรียนนำเสนอ นั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมาหรือช่วยให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนชัดเจนยิ่งขึ้น

4. ขั้นบูรณาการแนวคิดและเชื่อมโยงสู่ชีวิตประจำวัน ครูให้นักเรียนทั้งชั้นร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แต่ละคนใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งเหมือนกันบ้างและแตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปรายโดยใช้คำถามและครูเชื่อมการอภิปรายโดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการสอนแนะให้รู้จักที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้แสดงการสังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เป็น 4 ขั้นตอน ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI)

Carpenter et al. (1999, pp. 60-85)	เวทียุทธศาสตร์องค์การจรรยาบรรณ (2553, หน้า 7-8)	ทัศนียภาพที่รับรู้ (2558, หน้า 97)	ผู้วิจัย
<p>1. ขั้นนำเสนอปัญหา ครูจะนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์และความหมายที่ตั้งไว้ ถ้าปัญหาที่นำมาเสนอไม่น่าสนใจสำหรับนักเรียน ผู้สอนจะต้องนำเสนอปัญหาที่ง่ายและมีคุณค่าคล้ายคลึงกันให้นักเรียนเพิ่มเติม โดยปัญหาที่นำมาเสนอจะต้องเป็นปัญหาที่อยู่ในบริบทที่นักเรียนคุ้นเคย</p>	<p>1. ครูนำเสนอปัญหาตามจุดประสงค์หรือความมุ่งหมายที่ตั้งไว้ ถ้านักเรียนมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ครูควรมีการให้ปัญหาที่คล้ายกันกับนักเรียนอีกครั้งหนึ่ง ในการเลือกปัญหาควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และที่ให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายปัญหาที่เลือกควรมีความสัมพันธ์กับบริบทในชีวิตจริงของนักเรียน</p>	<p>1. นำเสนอปัญหา ในขั้นนี้หลังจากที่ครูแจ้งวัตถุประสงค์การเรียนรู้แล้ว ครูนำเสนอปัญหาที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ ซึ่งควรเป็นปัญหาที่นักเรียนสนใจ สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย มีเนื้อหาที่นักเรียนเคยหรือเป็นสิ่งที่อยู่ในชีวิตประจำวันของนักเรียน หากครูสังเกตเห็นว่านักเรียนหลังจากอธิบายไปหนึ่งปัญหาแล้วนักเรียนยังไม่เข้าใจหรือรู้สึกมีความยุ่งยากในการแก้ปัญหา ให้ครูนำเสนออีกปัญหาหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม</p>	<p>1. ขั้นนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม</p>
<p>2. ขั้นวิเคราะห์ข้อมูลและแก้ปัญหา ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจ ในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ครูต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับเครื่องมือต่างๆที่นักเรียนต้องการ</p>	<p>2. ครูช่วยแนะให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาและเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา ในขั้นตอนนี้ ครูควรใช้เวลาให้นักเรียนเพื่อทำความเข้าใจในปัญหาที่ให้ และช่วยเหลือแนะนำจนครูมีความมั่นใจว่านักเรียนมีความเข้าใจ และสามารถแก้ปัญหาต่างๆได้ ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหา นอกจากนั้นครูควรให้นักเรียนมีอิสระที่ต้องอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่ออุปกรณ์ หรือเครื่องมือต่างๆ ที่นักเรียนต้องการ</p>	<p>2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับครูแนะแนวทางในการแก้ปัญหา โดยเชื่อมโยงปัญหาที่ครูกำหนดให้ ไปสู่ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยหรือเคยมีประสบการณ์เกี่ยวกับปัญหานั้นมาแล้ว ครูให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาพร้อมกับการชี้แนะของครู จนแน่ใจว่านักเรียนเกิดความเข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้ ครูจึงเปิดโอกาสให้นักเรียนมีอิสระในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริงได้โดยให้นักเรียนฝึกด้วยตนเองจากสื่ออุปกรณ์หรือเครื่องมือต่างๆที่ครูจัดเตรียมไว้ให้ได้อย่างพร้อมเพียง</p>	<p>2. ขั้นวิเคราะห์ นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจ ปัญหา และแนะแนวทางในการแก้ปัญหา จนสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ ต่าง ๆ</p>

ตารางที่ 2 (ต่อ)

Carpenter et al. (1999, pp. 60-85)	เวชทุทธิ อังกะภักทรจกร (2553, หน้า 7-8)	ทัศนัย กิริติรัตนะ (2558, หน้า 97)	ผู้วิจัย
<p>3. ขึ้นรายงานคำตอบและวิธีการแก้ปัญหา ครูจะเลือกถามนักเรียนเป็นรายบุคคล ถึงวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมแสดงเหตุผลเพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและในระหว่างที่นักเรียนรายงานคำตอบนั้นครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา</p> <p>4. ขึ้นอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้หลังจากเหตุผลของตนแล้วนักเรียนทั้งชั้นช่วยกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แตกต่างโดยครูจะเป็นผู้นำให้เกิดการอภิปรายโดยครูจะใช้คำถาม</p>	<p>3. นักเรียนนำเสนอคำตอบพร้อมทั้งเหตุผลที่ใช้ จากนั้นครูและนักเรียนซึ่งร่วมกันถามให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็นหรือเหตุผลที่ใช้เพื่อให้เกิดการแสดงเหตุผลที่ครอบคลุมและสมบูรณ์ที่สุด</p> <p>4. นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อบูรณาการคำตอบแนวคิดและเหตุผลที่ใช้จากการนำเสนอของนักเรียนแต่ละกลุ่มย่อย โดยครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปรายและสรุปเป็นประเด็นให้ชัดเจนยิ่งขึ้น</p>	<p>3. ขึ้นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ครูให้นักเรียนบางคนนำเสนอผลการแก้ปัญหา โดยรายงานวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาพร้อมเหตุผลและคำตอบที่หาได้และในระหว่างที่นักเรียนนำเสนออาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมาหรือช่วยให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองยิ่งขึ้น</p> <p>4. ขึ้นบูรณาการแนวคิดและเชื่อมโยงสู่ชีวิตประจำวัน ครูให้นักเรียนซึ่งร่วมกันอภิปรายถึงคำตอบและวิธีการที่แต่ละคนใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งเหมือนกันบ้างและแตกต่างกัน โดยครูเป็นผู้นำการอภิปราย โดยถามคำถามที่อยู่บนพื้นฐานของสิ่งที่นักเรียนตอบ</p>	<p>3. ขึ้นนำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอคำตอบหรือแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา</p> <p>4. ขึ้นอภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและแนวคิดที่ได้ที่แตกต่างกันจากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย</p>

จากตารางที่ 2 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักคิด ของ Carpenter et al. (1999, pp. 60-85), เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2553, หน้า 7-8) และ ทศนัย กীরติรัตนะ (2558, หน้า 97) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน มีรายละเอียด ดังนี้

1. ชื่อนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม
2. ชื่อนวิเคราะห์ นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา และแนะแนวทางในการแก้ปัญหา จนสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ
3. ชื่อนำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอคำตอบหรือแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา
4. ชื่อนอภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่แตกต่างกันจากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย

โดยผู้วิจัยจะนำขั้นตอนที่สังเคราะห์ของการสอนแนะให้รู้จักคิดทั้ง 4 ขั้นตอน มาสังเคราะห์ร่วมกับขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย (Inductive Method)

ความหมายการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

Sidhu (1981, อ้างถึงใน สิธมาภรณ์ แทนศิลา, 2558, หน้า 20) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการสอนที่เป็นการมองจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม และจากตัวอย่างไปสู่กฎเกณฑ์ทั่ว ๆ ไป เป็นวิธีการที่จะสร้างกฎเกณฑ์ โดยการนำตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมเข้ามาช่วย วิธีการนี้เป็นพื้นฐานของการหาเหตุผลจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม ซึ่งมีจุดมุ่งหมายที่จะหาข้อเท็จจริงทั่ว ๆ ไป โดยจะแสดงให้เห็นว่าถ้ามันเป็นจริง ในกรณีเฉพาะแต่ละกรณีและมีการให้เหตุผลที่เพียงพอในแต่ละกรณี ก็จะเป็นความจริงในทุก ๆ กรณี สูตรหรือหลักการทั่ว ๆ ไป จะต้องผ่านกระบวนการให้เหตุผลและแก้ปัญหาซึ่งจะทำให้เกิดความมั่นใจแล้ว หลังจากยกตัวอย่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมจนเกิดความเข้าใจแล้ว นักเรียนก็สามารถที่จะประสบความสำเร็จ ในการหากฎเกณฑ์โดยทั่วไปได้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 15) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย คือ กระบวนการที่ผู้สอนสอนจากรายละเอียดปลีกย่อย หรือจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ หรือกฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุป โดยการนำเอาตัวอย่าง ข้อมูล เหตุการณ์ สถานการณ์ หรือ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการแฝงอยู่มาให้นักเรียนศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบหรือวิเคราะห์จน สามารถสรุปหลักการหรือกฎเกณฑ์ได้ด้วย

พรพิมล พรพิรชนม์ (2550, หน้า 123) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบ อุปนัย เป็นวิธีจัดกระบวนการเรียนรู้ที่เริ่มจากการศึกษารายละเอียดปลีกย่อยไปหากฎเกณฑ์ หรือ ส่วนรวม เป็นการสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริงหรือข้อสรุป โดยให้นักเรียน ทำการศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบแล้วพิจารณาค้นหาองค์ประกอบที่เหมือนกันหรือ คล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120) ระบุว่า การจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย เป็นการจัดการเรียนรู้จากรายละเอียดปลีกย่อยไปหากฎเกณฑ์ ซึ่งกล่าวคือ เป็นการจัดการ เรียนรู้จากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม หรือสอนจากตัวอย่างไปหากฎเกณฑ์ หลักการ ข้อเท็จจริง หรือ ข้อสรุป โดยการให้นักเรียนทำการศึกษา สังเกต ทดลอง เปรียบเทียบแล้วพิจารณา ค้นหา องค์ประกอบที่เหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันจากตัวอย่างต่าง ๆ เพื่อนำมาเป็นข้อสรุป

ทิตินา เขมมณี (2560, หน้า 340) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย คือ กระบวนการ สอนที่ผู้สอนใช้ในการช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยการนำตัวอย่าง ข้อมูล ความคิด เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ แนวคิด ที่ต้องการสอนให้แก่ นักเรียน มาให้นักเรียนศึกษาวิเคราะห์ จนสามารถถึงหลักการ แนวคิดที่แฝงอยู่ออกมา เพื่อนำไปใช้ ในสถานการณ์อื่น ๆ ต่อไป กล่าวอย่างสั้น ๆ ได้ว่า เป็นการสอนที่ให้นักเรียนสรุปหลักการจาก ตัวอย่างต่าง ๆ ด้วยตนเอง

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561, หน้า 38) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นวิธีการ สอนที่มุ่งให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ได้จากการยกตัวอย่างหลายๆตัวอย่าง ให้นักเรียนเห็นรูปแบบ สังเกต เปรียบเทียบรูปแบบที่เหมือนกันหรือมีลักษณะร่วมกัน นำไปสู่ข้อสรุป เป็นการค้นพบด้วย การสังเกต

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดกิจกรรมการ เรียนรู้ที่ให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนด โดยครูผู้สอนจะสอนจากส่วนย่อย ไปหาส่วนใหญ่ หรือมีการยกตัวอย่าง เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ และ

แนวคิดแฝงอยู่ ให้นักเรียนได้สังเกต เปรียบเทียบ หรือวิเคราะห์ จนสามารถหาข้อสรุปต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง

จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอถึงจุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 15) กล่าวว่า จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยคือ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์ ทำให้เกิดการเรียนรู้และสามารถสรุปหรือค้นพบหลักการ กฎเกณฑ์ ประเด็นสำคัญหรือความจริงได้ด้วยตนเอง

พรพิมล พรพิรชนม์ (2550, หน้า 123) ได้กล่าวถึง จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า ให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงที่สำคัญ ๆ ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความเข้าใจอย่างมีความหมายและสร้างความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ อย่างชัดเจน ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักทำการศึกษา ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 83) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีจุดประสงค์เพื่อ

1. ช่วยให้นักเรียนค้นพบข้อสรุปหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ จากการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนมากเพียงพอ
2. ช่วยให้นักเรียนได้มีการเชื่อมโยงความคิดและเกิดความเข้าใจที่แท้จริง
3. ช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดและไตร่ตรองด้วยเหตุผล และหาข้อสรุปด้วยตนเอง

สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120) ระบุว่า จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย คือ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบกฎเกณฑ์หรือความจริงที่สำคัญ ๆ ด้วยตนเองกับให้เข้าใจความหมายและความสัมพันธ์ของความคิดต่าง ๆ อย่างแจ่มแจ้ง ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักทำการสอบสวนค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

ทิสนา แคมมณี (2560, หน้า 340) กล่าวว่า จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยคือ มุ่งช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ สามารถจับหลักการ หรือประเด็นสำคัญได้ด้วยตนเอง ทำให้เกิดการเรียนรู้หลักการ/แนวคิด หรือข้อความรู้ต่าง ๆ อย่างเข้าใจ

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า จุดประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย คือ เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การคิดวิเคราะห์ เพื่อนำไปสู่การค้นพบหลักการ แนวคิด

กฎเกณฑ์หรือความจริงอย่างเข้าใจด้วยตนเอง ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความเข้าใจถึงความหมาย และความสัมพันธ์ของความรู้ นั้น ๆ ตลอดจนกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง

ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 18) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยดังนี้

1. เป็นวิธีการที่ฝึกให้นักเรียน ได้พัฒนาทักษะการสังเกต ทักษะการคิด ทักษะการวิเคราะห์ เปรียบเทียบ ตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์สรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผลอันจะเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้ซึ่งใช้ได้ดีกับการสอนวิชาวิทยาศาสตร์

2. เป็นวิธีการที่ทำให้นักเรียนสามารถค้นพบความรู้ด้วยตนเองทำให้เกิดความเข้าใจและจดจำได้นาน

3. เป็นวิธีการที่นักเรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้และกระบวนการซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

พรพิมล พรพิรชนม์ (2550, หน้า 122) กล่าวว่า ข้อดีของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มีดังนี้

1. เป็นวิธีสอนที่ช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจได้อย่างชัดเจนและจำได้นาน

2. ฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดวิเคราะห์ ตามหลักตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์

3. ช่วยให้นักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาและรู้จักวิธีการทำงานที่ถูกต้องสามารถนำไป

ประยุกต์ใช้ได้ต่อไป

สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120) ได้ระบุถึง ประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. จะทำให้นักเรียนเข้าใจได้อย่างแจ่มแจ้งและจำได้นาน

2. ฝึกให้นักเรียนรู้จักคิดตามตรรกศาสตร์และหลักวิทยาศาสตร์

3. ให้นักเรียนเข้าใจวิธีการในการแก้ปัญหา และรู้จักวิธีทำงานเพื่อความถูกต้อง

ทิศนา แคมมณี (2560, หน้า 342) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ ดังนี้

1. เป็นวิธีสอนที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความเข้าใจ และจดจำได้ดี

2. เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้นักเรียน ได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้

3. เป็นวิธีสอนที่นักเรียน ได้ทั้งเนื้อหาความรู้ (ได้แก่ หลักการ/แนวคิด ฯลฯ) และกระบวนการ (ได้แก่ กระบวนการคิด) ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปประโยชน์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นวิธีสอนที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง แล้วยังเข้าใจถึงวิธีการในการแก้ปัญหา จึงทำให้เกิดความเข้าใจ จดจำได้ดีและจำได้นาน เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้นักเรียน ได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ สังเกต เปรียบเทียบ ตามหลักตรรกศาสตร์ แล้วสามารถสรุปด้วยตนเองอย่างมีเหตุผล แล้วยังได้ทั้งเนื้อหาความรู้และกระบวนการซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอถึงขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ไว้ดังนี้

Eggen et al. (1979, pp. 131-138) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยได้ 3 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นวางแผน เป็นขั้นตอนของการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนหรือกำหนดแนวทางในการเรียนตลอดจนถึงการจัดเตรียมตัวอย่างและอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน
2. ขั้นดำเนินการสอน ในขั้นดำเนินการสอนนี้ยังได้จัดแบ่งกระบวนการสอนและการจัดกิจกรรมการสอนออกเป็น 3 ขั้นตอนตามลำดับดังนี้

2.1 ขั้นเสนอตัวอย่าง ครูเสนอตัวอย่างที่หนึ่งให้นักเรียนดูพร้อมตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างที่แสดงให้ดูเมื่อนักเรียนได้สังเกตพบลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างแล้วครูจะแสดงตัวอย่างที่สองพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติที่สองและเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่งว่ามีสิ่งใดเหมือนกันบ้างเมื่อนักเรียนค้นพบลักษณะที่เหมือนกันแล้วครูแสดงตัวอย่างที่สามและสี่ต่อไปเพื่อให้นักเรียนได้เปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่งและสองจนนักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ได้

2.2 ขั้นสรุป ในขั้นนี้นักเรียนจะนำลักษณะร่วมของแต่ละตัวอย่างมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์ด้วยตัวของนักเรียนเอง

2.3 ชั้นเตรียมตัวอย่าง ในขั้นนี้เป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการสร้าง มโนทัศน์ครูอาจแสดงตัวอย่างอีกสองหรือสามตัวอย่างเพื่อฝึกหัดจัดกลุ่มตัวอย่างพร้อมทั้งให้ เหตุผลในการจัดไว้ด้วย

3. ชั้นประเมินผล ในขั้นนี้ครูอาจจะให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้เพื่อประเมินว่า นักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่

สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120) ได้เสนอขั้นตอนในการ จัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. ชั้นเตรียม คือ การเตรียมตัวนักเรียน เป็นการทบทวนความรู้เดิม กำหนด จุดมุ่งหมาย และอธิบายความมุ่งหมายให้นักเรียนได้เข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง
2. ชั้นสอนหรือชั้นแสดง คือ การเสนอตัวอย่างหรือกรณีต่าง ๆ ให้นักเรียนได้พิจารณา เพื่อให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบ สรุปกฎเกณฑ์ได้ การเสนอตัวอย่างควรเสนอหลายๆ ตัวอย่างให้ มากพอที่จะสรุปกฎเกณฑ์ได้ ไม่ควรเสนอเพียงตัวอย่างเดียว
3. ชั้นเปรียบเทียบและรวบรวม เป็นขั้นหาค่าประกอบรวม คือการที่นักเรียนได้มี โอกาสพิจารณาความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่างเพื่อเตรียมสรุปกฎเกณฑ์ ไม่ควรรีบร้อนหรือเร่งเร้านักเรียนเกินไป
4. ชั้นสรุป คือ การนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หลักการ หรือสูตร ด้วยตัวนักเรียนเอง
5. ชั้นนำไปใช้ คือ ชั้นทดลองความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปที่ได้ ทามาแล้วว่าจะสามารถที่จะนำไปใช้ในปัญหาหรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ ได้หรือไม่

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 16-17) ได้เสนอขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ แบบอุปนัย ดังนี้

1. ชั้นเตรียมการ เป็นการเตรียมตัวนักเรียน ทบทวนความรู้เดิมหรือปูพื้นฐานความรู้
2. ชั้นเสนอตัวอย่าง เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์หรือแนวคิดให้นักเรียนได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่าง เพื่อพิจารณา เปรียบเทียบสรุปเป็นหลักการ แนวคิด หรือกฎเกณฑ์ ซึ่งการเสนอตัวอย่างควรเสนอหลาย ๆ ตัวอย่าง ให้มากพอที่นักเรียนจะสามารถสรุปเป็นหลักการหรือหลักเกณฑ์ต่าง ๆ ได้
3. ชั้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบ ความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่าง แยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นความสัมพันธ์ใน รายละเอียดที่เหมือนกัน ต่างกัน

4. ชั้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตัวนักเรียนเอง

5. ชั้นนำไปใช้ ในขั้นนี้ผู้สอนควรเตรียมตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ หรือความคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้นักเรียนใช้ในการฝึกนำความรู้ ข้อสรุปไปใช้ ขนาด เชื้อสุวรรณทวิ (2542, หน้า 70) ได้เสนอขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ดังนี้

1. ชั้นเตรียม เป็นขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ได้รับความสนใจใฝ่อยากเรียน เตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง

2. ชั้นสอน เป็นขั้นดำเนินการสอน ดำเนินการเป็นขั้นตอนที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

3. ชั้นสรุป นำผลจากการอธิบาย หรือตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างในชั้นสอนมาช่วยกันสรุปตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ หรือสูตร

4. ชั้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ครูสังเกตว่านักเรียนนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่

จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้แสดงการสังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็น 5 ขั้นตอน ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 การสังเคราะห์ขั้นตอนของการเรียนรู้แบบอุปนัย

Eggen et al. (1979, pp. 131-138)	สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120)	ศุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 16-17)	ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70)	ผู้วิจัย
<p>1. ขึ้นวางแผน เป็นขั้นตอนของการกำหนดจุดประสงค์ของการเรียนรู้หรือกำหนดแนวทางในการเรียนตลอดจนถึงการจัดเตรียมตัวอย่างและอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน</p>	<p>1. ขึ้นเตรียม การทบทวนความรู้เดิม กำหนด จุดมุ่งหมาย และอธิบายความมุ่งหมายให้นักเรียน ได้เข้าใจอย่างแจ่มแจ้ง</p>	<p>1. ขึ้นเตรียมการ เป็นการเตรียมตัวนักเรียน ทบทวนความรู้เดิมหรือพื้นฐานความรู้</p>	<p>1. ขึ้นเตรียม ไร่ความสนใจให้ขยายเรียนเตรียมความพร้อมหรือทบทวนพื้นฐานความรู้เดิมที่เกี่ยวข้อง</p>	<p>1. ขึ้นเตรียม ครูกำหนดจุดประสงค์ของการเรียน และจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน และทบทวนความรู้เดิม</p>
<p>2. ขึ้นดำเนินการสอน</p> <p>2.1 ขึ้นเสนอตัวอย่าง ครูเสนอตัวอย่างที่หนึ่งให้นักเรียนดูพร้อมตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างที่แสดงให้ดู เมื่อนักเรียน ได้สังเกตพบลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่างแล้ว ครูจะแสดงตัวอย่างที่สองพร้อมกับตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียน ได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติที่สองและเปรียบเทียบกับตัวอย่างที่หนึ่ง ซึ่งมีการแสดงตัวอย่าง ไปเรื่อย ๆ จนนักเรียนสามารถสร้างโมเดลขึ้นได้</p>	<p>2. ขึ้นสอนหรือขึ้นแสดง ครูเสนอตัวอย่างหรือกรณีต่าง ๆ ให้นักเรียน ได้พิจารณาเพื่อให้นักเรียนสามารถเปรียบเทียบ สรุป กฎเกณฑ์ได้ การเสนอตัวอย่างควรเสนอหลาย ๆ ตัวอย่างให้มากพอที่จะตัวอย่างให้มากพอที่จะสรุปกฎเกณฑ์ได้ ไม่ควรเสนอเพียงตัวอย่างเดียว</p>	<p>2. ขึ้นเสนอตัวอย่าง ผู้สอนนำเสนอตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์หรือแนวคิดให้นักเรียน ได้สังเกตลักษณะและคุณสมบัติของตัวอย่าง เพื่อพิจารณาเปรียบเทียบ สรุปเป็นหลักการ แนวคิด หรือ กฎเกณฑ์ ซึ่งการเสนอตัวอย่างควรเสนอหลาย ๆ ตัวอย่างให้มากพอที่นักเรียนจะสามารถสรุปเป็นหลักการหรือหลักเกณฑ์ต่าง ๆ ได้</p>	<p>2. ขึ้นสอน เป็นขั้นดำเนินการสอน ดำเนินการเป็นขั้นตอนที่ครูยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างเพื่อนำไปใช้อธิบาย</p>	<p>2. ขึ้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่าง ข้อมูล ให้แก่นักเรียน ซึ่งการเสนอตัวอย่างควรเสนอตัวอย่างให้มากพอ ให้นักเรียน ได้เปรียบเทียบ ลักษณะร่วมของตัวอย่าง จนนำไปสู่ข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือ สูตร ต่าง ๆ</p>

ตารางที่ 3 (ต่อ)

Eggen et al. (1979, pp. 131-138)	สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120)	สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 16-17)	หม่นนาค เชื้อสุวรรณเทวี (2542, หน้า 70)	ผู้วิจัย
<p>2.2 ขึ้นสรุป นำเรียนจะนำ ลักษณะร่วมของแต่ละข้ออย่างมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์ ด้วยตัวของนักเรียนเอง</p>	<p>3. ขึ้นเปรียบเทียบและรวบรวมเป็นขึ้นหองบังคับประกอบรวม คือการที่นักเรียนได้มีโอกาสพิจารณาความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่างเพื่อเตรียมสรุปกฎเกณฑ์ ไม่ควรรับรื้อนหรือเร่งเร้านักเรียนเกินไป</p>	<p>3. ขึ้นเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนทำการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ รวบรวม เปรียบเทียบ ความคล้ายคลึงกันขององค์ประกอบในตัวอย่าง แยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นความสัมพันธ์ในรายละเอียดที่เหมือนกัน ต่างกัน</p>		<p>3. ขึ้นเปรียบเทียบ นักเรียนสังเกตวิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะหรือที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะ ข้อแตกต่างและมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่หลากหลาย</p>
<p>2.3 ขึ้นเสริมตัวอย่าง เป็นการฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะในการสร้างมโนทัศน์ครูอาจแสดงตัวอย่างอีกสองหรือสามตัวอย่างเพื่อฝึกจัดกลุ่มตัวอย่าง พร้อมทั้งให้เหตุผลในการจัดไว้ด้วย</p>	<p>4. ขึ้นสรุป นำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ นิยามหลักการ หรือสูตร ด้วยตัวนักเรียนเอง</p>	<p>4. ขึ้นสรุปกฎเกณฑ์ เป็นการให้นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ จากตัวอย่างมาสรุปเป็นหลักการกฎเกณฑ์ หรือนิยามด้วยตัวนักเรียน</p>	<p>3. ขึ้นสรุป นำผลจากการอธิบายหรือตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างในชั้นเรียนมาช่วยกันสรุป ตั้งกฎเกณฑ์ ทฤษฎีหลักการ หรือสูตร</p>	<p>4. ขึ้นสรุป นักเรียนนำผลจากการสังเกตหรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ</p>
<p>3. ขึ้นประเมินผล ครูอาจจะให้นักเรียนทำแบบทดสอบที่เตรียมไว้เพื่อประเมินว่านักเรียนได้บรรลุจุดประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่</p>	<p>5. ขึ้นนำไปใช้ ทดลองความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับกฎเกณฑ์หรือข้อสรุปที่ได้ทำมาแล้วว่าสามารถที่จะนำไปใช้ในปัญหาหรือแบบฝึกหัดอื่นๆ ได้หรือไม่</p>	<p>5. ขึ้นนำไปใช้ ในขั้นนี้ผู้สอนควรจะเตรียมตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ปรากฏการณ์ หรือความคิดใหม่ ๆ ที่หลากหลายมาให้นักเรียนใช้ในการฝึกนำความรู้ข้อสรุปไปใช้</p>	<p>4. ขึ้นนำไปใช้ ให้นักเรียนนำข้อสรุป กฎเกณฑ์ ทฤษฎี หลักการ สูตรต่าง ๆ ที่นักเรียนสรุปได้ไปใช้ในการทำแบบฝึกหัด ครูสังเกตว่านักเรียนนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่</p>	<p>5. ขึ้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ ไปใช้ในปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่</p>

จากตารางที่ 3 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยของ Eggen et al.(1979, pp. 131-138), สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120), สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (2545, หน้า 16-17) และ ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70) ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน มีรายละเอียด ดังนี้

1. ขั้นเตรียม ครูกำหนดจุดประสงค์ของการเรียน และจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน และทบทวนความรู้เดิม
2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่าง ข้อมูล ให้แก่นักเรียน ซึ่งการเสนอตัวอย่าง ควรเสนอตัวอย่างให้มากที่สุดพอ ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบ ลักษณะร่วมของตัวอย่าง จนนำไปสู่ข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ
3. ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะ หรือที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะ ข้อแตกต่างและมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่หลากหลาย
4. ขั้นสรุป นักเรียนนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ
5. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ ไปใช้ในปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่

การสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

จากการสังเคราะห์ความหมายของการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จัก ของ Carpenter et al. (2000, p. 1) ; เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร (2555, หน้า 71) และ ทศนัย กิรดิรัตน์ (2558, หน้า 97) ได้ความหมายว่าการสอนแนะให้รู้จัก หมายถึง การเรียนการสอนที่ช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยให้ความสำคัญกับการคิด การแก้ปัญหา ซึ่งจะเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยมีครูผู้สอนคอยสนับสนุนและอำนวยความสะดวกให้นักเรียนอย่างต่อเนื่อง ซึ่งขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนคิด ของ Carpenter et al. (1999, pp. 60-85), เวชฤทธิ์ อังชนะภัทรขจร (2553, หน้า 7-8) และ ทศนัย กิรดิรัตน์ (2558, หน้า 97) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน มีรายละเอียด ดังนี้

1. ขั้นนำเสนอปัญหา ครูนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม

2. ขั้นวิเคราะห์ นักเรียนวิเคราะห์ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา และแนะแนวทางในการแก้ปัญหา จนสามารถแก้ปัญหานั้นได้ ซึ่งครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ

3. ขั้นนำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอคำตอบหรือแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

4. ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่แตกต่างกันจากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย

จากการสังเคราะห์ความหมายของการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด ของ Eggen, Kauchak and Harder (1979, pp. 115-128); สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545, หน้า 15); ทิศนา แจมมณี (2560, หน้า 340); ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561, หน้า 38) และ สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120) ได้ความหมายว่า การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์ที่กำหนด โดยครูผู้สอนจะสอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ หรือมีการยกตัวอย่าง เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ และแนวคิดแฝงอยู่ ให้นักเรียนได้สังเกต เปรียบเทียบ หรือวิเคราะห์ จนสามารถหาข้อสรุปต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง ซึ่งมีขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของ Eggen et al.(1979, pp. 131-138); สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน (2557, หน้า 120); สุวิทย์ มูลคำ และ อรทัย มูลคำ (2545, หน้า 16-17) และชมนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542, หน้า 70) ซึ่งมี 5 ขั้นตอนดังนี้

1. ขั้นเตรียม ครูกำหนดจุดประสงค์ของการเรียน และจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน และทบทวนความรู้เดิม

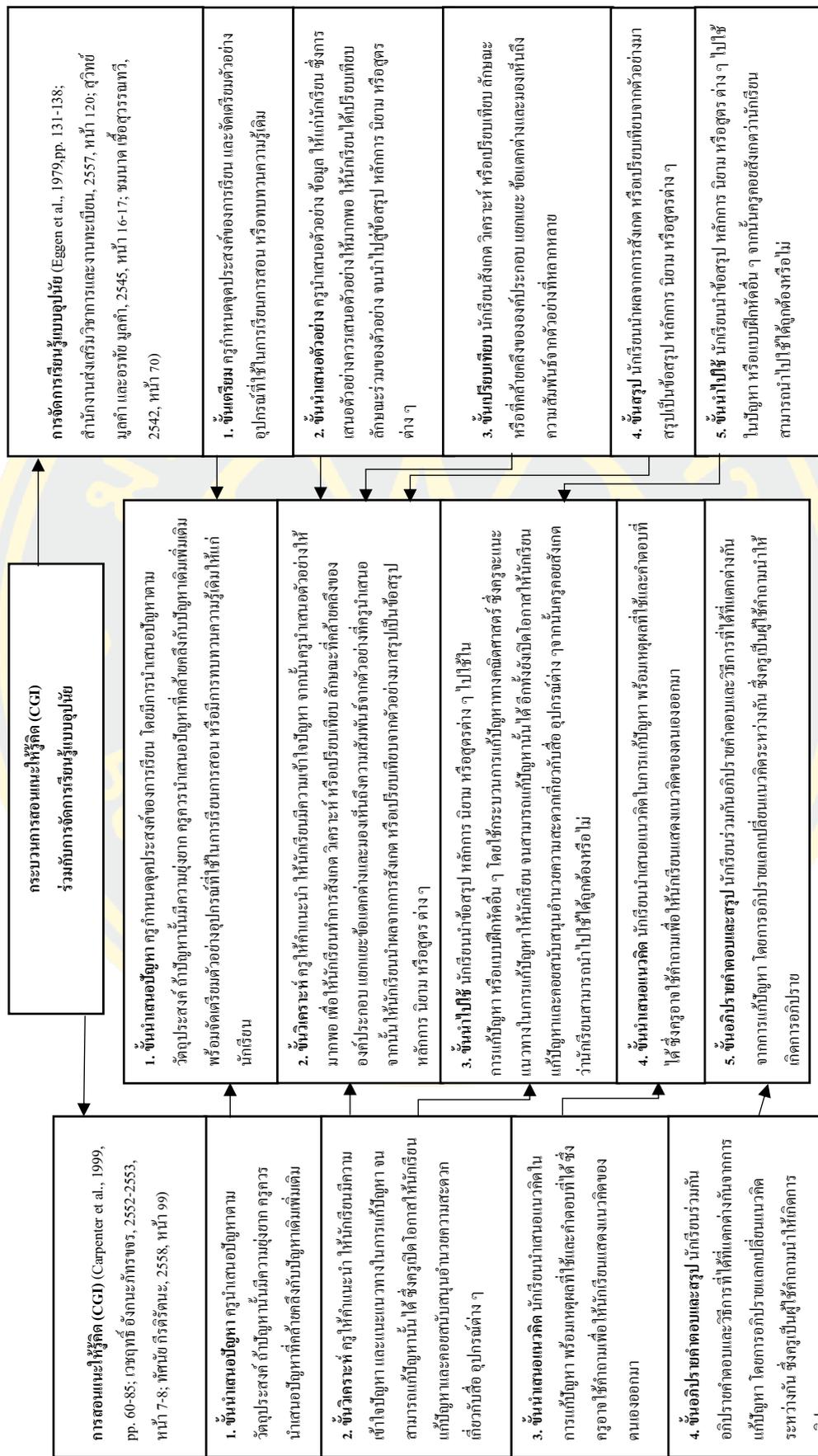
2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่าง ข้อมูล ให้แก่นักเรียน ซึ่งการเสนอตัวอย่างควรเสนอตัวอย่างให้มากที่สุด ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบ ลักษณะร่วมของตัวอย่าง จนนำไปสู่ข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ

3. ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะ หรือที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะ ข้อแตกต่างและมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่หลากหลาย

4. ขั้นสรุป นักเรียนนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ

5. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ ไปใช้ในปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย โดยการสังเคราะห์ขั้นตอน ผู้วิจัยได้ยึดการสอนแนะให้รู้จักเป็นหลักและนำการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมาสอดแทรกในแต่ละขั้นตอนของการสอนแนะให้รู้จัก โดยขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา ได้นำขั้นเตรียมของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมาสอดแทรก เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้เดิมก่อนที่จะเริ่มวิเคราะห์ปัญหาที่ครูนำเสนอ ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ ได้นำขั้นนำเสนอตัวอย่าง ขั้นเปรียบเทียบและขั้นสรุป ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมาสอดแทรก เพื่อให้ นักเรียนได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และมองเห็นถึงแนวทางในการแก้ปัญหาจากการที่ครูนำเสนอตัวอย่าง และมีการสรุปข้อสรุป ขั้นที่ 3 ขั้นนำไปใช้ ได้นำขั้นวิเคราะห์ของการสอนแนะให้รู้จัก และขั้นนำไปใช้ของการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มาร่วมกัน เพื่อให้ นักเรียนได้นำข้อสรุปไปใช้ในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแนวคิด เป็นขั้นที่นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้ นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา ขั้นที่ 5 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ที่แตกต่างกัน และได้สรุปความรู้ที่ได้ร่วมกัน เพื่อนำไปสู่แนวทางในการออกแบบการจัดการเรียนรู้ของการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยของผู้วิจัย ซึ่งแสดงได้ดังภาพที่ 2



ภาพที่ 2 กระบวนการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

จากการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ชี้นำเสนอปัญหา ครูกำหนดวัตถุประสงค์ของการเรียน โดยมีการนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม พร้อมจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน หรือมีการทบทวนความรู้เดิมให้แก่ นักเรียน

2. ชี้นำวิเคราะห์ ครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา จากนั้นครูนำเสนอดตัวอย่างให้มากพอ เพื่อให้ นักเรียนทำการสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะข้อแตกต่างและมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่ครูนำเสนอ จากนั้นให้นักเรียนนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ

3. ชี้นำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูจะแนะแนวทางในการแก้ปัญหาให้นักเรียน จนสามารถแก้ปัญหานั้นได้ อีกทั้งยังเปิดโอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหาและคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่

4. ชี้นำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

5. ชี้นำอภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่แตกต่างกันจากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจะนำขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ไปดำเนินการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

Krulik and Rudnick (1993, p. 6) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เป็นประโยชน์และคำตอบจะต้องเกี่ยวกับปริมาณในปัญหานั้น ๆ ถึงแม้ว่าจะไม่ได้ระบุวิธีการในการแก้ปัญหาไว้อย่างชัดเจน แต่ผู้แก้ปัญหาจะต้องค้นคว้าหาวิธีการเพื่อที่จะได้มา ซึ่งคำตอบของปัญหานั้น ๆ ที่ต้องการ

ยุพิน พิพิธกุล (2542, หน้า 5) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูป ตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือ โจทย์ปัญหา

สสวท. (2555 ก, หน้า 7) ระบุว่า ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 109) ได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้ขั้นตอนหรือวิธีการที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เป็นวิธีการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหาคือกระบวนการของการนำความรู้หรือประสบการณ์ ที่มีอยู่มาประยุกต์หรือปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ๆ ที่ไม่คุ้นเคยเป็นการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ ความเข้าใจ ประสบการณ์เดิม และการดำเนินการโดยใช้ข้อมูลที่กำหนดแล้ว

สังเคราะห์เป็น ข้อค้นพบที่เป็นคำตอบของปัญหาการแก้ปัญหาจะหมายถึงกระบวนการทั้งหมดในการหาคำตอบ ของปัญหาไม่ใช่แค่ผลลัพธ์สุดท้าย

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 39) ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแก้ปัญหาเป็นการดำเนินการโดยใช้กระบวนการ ที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของ ปัญหาการแก้ปัญหาเป็นทั้งทักษะ (Skill) ซึ่งเป็น ความสามารถพื้นฐานในการทำความเข้าใจปัญหา และการหาคำตอบของปัญหาและกระบวนการ (Process) ซึ่งเป็นวิธีการ หรือขั้นตอนการทำงานที่มีการวิเคราะห์และวางแผน โดยมีการใช้เทคนิคต่าง ๆ ประกอบ

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2554, หน้า 14) ได้กล่าวถึง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องประยุกต์ใช้ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา/กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาและประสบการณ์ เดิมประมวลเข้ากับ สถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหานั้น ๆ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 7) ได้สรุปว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธี เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิม ประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการ ดำเนินการโดยใช้กระบวนการในการหาคำตอบ ซึ่งจะต้องประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา

ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Gange (1985, pp. 186-187) กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ทักษะทางปัญญา (Intellectual skills) เป็นความสามารถในการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม มโนทัศน์หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทาง ปัญญาเป็นความรู้ที่นักเรียนนำสิ่งที่เรียนมาใช้ในการแก้ปัญหา

2. โครงสร้างของปัญหา (Problem schemata) เป็นข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการ แก้ปัญหา ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่ กำหนดให้ได้ข้อมูลเหล่านี้ ได้แก่ คำศัพท์และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะต่าง ๆ

3. กลยุทธ์การวางแผน (Planning strategies) เป็นความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญา และโครงสร้างของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญหา กลยุทธ์การวางแผนเป็นกลยุทธ์การคิด (Cognitive strategies) อย่างหนึ่ง

4. การตรวจสอบคำตอบ (Validating answer) เป็นความสามารถในการตรวจ เพื่อหา ความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกระบวนการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 64 - 66) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์ คือความสามารถในการอ่าน และทำความเข้าใจ โดยสามารถแยกแยะประเด็นที่สำคัญของปัญหาออกมาให้ได้ว่า ปัญหากำหนดอะไรให้ และ ต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดจากการฝึกทำบ่อย ๆ คือ ความสามารถในการนำ ประสบการณ์เดิมเทียบเคียงพิจารณาปัญหาใหม่สามารถนำยุทธวิธีต่าง ๆ มาใช้แก้ปัญหา และสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณ คือการลงมือปฏิบัติตามแผนที่ได้วางไว้ ซึ่งในบาง ปัญหาต้องใช้การคิดคำนวณและในบางปัญหาจะต้องใช้กระบวนการให้เหตุผล

สสวท. (2555 ก, หน้า 77) ระบุว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็น ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ ขั้นตอนหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียน ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการนำความรู้ ความเข้าใจ ที่มีอยู่ใช้ แปลความหมาย ตีความ หรือวิเคราะห์เพื่อให้มีความเข้าใจในปัญหา รวมถึงการเลือกใช้ เทคนิคหรือยุทธวิธีที่จะช่วยให้ทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่แนวทางในการหา คำตอบ

2. ความรู้พื้นฐาน เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนมีอยู่เป็นสิ่งสำคัญ ที่ทำให้นักเรียน คิดและหาวิธีแก้ปัญหา นักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานดีจะสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่มี ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายและมีประสิทธิภาพ

3. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามักจะสามารถระลึกถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหา รวมถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาได้หลากหลาย ทำให้สามารถ ตัดสินใจเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้อย่างรวดเร็ว

4. เจตคติต่อการแก้ปัญหา นักเรียนที่มีเจตคติต่อการแก้ปัญหาที่ดีจะมีความพยายาม และความอดทนในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการแก้ปัญหานั้น ไม่ว่าจะได้คำตอบหรือไม่ นักเรียนจะได้เรียนรู้และพัฒนาประสบการณ์จากการคิดและการทำงานเพื่อแก้ปัญหา

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 167) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอน/กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหาและประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 3) ระบุว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยใช้กระบวนการในการแก้ปัญหา ซึ่งอาศัยการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่า การแก้ปัญหาเป็นหัวใจของคณิตศาสตร์กิจกรรมของคณิตศาสตร์จะเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยพัฒนาความรู้ความคิดแก่นักเรียน ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ หลักการและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิด การวิเคราะห์ การเชื่อมโยง การประยุกต์ใช้ความรู้ ตลอดจนความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ต้องการในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 39) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมีกรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ แม้การแก้ปัญหาก็จะเป็นกระบวนการที่ซับซ้อนและยุ่งยาก แต่ก็มีประโยชน์ในการช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของนักเรียนให้มี

ประสิทธิภาพมากขึ้น ช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมา ในการแก้ปัญหาจริง ช่วยพัฒนาทักษะของนักเรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่าง เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ รวมถึงช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

เวทฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2554, หน้า 15) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ เป็นการเตรียมการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ เป็นการกระตุ้นการเรียนรู้และการ สร้างสรรค์แก่นักเรียน ช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพ ในการวิเคราะห์และช่วยให้นักเรียนรู้ ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์และหลักการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ได้

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 169) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นพื้นฐานสำคัญในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียน ได้ฝึกฝนการ แก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ เพื่อจะช่วยให้นักเรียนสามารถเผชิญกับสถานการณ์ของปัญหาที่แตกต่าง กันออกไป

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญ ซึ่งเป็นการกระตุ้นการเรียนรู้ ช่วยพัฒนาความรู้ ทักษะและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิด การวิเคราะห์ การประยุกต์ใช้ความรู้ เป็นต้น และ ยังช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ หลักการและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้ที่มี ทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดี

ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดย ใช้เกณฑ์แตกต่างกันไป ดังนี้

Polya (1957, pp. 23-29) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณา จากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหา ในปัญหาในเชิงปฏิบัติหรือเชิงทฤษฎี ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาที่อาจให้หา เหตุผลหรือหาวิธีการ โดยแบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้และเงื่อนไข เชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้แสดงอย่าง สมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ โดยแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สิ่ง ที่กำหนดให้หรือสมมติฐาน และสิ่งที่จะต้องพิสูจน์หรือผลสรุป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 66) ได้กล่าวถึง ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทคือ

1.1 ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณจำนวนหรือให้หาวิธีการคำอธิบายให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

2. การแบ่งประเภทปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภทคือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนักผู้แก้ปัญหาความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนแก่ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550, หน้า 71) ได้กล่าวถึง ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติไม่ซับซ้อน เน้นให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธีมุ่งหวังให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยค ข้อความ

2. ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติหรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหาอาจไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาคือต้องใช้ความรู้ทักษะ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เช่น การรวบรวมข้อมูลการแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้นักเรียนได้ฝึกใช้ความรู้วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในการหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้ 2 ลักษณะ คือ

1. พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ได้แก่ ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่ให้ค้นหา คำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน เป็นปัญหาที่ให้หาวิธีการหรือหาเหตุผล และปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ

2. พิจารณาจากลักษณะของปัญหา ได้แก่ ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ และคล้ายกับบทเรียน ปัญหาที่มีความซับซ้อน เป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอนในการแก้ปัญหาต้องใช้ ทักษะและกระบวนการเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ซึ่งในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ใช้ ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน เป็นปัญหาที่ให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผล

กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1957, pp. 16-17) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้
 ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้มา และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูป และแยกแยะสถานการณ์ หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็น ส่วน ๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับ ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและท้ายสุดเลือก ยุทธวิธีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้คำตอบของ ปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตร ที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือหรือไม่ ตลอดจนกระบวนการ ในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรือ อาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าวๆ

สสวท. (2555 ข, หน้า 103) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาวทาง คณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนสำคัญ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่พบใบประเด็นต่าง ๆ คือ
 1) ปัญหาถามว่าอย่างไร 2) ข้อมูลที่กำหนดให้มีอะไรบ้าง และ 3) มีเงื่อนไขหรือต้องการข้อมูลใด เพิ่มเติมอีกหรือไม่ การวิเคราะห์ปัญหาจะช่วยให้เข้าใจปัญหา และทำให้กระบวนการแก้ปัญหา ดำเนินไปอย่างราบรื่น การประเมินความเข้าใจปัญหาสามารถทำได้ด้วยการเขียนแสดงประเด็น ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

2. วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการคิดวางแผนเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้ ข้อมูลจากปัญหาที่วิเคราะห์ไว้แล้วในขั้นตอนที่ 1 ประกอบกับข้อมูลและความรู้ที่เกี่ยวข้องกับ

ปัญหานั้นมาใช้ประกอบการวางแผนแก้ปัญหา ในกรณีที่ต้องตรวจสอบปัญหาโดยการทดลอง ขั้นตอนนี้จะเป็นการวางแผนการทดลอง ซึ่งประกอบด้วยการสร้างข้อคาดการณ์ การออกแบบการทดลองเพื่อตรวจสอบข้อคาดการณ์ และแนวทางหรือเกณฑ์ในการประเมินผลการแก้ปัญหา

3. ดำเนินการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้วางแผนไว้แล้ว และการตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ทำได้ ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องก็ดำเนินการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง โดยนักเรียนจะต้องมองย้อนกลับไปทีกระบวนการทำงาน เพื่อตรวจสอบว่ามีข้อบกพร่องในส่วนใด เช่น ใช้ข้อมูลที่กำหนดมาให้ไม่ถูกต้อง หรือมีการคำนวณผิดพลาด

4. ตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นการประเมินภาพรวมของการแก้ปัญหาทั้งด้านวิธีการแก้ปัญหา ผลการแก้ปัญหา การตัดสินใจ และการนำไปประยุกต์ใช้ ตลอดจนการมองย้อนกลับไปยังขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อตรวจสอบว่ามีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่นอีกหรือไม่ เพื่อนำมาปรับแก้ไขวิธีการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น ตลอดจนการขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไป

ขมขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561, หน้า 166-167) กล่าวถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหาทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล โจทย์ถามอะไรและให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกันปัญหาให้แยกออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา จะสมมติสัญลักษณ์อย่างไรจะต้องหาว่าข้อมูลต่าง ๆ เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ไม่รู้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่รู้แล้วอย่างไร หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์หลักการทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่แล้วเสนอออกมาในรูปของวิธีการ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผนและคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นขั้นที่ต้องคิดคำนวณแก้สมการคิดหาคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ที่สุดของปัญหาโดยวิธีการตามแผนที่วางไว้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา เป็นการตรวจสอบกระบวนการที่สมบูรณ์ รวมทั้งตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอนที่คล้ายคลึงกัน ซึ่งผู้วิจัยได้สังเคราะห์จาก Polya (1957, pp. 16-17), สสวท. (2555 ข, หน้า 103), ขมขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2561, หน้า 166-167) ซึ่งสามารถสรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนบอกได้ว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนนำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ในการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือปฏิบัติแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ โดยแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณ และมีการสรุปคำตอบ

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล เป็นขั้นที่นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่า ผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ให้มาหรือไม่

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 47) ได้กล่าวถึง แนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนวิเคราะห์แก้ปัญหาและเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้นักเรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้นักเรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และกลวิธีการแก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหทางวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2556, หน้า 72-78) ได้กล่าวถึง แนวทางพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1. ควรพัฒนาทักษะการอ่านโดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจ

ข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอน ก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบโดยอาจฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่มอภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของ โจทย์ปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียงหรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้ยุทธวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลองเพื่อแสดงความสัมพันธ์กับข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็นหรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ มาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่าข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้างหรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำโดยอาศัยข้อมูลต่าง ๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนดให้หาคำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกม้าง ๆ คือสามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนเองคิดอะไร การคิดออกม้าง ๆ อาจอยู่ในรูปการบอกหรือเขียนแผนภาพและแบบแผน แสดงลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 ควรจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ทำท่ายและน่าสนใจ

2.5 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้ นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิดและจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผนก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ความถูกต้องของแผนที่วางไว้และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล/คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัดโดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่นักเรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหาทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

สิริพร ทิพย์คง (2544, หน้า 80-81) ได้เสนอถึงหน้าที่ของครูที่ช่วยส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ครูควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน

2. ครูควรทดสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่ครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว

3. ครูควรใช้เวลาให้นักเรียนในการใช้ความคิดในการแก้ปัญหา

4. ครูควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ง่าย ปนกันไป เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้แก่ นักเรียน

5. ครูควรทดสอบดูว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนั้น ๆ หรือไม่ โดยการถามว่าโจทย์ต้องการอะไร กำหนดอะไรมาให้บ้าง

6. ครูควรฝึกให้นักเรียนได้รู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณ เพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง

7. ครูควรช่วยให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหาโดยการแนะนำให้วาดภาพ หรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

8. ครูควรใช้คำถามช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น เคยแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ หรือลองแยกแยะปัญหาข้อนั้น ๆ ออกเป็นปัญหาย่อย ๆ

9. ครูควรให้นักเรียนได้คิดหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำในการแก้ปัญหาข้อนั้น ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอน

10. ครูควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกัน

เวททิ อังกะนัททจร (2555, หน้า 112-114) ได้กล่าวถึง แนวทางในการพัฒนาทักษะ และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ผู้สอนควรเตรียมปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของนักเรียน โดยปัญหาที่ผู้สอนนำมาควรมีลักษณะ ดังนี้

1.1 ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ทำลายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้าง่ายเกินไปอาจจะไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ทำลาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

1.2 ควรเป็นปัญหาที่มีข้อมูลขาดหาย มีข้อมูลเกิน มีข้อมูลที่ขัดแย้งกันบ้างหรืออาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เพราะสิ่งที่เหล่านี้นักเรียนต้องเผชิญในชีวิตจริง

1.3 ควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่หรือปัญหาที่ไม่คุ้นเคยสำหรับนักเรียนเพราะถ้านักเรียน

เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว ปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจอีกต่อไป

2. ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เนื่องจากกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ ช่วยให้นักเรียนได้พูดคุยแลกเปลี่ยนสื่อสารถึงยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของตนให้แก่ผู้อื่น ได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่กระทำร่วมกัน ตลอดจนได้เรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในห้องเรียนและภายนอกห้องเรียน กล่าวที่จะแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล มีทักษะในการสื่อสารและทักษะในการเข้าสังคม มีความเชื่อมั่นในตนเองและสามารถเชื่อมโยงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ได้ ตลอดจนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างลึกซึ้ง

3. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิด และกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ใหม่ๆ ผ่านการแก้ปัญหา

4. ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนอย่างอิสระ รวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ผู้สอนได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ผู้สอนไม่ควรย้ำสิ่ง

ที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิดแต่ผู้สอนควรอธิบายและเปิดประเด็นการอภิปรายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

5. ผู้สอนควรให้ความรู้และสนับสนุนให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาตามขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเลือกใช้ปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินกิจกรรม แล้วสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติแก้ปัญหานั้นๆ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์และคุ้นเคยกับขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

6. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งยุทธวิธี เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาแล้ว ผู้สอนควรกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนคิดหายุทธวิธีแก้ปัญห่อื่นที่แตกต่างจากเดิม เพื่อให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งวิธี

7. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งคำถามกับตัวเอง โดยเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบายเช่น เพราะเหตุใด ทำไม และอย่างไร แล้วให้นักเรียนลงมือสำรวจ สืบสวน รวบรวมข้อมูล ค้นหาความสัมพันธ์และแบบรูป อธิบายและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง

8. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนใช้ช่องทางการสื่อสารมากกว่าหนึ่งช่องทาง ในการนำเสนอคำตอบและยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

9. ผู้สอนควรสนับสนุนให้นักเรียนตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยอาศัยแนวคิดยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม ซึ่งการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมนี้จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ของตนได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรนำเสนอปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ทำลายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เน้นการฝึกให้นักเรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหา ฝึกการอ่านและทำความเข้าใจในปัญหาเพื่อหาคำตอบ ได้วางแผนการแก้ปัญหาซึ่งใช้คำถามในการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง ฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ โดยพิจารณาความถูกต้องของแผนที่วางไว้ และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่ รวมถึงกระตุ้นให้รู้จักตรวจสอบคำตอบว่าสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การประเมินความสามารถในการปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถทำได้โดยวิธีและเครื่องมือในการประเมินที่หลากหลาย ซึ่งมีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 173-174) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนประกอบด้วยความสามารถหลายอย่างดังต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหาได้เป็นความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบ ผลเฉลย หรือแนวทางในการจัดการกับปัญหา
2. การสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหาเป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ อันจะนำไปสู่การสร้างโจทย์ปัญหา สถานการณ์หรือคำถาม
3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายเป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างกันหลายวิธี
4. การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบเป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบหรือการแก้ปัญหาที่ได้ว่า เหมาะสม สอดคล้องและสมเหตุสมผลเพียงใด
5. การขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหาเป็นความสามารถในการนำผลจากการแก้ปัญหาไปคิดต่อ เช่น การมองเห็นรูปทั่วไปการเปลี่ยนแปลงที่จะเกิดขึ้นเมื่อเงื่อนไขของปัญหาเปลี่ยนไป

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 109-110) กล่าวว่า การประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้โดยการใช้เครื่องมือที่หลากหลายส่วนใหญ่เป็นการประเมินโดยการทดสอบ ซึ่งเป็นการประเมินโดยใช้ข้อสอบ ข้อสอบที่ใช้กันในปัจจุบันแบ่งออกเป็น 2 รูปแบบ ได้แก่

1. ข้อสอบแบบปรนัย เป็นข้อสอบที่มีคำตอบไว้ให้แล้วผู้สอบต้องตัดสินใจเลือกคำตอบที่ถูกต้องหรือพิจารณาข้อความที่ให้ว่าถูกหรือผิด ซึ่งการวัดและประเมินผลโดยใช้ข้อสอบแบบปรนัย นั้นมุ่งวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยหรือความรู้ในเนื้อหาวิชาเป็นส่วนใหญ่แต่ก็สามารถนำมาใช้ในการวัดทักษะและกระบวนการได้โดยขึ้นอยู่กับคำถามหรือปัญหาที่ถามข้อสอบประเภทนี้สามารถแบ่งออกได้เป็น 5 ประเภท ดังนี้

- 1.1 ข้อสอบแบบถูก-ผิด เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 2 ตัวเลือกโดยมีข้อความให้นักเรียนเลือกตอบว่าถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ จริงหรือเท็จ เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วย เป็นต้น

- 1.2 ข้อสอบแบบเติมคำหรือตอบสั้น ๆ เป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนเติมคำหรือข้อความสั้น ๆ ลงในช่องว่าง

1.3 ข้อสอบแบบจับคู่ เป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยข้อความเรียงกันเป็นแถว โดยทั่วไปจะให้ข้อความทางซ้ายมือเป็นคำถามหรือตัวนำเรื่องและข้อความทางขวามือเป็นคำตอบหรือข้อเลือก นักเรียนจะต้องเลือกข้อความทางขวามือที่สอดคล้องหรือจับคู่กับข้อความทางซ้ายมือโดยนำเอา ตัวเลขหรือตัวอักษรหน้าข้อความทางขวามือมาใส่ไว้หน้าข้อความทางซ้ายมือที่มีความสอดคล้อง กัน

1.4 ข้อสอบแบบจัดลำดับ เป็นข้อสอบที่มักจะถามถึงขั้นตอนหรือลำดับของการพิสูจน์หรือการพิจารณาว่าการแก้โจทย์ปัญหาต้องทำอะไรก่อน-หลัง

1.5 ข้อสอบแบบเลือกตอบ เป็นข้อสอบแบบปรนัยที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการทดสอบของผู้สอนหรือในการทดสอบที่เป็นมาตรฐานเป็นข้อสอบที่คำถามแต่ละข้อมีตัวเลือกหลายตัวเลือกให้เลือกแต่ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงตัวเดียว

2. ข้อสอบแบบอัตนัย เป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามมาให้แล้วให้ผู้ตอบแสดงความรู้ ความเข้าใจและความคิดตั้งแต่กว้างจนถึงแคบที่สุดหรือเฉพาะเจาะจงตามที่โจทย์กำหนดการใช้ภาษาในการเขียนตอบขึ้นอยู่กับความสามารถของตัวผู้สอบ ข้อสอบแบบอัตนัยสามารถวัดความสามารถของนักเรียน ได้หลายด้านทั้งในด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการการใช้ข้อสอบแบบอัตนัยจะช่วยให้ผู้สอนสามารถประเมินนักเรียนได้หลากหลายทักษะและหลากหลาย มุมมอง เนื่องจากการเขียนของนักเรียนนอกจากจะสะท้อนความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แล้วยังสะท้อนความรู้วิธีคิด แต่ไม่สามารถถ่ายทอดออกมาได้ ดังนั้น ผู้สอนควรประเมินแยกกันระหว่างความสามารถในการเขียนกับทักษะและกระบวนการ

ซานนท์ จันทร (2555, หน้า 100-101) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ควรทำการประเมินอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง วิธีการประเมินอาจใช้การสังเกตและใช้คำถามควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอนเพื่อดูการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มขนาดเล็ก หรือการอภิปรายทั้งชั้นเรียนสรุปได้ว่า การวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดและประเมินจากพฤติกรรมที่แสดงออกในการค้นหาคำตอบของปัญหาอย่างมีขั้นตอนเป็นไปตามลำดับขั้นของการแก้ปัญหา โดยควรทำการประเมินอย่างต่อเนื่อง และใช้เครื่องมือและวิธีการที่หลากหลาย รวมทั้งต้องมีการกำหนดเกณฑ์ในการประเมินที่ชัดเจนและครอบคลุม

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นการประเมินจากความสามารถในการแสดงขั้นตอนของการแก้ปัญหาต่าง ๆ เช่น แนวทางในการแก้ปัญหา การตรวจสอบผลที่ได้ เป็นต้น โดยประเมินจากการทำแบบทดสอบ แบ่ง

ออกเป็น 2 รูปแบบ ได้แก่ แบบทดสอบแบบปรนัย และแบบทดสอบแบบอัตนัย โดยผู้วิจัยใช้แบบทดสอบแบบอัตนัย ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบแบบเขียนตอบ โดยวัดในด้านทักษะและกระบวนการ

เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค (Scoring rubric)

เกณฑ์การให้คะแนนเป็นเครื่องมือที่ช่วยประเมินเชิงคุณภาพเกี่ยวกับความรู้และการปฏิบัติงานของนักเรียน ซึ่งสามารถแยกแยะความสำเร็จในการเรียนหรือคุณภาพการปฏิบัติงานของนักเรียน โดยต้องมีการกำหนดมาตรฐานและรายการของคุณลักษณะที่บรรยายถึงความสามารถในการแสดงออกของแต่ละระดับกลุ่มในมาตรวัดไว้อย่างชัดเจน (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 184-185)

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค ไว้ดังนี้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2555, หน้า 184-185) ได้ให้ความหมายของรูบริค คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียนจากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนาซึ่งผู้สอนสามารถออกแบบให้เหมาะสมกับนักเรียนของตนเองได้โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบดังนี้

1. การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวมโดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน ซึ่งตัวอย่างการให้คะแนนแบบภาพรวม ดังตารางที่ 4

2. การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูลและด้านการอ่านเปรียบเทียบและวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน ซึ่งตัวอย่างการให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ

สสวท. (2555 ก, หน้า 168-170) ได้เสนอประเภทของเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคไว้ 2 แบบ ดังนี้

1. การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic Scoring) การให้คะแนนแบบวิเคราะห์เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน เช่น เมื่อต้องการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา อาจแยกพิจารณาในความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ยุทธวิธีที่ใช้ในการ

แก้ปัญหและการสรุปคำตอบของปัญหา ในการให้คะแนนจะกำหนดเกณฑ์ของคะแนนในแต่ละด้านแล้วรายงานผล โดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปผลรวมคะแนนทุกด้านด้วยได้ ในการสอนคณิตศาสตร์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ห้จะนำมาใช้ในการประเมินผลที่มีวัตถุประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน แล้วนำผลของการประเมินที่มีวัตถุประสงค์เพื่อปรับปรุงการเรียนการสอนให้เหมาะสมและมีประสิทธิภาพก่อนที่นักเรียนจะเรียนเนื้อหาใหม่ต่อไป การประเมินผลโดยการให้คะแนนแบบวิเคราะห์ห้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อใช้ร่วมกับวิธีการประเมินผลอย่างอื่น เช่น การสังเกต และการใช้คำถาม

2. การให้คะแนนแบบองค์รวม (Holistic Scoring) การให้คะแนนแบบองค์รวมเป็นการให้คะแนนแบบบูรณาการที่ประเมินผลงานของนักเรียน โดยการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนที่ควรมีเป็นภาพรวมของการทำงานทั้งหมด ไม่แยกแยะเป็นด้าน ๆ

สศิริธ แม้นสงวน (2556, หน้า 256) ได้กล่าวถึง เกณฑ์การประเมินรูบริก (Rubric) ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ เกณฑ์ (Criteria) ที่ใช้ประเมินการปฏิบัติของนักเรียน และระดับคุณภาพหรือระดับคะแนนที่บอกว่าการปฏิบัติที่สมควรจะได้อของเกณฑ์แต่ละตัว มีลักษณะอย่างไร ซึ่งเกณฑ์การประเมิน (Rubric) มี 2 ชนิด ได้แก่

1. เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวม (Holistic rubric) ครูจะให้คะแนนโดยดูภาพรวมของกระบวนการหรือผลงาน ไม่แยกพิจารณาเป็นส่วน ๆ เกณฑ์การประเมิน (Rubric) แบบนี้จะใช้เมื่อต้องการดูภาพโดยรวมมากกว่าจะดูข้อบกพร่องของส่วนย่อย ๆ เกณฑ์การประเมินแบบภาพรวมจะเหมาะกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจนแน่นอน

2. เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วน (Analytic rubric) ใช้เมื่อต้องการเน้นการตอบสนองที่มีลักษณะเฉพาะ และไม่ได้เน้นความคิดสร้างสรรค์ ใช้เป็นตัวแทนของการประเมินหลายมิติ การใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงได้ผลสะท้อนกลับค่อนข้างสมบูรณ์ เป็นประโยชน์สำหรับนักเรียนและผู้สอนมาก ผู้สอนที่ใช้เกณฑ์การประเมินแบบแยกส่วนจึงสามารถสร้างเส้นภาพ (Profile) จุดเด่น-จุดด้อย ของนักเรียนแต่ละคนได้

จากที่กล่าวข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 แบบ ได้แก่ แบบที่ 1 การให้คะแนนแบบภาพรวม เป็นการให้คะแนนภาพรวมของกระบวนการทั้งหมด โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ ซึ่งจะกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมเป็นภาพรวม แบบที่ 2 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ เป็นการประเมินตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน โดยจำแนกเป็นด้าน ๆ และอาจสรุปผลรวมคะแนนทุกด้าน ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การให้แบบแยกองค์ประกอบ เนื่องจากต้องการวัดความสามารถในการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการตามแผน และ 4) ขั้นตรวจสอบผล

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1973, pp. 5-40) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนและรายละเอียดดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยา

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	พฤติกรรมชี้วัดความสามารถ
ขั้นทำความเข้าใจในปัญหา	หลังจากอ่านโจทย์แล้วจะต้องบอกได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ ต้องการทราบอะไร และข้อเท็จจริงเป็นอย่างไร
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	ใช้เงื่อนไขความเป็นจริงในการแก้ปัญหาพร้อมทั้งลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	ความสามารถในการสร้างตาราง เขียนไดอะแกรม เขียนสมการหรือประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และทักษะการคำนวณ
ขั้นตรวจคำตอบ	การพิจารณาความสมเหตุสมผลและการสรุปความหมายของคำตอบ

สสวท. (2555 ข, หน้า 130) เสนอเกณฑ์การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยกองค์ประกอบดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาแบบแยกองค์ประกอบของสสวท.

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน - เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธี การ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้องเหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้องหรือไม่สามารถ เลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธี แก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้องและแสดง การแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การ แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้องหรือไม่แสดง ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปและ ตรวจสอบคำตอบ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้องสมบูรณ์ - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วนหรือสรุปคำตอบไม่ ครบถ้วน - ไม่มีการสรุปหรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาดัง
คณิตศาสตร์ ซึ่งปรับมาจากเกณฑ์ ของ โพลยา (Polya, 1973, pp. 5-40) และสสวท. (2555 ข, หน้า
130) ที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาดังคณิตศาสตร์สำหรับการวิจัยครั้งนี้ มี 4
รายการ ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยก
องค์ประกอบของผู้วิจัย

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	2	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถูกต้องครบถ้วนทั้งหมด
	1	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน แต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง
		- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
		- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ได้ถูกต้อง
0	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	
	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	
	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง แต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	
		- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง แต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้อย่างถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน
		- ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้

ตารางที่ 6 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
2. วางแผน การแก้ปัญหา	2	- นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่ จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องทั้งหมด
	1	- นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่ จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่ จากการวิเคราะห์มาใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้นำมาใช้ เพื่อ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา
3. ดำเนินการ ตามแผน	2	- ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำ ถามและสรุปคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด
	1	- ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำ ถามได้ถูกต้องบางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง - ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำ ถามได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุป คำตอบ
	0	- ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำ ถามไม่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบถูกต้อง - ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำ ถามและสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง
4. ตรวจสอบผล	2	- ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ และมีความสอดคล้อง กับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
	1	- ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้บางส่วน
	0	- ไม่ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้ Krulik and Rudnick (1993, pp. 3-4) ได้กล่าวถึง ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งการที่จะได้มาของข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนดให้เป็นความสามารถในการคิดหาข้อสรุป จากการสังเกตและการคาดเดาจากข้อมูลที่กำหนดให้ เพื่อนำมาสร้างข้อคาดการณ์และนักเรียนต้องสามารถที่จะอธิบายและแสดงเหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปข้างต้นนั้นมีความเกี่ยวข้องกับการสร้างความรู้ใหม่ต่อไป

Alice and Shirel (1994, p. 114 อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556, หน้า 175) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล ซึ่งกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไปและการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 131) ได้กล่าวถึง ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบาย หรือแสดงแนวคิดของข้อสรุปของข้อมูลที่ต้องสมเหตุสมผล

ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2546, หน้า 9) ระบุว่า ความสามารถในการให้เหตุผลเป็นความสามารถของนักเรียนในการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างสมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 49) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลากหลายที่สำคัญมีดังนี้

1. หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2. ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และในการอธิบายความคิดของตนเอง

3. เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ

4. สร้างทดสอบและประเมินข้อคาดการณ์และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

5. ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและนิรนัยทางคณิตศาสตร์

6. ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง

7. เห็นคุณค่าและความสำคัญของการให้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ได้

สสวท. (2555 ข, หน้า 79) ระบุว่า ความสามารถในการให้เหตุผล เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อความคาดการณ์หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้จากสถานการณ์นั้น ๆ

กระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 3) ระบุว่า การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการอธิบายแนวคิด หรือแสดงเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดที่สมเหตุสมผล โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสนับสนุน

ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้ให้ความหมายของความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Baroody (1993, p. 59) ได้สรุปความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญสำหรับคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมนุษย์ต้องให้เหตุผลกับผู้อื่น และต้องการเหตุผลจากผู้อื่น ไม่ว่าจะเป็นเรื่องเล็กน้อยหรือเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล ด้วยเหตุนี้การให้เหตุผล จึงมีความสำคัญยิ่งต่อการเรียนคณิตศาสตร์ซึ่งจะให้นักเรียนมีการคิดไตร่ตรองและการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันได้อย่างสมเหตุสมผล

Stiggins (1997, p. 6) ได้กล่าวถึง การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นสิ่งสำคัญเพราะการทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางครั้งเราต้องใช้การให้

เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูส่วนย่อยต่าง ๆ กับโดยรวมของสิ่งนั้น ๆ หรือไม่ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

กระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 45) ระบุว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนและรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำคิดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงานและการดำรงชีวิต

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ว่าการให้เหตุผลเป็นเครื่องมือที่สำคัญ การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการ ที่จะส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหาโดยใช้เหตุผลได้ ซึ่งคำอธิบายต้องเป็นเหตุเป็นผลมีการการคิดไตร่ตรองและการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างสมเหตุสมผล

ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

Stiggins (1997, p. 6-7) ได้กล่าวถึงการให้เหตุผลหลัก ๆ 3 แบบ ได้แก่ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ การให้เหตุผลในการประเมิน โดยได้อธิบายไว้ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อยหรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่ง ๆ นั้น เป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อย ๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้งก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่าสิ่งนั้น ๆ มีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกัน ในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกัน บางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกัน การใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่าอย่างไรที่ถือว่าเหมือนกัน อย่างไรถือว่าต่างกัน ก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative reasoning) เป็นการให้เหตุผลประเมินเมื่อเราตัดสินคุณค่าหรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน

O'Daffer (1990, p. 378) เสนอว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างลักษณะทั่วไปและการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิด ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ประเภท

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นข้อมูลเกี่ยวกับตัวอย่างย่อย ๆ ซึ่งถูกนำมาใช้เพื่อสร้างลักษณะทั่วไปเกี่ยวกับข้อสรุป กฎเกณฑ์

2. การใช้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้รูปแบบการอนุมานที่ถูกต้องเพื่อสรุปผลจากที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 176) ได้จำแนกประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ เป็นการให้เหตุผลที่มาจากการใช้ความรู้ที่มีมาแต่กำเนิดหรือสามัญสำนึก

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง เรียกข้อสรุปที่ได้ว่า ข้อความคาดการณ์

3. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่มาจากกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น ไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่

สสวท. (2555 ก, หน้า 40-45) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุป ซึ่งเชื่อว่าจะถูกต้องน่าจะเป็นจริงมีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่ได้พิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้งเรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อคาดการณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริง โดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่การให้เหตุผลแบบนิรนัยประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วน คือ

2.1 เหตุหรือสมมติฐาน หมายถึง สิ่งที่เป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ ได้แก่ คำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่พิสูจน์แล้ว กฎ หรือสมบัติต่าง ๆ

2.2 ผลหรือผลสรุป หมายถึง ข้อสรุปที่ได้จากเหตุหรือสมมติฐาน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มี 4 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย 3) การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ 4) การให้เหตุผลแบบสหัชญาณ โดยงานวิจัยนี้ใช้การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ ตามแนวคิดของ Stiggins ซึ่งเป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนประกอบย่อย ๆ เพื่อศึกษารายละเอียด ในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา จะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

โรเวน และ โมร์ โรว์ (Rowan & Morrow, 1993, pp. 16-18) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับบรรยากาศในชั้นเรียนว่าเป็นสิ่งสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง และบรรยากาศในชั้นเรียนต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัวแต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดได้กระทำและสรุปพร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้นๆ

อัมพร ม้าคอง (2553, หน้า 50) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาขึ้น ได้ครูควรให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์และบริบทอื่น ๆ รวมทั้งความพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่องเช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” “ถ้าเงื่อนไขบางอย่างเปลี่ยนไปจะเกิดอะไรขึ้นรู้อย่างไร” โดยครูควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล ไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลจะช่วยให้ให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตนและที่สำคัญ คือ นักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจความต้องการของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรจกร (2555, หน้า 131) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลจากบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบของปัญหาและชี้แจงเหตุผลร่วมกัน และควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นการผสมผสานการฝึกการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กับการสอนเนื้อหาตามปกติ

ศศิธร เม่นสงวน (2556, หน้า 179) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิด การวิเคราะห์ และการสรุป แนวคิดอย่างสมเหตุสมผล ภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิด และแก้ปัญหาาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นั้นคือการส่งเสริมให้นักเรียนได้ปฏิบัติด้วยตนเอง มีการคิด การอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบของปัญหาอย่างมีเหตุผล โดยครูควรใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง และให้ความสำคัญกับทุกเหตุผลไม่เฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผล

การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาเสนอไว้ดังนี้

Krulik and Rubnick (1993, pp. 8-9) ได้กล่าวถึง แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. การสังเกตโดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้องเพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาากับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน
2. การทดสอบไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลเพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียนซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สสวท. (2547, หน้า 50-52) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผล นอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
 2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อาคาดเดาลิ่งที่จะเกิดขึ้น
 3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์
 4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์
- ในการประเมินผลควรคำนึงถึงจุดมุ่งหมายในการประเมินว่าประเมินเพื่ออะไร เช่น
- ประเมินเพื่อใช้เป็นข้อมูลในการจัดการเรียนการสอน กล่าวคือ เพื่อให้รู้ว่านักเรียนพร้อมที่จะเรียนคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ หรือไม่ เพื่อนำมาใช้คาดการณ์เกี่ยวกับการเรียนรู้ของ

นักเรียนแล้วนำมาออกแบบกิจกรรมการประเมินเพื่อจุดประสงค์ ในลักษณะนี้จะประเมินด้วยการวิเคราะห์เก็บข้อมูลเป็นรายละเอียดในแง่มุมต่าง ๆ ตามที่ต้องการทราบ

- ประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล การประเมินเพื่อจุดประสงค์นี้อาจใช้การให้คะแนนทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวมโดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551, หน้า 60) ระบุว่า แนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ การประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่บรรจุไว้ในหลักสูตร โดยครูสามารถประเมินได้จากกิจกรรมที่นักเรียนทำจากแบบฝึกหัดหรือข้อสอบที่เป็นคำถามปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียนแสดงความสามารถในการเขียนแสดงการพิสูจน์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้ว่า ครูควรสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาและมีการทดสอบโดยครูสามารถประเมินได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน

เกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

มีนักวิชาการและหน่วยงานทางการศึกษาได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

กรมวิชาการ (2546, หน้า 123) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของกรมวิชาการ

คะแนน / ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิงเสนอแนวคิด ประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล

ตารางที่ 7 (ต่อ)

คะแนน / ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
3 ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้องคำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำคำตอบถูกต้องครบถ้วนหรือการแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้องขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้องคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิดต้องปรับปรุงไม่ประกอบการตัดสินใจ
0 ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร (2554, หน้า 116) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของเวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร

คะแนน / ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 ดีมาก	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมดและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้ สมบูรณ์มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผลและชัดเจน

ตารางที่ 8 (ต่อ)

คะแนน /ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
3 ดี	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมดและแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้เกือบสมบูรณ์
2 พอใช้	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วนและพยายามแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ แต่ไม่ถูกต้อง
1 ต้องปรับปรุง	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วนมีการให้เหตุผลตามความคิดของบุคคล
0 ไม่ผ่านเกณฑ์	ไม่มีการตอบคำถามและไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

สสวท. (2555 ก, หน้า 177) ได้แสดงตัวอย่างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของสสวท.

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจแต่ไม่สมเหตุสมผลบางกรณี
1 (ต้องปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจและไม่มีการอ้างอิง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งปรับมาจากเกณฑ์ ของ กรมวิชาการ (2546, หน้า 123), เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร

(2554, หน้า 116) และสสวท. (2555 ก, หน้า 177) ที่ใช้ในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิจัยครั้งนี้ มีรายละเอียดดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลของผู้วิจัย

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2	อธิบายแนวคิด หรือแสดงเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดที่สมเหตุสมผล ได้ถูกต้องและครบถ้วน โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสนับสนุน
1	อธิบายแนวคิด หรือแสดงเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดที่สมเหตุสมผล ได้ถูกต้องบางส่วน โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสนับสนุน
0	ไม่อธิบายแนวคิด หรือไม่แสดงแนวคิดที่สมเหตุสมผล

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2551) ได้ทำวิจัยเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยง โดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 45 คน โดยใช้การทดลองแบบกลุ่มเดียวและมีการทดสอบก่อนและหลังเรียนจากผลการทดลองพบว่า 1) ด้านความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล พบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 2) ด้านทักษะการให้เหตุผลพบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01 3) ด้านทักษะการเชื่อมโยงพบว่านักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบภายหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองที่ระดับนัยสำคัญ .01

ไพศาล แมลงทับทอง (2558) ได้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

สิณภรณ์ แทนศิลา (2558) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริงของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ณัฐภูมิ พิษญาชมชื่น (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภัทรอร อริชชนพงศ์ (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิต“พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิไลวรรณ ชูบั้น (2563) ได้ศึกษา ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CG1) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CG1) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

งานวิจัยต่างประเทศ

คาร์เพนเทอร์และคณะ (Carpenter et al., 1989) ที่ศึกษาผลการใช้แนวการสอนแบบ CGI กลุ่มตัวอย่างเป็นครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 40 คนจาก 24 โรงเรียนโดยสุ่มครู 20 คนใช้การสอนแบบ CGI และครูอีก 20 คนที่เหลือใช้การสอนแบบปกตินักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 คนถูกเลือกอย่างสุ่มจากแต่ละชั้นเรียนเพื่อเป็นกลุ่มเป้าหมายในการวิเคราะห์ผลจากแนวการสอนแบบ CGI การประเมินผลวัดจากความสามารถในการคำนวณและการแก้ปัญหาซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของแบบวัดทักษะพื้นฐานของไอโอวา (ITBS) ซึ่งอยู่ในแนวทางเดียวกับกิจกรรมที่เน้นการแก้ปัญหาที่พัฒนาโดยทีมวิจัย CGI และมีการสอบก่อนการทดลองและสอบหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนความสามารถทางการบวกและการลบซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของแบบทดสอบ ITBS สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI เท่ากับ 8.6 คะแนน ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติเท่ากับ 7.8 คะแนน 2) นักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหของแบบทดสอบ ITBS สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ CGI เท่ากับ 5.61 คะแนน ส่วนคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติเท่ากับ 5.38 คะแนน

Christou & Papageorgiou (2006) ได้ศึกษาเรื่องโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ ได้กล่าวถึงพื้นฐานบทวรรณกรรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยโดยได้ทำการศึกษาโครงสร้างสำหรับการแนะนำและการประเมินการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับประถมศึกษาเป็นการชี้แจงและทำให้สมบูรณ์ท่ามกลางคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ใช้ข้อมูลจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 135 คน ในประเทศไซปรัสได้ให้ประโยชน์จากการวิเคราะห์ปัจจัยที่นำมายืนยันและพิสูจน์ความสอดคล้องกับข้อมูลแล้วนำมาสรุปให้เป็นกระบวนการเฉพาะที่มุ่งตรวจสอบความเหมือนและแตกต่างในคุณสมบัติและความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการนำมาใช้สำหรับผลเฉลยของปัญหาคณิตศาสตร์เชิงอุปนัยที่ควบคุมด้วยคุณสมบัติหรือความสัมพันธ์ ผลจากการวิจัยโครงสร้างของการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ได้ให้ประโยชน์ในการกำหนดพื้นฐานทางทฤษฎีสำหรับการออกแบบหลักสูตรและการกำหนดโปรแกรมในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์

Fast (2005) ได้ทำวิจัย เรื่อง การประเมินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภูมิภาคที่ใช้การสอนแบบเน้นให้รู้คิด ในการวิจัยนี้ศึกษาในบริบทของประเทศซิมบับเว โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 35 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มดังกล่าวได้รับการสอน

แบบแนะให้รู้คิด และให้แก้โจทย์ปัญหาจำนวน 14 ข้อ พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังอยู่ในระดับที่ต้องใช้แบบจำลองช่วยในการพัฒนาการแก้ปัญหา แต่ถ้าโจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนขึ้นการใช้แบบจำลองไม่มีผลช่วยในการพัฒนาการแก้ปัญหา Fast แนะนำว่าการใช้การสอนแบบแนะให้รู้คิดมีผลดีและเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยม

Sahin (2015) ได้ศึกษาผลการใช้กิจกรรมการสอนแนะให้รู้คิด CGI ที่มีต่อกลวิธีในการแก้ปัญหาและผลการเลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างสำเร็จ แบ่งออกเป็น ครูที่ใช้การสอนแบบ CGI กับครูที่ใช้การสอนแบบปกติโดยการศึกษาระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองที่ใช้การสอนของครูแบบ CGI ส่วนกลุ่มควบคุมใช้การสอนของครูแบบปกติ ซึ่งแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 ระดับชั้น ได้แก่ 1) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 มีจำนวนครูผู้สอนแบบ CGI ในกลุ่มทดลอง จำนวน 47 คน และจำนวนครูผู้สอนแบบปกติในกลุ่มควบคุมจำนวน 50 คน 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 มีจำนวนครูผู้สอนแบบ CGI ในกลุ่มทดลอง จำนวน 46 คน และจำนวนครูผู้สอนแบบปกติในกลุ่มควบคุมจำนวน 44 คน ซึ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จำนวนทั้งหมด 336 คน และกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 จำนวนทั้งหมด 286 คน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนจากครูที่ใช้ CGI สามารถใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนของครูแบบปกติ นอกจากนี้นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถคิดค้น หรือหากกลวิธีในการแก้ปัญหาคด้วยตนเองได้ดีกว่า พร้อมทั้งความสามารถในด้านความเข้าใจเกี่ยวกับค่าประจำหลักและความรู้สึกเชิงจำนวนที่สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

Mourad (2005, p. 75) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัยในคาบเรียนพีชคณิต ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบผลของวิธีสอน 2 วิธี ในหน่วยการเรียนรู้พีชคณิต เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 วิธีสอนที่นำมาใช้ทดลองครั้งนี้คือ การจัดกิจกรรมเกี่ยวกับการให้เหตุผลแบบอุปนัย การเป็นตัวแทนและแนวทางในการค้นพบในขณะที่วิธีสอนที่ควบคุม คือ การสอนแบบปกติ จุดมุ่งหมายของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ ต้องการปรับปรุงแก้ไขผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้น ของนักเรียน ผู้วิจัยต้องการพิสูจน์ความจริงที่สำคัญทางคณิตศาสตร์ 3 ข้อ คือ ข้อแรกเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นและอีกสองข้อเกี่ยวกับความสามารถในการเป็นตัวแทนของการแปลง โดยจะนำมาใช้วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการทดสอบประจำหน่วยซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 29 คน ซึ่งมีระดับความคิดแตกต่างกัน ผลการเปรียบเทียบพบว่ากลุ่มทดลองให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมในการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จากกิจกรรมการเรียนการสอนมากกว่ากลุ่มปกติ

จากการศึกษาการวิจัยข้างต้นทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ล้วนเป็นผลดีและเป็นประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์ซึ่งจะเห็นได้จากงานวิจัยของคาร์เพนเทอร์; Fast; Sahin; เวชฤทธิ์ อังคนะภัทรขจร; ภัทรอร อริยชนพงศ์ และวิไลวรรณ ชูปิ่น ผลการทดลอง พบว่า คะแนนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดและสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ นอกจากนี้การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย Christou & Papageorgiou; Mourad; ไพศาล แมลงทับทอง; สิณารณณ์ แทนศิลา และณัฐปัญญานันท์ พิชญามชื่น ยังช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่าคะแนนสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดและสูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ ด้วยเหตุผลดังกล่าวนี้ในการจัดการเรียนรู้ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่นำแนวคิดการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยมาใช้ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์



บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การดำเนินการวิจัย
5. การเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียน แสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวน 11 ห้องเรียน มีจำนวนนักเรียน 401 คน ซึ่งจัดแบบคละความสามารถ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 โรงเรียน แสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี จำนวนนักเรียน 37 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) โดยการจับฉลาก 1 ห้องเรียน จาก 11 ห้องเรียน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 5 แผน

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ

การสร้างและพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีการสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหาสาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล หนังสือแบบเรียน เรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.2 ศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) และการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.3 ศึกษาเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้สอดคล้องกับตัวชี้วัด โดยมีรายละเอียดแสดงดังตารางที่ 11

ตารางที่ 11 การวิเคราะห์ตัวชี้วัด จุดประสงค์ สาระการเรียนรู้ของแผนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และ
เวลา เรื่อง วงกลม

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	ชั่วโมง
1. มุมที่จุด ศูนย์กลางและ มุมในส่วนโค้ง ของวงกลม	ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจและใช้ ทฤษฎีบท เกี่ยวกับวงกลม ในการ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์	<u>ด้านความรู้</u> 1. นักเรียนสามารถอธิบาย ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุด ศูนย์กลางและมุมในส่วน โค้งของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถหาขนาด ของมุมโดยใช้ทฤษฎีบท เกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วน โค้งของ วงกลมได้ <u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> 1. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมที่ จุดศูนย์กลางและมุมในส่วน โค้งของวงกลม ไปใช้ใน แก้ปัญหาหาขนาดของมุมใน ส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมที่ จุดศูนย์กลางและมุมในส่วน โค้งของวงกลม ไปใช้ในการ อธิบายแนวคิด หรือให้ เหตุผลประกอบวิธีการหา คำตอบเกี่ยวกับมุมในส่วน ต่าง ๆ ของวงกลมได้	- มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม - มุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วน โค้ง ของวงกลม	2

ตารางที่ 11 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	ชั่วโมง
2. มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ	ก 2.2 ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์	<u>ด้านความรู้</u> 1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ และทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับได้ 2. นักเรียนสามารถหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ และทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับได้ <u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> 1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ และทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับไปใช้ในแก้ปัญหาหาขนาดของมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ และทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับไปใช้ในการอธิบายแนวคิด หรือให้เหตุผลประกอบวิธีการหาคำตอบเกี่ยวกับมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้	- มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ - มุมในส่วนโค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ	2

ตารางที่ 11 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	ชั่วโมง
3. มุมใน ครึ่งวงกลม และรูป สี่เหลี่ยม แนบใน วงกลม	ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจและ ใช้ทฤษฎี บทเกี่ยวกับ วงกลมใน การ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์	<u>ด้านความรู้</u> 1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบท เกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบท เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้ 3. นักเรียนสามารถหาขนาดของมุมโดย ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม และทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบ ในวงกลมได้ <u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> 1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบทของมุมในครึ่งวงกลม และ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับของเกี่ยวกับรูป สี่เหลี่ยมแนบในวงกลมไปใช้ใน แก้ปัญหาหาขนาดของมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบทของมุมในครึ่งวงกลม และ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับของรูปสี่เหลี่ยมแนบ ในวงกลมไปใช้ในการอธิบายแนวคิด หรือให้เหตุผลประกอบวิธีการหา คำตอบเกี่ยวกับมุมในส่วนต่าง ๆ ของ วงกลมได้	- มุมในครึ่ง วงกลม - รูปสี่เหลี่ยม แนบในวงกลม	2

ตารางที่ 11 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	ชั่วโมง
4. คอร์ด	ก 2.2 ม.3/3	<u>ด้านความรู้</u>	- คอร์ดและส่วน โค้งของวงกลม - คอร์ดและจุด ศูนย์กลางของ วงกลม - คอร์ดที่ยาว เท่ากัน	2
	เข้าใจและ ใช้ทฤษฎี บทเกี่ยวกับ วงกลมใน การ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์	1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบท เกี่ยวกับคอร์ดได้ 2. นักเรียนสามารถหาขนาดของมุมโดย ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดได้ <u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> 1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบทของคอร์ด ไปใช้ในการแก้ปัญหา หาขนาดของมุมในส่วนต่าง ๆ ของ วงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบทของคอร์ด ไปใช้ในการ อธิบายแนวคิด หรือให้เหตุผลประกอบ วิธีการหาคำตอบเกี่ยวกับมุมในส่วน ต่าง ๆ ของวงกลมได้		

ตารางที่ 11 (ต่อ)

แผนที่	ตัวชี้วัด	จุดประสงค์	สาระการเรียนรู้	ชั่วโมง
5. เส้น สัมผัส วงกลม	ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจและ ใช้ทฤษฎี บทเกี่ยวกับ วงกลมใน การ แก้ปัญหา คณิตศาสตร์	<u>ด้านความรู้</u> 1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบท เกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถหาขนาดของมุมโดย ใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม ได้ <u>ด้านทักษะและกระบวนการ</u> 1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมไป ใช้ในแก้ปัญหาหาขนาดของมุมในส่วน ต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลม ไป ใช้ในการอธิบายแนวคิด หรือให้เหตุผล ประกอบวิธีการหาคำตอบเกี่ยวกับมุม ในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้	- เส้นสัมผัส วงกลมและรัศมี - เส้นสัมผัส วงกลมและ คอร์ดของ วงกลม	2
		รวม		10

1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบการสอน
แนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จำนวน 5 แผน เวลา 10 ชั่วโมง ซึ่งแผนการ
เรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

1.4.1 มาตรฐานการเรียนรู้

1.4.2 ตัวชี้วัด

1.4.3 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.4.3.1 ด้านความรู้

1.4.3.2 ด้านทักษะและกระบวนการ

- 1.4.3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
- 1.4.4 สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอดหลัก
- 1.4.5 สาระการเรียนรู้
- 1.4.6 กิจกรรมการเรียนรู้ (โดยใช้ขั้นตอนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย) ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้
 - 1.4.6.1 ช้่นนำเสนอปัญหา
 - 1.4.6.2 ช้่นวิเคราะห์
 - 1.4.6.3 ช้่นนำไปใช้
 - 1.4.6.4 ช้่นนำเสนอแนวคิด
 - 1.4.6.5 ช้่นอภิปรายคำตอบและสรุป
- 1.4.7 สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้
- 1.4.8 การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
- 1.4.9 บันทึกหลังการสอน (ผลการจัดการเรียนรู้ ปัญหา/อุปสรรค แนวทางการแก้ไข / แนวทางการแก้ไข)

1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยใช้การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่ผู้วิจัยสร้างเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง และความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ เพื่อนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข

1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยใช้การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจเครื่องมือ จำนวน 5 ท่าน คือ ดร.คงรัฐ นวลแปง อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้ มีประสบการณ์สอนไม่ต่ำกว่า 5 ปี ผศ.ดร.ปรียานุช ศรีสุข อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ มีประสบการณ์สอนไม่ต่ำกว่า 5 ปี อาจารย์เพียงฤทัย กระแสร์ชล ครูชำนาญการพิเศษ มีประสบการณ์สอนไม่ต่ำกว่า 5 ปี อาจารย์เจิมจันทน์ ขวัญแก้ว ครูชำนาญการพิเศษมีประสบการณ์สอนไม่ต่ำกว่า 5 ปี อาจารย์นลินญา บุญเต็ม ครูชำนาญการพิเศษมีประสบการณ์สอนไม่ต่ำกว่า 5 ปี (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระสำคัญ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตลอดจนภาษาที่ใช้ โดยวัดจากแบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประเมินค่า 5 ระดับ (Rating scale) ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2553, หน้า 162)

5 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

4 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก

3 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

2 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

1 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยมีเกณฑ์การแปลความหมาย ดังนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2553, หน้า 162)

คะแนนเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมากที่สุด

คะแนนเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมมาก

คะแนนเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมปานกลาง

คะแนนเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อย

คะแนนเฉลี่ย 1.00-1.50 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้เหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์การประเมินที่เหมาะสมคือ 3.51 ขึ้นไป

จากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญพบว่า ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ทั้ง 5 แผน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.81 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.44 ซึ่งมีคุณภาพและความเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด โดยมีข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

1.6.1 ในหัวข้อจุดประสงค์การเรียนรู้ด้านความรู้ของทุกแผนการเรียนรู้ ควรปรับจาก คำว่า “สามารถบอกทฤษฎีได้” ปรับเป็น “สามารถอธิบายทฤษฎีได้” เช่น จากเดิม

นักเรียนสามารถบอกทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมได้

แก้ไขเป็น

นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมได้

1.6.2 การตั้งคำถาม ควรเลี่ยงการใช้คำที่นักเรียนยังไม่รู้จัก เช่น จากตัวอย่าง ข้อที่ 3 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

จากเดิม

กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $D\hat{E}O$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาด 30° \overline{OD} และ \overline{OE} เป็นรัศมีของวงกลม O หาขนาดของ $E\hat{A}D$ ว่ามีขนาดเท่าใด

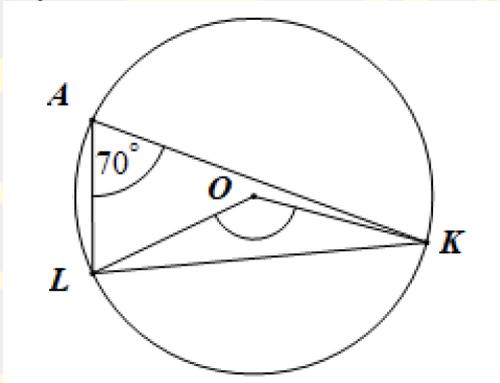
แก้ไขเป็น

กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $D\hat{E}O$ มีขนาด 30° OD และ OE เป็นรัศมีของวงกลม O หาขนาดของ $E\hat{A}D$ ว่ามีขนาดเท่าใด

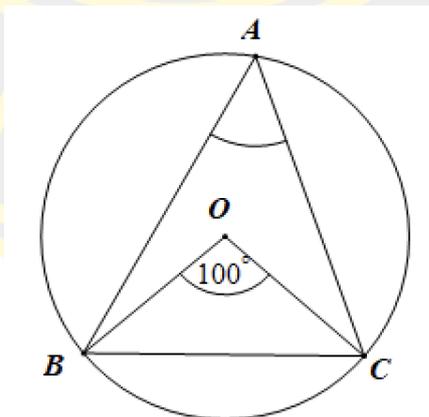
1.6.3 ควรเพิ่มโจทย์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจมากขึ้น ตัวอย่างโจทย์ที่เพิ่มเติม มีดังนี้

1.6.3.1 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม ได้แก่

- กำหนด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $L\hat{A}K$ มีขนาด 70° จงหาขนาดของ $L\hat{O}K$ ว่ามีขนาดเท่าใด

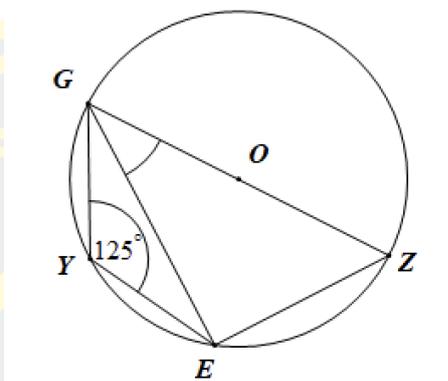


- กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $B\hat{O}C$ มีขนาด 100° หาขนาดของ $B\hat{A}C$ ว่ามีขนาดเท่าใด



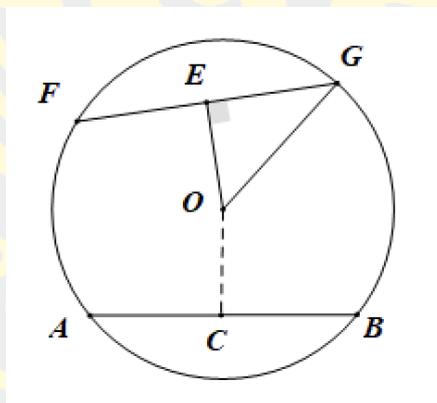
1.6.3.2 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ได้แก่

- กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า \widehat{EYG} มีขนาด 125° จงหาค่าของ \widehat{EGZ} มีขนาดเท่าใด



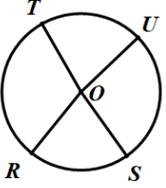
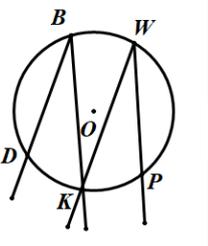
1.6.3.3 ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง คอร์ด ได้แก่

- กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม มีรัศมียาว 17 เซนติเมตร โดย \overline{AB} มีขนาด 30 เซนติเมตร และ $\triangle OEG$ เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก จงหาความยาวของ \overline{AB} และ \overline{OC}

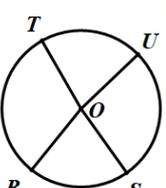
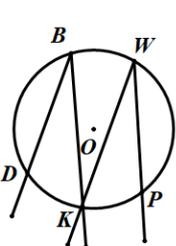


1.6.4 ตัวอย่างในใบกิจกรรมที่ 1 ของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ควรเฉลยคำตอบให้ครอบคลุมทุกรูปแบบ

จากเดิม

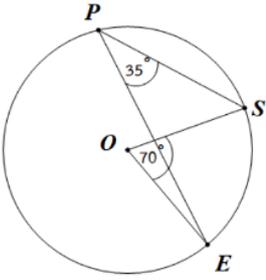
ข้อ	ชื่อมุม	จุดยอดมุมอยู่ในบริเวณใดของวงกลม	ลักษณะแขนของมุม
1.5 	$\widehat{T\hat{O}U}$ $\widehat{R\hat{O}S}$	จุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม	รัศมี รัศมี
1.6 	\widehat{DBK} $\widehat{K\hat{W}P}$	จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม	แขนทั้งสองตัดบนวงกลม แขนทั้งสองตัดบนวงกลม

แก้ไขเป็น

ข้อ	ชื่อมุม	จุดยอดมุมอยู่ในบริเวณใดของวงกลม	ลักษณะแขนของมุม
1.5 	$\widehat{T\hat{O}U}$ $\widehat{R\hat{O}S}$ $\widehat{R\hat{O}T}$ $\widehat{S\hat{O}U}$	จุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม จุดยอดมุมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงกลม	รัศมี รัศมี รัศมี รัศมี
1.6 	\widehat{DBK} $\widehat{K\hat{W}P}$ $\widehat{W\hat{K}B}$	จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม จุดยอดมุมอยู่บนวงกลม	แขนทั้งสองตัดบนวงกลม แขนทั้งสองตัดบนวงกลม แขนทั้งสองตัดบนวงกลม

1.6.5 ปรับแก้ไขกิจกรรมทุกแผนการจัดการเรียนรู้ จากเดิมให้นักเรียนสังเกตมุมจากรูปวงกลมที่กำหนดดองสามาให้และหาขนาดของมุมอีกมุมหนึ่ง โดยใช้การสังเกตจากตัวอย่างที่กำหนดให้ ปรับเป็น ให้นักเรียนวัดขนาดของมุมด้วยตนเอง เช่น

จากเดิม



EÔS เรียกว่า.....

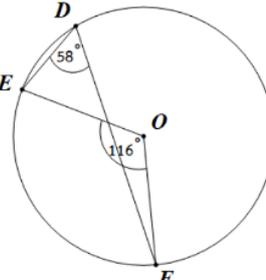
ส่วนโค้งที่รองรับ EÔS คือส่วนโค้ง.....

EÔS มีขนาด.....

EÔS เรียกว่า.....

ส่วนโค้งที่รองรับ EÔS คือส่วนโค้ง.....

EÔS มีขนาด.....



EÔF เรียกว่า.....

ส่วนโค้งที่รองรับ EÔF คือส่วนโค้ง.....

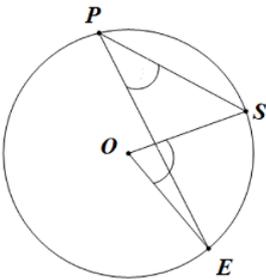
EÔS มีขนาด.....

EÔF เรียกว่า.....

ส่วนโค้งที่รองรับ EÔF คือส่วนโค้ง.....

EÔF มีขนาด.....

แก้ไขเป็น



EÔS เรียกว่า.....

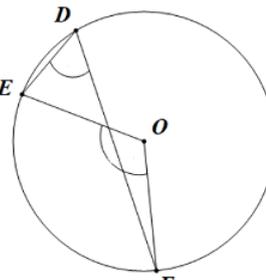
ส่วนโค้งที่รองรับ EÔS คือส่วนโค้ง.....

EÔS มีขนาด.....

EÔS เรียกว่า.....

ส่วนโค้งที่รองรับ EÔS คือส่วนโค้ง.....

EÔS มีขนาด.....



EÔF เรียกว่า.....

ส่วนโค้งที่รองรับ EÔF คือส่วนโค้ง.....

EÔS มีขนาด.....

EÔF เรียกว่า.....

ส่วนโค้งที่รองรับ EÔF คือส่วนโค้ง.....

EÔF มีขนาด.....

1.6.6 แผนการจัดการเรียนรู้ ควรปรับการเขียนในส่วนของ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยการเขียนให้เป็นประเด็น หรือ ข้อ ๆ เช่น

จากเดิม

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\angle LJK$ ขนาด 100° และ $\angle KJM$ มีขนาด 42°

แก้ไขเป็น

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้
1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
 2. \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
 3. $\angle LJK$ มีขนาด 100°
 4. $\angle KJM$ มีขนาด 42°

1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของเชี่ยวชาญ และเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง จากนั้นนำมาจัดพิมพ์เป็นฉบับจริงแล้ว นำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

2. แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นแบบอัตนัย จำนวน 1 ชุด เป็นจำนวน 5 ข้อ มีขั้นตอนการสร้าง ดังนี้

2.1 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เกี่ยวกับเนื้อหา สาระ ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.2 ศึกษาคู่มือครู วิธีการสร้างแบบทดสอบและแนวทางการวัดผลและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัด เนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง วงกลม เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.4 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยสร้างแบบทดสอบอัตร้อย ซึ่งจะสอดคล้องกับตารางวิเคราะห์จุดประสงค์ แสดงดังตารางที่ 12

ตารางที่ 12 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์	จำนวน ข้อสอบ ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจ และใช้ทฤษฎีบท เกี่ยวกับวงกลมใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์	- มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม - มุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้ง ของวงกลม	1. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมที่จุด ศูนย์กลางและมุมในส่วน โค้ง ของวงกลม ไปใช้ในแก้ปัญหา หาขนาดของมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของ มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมใน ส่วน โค้งของวงกลม ไปใช้ใน การอธิบายแนวคิด หรือให้ เหตุผลประกอบวิธีการหา คำตอบเกี่ยวกับมุมในส่วน ต่าง ๆ ของวงกลมได้	2	1

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์	จำนวน ข้อสอบ ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจ และใช้ทฤษฎีบท เกี่ยวกับวงกลมใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์	- มุมที่จุดศูนย์กลาง ของวงกลมและส่วน โค้งที่รองรับ - มุมในส่วนโค้งของ วงกลมและส่วนโค้ง ที่รองรับ	1. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมที่จุด ศูนย์กลางของวงกลมและมุมใน ส่วนโค้งของวงกลม และทฤษฎี บทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของ วงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ ไปใช้ในแก้ปัญหาหาขนาดของ มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลม ได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมที่จุด ศูนย์กลางของวงกลมและมุม ในส่วนโค้งของวงกลม และ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วน โค้งของวงกลมและส่วนโค้งที่ รองรับไปใช้ในการอธิบาย แนวคิด หรือให้เหตุผล ประกอบวิธีการหาคำตอบ เกี่ยวกับมุมในส่วนต่าง ๆ ของ วงกลมได้	2	1

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์	จำนวน ข้อสอบ ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจ และใช้ทฤษฎีบท เกี่ยวกับวงกลมใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์	- มุมในครึ่ง วงกลม - รูปสี่เหลี่ยม แนบในวงกลม	1. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมในครึ่ง วงกลม และเกี่ยวกับทฤษฎีบทของ เกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ไปใช้ในแก้ปัญหาหาขนาดของมุม ในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมในครึ่ง วงกลม และเกี่ยวกับทฤษฎีบทของ รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมไปใช้ใน การอธิบายแนวคิด หรือให้เหตุผล ประกอบวิธีการหาคำตอบเกี่ยวกับ มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้	2	1
ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจ และใช้ทฤษฎีบท เกี่ยวกับวงกลมใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์	- คอร์ดและส่วน โค้งของวงกลม - คอร์ดและจุด ศูนย์กลางของ วงกลม - คอร์ดที่ยาว เท่ากัน	1. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของคอร์ด ไปใช้ ในแก้ปัญหาหาขนาดของมุมในส่วน ต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทของคอร์ด ไปใช้ ในการอธิบายแนวคิด หรือให้เหตุผล ประกอบวิธีการหาคำตอบเกี่ยวกับ มุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้	2	1

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์	จำนวน ข้อสอบ ทั้งหมด	จำนวน ข้อสอบ ที่ใช้จริง
ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจ และใช้ทฤษฎีบท เกี่ยวกับวงกลมใน การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์	- เส้นสัมผัสวงกลม และรัศมี - เส้นสัมผัสวงกลม และคอร์ดของ วงกลม	1. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้น สัมผัสวงกลมไปใช้ใน แก้ปัญหาหาขนาดของมุมใน ส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้ 2. นักเรียนสามารถนำความรู้ เกี่ยวกับทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้น สัมผัสวงกลม ไปใช้ในการ อธิบายแนวคิด หรือให้เหตุผล ประกอบวิธีการหาคำตอบ เกี่ยวกับมุมในส่วนต่าง ๆ ของ วงกลมได้	2	1
รวม			10	5

2.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน แบบรูบรีค (Rubric assessment) ดังตารางที่ 13 และ ตารางที่ 14

ตารางที่ 13 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบบแยก
องค์ประกอบ

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
1. ทำความเข้าใจปัญหา	2	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ถูกต้องครบถ้วนทั้งหมด
	1	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้ถูกต้องและครบถ้วน แต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง - บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้ถูกต้องและครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน - บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ไม่ได้ถูกต้อง - บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบถ้วน และบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ได้ถูกต้องและครบถ้วน
	0	- บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง แต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ได้ถูกต้องและครบถ้วน - บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง แต่บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน - ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้
2. วางแผนการแก้ปัญหา	2	- นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด
	1	- นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องบางส่วน
	0	- นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้นำมาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา

ตารางที่ 13 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนน	เกณฑ์การพิจารณา
3. ดำเนินการตามแผน	2	- ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณและสรุปคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด
	1	- ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณได้ถูกต้องบางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง
	0	- ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ
4. ตรวจสอบผล	2	- ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ และมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
	1	- ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้บางส่วน
	0	- ไม่ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้

ตารางที่ 14 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบองค์รวม

คะแนน	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2	อธิบายแนวคิด หรือแสดงผลเกี่ยวกับแนวคิดที่สมเหตุสมผล ได้ถูกต้องและครบถ้วน โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสนับสนุน
1	อธิบายแนวคิด หรือแสดงผลเกี่ยวกับแนวคิดที่สมเหตุสมผล ได้ถูกต้องบางส่วน โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสนับสนุน
0	ไม่อธิบายแนวคิด หรือไม่แสดงแนวคิดที่สมเหตุสมผล

โดยให้คะแนนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในขั้นที่ 3 ขึ้นดำเนินการตามแผนของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.6 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น จำนวน 10 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนน เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม ความสอดคล้องกับเนื้อหา และจุดประสงค์การเรียนรู้ จากนั้นนำข้อเสนอแนะที่ได้มาปรับปรุงแก้ไข

2.7 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 10 ข้อ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นและปรับปรุงตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 คน (รายละเอียดดังภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ความสอดคล้องตามจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC: Index of item objective) ค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้มีค่าตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป โดยมีเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

+1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

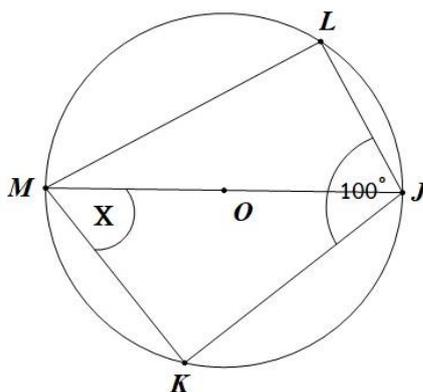
0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

จากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบจำนวน 9 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง เท่ากับ 1.00 และข้อสอบจำนวน 1 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง เท่ากับ .60 ซึ่งข้อสอบทั้ง 10 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ .60 – 1.00 และผู้เชี่ยวชาญมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

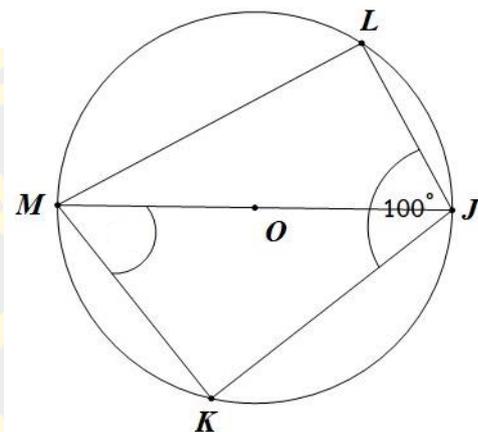
2.7.1 ปรับแก้รูปประกอบแต่ละข้อของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยไม่ใส่สัญลักษณ์ X ในรูปประกอบ เช่น จากเดิม

กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\angle LJK$ ขนาด 100° และ $\angle KJM$ มีขนาด 42° หาขนาดของ $\angle KML$ ว่ามีขนาดเท่าใด



แก้ไขเป็น

กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\angle LJK$ ขนาด 100° และ $\angle KJM$ มีขนาด 42° หาขนาดของ $\angle KML$ ว่ามีขนาดเท่าใด



2.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 37 คน ของโรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2566 ที่เคยผ่านการเรียนรู้เรื่อง วงกลมมาแล้ว จากนั้นตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.9 นำผลการตรวจคะแนนรายข้อมารวมกัน แล้วนำผลมาวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบ หาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) โดยคำนวณจากสูตรของวิทินีย์ และซาเบอร์ โดยคัดเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนกที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป จำนวน 5 ข้อ พบว่า ข้อสอบที่ได้มีค่าความยากง่ายตั้งแต่ .43 - .55 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ .30 - .60

2.10 นำแบบทดสอบที่คัดเลือก นำหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ (Reliability) โดยใช้สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบาค แล้วนำแบบทดสอบที่หาค่าความเชื่อมั่นที่ได้ไปเสนอต่อประธานและคณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ พบว่า มีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ .81

2.11 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพแล้วไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาการจัดการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบการศึกษา กลุ่มเดียว วัดผลหลังการทดลอง (One-group posttest-only design) มีรูปแบบการวิจัยดังตารางที่ 15

ตารางที่ 15 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม	ทดลอง	สอบหลังการทดลอง
<i>E</i>	<i>X</i>	<i>O</i>

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

เมื่อ *E* แทน กลุ่มทดลอง

X แทน การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

O แทน การทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทาง

คณิตศาสตร์

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ดำเนินการขอเอกสารรับรองจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ เพื่อใช้เป็นเอกสารประกอบการออกหนังสือขอเก็บรวบรวมข้อมูลกับทางโรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี
2. ขอความร่วมมือกับโรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี ซึ่งเป็นกลุ่มตัวอย่างในงานวิจัยครั้งนี้ ซึ่งผู้วิจัยดำเนินการสอนด้วยตนเองโดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
3. ดำเนินการสอนกับกลุ่มตัวอย่างโดยการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง วงกลม มี 5 ขั้นตอน ได้แก่
 1. ชี้แนะเสนอปัญหา ครูกำหนดวัตถุประสงค์ของการเรียน โดยมีการนำเสนอปัญหาตามวัตถุประสงค์ ถ้าปัญหานั้นมีความยุ่งยาก ครูควรนำเสนอปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหาเดิมเพิ่มเติม พร้อมจัดเตรียมตัวอย่างอุปกรณ์ที่ใช้ในการเรียนการสอน หรือมีการทบทวนความรู้เดิมให้แก่นักเรียน

2. ขั้นวิเคราะห์ ครูให้คำแนะนำ ให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา จากนั้นครูนำเสนอ ตัวอย่างให้มากพอ เพื่อให้ นักเรียนทำการสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะที่คล้ายคลึงของ องค์ประกอบ แยกแยะข้อแตกต่างและมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่ครูนำเสนอ จากนั้นให้ นักเรียนนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือ สูตร ต่าง ๆ

3. ขั้นนำไปใช้ นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ ไปใช้ในปัญหาการ แก้ปัญหา หรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งครูจะแนะแนวทาง ในการแก้ปัญหาให้นักเรียน จนสามารถแก้ปัญหานั้นได้ อีกทั้งยังเปิด โอกาสให้นักเรียนแก้ปัญหา และคอยสนับสนุนอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับสื่อ อุปกรณ์ต่าง ๆ จากนั้นครูคอยสังเกตว่านักเรียน สามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่

4. ขั้นนำเสนอแนวคิด นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้ และคำตอบที่ได้ ซึ่งครูอาจใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมา

5. ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุป นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่ แตกต่างกันจากการแก้ปัญหา โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ซึ่งครูเป็นผู้ใช้คำถาม นำให้เกิดการอภิปราย

โดยดำเนินการสอน เป็นระยะเวลา 10 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

- มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม 6 ชั่วโมง
- คอร์ดของวงกลม 2 ชั่วโมง
- เส้นสัมผัสวงกลม 2 ชั่วโมง

4. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม มาทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หลังจากได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง วงกลม โดยทำการทดสอบทั้งหมด 2 ชั่วโมง

5. ตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลทางสถิติเพื่อทดสอบสมมติฐาน

6. ผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้ไปวิเคราะห์ผลและแปลผลข้อมูลต่อไป

การวิเคราะห์ข้อมูลและสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย ผู้วิจัยได้นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. การวิเคราะห์เชิงปริมาณ

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t-test* for one sample ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้สถิติ *t-test* for one sample ในการวิเคราะห์ข้อมูล

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม มาวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

2.1 นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง

2.2 นำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม มาจำแนกเป็นกลุ่มตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในรูปแบบความเรียง

โดยสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล มีดังนี้

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 34)

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

เมื่อ \bar{x} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x$ แทน ผลรวมทั้งหมดของข้อมูล

n แทน จำนวนทั้งหมดของกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตน์, 2553, หน้า 60)

$$S = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum x^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง

$(\sum x)^2$ แทน ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวยกกำลังสอง

n แทน จำนวนคนในกลุ่มตัวอย่าง หรือจำนวนข้อมูลทั้งหมด

2. สถิติที่ใช้หาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 หากำดัชนีความสอดคล้องของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณจากสูตร (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 160)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ แทน ผลรวมคะแนนความสอดคล้องตามการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2.2 หากำความยากง่าย ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรายข้อ โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอัตนัยซึ่งมีสูตรในการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 162-163)

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{\min})}{n_t(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยากง่ายของข้อสอบแต่ละข้อ

S_h แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มต่ำ

n_t แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

X_{\max} แทน คะแนนสูงสุด

X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุด

2.3 หาค่าอำนาจจำแนก ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบรายข้อ โดยใช้การวิเคราะห์ข้อสอบแบบอรรถนัยซึ่งมีสูตรในการคำนวณ ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 166)

$$r = \frac{S_h - S_l}{n(x_{\max} - x_{\min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละ

S_h แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของผลคูณของคะแนนแต่ละคะแนนกับจำนวนนักเรียนที่ทำได้คะแนนเท่านั้น (f_x) ในกลุ่มต่ำ

X_{\max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{\min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ

2.4 หาค่าความเชื่อมั่นของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ตามวิธีของครอนบาค ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกะภักทรขจร, 2555, หน้า 161)

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_i^2}\right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบเป็นรายข้อ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งหมด

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

3.1 การทดสอบค่าเฉลี่ยในหนึ่งตัวอย่าง โดยใช้ t -test for one sample เพื่อศึกษาว่าในการทำแบบทดสอบหลังเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้หรือไม่ โดยคำนวณจากสูตร (ชูศรี วงศ์รัตนะ, 2553, หน้า 134)

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ \bar{x} แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

μ_0 แทน ค่าคงที่ค่าหนึ่ง

S แทน ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

โดยที่ $df = n - 1$



บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังต่อไปนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

การเสนอผลการวิจัยเพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยกำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อการเสนอผลการวิจัย ดังนี้

- n แทน จำนวนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
 \bar{x} แทน ค่าเฉลี่ยคะแนนของกลุ่มตัวอย่าง
 μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
 S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง
 t แทน ค่าสถิติที่ใช้พิจารณาใน t -distribution
 p แทน ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
* แทน มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยแบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ตอน คือ

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ *t-test* for one sample ซึ่งได้ผลปรากฏดังตารางที่ 16

ตารางที่ 16 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	<i>n</i>	คะแนน เต็ม	μ_0 (ร้อยละ 70)	\bar{x}	<i>S</i>	ร้อยละ	<i>t</i>	<i>p</i>
คะแนน ความสามารถใน การแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์	37	40	28	29.97	4.13	74.93	2.908*	0.003

* $p < .05$

จากตารางที่ 16 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้

แบบอุปนัย มีค่าเท่ากับ 29.97 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 74.93 เมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกนักเรียนตามขั้นของการแก้ปัญหาและระดับคะแนนได้ ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องทำความเข้าใจปัญหา โดยบอกได้ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 17

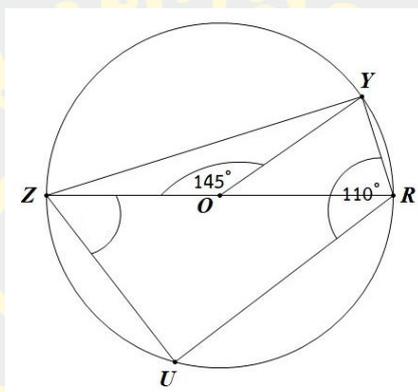
ตารางที่ 17 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)					ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
2 คะแนน	32	29	30	31	27	80.54
1 คะแนน	3	6	4	2	4	10.27
0 คะแนน	2	2	3	4	6	9.19
รวม	37	37	37	37	37	100

จากตารางที่ 17 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหาอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 80.54 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 10.27 เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นทำความเข้าใจปัญหา สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การ

ให้คะแนน และมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นทำความเข้าใจปัญหาตามระดับคะแนน จากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในข้อที่ 3 ดังนี้

“กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ZOY เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° และ YRU มีขนาด 110° หาขนาดของ UZR ว่ามีขนาดเท่าใด”



กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในชั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องครบถ้วนทั้งหมด ดังภาพที่ 3

ชั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ๒

๑) O เป็นจุดศูนย์กลาง ✓

๒) ZOY เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม มีขนาด 145° ✓

๓) YRU มีขนาด 110° ✓

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

หาขนาดของ UZR ✓

ภาพที่ 3 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในชั้นทำความเข้าใจปัญหา

ภาพที่ 3 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องครบถ้วนทั้งหมด โดยสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ “1) O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม, 2) $Z\hat{O}Y$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° และ 3) $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110° ” และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ “หาขนาดของ $U\hat{Z}R$ ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องครบถ้วนทั้งหมดตามโจทย์ปัญหาที่กำหนด

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนแต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ได้ถูกต้อง หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบถ้วน หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องแต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบถ้วน หรือระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องแต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

- ในกรณีที่นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนแต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้องดังภาพที่ 4

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1

1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ✓

2. $Z\hat{O}Y$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° ✓

3. $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110° ✓

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

หามุม ✗

ภาพที่ 4 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่านักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนแต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง โดยสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ “1) O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม 2) $Z\hat{O}Y$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° และ 3) $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110° ” และนักเรียนระบุสิ่งที่

โจทย์ต้องการทราบ คือ “หามุม” จะเห็นว่า นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง ดังนั้น หากให้ถูกต้อง จะต้องระบุว่า “หาขนาดของ \widehat{UZR} ”

- ในกรณีที่นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนและระบุสิ่งที่ โจทย์ต้องการทราบไม่ได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 5

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1

0 เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \widehat{ZOY} มีขนาด 145°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

หา \widehat{UZR}

ภาพที่ 5 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ภาพที่ 5 จะเห็นได้ว่านักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ได้ถูกต้อง โดยนักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ “0 เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \widehat{ZOY} มีขนาด 145° ” ซึ่งจะเห็นว่า นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน ซึ่งขาดข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดให้ ดังนั้นหากจะให้ถูกต้องนักเรียนควรตอบสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพิ่มเติม คือ \widehat{ZOY} เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง และ \widehat{YRU} มีขนาด 110° และนักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ “หาขนาดมุม” จะเห็นว่า นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ได้ถูกต้อง ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ “หาขนาดของ \widehat{UZR} ”

- ในกรณีที่นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนและระบุสิ่งที่ โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 6

ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. $Z\hat{O}Y$ มีขนาด 145° ✓

2. $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110° ✓

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

หาขนาด $\angle Z\hat{R}$ ✓

ภาพที่ 6 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ภาพที่ 6 จะเห็นได้ว่านักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วนและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง โดยนักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ “1) $Z\hat{O}Y$ มีขนาด 145° 2) $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110° ” ซึ่งจะเห็นว่า นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน ซึ่งขาดข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดให้ ดังนั้นหากจะให้ถูกต้องนักเรียนควรตอบสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพิ่มเติม คือ “O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $Z\hat{O}Y$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม” และนักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ คือ “หาขนาดของ $\angle Z\hat{R}$ ” ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง

- ในกรณีที่นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบถ้วนและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน หรือ ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องแต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน หรือ ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้องแต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบถ้วน พบว่า ไม่มีลักษณะคำตอบในกรณีนี้

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือ นักเรียนกลุ่มที่ไม่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ พบว่า นักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในระดับนี้ไม่มีร่องรอยการลงมือทำ

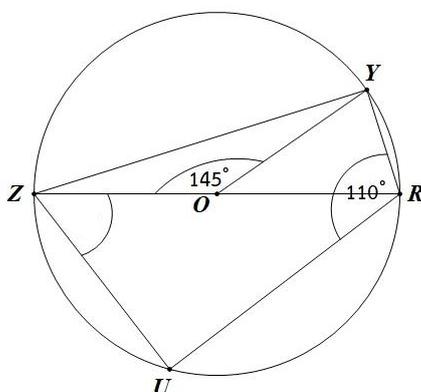
2. ขึ้นวางแผนการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องวางแผนการแก้ปัญหา โดยนำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 18

ตารางที่ 18 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของชั้นวางแผนการแก้ปัญหา

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)					ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
2 คะแนน	26	12	25	27	17	57.84
1 คะแนน	10	22	9	6	17	34.59
0 คะแนน	1	3	3	4	3	7.57
รวม	37	37	37	37	37	100

จากตารางที่ 18 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในชั้นวางแผนการแก้ปัญหาอยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 57.84 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 34.59 เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนน และมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นวางแผนการแก้ปัญหตามระดับคะแนนจาก โจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในข้อที่ 3 ดังนี้

“กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $Z\hat{O}Y$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° และ $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110° หาค่าขนาดของ $U\hat{Z}R$ ว่ามีขนาดเท่าใด”



กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด ดังภาพที่ 7

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

2

- ทหา UZY จากทบ. รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ✓
 - ทหา OZY จากรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ✓

ภาพที่ 7 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 7 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถนำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด โดยนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาว่า

“1) ทหา UZY จากทฤษฎีรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม 2) ทหา OZY จากรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องทั้งหมด

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นนักเรียนกลุ่มที่นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องบางส่วน ดังภาพที่ 8

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา 1

ทหา YZR จากรูปสามเหลี่ยม ? ✗
 ทหา YZU จากทบ. รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ✓
 ทหา UZR จากผลต่างของ YZU กับ YZR ✓

ภาพที่ 8 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 8 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถนำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ได้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาว่า “1) หา $Y\hat{Z}R$ จากรูปสามเหลี่ยม 2) หา $Y\hat{Z}U$ จากทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม และ 3) หา $U\hat{Z}R$ จากผลต่างของ $Y\hat{Z}R$ และ $Y\hat{Z}U$ ” ซึ่งถูกต้องเพียงบางส่วน เนื่องจากนักเรียนระบุไม่ชัดเจนว่าหา $Y\hat{Z}R$ จากรูปสามเหลี่ยมใด ดังนั้นหากให้ถูกต้องนักเรียนจะต้องระบุให้ชัดเจนว่าหา $Y\hat{Z}R$ จากรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่ง $Y\hat{Z}R = O\hat{Z}Y$ ซึ่ง ΔZOY เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เนื่องจากมีด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน นั่นคือ \overline{OZ} และ \overline{OY} ซึ่งเป็นรัศมีของวงกลม

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา คือ นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่ได้นำมาใช้เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา ดังภาพที่ 9

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

๑) หา $Y\hat{Z}U$

หา $\frac{180^{\circ} - 145^{\circ}}{2}$

จะได้ $U\hat{Z}R$

ภาพที่ 9 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่านักเรียนไม่ได้นำกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบกับข้อมูลที่มีอยู่จากการวิเคราะห์มาใช้ เนื่องจากนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาว่า “หา $Y\hat{Z}U$ นำ $\frac{180^{\circ} - 145^{\circ}}{2}$ จะได้ $U\hat{Z}R$ ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง เนื่องจากไม่มีกฎเกณฑ์หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ มาใช้

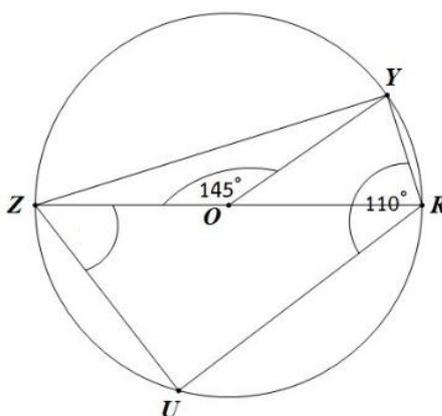
3. ขั้นดำเนินการตามแผน ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำนวณและสรุปคำตอบ จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นดำเนินการตามแผน สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 19

ตารางที่ 19 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของขั้นดำเนินการตามแผน

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)					ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
2 คะแนน	23	21	20	21	14	53.51
1 คะแนน	12	12	15	13	18	37.84
0 คะแนน	2	4	2	3	5	8.65
รวม	37	37	37	37	37	100

จากตารางที่ 19 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน อยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 53.51 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 37.84 เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในขั้นดำเนินการตามแผน สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนน และมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในขั้นดำเนินการตามแผน ตามระดับคะแนนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในข้อที่ 3 ดังนี้

“กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ZOY เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° และ YRU มีขนาด 110° หาขนาดของ UZR ว่ามีขนาดเท่าใด”



กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน เป็นนักเรียนกลุ่มที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการคำนวณและสรุปคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด ดังภาพที่ 10

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	2	เหตุผลประกอบ	1
1. หา \widehat{UZY}	จากทฤษฎีรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม		✓
2. หา \widehat{OZY}	จากรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว		✓
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	2	เหตุผลประกอบ	1
จาก $\widehat{YRU} = 110^\circ$	✓	กำหนดให้	✓
จะได้ $\widehat{UZY} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$	✓	จากทฤษฎีรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	✓
จาก $\widehat{OZY} = \widehat{OYZ}$	✓	จาก ΔZOY เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	✓
จะได้ $\widehat{OZY} = \frac{180^\circ - 145^\circ}{2} = 17.5^\circ$	✓		
จะได้ $\widehat{UZR} = 70^\circ - 17.5^\circ = 52.5^\circ$	✓		? ✗
ดังนั้น $\widehat{UZR} = 52.5^\circ$	✓		

ภาพที่ 10 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน

จากภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหา การคำนวณและสรุปคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด เนื่องจากนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาว่า 1) หา \widehat{UZY} จากทฤษฎีรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม 2) หา \widehat{OZY} จากรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องทั้งหมด

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน เป็นนักเรียนกลุ่มที่ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการคำนวณได้ถูกต้องบางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง หรือ ลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการคำนวณได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

- ในกรณีที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการคำนวณ ได้ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่มีการสรุปคำตอบ ดังภาพที่ 11

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา	2	เหตุผลประกอบ	2
น $\hat{Y}ZU$	จากทฤษฎีเส้นตั้งฉากในวงกลม	กำหนดให้	
น $\hat{Y}ZU$	จากสมการเส้นขนานคู่	ทบทวนเส้นตั้งฉากในวงกลม	
น $U\hat{Z}R$	จาก ผลต่างของ $\hat{Y}ZU$ และ $\hat{Y}ZU$	อัตราส่วนเส้นขนานคู่	
ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา	1		เหตุผลประกอบ
จาก $\hat{Y}RU = 110^\circ$			
จาก $\hat{Y}ZU = 70^\circ$			
จาก ΔYUZ			
จาก $\hat{Y}ZU = 12.5^\circ$			
และจาก $U\hat{Z}R = 52.5^\circ$			
		ผลต่างของ $\hat{Y}ZU$ และ $\hat{Y}ZU$	

ภาพที่ 11 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นดำเนินการตามแผน

จากภาพที่ 11 จะเห็นได้ว่านักเรียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการคำนวณ ได้ถูกต้อง แต่ไม่ได้สรุปคำตอบ ดังนั้นหากให้ถูกต้องคือ นักเรียนจะต้องสรุปคำตอบว่า “ดังนั้น $U\hat{Z}R$ เท่ากับ 52.5° ”

- ในกรณีที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการคำนวณ ได้ถูกต้องบางส่วนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ดังภาพที่ 12

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

$$\begin{array}{l} \text{หา } \hat{YZU} \\ \text{ให้ } \frac{180^\circ - 145^\circ}{2} \\ \text{จะได้ } \hat{UZR} \end{array}$$

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

$$\begin{array}{l} \text{จาก } \hat{YRU} = 110^\circ \quad \checkmark \\ \text{จะได้ } \hat{YZU} = 80^\circ \quad \times \\ \text{ให้ } \frac{180^\circ - 145^\circ}{2} \\ \text{จะได้ } \hat{UZR} = 17.5^\circ \quad \times \\ = 52.5^\circ \end{array}$$

เหตุผลประกอบ

$$\begin{array}{l} \text{กำหนดให้} \\ \text{หา } 180^\circ - 110^\circ \end{array}$$

ภาพที่ 13 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นตอนการตามแผน

จากภาพที่ 13 จะเห็นได้ว่านักเรียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำนวณ ไม่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบถูกต้อง เนื่องจากนักเรียนคำนวณ “ $\hat{YZU} = 80^\circ$ ” ซึ่งไม่ถูกต้อง โดย \hat{YZU} จะคำนวณได้จากทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมซึ่งจะได้เท่ากับ 70°

- ในกรณีที่นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำนวณ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง ดังภาพที่ 14

ชั้นวางแผนแก้ปัญหา

ช.1 \hat{OYZ}

ข้อ 180 - 181

จะได้อ $\hat{YZU} = 70^\circ$

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
จาก $\hat{YZU} = 110^\circ$	กำหนดให้ \times
จะได้อ $\hat{YZU} = 70^\circ$	คู่เส้นตรง \times
จาก $\triangle \hat{YZU}$	สามเหลี่ยม \times
จะได้อ $\hat{YZU} = 17.5$	
และจะได้อ $\hat{YZU} = 52.5$	ผลรวมของ $\hat{YZU} \times$

ภาพที่ 14 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนในขั้นตอนการตามแผน

จากภาพที่ 14 จะเห็นได้ว่านักเรียนแสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาคำนวณและสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง เห็นได้จาก " $\hat{YZU} = 110^\circ$ " ซึ่งไม่ถูกต้อง เนื่องจากขัดแย้งกับบรรทัดถัดมา คือ $\hat{YZU} = 70^\circ$ และจากที่โจทย์กำหนดให้มุมที่มีขนาด 110° คือ \hat{YRU}

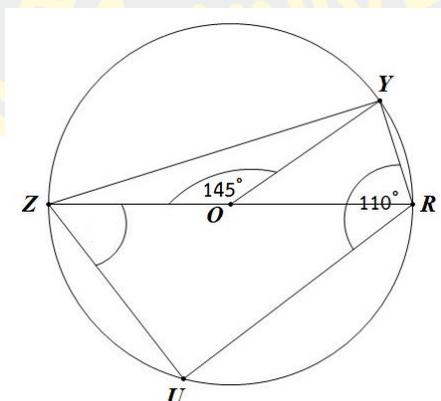
4. ขั้นตรวจสอบผล ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องเป็นการมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่า ผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ให้มา จากการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในขั้นตรวจสอบผล สามารถจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนน ดังตารางที่ 20

ตารางที่ 20 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของชั้นตรวจสอบผล

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)					ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
2 คะแนน	19	21	20	14	14	47.57
1 คะแนน	14	11	12	17	16	37.84
0 คะแนน	4	5	5	6	7	14.59
รวม	37	37	37	37	37	100

จากตารางที่ 20 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในชั้นตรวจสอบผล อยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 47.57 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 37.84 เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาในชั้นตรวจสอบผล สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์การให้คะแนน และมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนในชั้นตรวจสอบผล ตามระดับคะแนนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในข้อที่ 3 ดังนี้

“กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $Z\hat{O}Y$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° และ $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110° หาค่าของ $U\hat{Z}R$ ว่ามีขนาดเท่าใด”



กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล เป็นนักเรียนกลุ่มที่ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ และมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ ดังภาพที่ 15

ขั้นตรวจสอบผล

จาก $\hat{Y}ZO = 17.5^\circ$ และจาก ΔZOY เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ✓
จะได้ $\hat{Z}OY = 145^\circ$ ✓

จาก $\hat{U}ZR = 52.5^\circ$ และ $\hat{Y}ZO = 17.5^\circ$ ✓
จะได้ $\hat{Y}RU = 110^\circ$ ✓

ภาพที่ 15 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล

จากภาพที่ 15 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ และมีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ เนื่องจากคำตอบของนักเรียนมีการนำค่า $\hat{Y}ZO = 17.5^\circ$ แทนกลับไปให้ ΔZOY เพื่อแสดงว่า $\hat{Z}OY = 145^\circ$ และมีการนำค่า $\hat{U}ZR = 52.5^\circ$ และ $\hat{Y}ZO = 17.5^\circ$ แทนกลับไปให้ $\hat{Y}ZU$ เพื่อแสดงว่า $\hat{Y}RU = 110^\circ$ ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล เป็นนักเรียนกลุ่มที่ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้บางส่วน ดังภาพที่ 16

ขั้นตรวจสอบผล

$\hat{U}ZR = 52.5^\circ$ และจาก ΔZOY เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้
 $\hat{Y}ZO = 17.5^\circ$ ดังนั้น จะได้ $\hat{Y}RU = 110^\circ$ ✓

ภาพที่ 16 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนในขั้นตรวจสอบผล

จากภาพที่ 16 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถตรวจสอบผลลัพธ์ได้บางส่วน เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $\hat{Z}OY$ มีขนาด 145° และ $\hat{Y}RU$ มีขนาด 110° ซึ่งนักเรียนมีการตรวจสอบเพียงขนาดของ

YRU ดังนั้น หากจะให้ถูกต้องสมบูรณ์ นักเรียนต้องตรวจสอบขนาดของ ZOY โดยตรวจสอบคำตอบจากขนาดของ YZO และจาก ΔZOY ซึ่งเป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เนื่องจากมีด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน นั่นคือ OZ และ OY ซึ่งเป็นรัศมีของวงกลม

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนนในชั้นตรวจสอบผล เป็นนักเรียนกลุ่มที่ไม่ตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ พบว่า นักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในระดับนี้ไม่มีร่องรอยการลงมือทำ

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70

การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยทำการตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นแล้วนำมาวิเคราะห์โดยใช้สถิติ t -test for one sample ซึ่งได้ผลปรากฏดังตารางที่ 21

ตารางที่ 21 ผลการเปรียบเทียบคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 70

กลุ่มตัวอย่าง	n	คะแนน	μ_0	\bar{x}	S	ร้อยละ	t	p
		เต็ม	(ร้อยละ 70)					
คะแนน ความสามารถใน การให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	37	10	7	7.57	1.26	75.70	2.742*	0.0045

* $p < .05$

จากตารางที่ 21 พบว่าคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย มีค่าเท่ากับ 7.57 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 75.70 เมื่อทดสอบสมมติฐานพบว่า คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกนักเรียนตามระดับคะแนนของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผลปรากฏดังตารางที่ 22

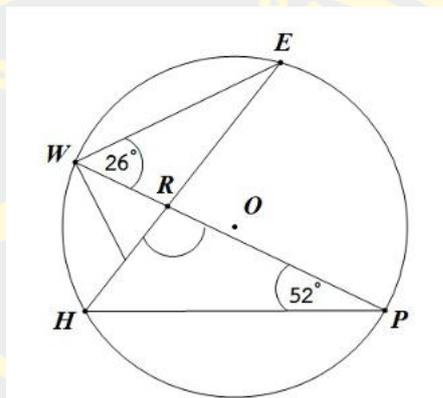
ตารางที่ 22 จำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)					ร้อยละของจำนวนนักเรียนตามระดับคะแนน
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	
2 คะแนน	23	24	24	21	15	57.84
1 คะแนน	12	12	10	14	18	35.68
0 คะแนน	2	1	3	2	4	6.49
รวม	37	37	37	37	37	100

จากตารางที่ 22 พบว่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่จำแนกตามระดับคะแนนพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ อยู่ที่ระดับคะแนน 2 คะแนน ซึ่งคิดเป็น ร้อยละ 57.84 รองลงมาอยู่ที่ระดับคะแนน 1 คะแนน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 35.68 เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้ 3 กลุ่มตามเกณฑ์

การให้คะแนน และมีตัวอย่างการตอบคำถามของนักเรียนจากโจทย์ที่ใช้ในแบบทดสอบ วัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในข้อที่ 1 ดังนี้

“กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $P\widehat{W}E$ มีขนาด 26° และ $R\widehat{P}H$ มีขนาด 52° หาขนาดของ $H\widehat{R}P$ ว่ามีขนาดเท่าใด”



กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 2 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่อธิบายแนวคิด หรือแสดง เหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดที่สมเหตุสมผล ได้ถูกต้องและครบถ้วน โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็น ข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสันนิษฐาน ดังภาพที่ 17

ขั้นตอนการแก้ปัญหา 2	เหตุผลประกอบ 2
จาก $P\widehat{W}E = 26^\circ$ ✓	กำหนดให้ ✓
$P\widehat{W}E = P\widehat{H}E$ ✓	มุมในเส้นโค้งของวงกลมที่รองรับ
	ตั้งส่วนโค้งเดียวกัน ✓
จ:ได้ $P\widehat{H}E = 26^\circ$ ✓	
จาก $R\widehat{P}H = 52^\circ$ ✓	กำหนดให้ ✓
จ:ได้ $H\widehat{R}P = 180^\circ - 26^\circ - 52^\circ$ ✓	มุมภายในรูปสามเหลี่ยม ✓
$H\widehat{R}P = 102^\circ$ ✓	
ดังนั้น $H\widehat{R}P = 102^\circ$ ✓	

ภาพที่ 17 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 2 คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 17 จะเห็นได้ว่านักเรียนอธิบายแนวคิด หรือแสดงผลเกี่ยวกับแนวคิดที่ สมเหตุสมผลได้ถูกต้องและครบถ้วน โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสันนิษฐาน นั่นคือ “ $\widehat{PWE} = 26^\circ$ และ $\widehat{RPH} = 52^\circ$ ” มาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และ “ $\widehat{PWE} = \widehat{PHE}$ ” มาจากมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 1 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่อธิบายแนวคิด หรือแสดงผลเกี่ยวกับแนวคิดที่สมเหตุสมผลได้ถูกต้องบางส่วน โดยเหตุผลที่ใช้แสดงถึงความรู้ที่เป็น ข้อเท็จจริง หลักการ หรือข้อสันนิษฐาน ดังภาพที่ 18

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
$\widehat{PWE} = 26^\circ$ ✓	กำหนดให้ ✓
$\widehat{PWE} = \widehat{PHE}$ ✓	✓ ✗
จะได้ $\widehat{PHE} = 26^\circ$ ✓	
$\widehat{HRP} = 180^\circ - 26^\circ - 52^\circ$ ✓	มุมภายในรูปสามเหลี่ยม ✓
$\widehat{HRP} = 102^\circ$ ✓	

ภาพที่ 18 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 1 คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 18 จะเห็นได้ว่านักเรียนอธิบายแนวคิด หรือแสดงผลเกี่ยวกับแนวคิดที่ สมเหตุสมผลได้ถูกต้องบางส่วน เนื่องจากนักเรียนไม่ได้ให้เหตุผลในส่วนของ $\widehat{PWE} = \widehat{PHE}$ ดังนั้น หากให้ถูกต้องจะต้องให้เหตุผลว่า เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

กลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 0 คะแนน เป็นนักเรียนกลุ่มที่ไม่อธิบายแนวคิด หรือไม่ แสดงแนวคิดที่สมเหตุสมผล ดังภาพที่ 19

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
$\hat{P}WE = 26'$	
$\hat{P}WR = \hat{P}HE$	
$\hat{P}HE = 26'$	
$\hat{H}RP = 180' - 26' - 52' = 102'$	

ภาพที่ 19 ลักษณะของคำตอบนักเรียนที่ได้ระดับ 0 คะแนนด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 19 จะเห็นได้ว่านักเรียนไม่ได้เขียนอธิบายแนวคิด หรือไม่แสดงแนวคิดที่สมเหตุสมผล



บทที่ 5

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 และเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยกับเกณฑ์ร้อยละ 70 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/1 ปีการศึกษา 2566 ภาคเรียนที่ 2 โรงเรียนแสนสุข อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรีจำนวน 37 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เรื่อง วงกลม จำนวน 5 แผน มีความเหมาะสมในระดับเหมาะสมมากที่สุด ($\bar{x} = 4.81$, $S = 0.44$) แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ มีค่าความยากง่าย ตั้งแต่ .43 – .55 และมีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ .30 – .60 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.81 วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติ *t-test* for one sample

สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย เรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัย ดังนี้

1. ด้านความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 ที่กำหนดไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ และให้ความสำคัญกับการคิดการแก้ปัญหาที่ยึดหลักการเรียนรู้จากความคิด ความเข้าใจของนักเรียน และเน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง จากส่วนย่อยไปหาส่วนใหญ่ โดยมีการยกตัวอย่าง เหตุการณ์ สถานการณ์ ปรากฏการณ์ ที่มีหลักการ และแนวคิดแฝงอยู่ ซึ่งนักเรียนจะได้สังเกต เปรียบเทียบ หรือวิเคราะห์ จนสามารถหาข้อสรุปต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง มีการสนับสนุนและแนะแนวทางให้นักเรียนอย่างต่อเนื่อง โดยข้อสรุปที่ได้มาจากการสังเกต เปรียบเทียบ หรือวิเคราะห์ของตนเองนั้น จะช่วยให้นักเรียนสามารถนำข้อสรุปมาปรับใช้กับปัญหาที่กำหนดได้ โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบผล ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหามาจริง (อัมพร ม้าคนอง, 2553, หน้า 39) โดยการการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา เป็นขั้นที่ครูนำเสนอปัญหาให้แก่ นักเรียน ซึ่งเป็นปัญหาที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ ทำให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการหาวิธีแก้ไขปัญหามา เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ และมีการทบทวนความรู้เดิมให้แก่ นักเรียน เพื่อให้ นักเรียนสามารถนำความรู้เดิมที่มีไปใช้ในการวิเคราะห์ใบกิจกรรมในการหาหลักการ นิยาม หรือสูตร ต่าง ๆ ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดได้ สอดคล้องกับแนวคิดของ เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรจจร (2555, หน้า 112-114) ได้กล่าวไว้ว่า ปัญหาที่มีความเหมาะสมตามวัยและพัฒนาการของนักเรียน ควรเป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจ ทำทลายความสามารถของนักเรียน เป็นปัญหาที่ไม่ง่ายหรือยากเกินไป เพราะถ้า

ง่ายเกินไปอาจจะไม่ดึงดูดความสนใจและไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ เป็นขั้นที่ครูให้คำแนะนำแก่นักเรียน เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจปัญหาและสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากการทำใบกิจกรรม โดยเริ่มจากให้นักเรียนร่วมกันวิเคราะห์ปัญหาที่กำหนดจากบนกระดาน วิเคราะห์ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการทราบอะไรและนักเรียนคิดว่ามีวิธีการใดบ้างในการหาคำตอบ ซึ่งคำถามที่ใช้จะเป็นคำถามที่ทำให้นักเรียนทราบว่าในการแก้ปัญหาที่กำหนด นักเรียนจะต้องมีความรู้ใดบ้างเพื่อมาใช้ในการแก้ปัญหา จากนั้นครูนำเสนอตัวอย่างใบกิจกรรมให้แก่นักเรียนเพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนทำใบกิจกรรม และทำการสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบ ลักษณะที่คล้ายคลึงขององค์ประกอบ แยกแยะข้อแตกต่างมองเห็นถึงความสัมพันธ์จากตัวอย่างที่ครูนำเสนอ จากนั้นนำผลจากการสังเกต หรือเปรียบเทียบจากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ ซึ่งตลอดการทำใบกิจกรรมครูจะใช้คำถามนำ เพื่อแนะแนวทางให้แก่นักเรียนในการหาข้อสรุป จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ทำให้นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเองจากการลงมือทำ ส่งผลให้นักเรียนมองเห็นถึงแนวทางในการแก้ปัญหา หรือวิธีในการแก้ปัญหา สอดคล้องกับแนวคิดของ เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร (2554, หน้า 15) ได้กล่าวว่า การกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์แก่นักเรียน จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาศักยภาพ ในการวิเคราะห์และช่วยให้นักเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะและหลักการต่าง ๆ รวมทั้งสามารถประยุกต์ใช้ได้ ซึ่งล้วนเป็นความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร มีาคนอง (2553, หน้า 48) ที่กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาคือเน้นที่การวิเคราะห์ข้อมูลในปัญหา หรือสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด เพื่อให้นักเรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยเฉพาะการวิเคราะห์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้นักเรียนเห็นถึงแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นนำไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในใบงานที่กำหนด ซึ่งครูจะเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ปัญหาคด้วยตนเอง โดยมีครูคอยแนะแนวทางในการแก้ปัญหาให้แก่นักเรียน นั่นคือ ให้นักเรียนวางแผนแก้ปัญหา พร้อมลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้ จนสามารถแก้ปัญหานั้นได้และมีการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้มา เพื่อให้แน่ใจว่า ผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์และสอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์ให้มาหรือไม่ รวมถึงครูจะคอยสังเกตว่านักเรียนสามารถนำไปใช้ได้ถูกต้องหรือไม่ จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาคด้วยตนเองผ่านกระบวนการแก้ปัญหาคทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหาค ขั้นดำเนินการตามแผนและขั้น

ตรวจสอบผล จะทำให้นักเรียนสามารถคิดและแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ ขั้นตอน หากนักเรียนได้รับการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ จะทำให้การแก้ปัญหาของนักเรียนมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นและมีพัฒนาการในการแก้ปัญหาที่ดียิ่งขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของเวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 112-114) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และลงมือปฏิบัติแก้ปัญหาคด้วยตนเอง เพราะการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา ได้ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับแนวคิดของ ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2556, หน้า 72-78) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดัง ๆ สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำเสมอ รวมถึงกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชิน

ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแนวคิด เป็นขั้นที่ครูสุ่มเลือกนักเรียนมานำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่นักเรียนเลือกใช้และคำตอบที่ได้มา โดยครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหามาจากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ทำให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวคิดในการแก้ปัญหามาจากเพื่อนคนอื่น ๆ ที่อาจแตกต่างจากของตนเอง และทำให้นักเรียนได้ทบทวนถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของตนเองด้วย ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 112-114) ได้กล่าวว่า การพัฒนาพัฒนาทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระ รวมทั้งยอมรับฟังความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าจะถูกหรือผิด ซึ่งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ผู้สอนได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากไหนและมีมากน้อยเพียงใด ผู้สอนไม่ควรขำสิ่งที่นักเรียนทำผิดหรือเข้าใจผิดแต่ผู้สอนควรอธิบายและอธิบายเพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 5 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุป เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ได้ที่แตกต่างกันจากการแก้ปัญหาคที่กำหนด โดยการอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกัน ครูจะเป็นผู้ใช้คำถามทำให้เกิดการอภิปราย จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ทำให้นักเรียนได้เห็นว่ามีวิธีใดบ้างที่สามารถแก้ปัญหาคได้ และเหมาะสมที่สุดสำหรับการแก้ปัญหาคในข้อนั้น ๆ อีกทั้งยังสามารถนำแนวคิด หรือข้อคิดเห็นจากเพื่อนคนอื่น ๆ มาปรับปรุงแนวทางการแก้ปัญหาคของตนเองให้ถูกต้องได้อีกด้วย รวมถึงส่งผลให้นักเรียนมีองค์ความรู้ที่ถูกต้องเพิ่มมากยิ่งขึ้นและสามารถนำองค์ความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคในครั้งถัดไปได้ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2555, หน้า 69) ที่กล่าวว่า การพัฒนาพัฒนาทักษะและกระบวนการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัดบรรยากาศในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดของตนเอง และมีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดของตนกับเพื่อนและกับผู้สอน และสอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 48) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรฝึกให้นักเรียนประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหาให้ประเด็นต่าง ๆ เช่น ความเหมาะสมและประสิทธิภาพของวิธีหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่นักเรียนเลือกใช้ ความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ หรือคำตอบที่ได้ ความสอดคล้องระหว่างการแก้ปัญหากับเงื่อนไขของปัญหา การประเมินและขยายความคิดจากการแก้ปัญหจะช่วยให้นักเรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหของตนเอง ซึ่งจะเป็นบทเรียนสำหรับการแก้ปัญหาในอนาคต

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sahin (2015) ได้ศึกษาผลการใช้กิจกรรมการสอนแนะให้รู้จัก CGI ที่มีต่อกลวิธีในการแก้ปัญหและผลการเลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 2 ระดับชั้น ได้แก่ 1) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 2) นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนจากครูที่ใช้ CGI สามารถใช้กลวิธีในการแก้ปัญหสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนของครูแบบปกติ รวมถึงนักเรียนกลุ่มทดลองสามารถ คิดค้น หรือหากกลวิธีในการแก้ปัญหด้วยตนเอง ได้ดีกว่า สอดคล้องกับ งานวิจัยของภัทรอร อริชชนพงศ์ (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2557 โรงเรียนสาธิต“พิบูลบำเพ็ญ” มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้จักสูงกว่าเกณฑ์ที่ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อีกทั้งสอดคล้องกับผลงานวิจัยของ อนุรัักษ์ วักดิ์เพชร (2558) ได้ศึกษาผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่ส่งผลต่อการแก้ปัญห เจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบะชีวิทยาคม ผลการวิจัย พบว่านักเรียนที่ได้เรียนรู้มีการแก้ปัญหหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากผลการวิจัยพบว่า

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 ที่กำหนดไว้

ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้เกิดทักษะการคิด อีกทั้งได้สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติ โดยการนำข้อสรุปที่ได้มาปรับใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหาตามแนวคิดของตนเอง ซึ่งในการจัดการเรียนรู้มี 5 ขั้นตอน โดยขั้นตอนที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4

ขั้นที่ 3 ชื่อนำไปใช้ เป็นขั้นที่นักเรียนนำข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในใบงาน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งในขั้นดำเนินการตามแผนของกระบวนการแก้ปัญหานั้น นักเรียนจะต้องเขียนอธิบายแนวคิดของตนเองประกอบการปัญหา โดยใช้ข้อสรุป หลักการ นิยาม หรือสูตรต่าง ๆ จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว นักเรียนมีการให้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหาของตนเอง ทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิดอย่างมีวิจารณญาณ และสมเหตุสมผล ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีการตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับกระทรวงศึกษาธิการ (2560, หน้า 45) ที่ได้เสนอว่า การให้เหตุผลช่วยส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนและรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน และแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

ขั้นที่ 4 ชื่อนำเสนอแนวคิด เป็นขั้นที่นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองในการแก้ปัญหา พร้อมเหตุผลที่ใช้และคำตอบที่ได้มา โดยครูจะใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหามาออกมา เช่น ทำไมจึงใช้วิธีการนี้เพราะเหตุใด มีขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างไร และมีวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างไร ซึ่งเป็นคำถามที่จะช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียนได้ดียิ่งขึ้น จากขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าว ทำให้นักเรียนได้ทบทวนการแก้ปัญหาโดยสะท้อนจากแนวคิดของตนเอง อีกทั้งยังได้ทราบถึงแนวคิดของเพื่อนคนอื่น ๆ ที่มีความหลากหลาย สอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2553, หน้า 50) ที่กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงผลได้อย่างต่อเนื่อง เช่น “ทำไม” “เพราะอะไร” ซึ่งการให้นักเรียนได้อธิบายชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน

จากที่กล่าวข้างต้นจะเห็นว่า การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย สามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ฌ็องปิเยอซัน พิชญาชมชื่น (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยสูง

กว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ กุลวดี อ่ำภาวงษ์ (2560) ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ วิไลวรรณ ชูปิ่น (2563) ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CG1) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้จัก (CG1) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัย พบว่า ในช่วงแรกของการทำใบกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนไม่พยายามหาคำตอบด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนบางคนจะรอคำตอบจากเพื่อน อีกทั้งการลงมือแก้ปัญหาในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนจะยังไม่สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ และขึ้นตรวจสอบผล นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถตรวจสอบผลได้ ผู้วิจัยจึงได้สรุปข้อเสนอแนะสำหรับการนำวิจัยไปใช้และการวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำวิจัยไปใช้

1. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ในขั้นวิเคราะห์ นักเรียนมีการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งในช่วงแรกนักเรียนจะต้องวัดมุมด้วยตนเอง เพื่อนำไปสู่การสังเกต และวิเคราะห์ และหาข้อสรุปด้วยตนเองได้ ซึ่งพบว่านักเรียนบางคนจะรอคำตอบจากเพื่อน ไม่พยายามหาคำตอบด้วยตนเอง ครูควรทำการสังเกตนักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนพยายามหาคำตอบด้วยตนเอง ด้วยการใช้คำถามเพื่อถามนักเรียนเป็นรายบุคคล เช่น นักเรียนวัดขนาดของมุมในแต่ละมุมได้เท่าไรบ้าง
2. การจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ในขั้นนำไปใช้ นักเรียนจะต้องนำข้อสรุปไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งในช่วงแรกในชั้นวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนจะยังไม่สามารถวางแผนแก้ปัญหาเพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้ ครูจึงควรให้เวลานักเรียนมากกว่าปกติและเน้นการใช้

คำถามเพื่อแนะแนวทางในการวางแผนทีละขั้นตอน เนื่องจากนักเรียนยังไม่มีความคุ้นชินกับกระบวนการแก้ปัญหา

3. จากการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตรวจสอบผล พบว่า ยังมีนักเรียนส่วนใหญ่ที่ไม่สามารถตรวจสอบผลได้และยังไม่เข้าใจว่าทำไมจึงต้องตรวจสอบผล ดังนั้น ครูควรเน้นให้นักเรียนทราบถึงความสำคัญในการตรวจสอบผลให้มากยิ่งขึ้น นั่นคือ เป็นการตรวจสอบคำตอบให้แน่ชัดว่าคำตอบที่ได้มานั้นถูกต้องหรือไม่ หากคำตอบนั้นสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ แสดงให้เห็นว่าคำตอบนั้นเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่หากไม่สอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ แสดงให้เห็นว่าคำตอบนั้นไม่ถูกต้อง

ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

1. ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น พื้นที่ผิวและปริมาตร และความน่าจะเป็น เป็นต้น เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ใช้สำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีการแก้ปัญหา

2. การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งควรมีการศึกษาตัวแปรอื่น ๆ เพิ่มเติม เช่น ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้ความสำคัญกับการคิด ยึดหลักการเรียนรู้จากความคิด ความเข้าใจของนักเรียน เน้นให้นักเรียนสร้างความรู้ด้วยตนเอง และมีการเขียนอธิบายแสดงแนวคิดโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงหรืออธิบายแนวคิดของตนเอง

บรรณานุกรม

- กรมวิชาการ. (2546). การจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กุลวดี อำนวย. (2560). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) เรื่องความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ชูศรี วงศ์รัตน์. (2553). เทคนิคการใช้สถิติเพื่อการวิจัย (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: ไทเนรมิตกิจอินเตอร์โพรเกรสซีฟ.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : ภาควิชาหลักสูตรการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2561). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ = Mathematics instruction (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชานนท์ จันทรา. (2555). การประเมินในชั้นเรียนคณิตศาสตร์: จากแนวคิดสู่การปฏิบัติ. กรุงเทพฯ : อาร์แอนด์เอ็น ปริ้นท์.
- ณัฐปัญหานันท์ พิษญาขมชื่น. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ทัศนีย์ กิรดิรัตน์. (2558). การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการสอนแบบการสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively Guided Instruction: CGI). วารสารครุศาสตร์สาร , 9(1), 97-106.
- ทิสนา แคมมณี. (2560). ศาสตร์การสอน : องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ (พิมพ์ครั้งที่ 21). กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- บุญชม ศรีสะอาด. (2553). *การวิจัยสำหรับครู (พิมพ์ครั้งที่ 3)*, กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*. 38(434-435) : 62-74.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2556). *หน่วยที่ 9 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์*, นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- ไพศาล แผลงทับทอง. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- พรพิมล พรพิรชนม์. (2550). *การจัดกระบวนการเรียนรู้*. สงขลา: เทมการพิมพ์สงขลา
- ภัทรอร อริชชนพงศ์. (2558). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). *การเรียนการสอน*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์*, 42(485), 5-11.
- วิไลวรรณ ชูปั้น. (2563). ผลการจัดการเรียนการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับเทคนิคเพื่อนคู่คิด (Think-pair-share) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและสมรรถนะด้านการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษาสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. ปริญญาการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์, สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2553). การสอนแนะให้รู้คิด (Cognitively guided instruction: CGI) รูปแบบหนึ่งของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์. *วารสารศึกษาศาสตร์*, 21(1), 2-8.
- เวชฤทธิ์ อังกะนัทรขจร. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เอกสารคำสอนวิชา 410541=Mathematical skills and processes*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะ

ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

เวชฤทธิ์ อังคนะภักทรขจร. (2555). *ครบเครื่องความรู้สำหรับครุคณิตศาสตร์ : หลักสูตร การสอนและการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์.

ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 Teaching Behavior in Mathematics 2 CMA 4102 (TL 462) (พิมพ์ครั้งที่ 2)*, กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

ศักดิ์ศรี ปาณะกุล, นิรมล ศตวุฒิ และระวีวรรณ ศรีศรีรัมย์. (2556). *หลักสูตรและการจัดการเรียนรู้*, กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: รากขวัญ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*, กรุงเทพฯ: 3-คิวมีเดีย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *การวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดดูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2564). *ผลการประเมิน PISA 2018 การอ่านคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์*. เข้าถึงได้จาก <http://www.ipst.ac.th>.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2567). *ผลการประเมิน PISA 2022 บทสรุปสำหรับผู้บริหาร*. เข้าถึงได้จาก <http://www.ipst.ac.th>.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2559). *สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015*. กรุงเทพฯ : สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2564). *นวัตกรรมการบริหารจัดการสถานศึกษาในประเทศไทยและประเทศที่คัดสรรเพื่อพัฒนาผู้เรียนสู่ศตวรรษที่ 21 (พิมพ์ครั้งที่ 1)*. นนทบุรี: บริษัท 21 เซ็นจูรี จำกัด.

สำนักงานส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน. (2557). *คู่มือการจัดระบบการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. ปทุมธานี : ศูนย์การเรียนรู้การผลิตและจัดการธุรกิจสิ่งพิมพ์ดิจิทัล มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระแกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ลิณากรณ์ แทนศิลา. (2558). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์และ*

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

สิริพร ทิพย์คง. (2539). งานวิจัยการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 2521-2538. กรุงเทพฯ : ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ สถาบันราชภัฏพระนคร.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem Solving). กรุงเทพฯ : ศูนย์พัฒนาหนังสือ.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. (2545). 21 วิธีจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนากระบวนการคิด. กรุงเทพฯ : ภาพพิมพ์.

สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem Solving). วารสารคณิตศาสตร์, 5, 71-79.

อนรรักษ์ วักดีเพชร. (2558). ผลการใช้ชุดการสอนแบบนิรนัยและอุปนัยร่วมกับการเรียนแบบร่วมมือเทคนิค STAD ที่ส่งผลต่อการแก้ปัญหา เจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนบะฮีวิทยาคม. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาการศึกษา, คณะครุศาสตร์, มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
อมรรัตน์ เตชะนอก และคณะ. (2563). การจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21. วารสารมหาจุฬานาครทรรณ, 7(9), 1-15.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ : ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการคณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Baroody, A. J. (1993). *Problem solving reasoning and communication K-8: Helping children think mathematically*. New York: Macmillan.

Carpenter, T. P. et al. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, E.F., Megan, L.F, Linda, L, & Susan, B. E. (2000). *Cognitively guided instruction: A research-based teacher professional development program for elementary school mathematics*: Research report. National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C. P., & Franke, M. L. (1989). Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26(4), 499-531.

- Christou, C. , & Papageorgiou, E. (2006). A framework of mathematics inductive reasoning. *Learning and Instruction*, 17 (1), 55-66. Retrieved from <http://www.sciencedirect.com /science/article/pii/S0959475206001198>
- Eggen, Paul D., Donald P. Kauchak and Robert J. Harder. (1979). *Strategies for Teacher Information Processing Models in the Classroom*. New Jersey : Englewood Cliffs Prentice - Hill.
- Fast, G. R. (2005). Assessing zimbabwean children's mathematics problem solving for cognitively guided instruction. *Focus on Learning Problem in Mathematics*, 27(4), 43-67.
- Gagne, R. M. (1985). *The condition of learning*. New York, CBS College Publishing.
- Krulik, S. & Rudnick, J.A. (1993). *Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teacher*. Boston : Allyn and Bacon.
- Mourad, N. M. (2005). *Inductive reasoning in the algebra classroom*. Dissertation Abstracts International: San Jose State University.
- O'Daffer, P.G. (1990). *Inductive and deductive Reasoning*. *The Mathematics Teacher*, 83 (5),378.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. New York: Doubleday & Company.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. New Jensey: Princeton University Press.
- Russell, S. J. (1999). *Mathematical Reasoning in the Elementary Grades*. In L. V. Stiff.& F.R. Curcio(Eds.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12 (pp.1-12)*. Reston, Virginia: NCTM.
- Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Reading from the Arithmetic Teacher*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Sahin, N. (2015). *The Effect of Cognitively Guided Instruction on Students' Problem Solving Strategies and The Effect of Students' Use of Strategies on Their Mathematics Achievement*. The University of Central Florida.
- Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment*. New Jersey: Prentice-Hall.



ภาคผนวก



ภาคผนวก ก

- รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- สำเนาหนังสือรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา
- สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย

รายชื่อผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์ ดร.คงรัฐ นवलเปง อาจารย์ประจำภาควิชาการจัดการเรียนรู้
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ผศ.ดร.ปริญานุช ศรีสุข ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. อาจารย์ เพ็ญฤทัย กระแสร์ชด ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนแสนสุข จังหวัดชลบุรี
3. อาจารย์ เจริญจันทน์ ขวัญแก้ว ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนแสนสุข จังหวัดชลบุรี
5. อาจารย์ นลินญา บุญเต็ม ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕, ๗๐๑
 ที่ อว ๘๑๓๗/๑๑๑๔ วันที่ ๒๔ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๖
 เรื่อง ขอเรียนเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ดร.คงรัฐ นวลแปง (คณะศึกษาศาสตร์)

ด้วยนางสาวเสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๖ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่านซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และ ประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนามข้างต้นได้ ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๑-๑๔๑-๖๘๒๖ หรือที่ E-mail: 63910086@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



บันทึกข้อความ

ส่วนงาน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕, ๗๐๑
 ที่ อว ๘๑๓๗/๑๑๑๓ วันที่ ๒๔ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๖
 เรื่อง ขอรียนเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปริยานุช เชื้อสุข (คณะวิทยาศาสตร์)

ด้วยนางสาวเสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๕๑๐๐๘๖ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี ดร.คมสัน ตรีพิบูลย์ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญท่านซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และ ประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนามข้างต้นได้ ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๕๑-๑๕๑-๖๘๒๖ หรือที่ E-mail: 63910086@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



ที่ อว ๘๑๓๗/๙๒๗

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๔ พฤษภาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนแสนสุข จังหวัดชลบุรี
สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ)
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วยนางสาวเสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๖ นิสิตหลักสูตรศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอบุคลากรในสังกัดของท่าน คือ นางเพียงฤทัย กระแสร์ชล และนางเจิมจันทร์ ขวัญแก้ว

ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญนางเพียงฤทัย กระแสร์ชล และนางเจิมจันทร์ ขวัญแก้ว ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อสืบตั่งรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๑-๑๔๑-๖๘๒๖ หรือที่ E-mail: 63910086@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำเนาเรียน ๑. นางเพียงฤทัย กระแสร์ชล
๒. นางเจิมจันทร์ ขวัญแก้ว

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕, ๗๐๑
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th



ที่ อว ๘๑๓๗/๙๒๖

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๔ พฤษภาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขอเรียนเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย
เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี
สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. คำโครงการวิทยานิพนธ์ (ฉบับย่อ)
๒. เครื่องมือวิจัย

ด้วยนางสาวเสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๖ นิสิตหลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติคำโครงการวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดการเรียนรู้แบบ การสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี ดร.คมสัน ตรีพิบูลย์ เป็นประธานกรรมการควบคุม วิทยานิพนธ์ และเสนอบุคลากรในสังกัดของท่าน คือ นางสาวนลินญา บุญเต็ม

ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัยนั้น
ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเรียนเชิญนางสาวนลินญา บุญเต็ม ซึ่งเป็นผู้ที่มีความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์สูง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ สามารถติดต่อ นิสิต ดังรายนามข้างต้นได้ที่หมายเลขโทรศัพท์ ๐๙๑-๑๔๑-๖๘๒๖ หรือที่ E-mail: 63910086@gso.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

สำเนาเรียน นางสาวนลินญา บุญเต็ม
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕, ๗๐๑
E-mail: grd.buu@gso.buu.ac.th

สำเนา

ที่ IRB4-279/2566



เอกสารรับรองผลการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์
มหาวิทยาลัยบูรพา

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาโครงการวิจัย

รหัสโครงการวิจัย : G-HU233/2566

โครงการวิจัยเรื่อง : ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หัวหน้าโครงการวิจัย : นางสาวเสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการหลัก (สารนิพนธ์/ งานนิพนธ์/ : อาจารย์ ดร.คมสัน ตรีพิบูลย์
วิทยานิพนธ์/ ดุษฎีนิพนธ์)

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการร่วม (สารนิพนธ์/ งานนิพนธ์/ : อาจารย์ ดร.อาพันธ์ชนิต เจนจิต
วิทยานิพนธ์/ ดุษฎีนิพนธ์)

หน่วยงานที่สังกัด : คณะศึกษาศาสตร์

วิธีพิจารณา : Exemption Determination Expedited Reviews Full Board

คณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้พิจารณาแล้วเห็นว่า โครงการวิจัย
ดังกล่าวเป็นไปตามหลักการของจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ โดยที่ผู้วิจัยเคารพสิทธิและศักดิ์ศรีในความเป็นมนุษย์ไม่มีการ
ลวงละเมิดสิทธิ สวัสดิภาพ และไม่ก่อให้เกิดอันตรายแก่ตัวอย่างการวิจัยและผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย

จึงเห็นสมควรให้ดำเนินการวิจัยในขอบข่ายของโครงการวิจัยที่เสนอได้ (ดูตามเอกสารตรวจสอบ)

1. แบบเสนอเพื่อขอรับการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ ฉบับที่ 2 วันที่ 16 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2566
 2. โครงการวิจัยฉบับภาษาไทย ฉบับที่ 1 วันที่ 10 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2566
 3. เอกสารชี้แจงผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 2 วันที่ 15 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2566
 4. เอกสารแสดงความยินยอมของผู้เข้าร่วมโครงการวิจัย ฉบับที่ 1 วันที่ 7 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2566
 5. แบบเก็บรวบรวมข้อมูล เช่น แบบบันทึกข้อมูล (Data Collection Form)
- แบบสอบถาม หรือสัมภาษณ์ หรืออื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ฉบับที่ 1 วันที่ 10 เดือน สิงหาคม พ.ศ. 2566
6. เอกสารอื่น ๆ (ถ้ามี) ฉบับที่ - วันที่ - เดือน - พ.ศ. -

วันที่รับรอง : วันที่ 17 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2566

สำเนา

วันที่หมดอายุ : วันที่ 17 เดือน ตุลาคม พ.ศ. 2567

ลงนาม นางสาวพิมพ์พรรณ เลิศล้ำ

(นางสาวพิมพ์พรรณ เลิศล้ำ)

ประธานคณะกรรมการพิจารณาจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์ มหาวิทยาลัยบูรพา
ชุดที่ 4 (กลุ่มมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)

**หมายเหตุ การรับรองนี้มีรายละเอียดตามที่ระบุไว้ด้านหลังเอกสารรับรอง **



ที่ อว ๘๑๓๗/๒๑๘๖



บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.สิงหนาทบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๒ ธันวาคม ๒๕๖๖

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนแสนสุข จังหวัดชลบุรี

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมของมหาวิทยาลัยบูรพา
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ รหัสประจำตัวนิสิต ๖๓๙๑๐๐๘๖ นิสิตหลักสูตร
การศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง
“ผลการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อความสามารถ
ในการแก้ปัญหาและให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมี ดร.คมสัน ตรีไพบูลย์
เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนท่านในการเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตตั้งรายนามข้างต้น ดำเนินการ
เก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓/๑ โรงเรียนแสนสุข จังหวัดชลบุรี จำนวน ๓๗ คน ระหว่าง
วันที่ ๑๗ มกราคม - ๙ กุมภาพันธ์ พ.ศ. ๒๕๖๗ ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตตั้งรายนามข้างต้น ได้ที่หมายเลข
โทรศัพท์ ๐๙๑-๑๔๑๖๘๒๖ หรือที่ E-mail: 63910086@gso.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและโปรดพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

มณฑนา รังสิโยภัส

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มณฑนา รังสิโยภัส)

รองคณบดีฝ่ายวิชาการ ปฏิบัติการแทน

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน

อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา

โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕

E-mail: grd.buu@gso.buu.ac.th



ภาคผนวก ข

- ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ตัวอย่างการทำใบกิจกรรมและใบงานของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง
- แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 วงกลม

เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2566 เวลา 10 ชั่วโมง

เวลา 2 ชั่วโมง

ผู้สอน นางสาวเสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัด

ค 2.2 ม.3/3 เข้าใจและใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้
2. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้
3. นักเรียนสามารถหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้

ด้านทักษะและกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาหาขนาดของมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมไปใช้ในการอธิบายแนวคิด หรือให้เหตุผลประกอบวิธีการหาคำตอบเกี่ยวกับมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. มีวินัย
2. ใฝ่เรียนรู้

สาระสำคัญ / ความคิดรวบยอดหลัก

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก

สาระการเรียนรู้

- มุมในครึ่งวงกลม
- รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

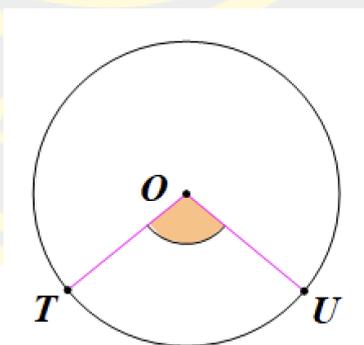
กิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ชั้นนำเสนอปัญหา

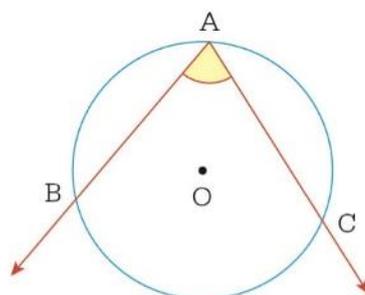
1. ครูทบทวนเกี่ยวกับมุมในส่วนต่างๆของวงกลมและผลรวมของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมในแบบต่าง ๆ บนกระดาน โดยครูได้นำเสนอภาพ ทีละภาพ ให้นักเรียนได้บอกถึงชื่อของมุม และลักษณะของมุม ดังนี้ต่อไปนี้

- มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางเป็นจุดยอดมุม และมีรัศมีเป็นแขน



\widehat{TOU} เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม

- มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

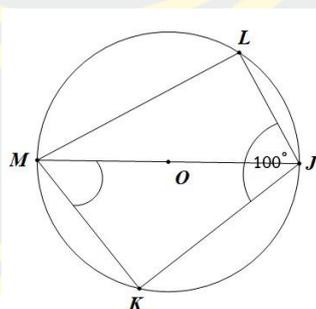


\widehat{BAC} เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม

- ผลรวมของขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม เท่ากับ 360°
- ผลรวมของขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากับ 180°

2. ครุณาเสนอปัญหาที่เกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมบนกระดาษ ดังนี้

“กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\angle LJK$ ขนาด 100° หาขนาดของ $\angle KML$ ว่ามีขนาดเท่าใด”



ชั้นวิเคราะห์

3. ครุณาให้คำแนะนำ เพื่อให้ให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา โดยใช้คำถามนำดังนี้

- โจทย์กำหนดอะไร

(1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม 2. \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม และ 3. $\angle LJK$ ขนาด 100°)

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

(ขนาดของ \widehat{KMJ})

- นักเรียนคิดว่ามีวิธีการใดบ้างในการหาขนาดของมุม \widehat{KMJ}

(แนวตอบ ตามความคิดนักเรียน)

4. ครูนำเสนอตัวอย่างในใบกิจกรรมที่ 3 เรื่องมุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม โดยให้นักเรียนศึกษาและทำใบกิจกรรม

5. จากนั้นครูให้นักเรียนสังเกต วิเคราะห์ หรือเปรียบเทียบลักษณะที่คล้ายคลึงกันจากข้อที่ 1 ในใบกิจกรรมที่ 3 ซึ่งในใบกิจกรรมครูให้นักเรียนหาขนาดของมุมในส่วนต่างๆ โดยใช้ครึ่งวงกลมในการวัดมุม จากนั้นครูใช้คำถามชี้แนะเพื่อให้นักเรียนได้พิจารณาลักษณะของมุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม ดังนี้

6. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในข้อที่ 1 – 6 จะเรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ในข้อที่ 7 – 9 จะเรียกว่า มุมในครึ่งวงกลม

7. ครูให้นักเรียนสังเกตลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม จากข้อที่ 1 – 6 ว่ามีลักษณะอย่างไร

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 ลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม มีลักษณะของมุมอยู่บริเวณใดของวงกลม

(จุดยอดมุมทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมแนบนั้นอยู่บนวงกลม)

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 มีมุมที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180° หรือไม่

(มี)

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

(มุม 1 กับ 2 และมุม 3 กับ 4)

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 2 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

(มุม 1 กับ 2 และมุม 3 กับ 4)

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 3 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

(มุม 1 กับ 2 และมุม 3 กับ 4)

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 4 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

(มุม 1 กับ 2 และมุม 3 กับ 4)

8. จากนั้นครูให้นักเรียนสังเกตคำตอบในข้อที่ 5 – 6 จะพบว่า คำตอบมีมากกว่า 1 คำตอบ

ซึ่งครูจะใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนสามารถเข้าใจถึงลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น

- เมื่อเปรียบเทียบถึงลักษณะการหาผลรวมของขนาดของมุมที่สามารถรวมกันได้ 180° ในข้อที่ 1 – 4 นักเรียนจะสามารถบอกลักษณะของมุมในข้อที่ 5 – 6 ได้อย่างไร

(จะได้ว่า มุม 1 กับ 2 ที่นำมารวมกัน และมุม 3 กับ 4 ที่นำมารวมกัน)

- จากข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 มุมของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมว่ามีลักษณะคล้ายกันอย่างไร

(จะเห็นว่ามุมเป็นคู่ ๆ ที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°)

- ครูอธิบายเพิ่มเติมว่ามุมที่มีขนาด 180° จะเท่ากับสองมุมฉาก แล้วมุมที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180° มีตำแหน่งของมุมเป็นอย่างไร

(เป็นมุมที่อยู่ตรงข้ามกัน)

9. ครูให้นักเรียนนำผลจากการสังเกต จากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมจากการสังเกตตัวอย่างข้างต้น โดยครูคอยสังเกต เพื่อให้เพื่อนำไปใช้ได้ อย่างถูกต้อง ดังนี้

(ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก)

10. ครูให้นักเรียนสังเกตลักษณะของมุมในครึ่งวงกลม จากข้อที่ 7 – 9 ว่ามีลักษณะอย่างไร โดยใช้คำถามนำ ดังนี้

- จากรูปข้างต้น มุมในครึ่งวงกลม ประกอบด้วยมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมหรือมุมในส่วนโค้งของวงกลม

(มีมุมในส่วนโค้งของวงกลม)

- มุมในส่วนโค้งของวงกลม รองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลม)

(รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม)

- จากนั้นครูให้นักเรียนบอกขนาดของมุมทั้งหมดที่วัดมาได้ ว่ามีขนาดเท่าใดบ้างในแต่ละข้อ จากนั้นครูใช้คำถามต่อว่า จากขนาดของมุมในครึ่งวงกลมทั้ง 3 ข้อ มีลักษณะคล้ายคลึงกันอย่างไร

(นักเรียนจะเห็นว่ามุมหนึ่งมุมที่มีขนาด 90° องศา)

11. ครูให้นักเรียนนำผลจากการสังเกต จากตัวอย่างมาสรุปเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมจากการสังเกตตัวอย่างข้างต้น โดยครูคอยสังเกตหรืออธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนนำไปใช้ได้ถูกต้อง ดังนี้

(มุมในครึ่งวงกลมที่รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก)

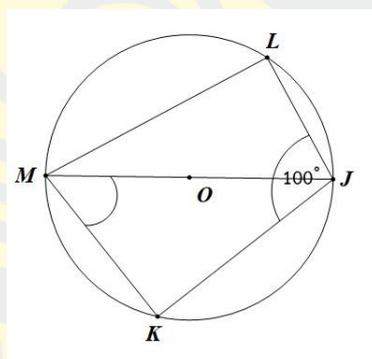
ชั่วโมงที่ 2

12. ครูแจกใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม และรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ขั้นนำไปใช้

13. ครูให้นักเรียนนำข้อสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม และทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมมาปรับใช้ในการแก้ปัญหาในใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม โดยครูใช้คำถามนำ ดังนี้

ข้อที่ 1 กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\angle LJK$ ขนาด 100° หาค่าของ $\angle KMJ$ มีขนาดเท่าใด”



- โจทย์กำหนดอะไร

- (1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
2. \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
3. $\angle LJK$ มีขนาด 100°)

- โจทย์ต้องการทราบอะไร

(มุม $\angle KMJ$ มีขนาดเท่าใด)

- เราสามารถนำความรู้เรื่องใดมาปรับใช้ในการแก้ปัญหาได้บ้าง

(ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม, ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม)

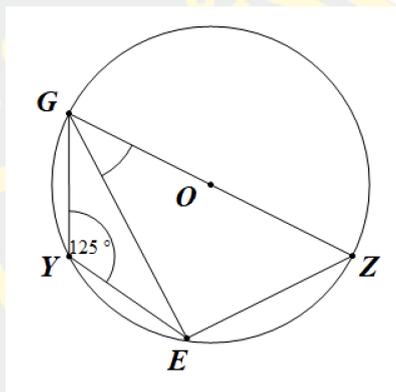
- นักเรียนมีการวางแผนในการหาขนาดของมุมที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย ขึ้นอยู่กับความรู้ของนักเรียน)

- นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย ขึ้นอยู่กับความรู้ของนักเรียน)

ข้อที่ 2 กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า \widehat{EYG} มีขนาด 125° จงหาค่าของ \widehat{EGZ} มีขนาดเท่าใด



- โจทย์กำหนดอะไร

(1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. \widehat{EYG} มีขนาด 125°)

- โจทย์ต้องการทราบอะไร (ขนาดของ \widehat{EGZ})

- เราสามารถนำความรู้เรื่องใดมาปรับใช้ในการแก้ปัญหาได้บ้าง

(ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม, ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม)

- นักเรียนมีการวางแผนในการหาขนาดของมุมที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย ขึ้นอยู่กับความรู้ของนักเรียน)

- นักเรียนมีวิธีการตรวจสอบคำตอบอย่างไร

(แนวตอบ นักเรียนสามารถตอบได้หลากหลาย ขึ้นอยู่กับความรู้ของนักเรียน)

ขั้นนำเสนอแนวคิด

14. เมื่อทำใบงานที่ 3 เสร็จแล้ว ครูให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหาในแต่ละชั้น โดยครูใช้คำถามนำ ดังนี้

- ใช้ทฤษฎีบทใดในการแก้ปัญหา เพราะเหตุใด

- นักเรียนมีขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นอย่างไร

- นักเรียนได้คำตอบในข้อนี้เท่าไร

- นักเรียนมีแนวคิดอย่างไร หรือมีเหตุผลอย่างไร ในการแก้ปัญหา

- นักเรียนมีวิธีในการตรวจสอบคำตอบอย่างไร

ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุป

15. ครูสุ่มนักเรียน 2 - 3 คน ออกมาอภิปรายคำตอบและวิธีการที่ใช้ในแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละบุคคล โดยครูใช้คำถาม ถาม-ตอบ กับนักเรียน ดังนี้

- วิธีการแก้ปัญหของนักเรียนดังกล่าวเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร
- เหตุผลที่ใช้ประกอบการดำเนินการแก้ปัญหสมเหตุสมผล และถูกต้องหรือไม่
- มีวิธีการแก้ปัญหอื่น ๆ อีกหรือไม่

16. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมดังนี้

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก

สื่อ อุปกรณ์ และแหล่งเรียนรู้

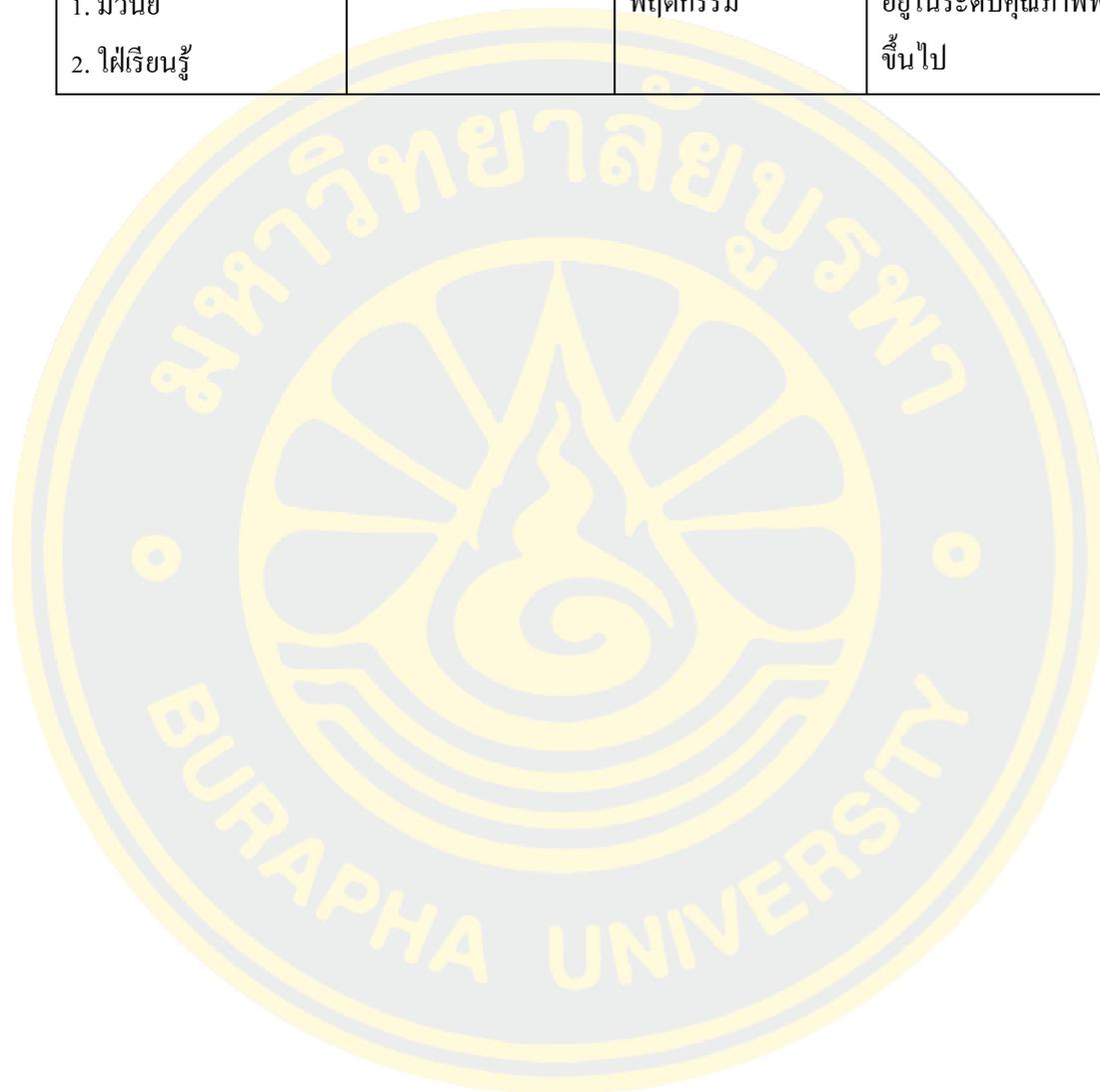
1. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
2. ใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
ด้านความรู้ 1. นักเรียนสามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้	- ตรวจใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมและส่วนโค้งที่รองรับ	- ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	- นักเรียนสามารถทำใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
2. นักเรียนสามารถหามุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครั้งวงกลมและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้	- ตรวจใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครั้งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	- ใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครั้งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	- นักเรียนสามารถทำใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครั้งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
ด้านทักษะและกระบวนการ 1. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมในครั้งวงกลมและเกี่ยวกับทฤษฎีบทของเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาหามุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้	- ตรวจใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครั้งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	- ใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครั้งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	- เกณฑ์การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
2. นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทของมุมในครั้งวงกลมและเกี่ยวกับทฤษฎีบทของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมไปใช้ในการอธิบายแนวคิดหรือให้เหตุผลประกอบวิธีการหาค่าตอบเกี่ยวกับมุมในส่วนต่าง ๆ ของวงกลมได้	- ตรวจใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครั้งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	- ใบงานที่ 3 เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครั้งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	- เกณฑ์การวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทำได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป

สิ่งที่วัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ 1. มีวินัย 2. ใฝ่เรียนรู้	สังเกตพฤติกรรม	แบบประเมินพฤติกรรม	นักเรียนมีผลการประเมินอยู่ในระดับคุณภาพพอใช้ขึ้นไป



บันทึกผลหลังการสอน

1. ผลการจัดการเรียนรู้

ด้านความรู้

.....นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม และสามารถนำทฤษฎีบทที่ได้มาใช้ในโจทย์ที่กำหนด โดยมีนักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถนำทฤษฎีบทมาใช้ได้

ด้านทักษะและกระบวนการ

.....นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมและทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมในโจทย์ที่กำหนดให้ พร้อมให้เหตุผลประกอบการดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องเกือบทั้งหมด แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถนำทฤษฎีบทมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ และพบว่าในชั้นตรวจสอบผล นักเรียนบางคนยังไม่สามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้ เพื่อแสดงว่าค่าที่ได้สอดคล้องกับโจทย์หรือไม่ หรือไม่มีการแสดงการตรวจคำตอบ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

.....นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการทำใบกิจกรรมและใบงานที่ได้รับมอบหมาย ร่วมกันหาวิธีในการแก้ปัญหา มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมายและตรงต่อเวลา

2. ปัญหา/อุปสรรค

.....นักเรียนบางคนไม่ทำใบกิจกรรมด้วยตนเอง โดยรอคำตอบจากเพื่อน และไม่ร่วมคิดหาวิธีในการแก้ปัญหาจากโจทย์ที่กำหนดให้ในใบงาน

3. แนวทางการแก้ไข / แนวทางการแก้ไข

.....ครูคอยกระตุ้นให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ การทำใบกิจกรรมและการทำใบงาน เห็นถึงความสำคัญของการลงมือทำด้วยตนเอง รวมถึงการใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดของตนเองออกมาและคอยให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนเกิดข้อสงสัย

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน (ค23102) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2566

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย / ลงในช่องว่างที่เป็นจริงมากที่สุด

ที่	ชื่อ - สกุล	ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์								ผลการประเมิน	
		มีวินัย				ใฝ่เรียนรู้					รวม
		3	2	1	0	3	2	1	0		
1.											
2.											
3.											
4.											
5.											

เกณฑ์การให้คะแนนด้านมีวินัย

คะแนน	ความหมาย	พฤติกรรม
3	ดีมาก	ส่งงานตรงเวลาทุกครั้ง
2	ดี	ส่งงานตรงเวลาบางครั้ง
1	พอใช้	ส่งงานไม่ตรงเวลา
0	ควรปรับปรุง	ไม่ส่งงาน

เกณฑ์การให้คะแนนด้านใฝ่เรียนรู้

คะแนน	ความหมาย	พฤติกรรม
3	ดีมาก	แลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนในห้องเรียนสม่ำเสมอ
2	ดี	แลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนในห้องเรียนบ่อยครั้ง
1	พอใช้	แลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนในห้องเรียนบางครั้ง
0	ควรปรับปรุง	ไม่แลกเปลี่ยนความคิดกับเพื่อนในห้องเรียน

ผลการประเมิน

5-6 คะแนน อยู่ในระดับ ดี

3-4 คะแนน อยู่ในระดับ พอใช้

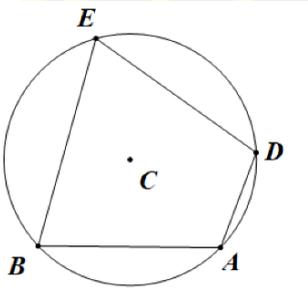
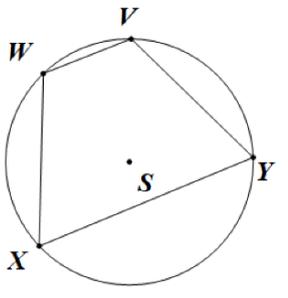
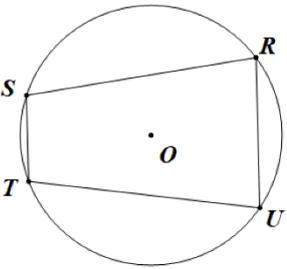
1-2 คะแนน อยู่ในระดับ ควรปรับปรุง

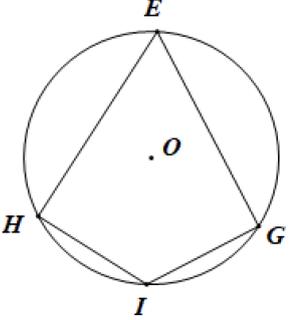
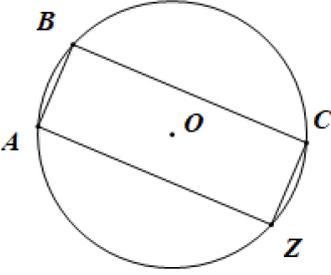
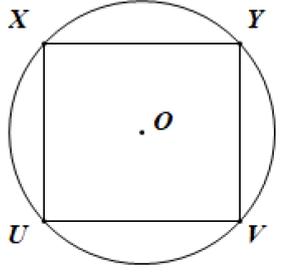


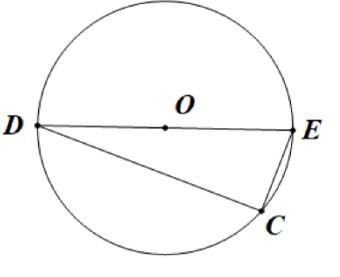
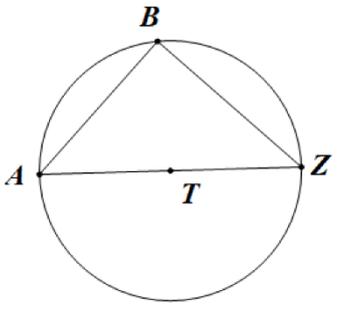
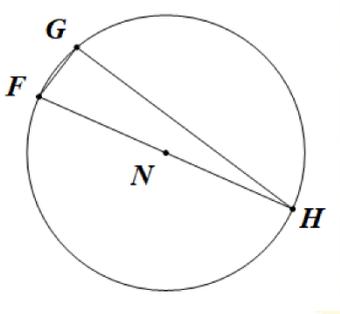
ใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาค่าตั้งแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยวัดขนาดของมุมด้วยไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
1). 	1. $\widehat{EDA} =$	2. $\widehat{ABE} =$	3. $\widehat{BED} =$	4. $\widehat{DAB} =$
2). 	1. $\widehat{XWV} =$	2. $\widehat{VYX} =$	3. $\widehat{WVY} =$	4. $\widehat{YXW} =$
3). 	1. $\widehat{TSR} =$	2. $\widehat{RUT} =$	3. $\widehat{SRU} =$	4. $\widehat{UTS} =$

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
4). 	1. $\widehat{H\hat{E}G} =$ -----	2. $\widehat{G\hat{I}H} =$ -----	3. $\widehat{E\hat{G}I} =$ -----	4. $\widehat{I\hat{H}E} =$ -----
5). 	1. $\widehat{B\hat{C}Z} =$ -----	2. $\widehat{Z\hat{A}B} =$ -----	3. $\widehat{C\hat{Z}A} =$ -----	4. $\widehat{A\hat{B}C} =$ -----
6). 	1. $\widehat{X\hat{Y}U} =$ -----	2. $\widehat{V\hat{U}X} =$ -----	3. $\widehat{Y\hat{V}U} =$ -----	4. $\widehat{U\hat{X}Y} =$ -----

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
7). 	1. $\widehat{ECD} = \dots\dots\dots$	2. $\widehat{CDE} = \dots\dots\dots$	3. $\widehat{DEC} = \dots\dots\dots$
8). 	1. $\widehat{ABZ} = \dots\dots\dots$	2. $\widehat{BZA} = \dots\dots\dots$	3. $\widehat{ZAB} = \dots\dots\dots$
9). 	1. $\widehat{FGH} = \dots\dots\dots$	2. $\widehat{GHF} = \dots\dots\dots$	3. $\widehat{HFG} = \dots\dots\dots$

ในข้อที่ 1 - 6 จะเรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
 ในข้อที่ 7 - 9 จะเรียกว่า มุมในครึ่งวงกลม

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 ลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม มีลักษณะของมุมอยู่บริเวณใดของวงกลม

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 มีมุมที่ขนาดของมุมสามารถรวมกันแล้วได้ 180° หรือไม่

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 2 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 3 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 4 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 5 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 6 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

- จากข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 มุมของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมมีลักษณะคล้ายกันอย่างไร

- มุมที่มีขนาด 180° จะเท่ากับสองมุมฉาก แล้วมุมที่สามารถบวกกันได้ 180° มีตำแหน่งของมุมเป็นอย่างไร

- จากรูปข้างต้น รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม มีลักษณะอย่างไร

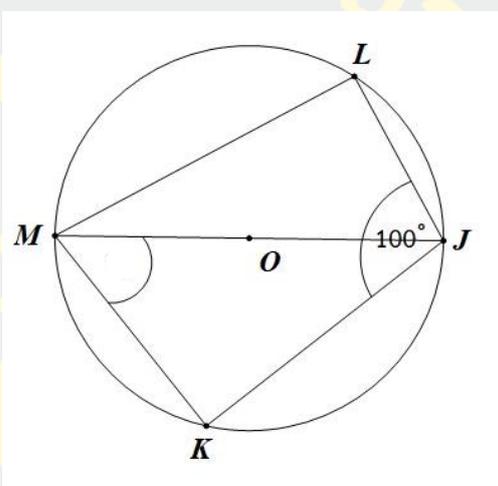
ใบงานที่ 3

เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม

และรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของคำถามต่อไปนี้ โดยเขียนแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลอย่างละเอียด

1. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\angle LJK$ ขนาด 100° และ $\angle KJM$ มีขนาด 42° หาขนาดของ $\angle KML$ ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

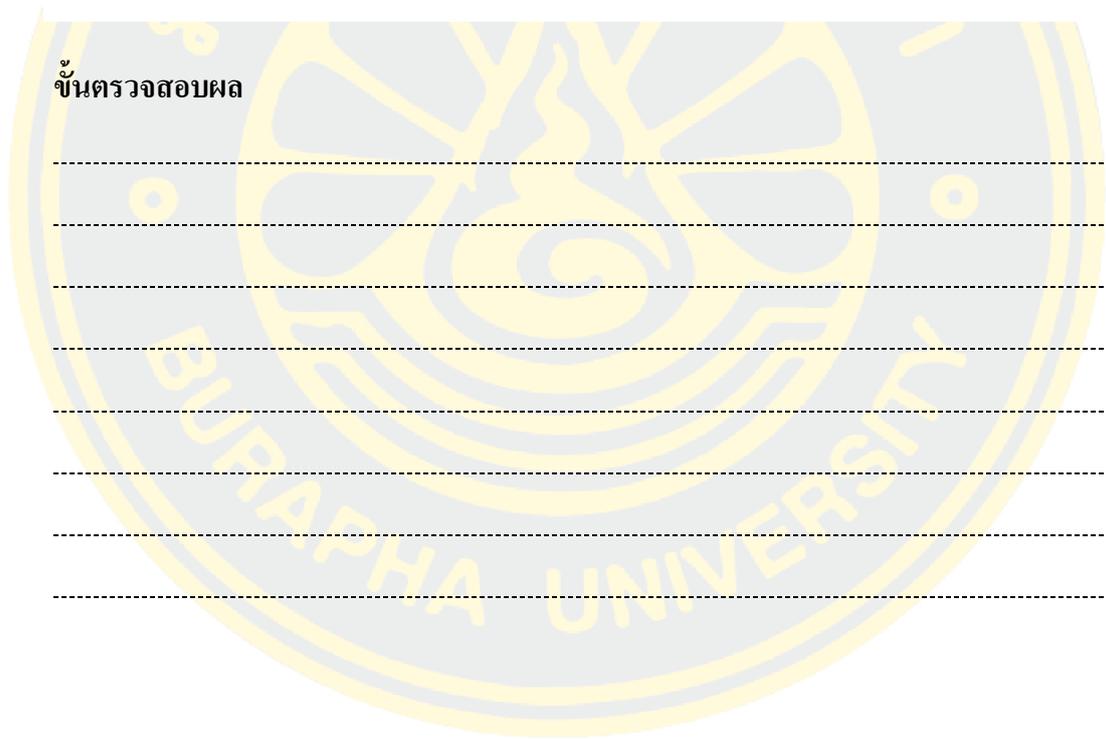
สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

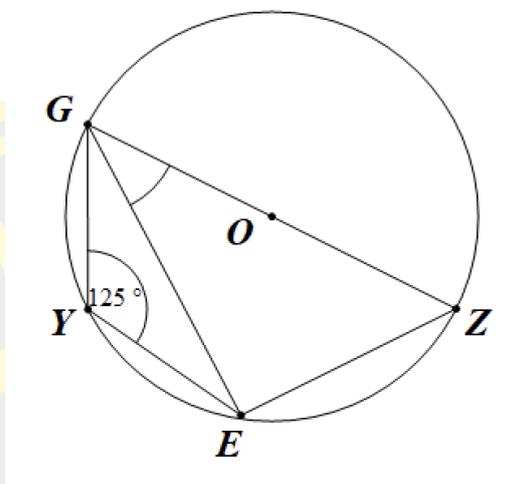
ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

ชั้นตรวจสอบผล



2. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า \widehat{EYG} มีขนาด 125° จงหาค่าของ \widehat{EGZ} มีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

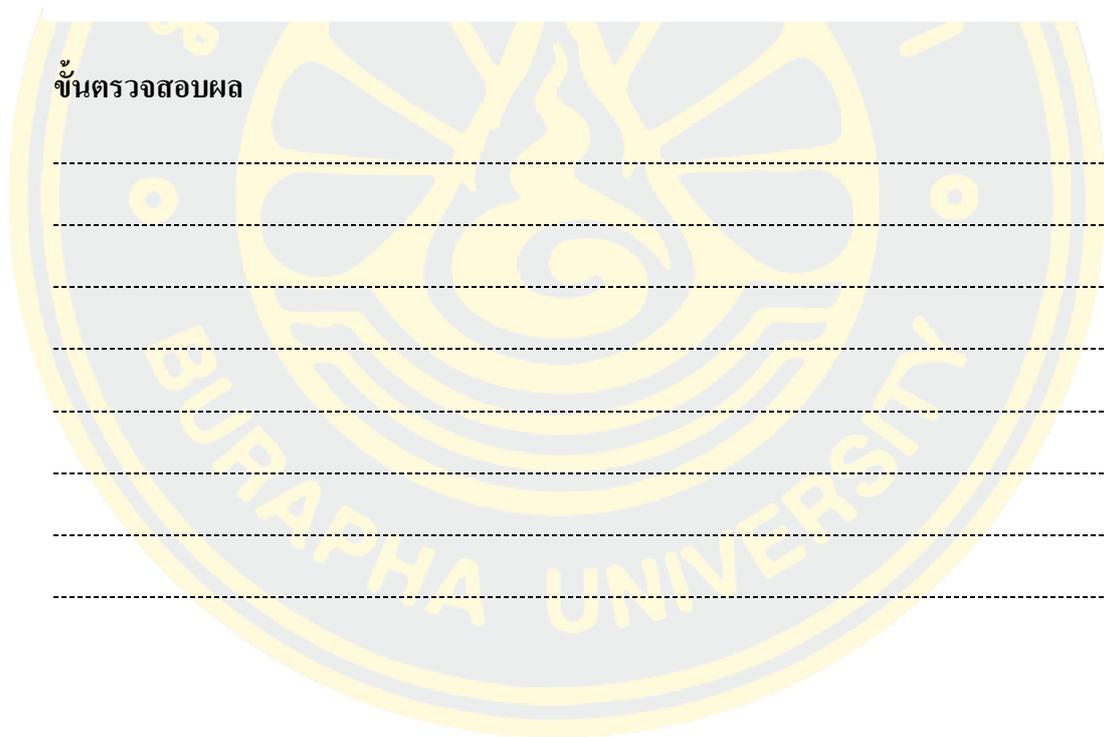
สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

ชั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

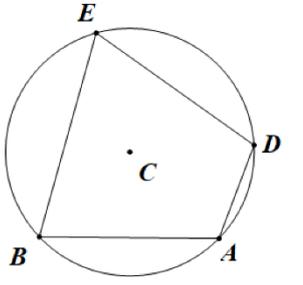
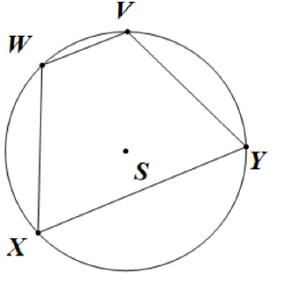
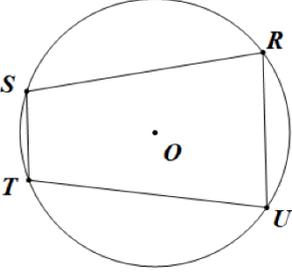
ชั้นตรวจสอบผล

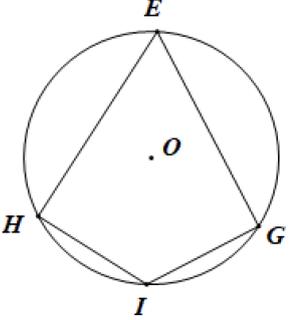
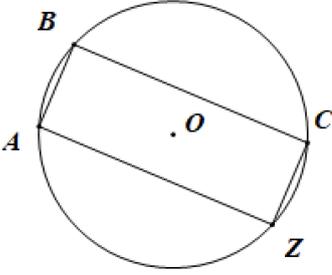
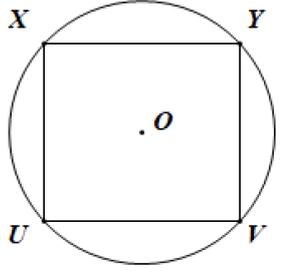


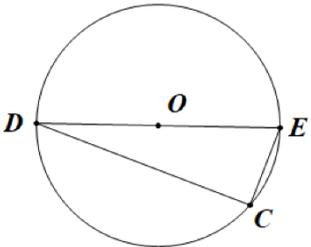
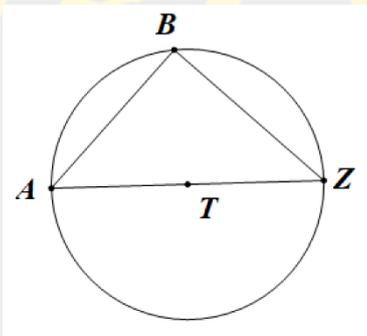
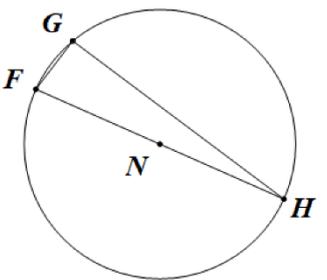
เฉลยใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาค่าตั้งแต่ละข้อต่อไปนี้ โดยวัดขนาดของมุมด้วยไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
1). 	1. $\widehat{EDA} = 105^\circ$	2. $\widehat{ABE} = 75^\circ$	3. $\widehat{BED} = 70^\circ$	4. $\widehat{DAB} = 110^\circ$
2). 	1. $\widehat{XWV} = 113^\circ$	2. $\widehat{VYX} = 67^\circ$	3. $\widehat{WYV} = 114^\circ$	4. $\widehat{YXW} = 66^\circ$
3). 	1. $\widehat{TSR} = 98^\circ$	2. $\widehat{RUT} = 82^\circ$	3. $\widehat{SRU} = 82^\circ$	4. $\widehat{UTS} = 98^\circ$

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
4). 	1. $\widehat{H\hat{E}G} = 60^\circ$	2. $\widehat{G\hat{I}H} = 120^\circ$	3. $\widehat{E\hat{G}I} = 90^\circ$	4. $\widehat{I\hat{H}E} = 90^\circ$
5). 	1. $\widehat{B\hat{C}Z} = 90^\circ$	2. $\widehat{Z\hat{A}B} = 90^\circ$	3. $\widehat{C\hat{Z}A} = 90^\circ$	4. $\widehat{A\hat{B}C} = 90^\circ$
6). 	1. $\widehat{X\hat{Y}U} = 90^\circ$	2. $\widehat{V\hat{U}X} = 90^\circ$	3. $\widehat{Y\hat{V}U} = 90^\circ$	4. $\widehat{U\hat{X}Y} = 90^\circ$

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
7). 	1. $\widehat{ECD} = \underline{\quad 90^\circ \quad}$	2. $\widehat{CDE} = \underline{\quad 20^\circ \quad}$	3. $\widehat{DEC} = \underline{\quad 70^\circ \quad}$
8). 	1. $\widehat{ABZ} = \underline{\quad 90^\circ \quad}$	2. $\widehat{BZA} = \underline{\quad 42^\circ \quad}$	3. $\widehat{ZAB} = \underline{\quad 48^\circ \quad}$
9). 	1. $\widehat{FGH} = \underline{\quad 90^\circ \quad}$	2. $\widehat{GHF} = \underline{\quad 13^\circ \quad}$	3. $\widehat{HFG} = \underline{\quad 77^\circ \quad}$

ในข้อที่ 1 – 6 จะเรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
 ในข้อที่ 7 – 9 จะเรียกว่า มุมในครึ่งวงกลม

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 ลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม มีลักษณะของมุมอยู่บริเวณใดของวงกลม

..... จุดยอดมุมทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมอยู่บนวงกลม

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 มีมุมที่ขนาดของมุมสามารถรวมกันแล้วได้ 180° หรือไม่

..... - จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°
มุม 1 กับ มุม 2 และ มุม 3 กับ มุม 4

..... - จากรูปข้างต้นในข้อที่ 2 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°
มุม 1 กับ มุม 2 และ มุม 3 กับ มุม 4

..... - จากรูปข้างต้นในข้อที่ 3 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°
มุม 1 กับ มุม 2 และ มุม 3 กับ มุม 4

..... - จากรูปข้างต้นในข้อที่ 4 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°
มุม 1 กับ มุม 2 และ มุม 3 กับ มุม 4

..... - จากรูปข้างต้นในข้อที่ 5 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°
มุม 1 กับ มุม 2 และ มุม 3 กับ มุม 4

..... - จากรูปข้างต้นในข้อที่ 6 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°
มุม 1 กับ มุม 2 และ มุม 3 กับ มุม 4

..... - จากข้างต้นในข้อที่ 1 – 6 มุมของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมมีลักษณะคล้ายกันอย่างไร
มีมุมเป็นคู่ ๆ ที่สามารถบวกกันได้ 180°

..... - มุมที่มีขนาด 180° จะเท่ากับสองมุมฉาก แล้วมุมที่สามารถบวกกันได้ 180° มีตำแหน่งของมุมเป็นอย่างไร

..... เป็นมุมที่อยู่ตรงข้ามกัน

..... - จากรูปข้างต้น รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม มีลักษณะอย่างไร

..... 1. จุดยอดทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมอยู่บนวงกลม

..... 2. จะมีมุมเป็นคู่ ๆ ที่สามารถบวกกันได้ 180°

..... 3. มุมที่อยู่ตรงข้ามกัน สามารถบวกกันได้ 180° องศา

นักเรียนสามารถสรุปเกี่ยวกับทฤษฎีของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้อย่างไร

..... ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก

- จากรูปข้างต้น มุมในครึ่งวงกลม ประกอบด้วยมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมหรือมุมในส่วนโค้งของวงกลม

..... มุมในส่วนโค้งของวงกลม

- มุมในส่วนโค้งของวงกลม รองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลม

..... รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

- ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมทั้ง 3 ข้อ มีลักษณะคล้ายกันอย่างไร

..... มุมหนึ่งมุมที่มีขนาด 90°

- จากรูปข้างต้น มุมในครึ่งวงกลม มีลักษณะอย่างไร

..... 1. มีมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

..... 2. มีมุมหนึ่งมุมที่มีขนาด 90° เสมอ

นักเรียนสามารถสรุปทฤษฎีเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้อย่างไร

..... มุมในครึ่งวงกลม เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลาง มีขนาด 90° องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

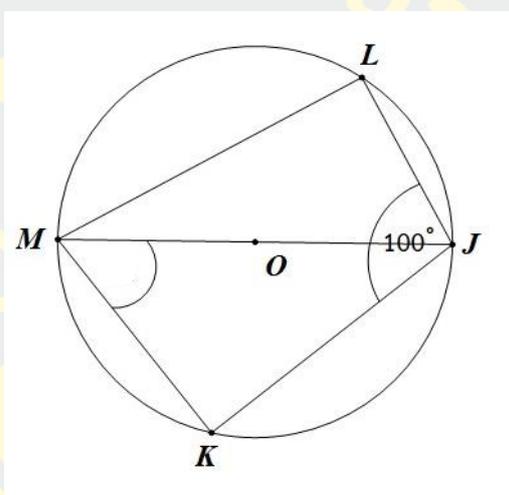
เฉลยใบงานที่ 3

เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม

และรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของคำถามต่อไปนี้ โดยเขียนแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลอย่างละเอียด

1. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\angle LJK$ ขนาด 100° และ $\angle KJM$ มีขนาด 42° หาขนาดของ $\angle KML$ ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

3. $\angle LJK$ มีขนาด 100°

4. $\angle KJM$ มีขนาด 42°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขนาดของ $\angle KML$

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. หา $\angle KML$ จากทฤษฎีบทจั่วรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก

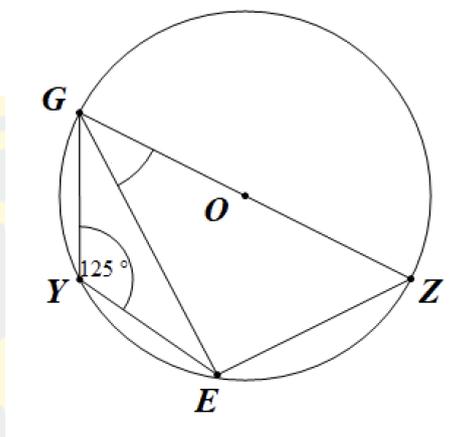
2. หา $\angle KJL$ จากทฤษฎีบทมุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90° องศา หรือหนึ่งมุมฉาก

3. หา $\angle KML$ จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
จาก $\widehat{LJK} = 100^\circ$	(กำหนดให้)
จะได้ $\widehat{KML} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$	(ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมแล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก)
จาก $\widehat{MKI} = 90^\circ$	(มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดหนึ่งมุมฉาก)
และ $\widehat{KJM} = 42^\circ$	(กำหนดให้)
จะได้ $\widehat{KMJ} = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ$	(มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม)
	$\widehat{KMJ} = 48^\circ$
ดังนั้น $\widehat{KMJ} = 48^\circ$	

ขั้นตรวจสอบผล
จาก $\widehat{KMJ} = 48^\circ$
และ $\widehat{MKI} = 90^\circ$ เนื่องจากมุมในครึ่งวงกลมมีขนาดหนึ่งมุมฉาก
จะได้ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม $\widehat{KMJ} + \widehat{MKI} + \widehat{KJM} = 180^\circ$
$48^\circ + 90^\circ + \widehat{KJM} = 180^\circ$
$\widehat{KJM} = 42^\circ$
จะเห็นว่า ค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง
หรือ
จาก $\widehat{KMJ} = 48^\circ$ และ $\widehat{MKI} = 90^\circ$
จะได้ $\widehat{KMJ} + \widehat{MKI} + \widehat{KJM} = 180^\circ$
$48^\circ + 90^\circ + \widehat{KJM} = 180^\circ$
$\widehat{KJM} = 42^\circ$
จะเห็นว่า ค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

2. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า \widehat{EYG} มีขนาด 125° จงหาค่าของ \widehat{EGZ} มีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ 1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ 2. \widehat{EYG} มีขนาด 125°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ...ขนาดของ \widehat{EGZ}

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. หา \widehat{GZE} จากทฤษฎีบทถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก
2. หา \widehat{ZEG} จากทฤษฎีบทมุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก
3. หา \widehat{EGZ} จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

จาก $\widehat{EYG} = 125^\circ$ (กำหนดให้)

จะได้ $\widehat{GZE} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ (ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมแล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก)

จาก $\widehat{ZEG} = 90^\circ$ (มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดหนึ่งมุมฉาก)

จะได้ $\widehat{EGZ} = 180^\circ - 90^\circ - 55^\circ$ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม)

$\widehat{EGZ} = 35^\circ$

ดังนั้น $\widehat{EGZ} = 35^\circ$

ขั้นตรวจสอบผล

จาก $\widehat{EGZ} = 35^\circ$

และ $\widehat{ZEG} = 90^\circ$ เนื่องจากมุมในครึ่งวงกลมมีขนาดหนึ่งมุมฉาก

จะได้ ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม $\widehat{EGZ} + \widehat{ZEG} + \widehat{GZE} = 180^\circ$

$$35^\circ + 90^\circ + \widehat{GZE} = 180^\circ$$

$$\widehat{GZE} = 55^\circ$$

และจาก $\widehat{GZE} = 55^\circ$ ทำให้ $\widehat{EYG} = 125^\circ$ เนื่องจากทฤษฎีบทถ้ารูปสี่เหลี่ยมใด ๆ เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามจะเท่ากับสองมุมฉาก

นั่นคือ $\widehat{EYG} + \widehat{GZE} = 180^\circ$

จะเห็นว่าค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

หรือ

จาก $\widehat{EGZ} = 35^\circ$ และ $\widehat{ZEG} = 90^\circ$

จะได้ $\widehat{GZE} = 55^\circ$

และจาก $\widehat{GZE} = 55^\circ$ จะได้ $\widehat{EYG} + \widehat{GZE} = 180^\circ$

ทำให้ $\widehat{EYG} = 125^\circ$

จะเห็นว่าค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

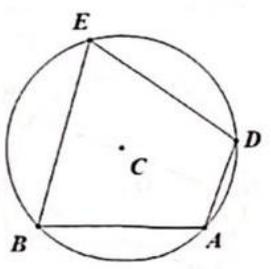
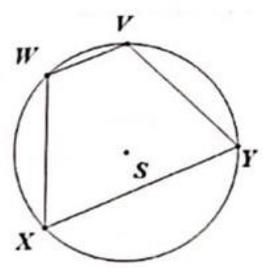
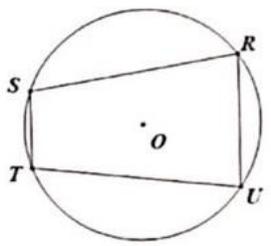
ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

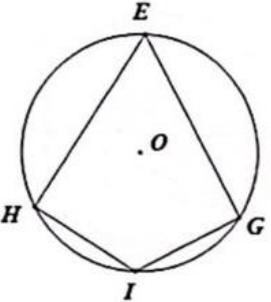
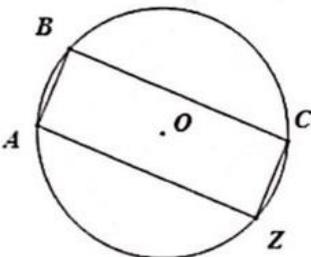
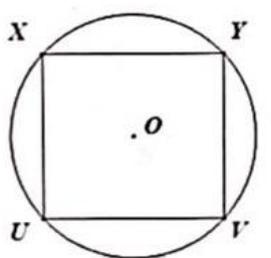
ตัวอย่างใบกิจกรรมและใบงานของนักเรียน

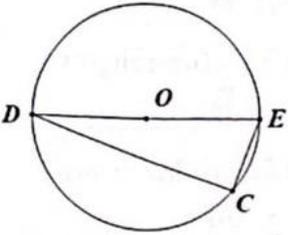
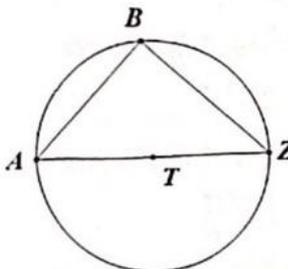
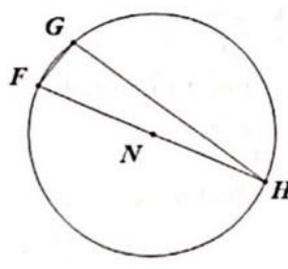
ใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง มุมในครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คำชี้แจง : ให้นักเรียนพิจารณาค่าตั้งแต่ข้อต่อไปนี โดยวัดขนาดของมุมด้วยไม้โปรแทรกเตอร์ครึ่งวงกลม

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
1). 	1. $\widehat{EDA} = 105^\circ$	2. $\widehat{ABE} = 75^\circ$	3. $\widehat{BED} = 70^\circ$	4. $\widehat{DAB} = 110^\circ$
2). 	1. $\widehat{XWV} = 113^\circ$	2. $\widehat{VYX} = 67^\circ$	3. $\widehat{WVY} = 114^\circ$	4. $\widehat{YXW} = 66^\circ$
3). 	1. $\widehat{TSR} = 98^\circ$	2. $\widehat{RUT} = 82^\circ$	3. $\widehat{SRU} = 82^\circ$	4. $\widehat{UTS} = 98^\circ$

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
4). 	1. $\widehat{H\dot{E}G} =$ <u>60°</u>	2. $\widehat{G\dot{I}H} =$ <u>120°</u>	3. $\widehat{E\dot{G}I} =$ <u>90°</u>	4. $\widehat{I\dot{H}E} =$ <u>90°</u>
5). 	1. $\widehat{B\dot{C}Z} =$ <u>90°</u>	2. $\widehat{Z\dot{A}B} =$ <u>90°</u>	3. $\widehat{C\dot{Z}A} =$ <u>90°</u>	4. $\widehat{A\dot{B}C} =$ <u>90°</u>
6). 	1. $\widehat{X\dot{Y}U} =$ <u>90°</u>	2. $\widehat{V\dot{U}X} =$ <u>90°</u>	3. $\widehat{Y\dot{V}U} =$ <u>90°</u>	4. $\widehat{U\dot{X}Y} =$ <u>90°</u>

ข้อที่	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม	ขนาดของมุม
7). 	1. $\widehat{ECD} = 90^\circ$	2. $\widehat{CDE} = 20^\circ$	3. $\widehat{DEC} = 70^\circ$
8). 	1. $\widehat{ABZ} = 90^\circ$	2. $\widehat{BZA} = 42^\circ$	3. $\widehat{ZAB} = 48^\circ$
9). 	1. $\widehat{FGH} = 90^\circ$	2. $\widehat{GHF} = 19^\circ$	3. $\widehat{HFG} = 77^\circ$

ในข้อที่ 1 - 6 จะเรียกว่า รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

ในข้อที่ 7 - 9 จะเรียกว่า มุมในครึ่งวงกลม

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 - 6 ลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม มีลักษณะของมุมอยู่ในบริเวณใดของวงกลม

จุดยอดมุมทั้ง 4 อยู่บนวงกลม

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 - 6 มีมุมที่ขนาดของมุมสามารถรวมกันแล้วได้ 180° หรือไม่

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 1 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

มุม 1 กับมุม 2 และมุม 3 กับมุม 4

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 2 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

มุม 1 กับมุม 2 และมุม 3 กับมุม 4

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 3 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

มุม 1 กับมุม 2 และมุม 3 กับมุม 4

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 4 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

มุม 1 กับมุม 2 และมุม 3 กับมุม 4

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 5 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

มุม 1 กับมุม 2 และมุม 3 กับมุม 4

- จากรูปข้างต้นในข้อที่ 6 มุมใดบ้างที่ขนาดของมุมสามารถบวกกันได้ 180°

มุม 1 กับมุม 2 และมุม 3 กับมุม 4

- จากข้างต้นในข้อที่ 1 - 6 มุมของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมมีลักษณะคล้ายกันอย่างไร

มีมุมเป็นคู่ๆ ที่บวกกันได้ 180°

- มุมที่มีขนาด 180° จะเท่ากับสองมุมฉาก แล้วมุมที่สามารถบวกกันได้ 180° มีตำแหน่งของมุมเป็นอย่างไร

มุมจะอยู่ตรงข้ามกัน

- จากรูปข้างต้น รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม มีลักษณะอย่างไร

1. เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่อยู่ในวงกลม

2. มุมทั้ง 4 อยู่บนวงกลม

3. มุมที่อยู่ตรงข้ามกัน จะบวกได้ 180°

นักเรียนสามารถสรุปเกี่ยวกับทฤษฎีของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้อย่างไร

รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม จะมีมุมตรงข้ามกันรวมกันได้ 180°

- จากรูปข้างต้น มุมในครึ่งวงกลม ประกอบด้วยมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมหรือมุมในส่วนโค้งของวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม

- มุมในส่วนโค้งของวงกลม รองรับด้วยส่วนโค้งของวงกลม

รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

- ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมทั้ง 3 ข้อ มีลักษณะคล้ายกันอย่างไร

มี 1 มุม ที่มีขนาด 90°

- จากรูปข้างต้น มุมในครึ่งวงกลม มีลักษณะอย่างไร

เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมนี้รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม มี 1 มุม ที่มีขนาด 90°

นักเรียนสามารถสรุปทฤษฎีเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้อย่างไร

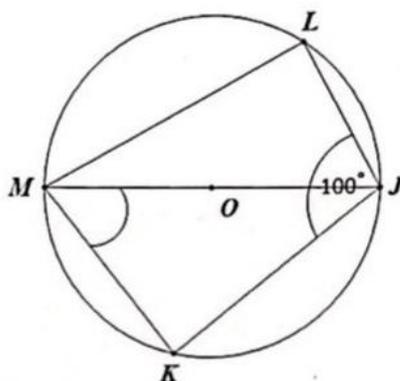
เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม จะมี 1 มุม ที่มีขนาด 90°

ใบงานที่ 3

เรื่อง การหาขนาดของมุมโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลม
และรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบของคำถามต่อไปนี้ โดยเขียนแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลอย่างละเอียด

1. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม โดยมี $\angle LJK$ ขนาด 100° และ $\angle KJM$ มีขนาด 42° หาขนาดของ $\angle KLM$ ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้
1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
 2. \overline{MJ} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม
 3. $\angle LJK$ มีขนาด 100°
 4. $\angle KJM$ มีขนาด 42°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ขนาดของ $\angle KLM$

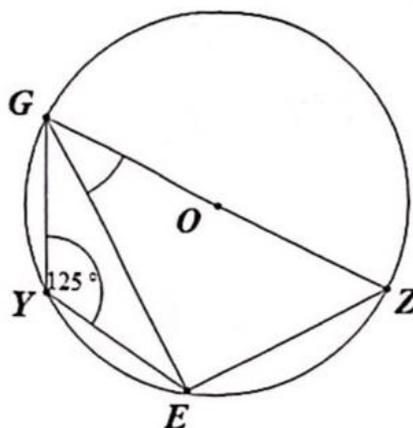
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. หา $\angle KML$ จาก ทบ. รูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม
2. หา $\angle MKJ$ จาก มุมในครึ่งวงกลม
3. หา $\angle KLM$ จาก ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม

ขั้นตอนการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
จาก $\hat{LJK} = 100^\circ$	กำหนดให้
จะได้ $\hat{KML} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$	ทบ. รูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม
จาก $\hat{MKJ} = 90^\circ$	มุมในครึ่งวงกลม
และ $\hat{KJM} = 42^\circ$	กำหนดให้
จะได้ $\hat{KMJ} = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$	ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม
ดังนั้น $\hat{KMJ} = 48^\circ$	

ขั้นตรวจสอบผล
 จาก $\hat{JKM} = 40^\circ$ และ จาก $\hat{MKJ} = 90^\circ$ เนื่องจากเป็นมุมใน
 ครึ่งวงกลมจะได้ $\hat{KJM} = 42^\circ$
 และ จาก $\hat{KML} = 80^\circ$ จะได้ $\hat{LJK} = 100^\circ$ เนื่องจาก ทบ.
 รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม

2. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\angle EYG$ มีขนาด 125° จงหาค่าของ $\angle EZG$ มีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. O เป็นจุดศูนย์กลาง
2. $\angle EYG = 125^\circ$

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ ค่าของ $\angle EZG$

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

1. หาขนาดของ $\angle LE$ จากรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม
2. หาขนาดของ $\angle EZ$ จากมุมในส่วนของวงกลม
3. หา $\angle EZ$ จากมุมภายในรูปสามเหลี่ยม

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

จาก $\hat{EY\theta} = 125^\circ$

จะได้ $\hat{\theta ZE} = 180 - 125 = 55^\circ$

จาก $\hat{ZE\theta} = 90^\circ$

จะได้ $\hat{E\theta Z} = 180 - 90 - 55 = 35^\circ$

ดังนั้น $\hat{E\theta Z} = 35^\circ$

เหตุผลประกอบ

กำหนดให้

รูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม

มุมภายในรูปสามเหลี่ยม

ขั้นตรวจสอบผล

จาก $\hat{E\theta Z} = 35^\circ$ และ $\hat{ZE\theta} = 90^\circ$ จะได้ $\hat{\theta ZE} = 55^\circ$ และ $\hat{\theta ZE}$

$= 55^\circ$ จะได้ $\hat{EY\theta} + \hat{\theta ZE} = 180^\circ$

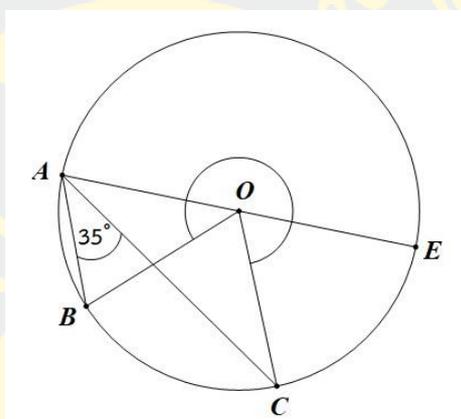
ดังนั้น $\hat{EY\theta} = 125^\circ$

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบต่อไปนี้ โดยเขียนแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลอย่างละเอียด

1. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $B\hat{A}C$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม มีขนาด 35° หาขนาดมุมกลับของ $B\hat{O}C$ ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

.....

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

.....

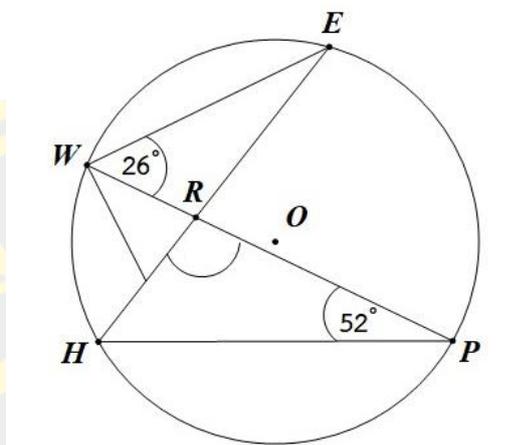
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

.....

.....

.....

2. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $P\hat{W}E$ มีขนาด 26° และ $R\hat{P}H$ มีขนาด 52°
หาขนาดของ $H\hat{R}P$ ว่ามีขนาดเท่าใด



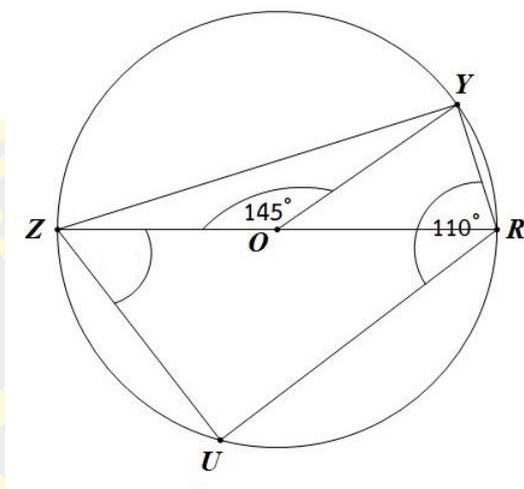
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

3. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ZOY เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° และ \widehat{YRU} มีขนาด 110° หาค่าของ \widehat{UZR} ว่ามีขนาดเท่าใด



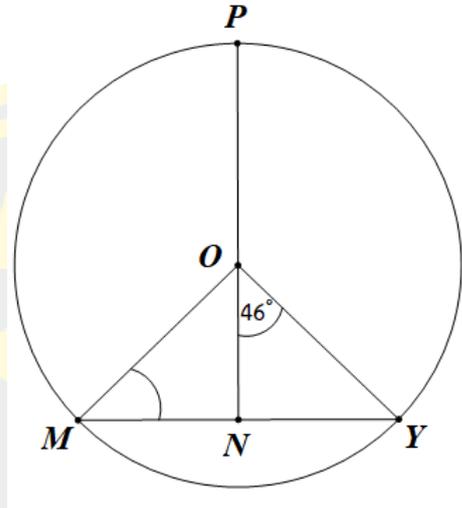
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

4. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี PN แบ่งครึ่งจอร์ด์ MY ที่จุด N โดย \widehat{NOY} มีขนาด 46° หาขนาดของ \widehat{NMO} ว่ามีขนาดเท่าใด



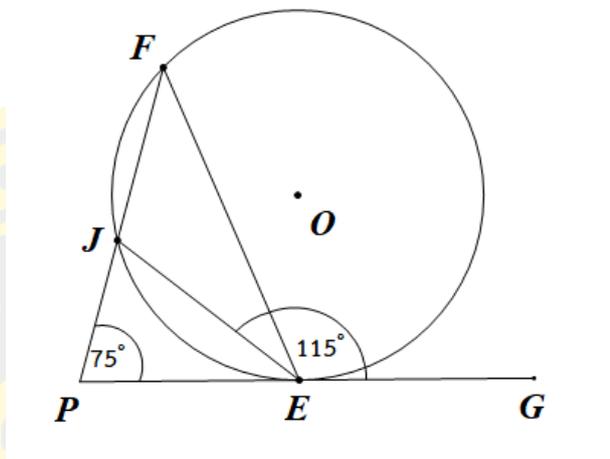
ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

5. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งมีเส้นสัมผัสวงกลม \overline{PG} สัมผัสวงกลมที่จุด E โดยมี \widehat{GEF} ขนาด 115° และ \widehat{EPJ} ขนาด 75° หาขนาดของ \widehat{JEF} ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

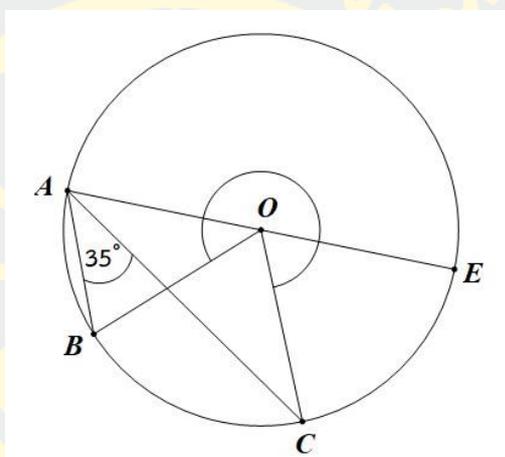
ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาคำตอบต่อไปนี้ โดยเขียนแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลอย่างละเอียด

1. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม BAC เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม มีขนาด 35° หาขนาดมุมกลับของ $B\hat{O}C$ ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. BAC เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม มีขนาด 35°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขนาดมุมกลับของ $B\hat{O}C$

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- หา $B\hat{O}C$ จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ขั้นตอนการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

จาก $\widehat{BAC} = 35^\circ$	(กำหนดให้)
และจาก $\widehat{BOC} = 2(\widehat{BAC})$	(มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งเนื่องจากรองรับเส้นโค้งเดียวกัน)
จะได้ $\widehat{BOC} = 70^\circ$	
มุมกลับ $\widehat{BOC} = 360^\circ - 70^\circ = 290^\circ$	
ดังนั้น มุมกลับของ $\widehat{BOC} = 290^\circ$	

ขั้นตรวจสอบผล

จากมุมกลับ $\widehat{BOC} = 290^\circ$

จะได้ $\widehat{BOC} = 70^\circ$ เนื่องจาก $\widehat{BOC} = 2(\widehat{BAC})$ เพราะ มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

จะได้ $\widehat{BAC} = 35^\circ$

จะเห็นว่าค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

หรือ

จากมุมกลับ $\widehat{BOC} = 290^\circ$ จะได้ $\widehat{BOC} = 70^\circ$

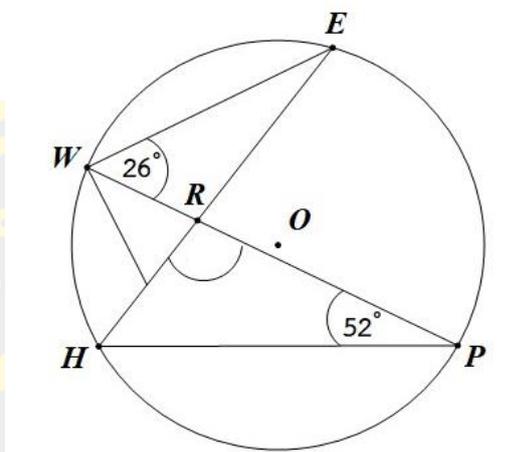
และจาก $\widehat{BOC} = 2(\widehat{BAC})$

จะได้ $\widehat{BAC} = 35^\circ$

จะเห็นว่าค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

2. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \widehat{PWE} มีขนาด 26° และ \widehat{RPH} มีขนาด 52° หาขนาดของ \widehat{HRP} ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. \widehat{PWE} มีขนาด 26°

3. \widehat{RPH} มีขนาด 52°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขนาดของ \widehat{HRP}

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- หา \widehat{PHE} จากทฤษฎีบทเกี่ยวกับส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลม

ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้น จะมีขนาดเท่ากัน

- หา \widehat{HRP} จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

จาก $\widehat{PWE} = 26^\circ$

(กำหนดให้)

และจาก $\widehat{PHE} = \widehat{PWE}$

(ส่วนโค้งที่ยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเหล่านั้น จะมีขนาดเท่ากัน)

ทำให้ $\widehat{PHE} = 26^\circ$

และจาก $\widehat{RPH} = 52^\circ$

(กำหนดให้)

จะได้ $\widehat{HRP} = 180^\circ - 26^\circ - 52^\circ$

(มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม)

ดังนั้น $\widehat{HRP} = 102^\circ$

ขั้นตรวจสอบผล

จาก $\widehat{HRP} = 102^\circ$ และเนื่องจาก \widehat{PHE} และ \widehat{PWE} ร่องรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ดังนั้น $\widehat{PHE} = \widehat{PWE}$ ทำให้ $\widehat{PHE} = 26^\circ$

จากผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม $\widehat{HRP} + \widehat{RPH} + \widehat{PHR} = 180^\circ$

$$102^\circ + \widehat{RPH} + 26^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{RPH} = 52^\circ$$

จะเห็นว่า ค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

หรือ

จาก $\widehat{HRP} = 102^\circ$ และ $\widehat{PHE} = \widehat{PWE}$ ทำให้ $\widehat{PHE} = 26^\circ$

จะได้ $\widehat{HRP} + \widehat{RPH} + \widehat{PHR} = 180^\circ$

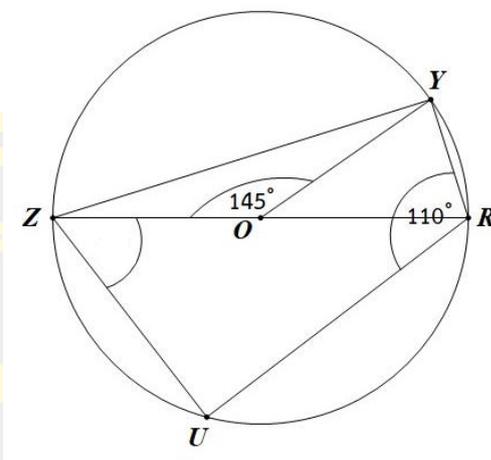
$$102^\circ + \widehat{RPH} + 26^\circ = 180^\circ$$

$$\widehat{RPH} = 52^\circ$$

จะเห็นว่า ค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

3. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $Z\hat{O}Y$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145° และ $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110° หาขนาดของ $U\hat{Z}R$ ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. $Z\hat{O}Y$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง มีขนาด 145°

3. $Y\hat{R}U$ มีขนาด 110°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขนาดของ $U\hat{Z}R$

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- หา $U\hat{Z}Y$ จากทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม แล้วผลบวกของขนาดของมุมตรงข้าม จะเท่ากับสองมุมฉาก

- หา $O\hat{Z}Y$ จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

จาก $Y\hat{R}U = 110^\circ$

(กำหนดให้)

จะได้ $U\hat{Z}Y = 70^\circ$

(ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมจะเท่ากับสองมุมฉาก)

ΔZOY เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

(\overline{ZO} และ \overline{OY} เป็นรัศมีของวงกลม)

จะได้ $O\hat{Z}Y = O\hat{Y}Z$

(คุณสมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)

$O\hat{Z}Y + O\hat{Y}Z = 35^\circ$

$O\hat{Z}Y = 17.5^\circ$

ซึ่งจะได้ $U\hat{Z}R = 70^\circ - 17.5^\circ$

(ผลต่างของ $U\hat{Z}Y$ และ $O\hat{Z}Y$)

ดังนั้น $U\hat{Z}R = 52.5^\circ$

จาก $\widehat{OZY} = 17.5^\circ$ และจาก ΔZOY เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งจะได้ $\widehat{YRU} = 110^\circ$

จาก $\widehat{UZR} = 52.5^\circ$ และ $\widehat{YRU} = 110^\circ$ จะได้ $\widehat{OZY} = 17.5^\circ$

เนื่องจากผลบวกของ \widehat{UZY} และ \widehat{YRU} เท่ากับสองมุมฉาก

และจาก ΔZOY เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งทำให้ $\widehat{OZY} = \widehat{OYZ}$

ดังนั้น $\widehat{ZOY} = 145^\circ$

จะเห็นว่า ค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

หรือ

จาก $\widehat{OZY} = 17.5^\circ$ และจาก ΔZOY เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ซึ่งจะได้ $\widehat{YRU} = 110^\circ$

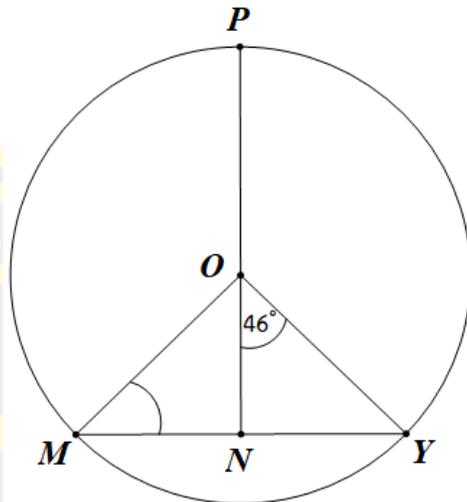
จาก $\widehat{UZR} = 57.5^\circ$ และ $\widehat{YRU} = 110^\circ$ จะได้ $\widehat{OZY} = 17.5^\circ$

และจาก $\widehat{OZY} = \widehat{OYZ}$ จะได้ $\widehat{ZOY} = 145^\circ$

จะเห็นว่า ค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

4. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี PN แบ่งครึ่งคอร์ด MY ที่จุด N โดย \widehat{NOY} มีขนาด 46° หาขนาดของ \widehat{NMO} ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. PN แบ่งครึ่งคอร์ด MY ที่จุด N

3. \widehat{NOY} มีขนาด 46°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขนาดของ \widehat{NMO}

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- หา \widehat{MNO} จากทฤษฎีบทส่วนๆของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด จะทำให้ส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด

- หา \widehat{NMO} จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

เหตุผลประกอบ

จาก $\widehat{MNO} = 90^\circ$

(ส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด จะทำให้ส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด)

ทำให้ $\widehat{NOY} = \widehat{NOM}$

$\widehat{MNO} = 90^\circ$

และจาก $\widehat{NOY} = 46^\circ$

(กำหนดให้)

จะได้ $\widehat{NMO} = 180^\circ - 90^\circ - 46^\circ$

(มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม)

ดังนั้น $\widehat{NMO} = 44^\circ$

ขั้นตรวจสอบผล

จาก $\widehat{NMO} = 44^\circ$

จะได้ $\widehat{MNO} = 90^\circ$ เนื่องจาก มี \overline{PN} แบ่งครึ่งคอร์ด \overline{MY} ที่จุด N

จากผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม $\widehat{MNO} + \widehat{NMO} + \widehat{NOM} = 180^\circ$

$$90^\circ + 44^\circ + \widehat{NOM} = 180^\circ$$

$$\widehat{NOM} = 46^\circ$$

จะได้ $\widehat{NOY} = \widehat{NOM}$ เนื่องจาก \widehat{MOY} เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เพราะ \overline{OM} และ \overline{OY} เท่ากันเพราะ เป็นรัศมีของวงกลม ทำให้ $\widehat{NOY} = 46^\circ$

จะเห็นว่า ค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

หรือ

จาก $\widehat{NMO} = 44^\circ$ จะได้ $\widehat{MNO} = 90^\circ$

ซึ่งจะได้ $\widehat{MNO} + \widehat{NMO} + \widehat{NOM} = 180^\circ$

$$90^\circ + 44^\circ + \widehat{NOM} = 180^\circ$$

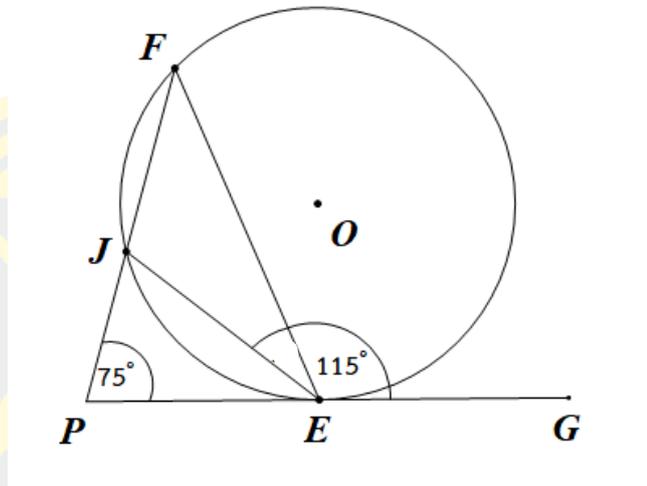
$$\widehat{NOM} = 46^\circ$$

และจาก $\widehat{NOY} = \widehat{NOM}$ ทำให้ $\widehat{NOY} = 46^\circ$

จะเห็นว่า ค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

5. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งมีเส้นสัมผัสวงกลม \overline{PG} สัมผัสวงกลมที่จุด E โดยมี \widehat{GEF} ขนาด 115° และ \widehat{EPJ} ขนาด 75° หาขนาดของ \widehat{JEF} ว่ามีขนาดเท่าใด



ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

1. O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

2. เส้นสัมผัสวงกลม \overline{PG} สัมผัสวงกลมที่จุด E

3. \widehat{GEF} ขนาด 115°

4. \widehat{EPJ} ขนาด 75°

สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขนาดของ \widehat{JEF}

ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

- หา \widehat{EJF} จากทฤษฎีบทมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

- หา \widehat{PJE} จากขนาดของมุมตรง

- หา \widehat{PEJ} จากมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

- หา \widehat{JEF} จากขนาดของมุมตรง

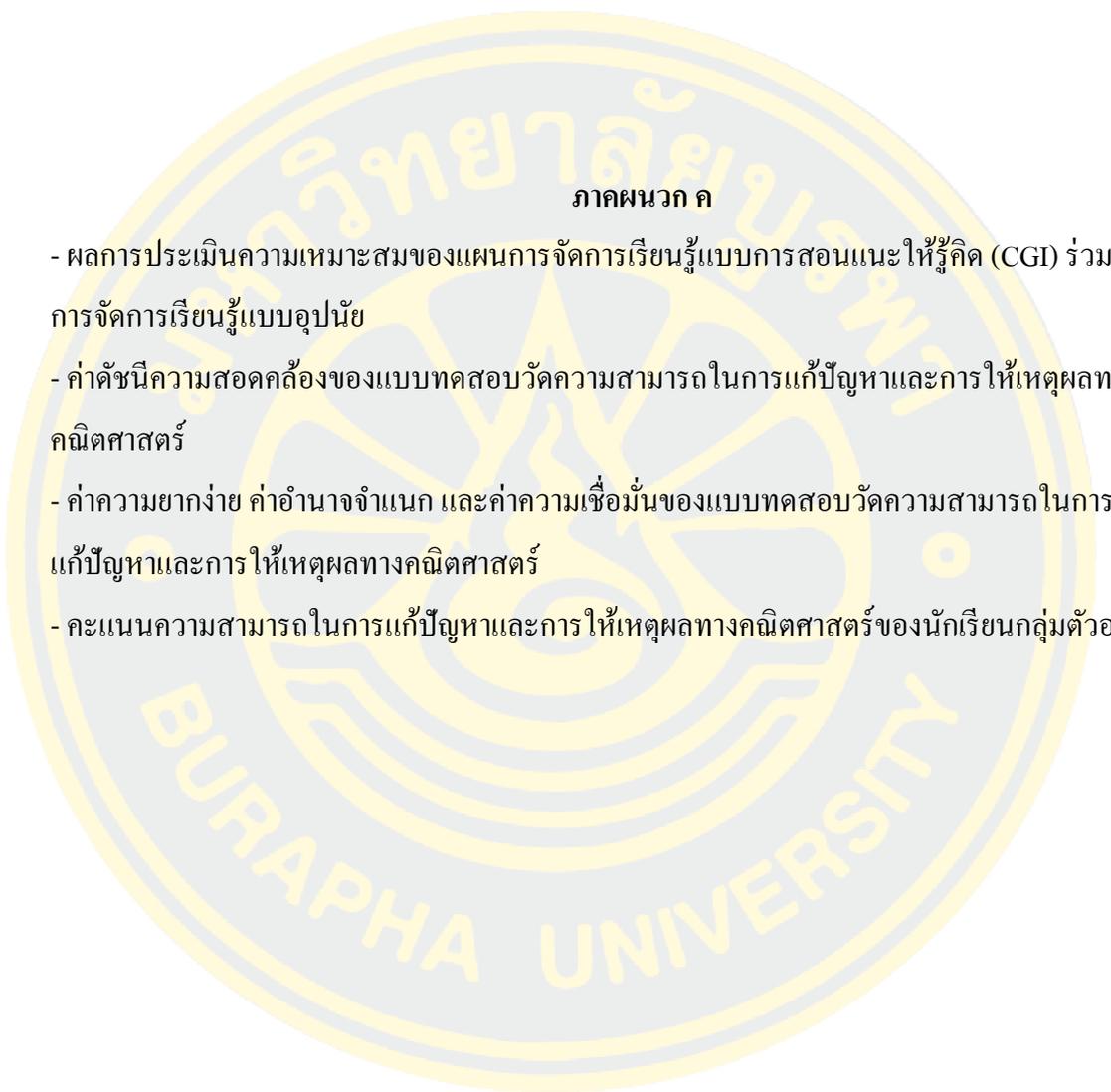
ขั้นตอนการแก้ปัญหา	เหตุผลประกอบ
จาก $\hat{G}EF = 115^\circ$	(กำหนดให้)
ซึ่ง $\hat{G}EF = \hat{E}JF$	(มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของ วงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น)
$\hat{E}JF = 115^\circ$	
จะได้ $\hat{P}JE = 180^\circ - 115^\circ$	(ขนาดของมุมตรง)
$\hat{P}JE = 65^\circ$	
และจาก $\hat{E}PJ = 75^\circ$	(กำหนดให้)
ซึ่งจะได้ $\hat{P}EJ = 180^\circ - 75^\circ - 65^\circ$	(ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยม)
$\hat{P}EJ = 40^\circ$	
ทำให้ $\hat{J}EF = 180^\circ - 115^\circ - 40^\circ = 25^\circ$	(ขนาดของมุมตรง)
ดังนั้น $\hat{J}EF = 25^\circ$	

ขั้นตรวจสอบผล

จาก $\hat{J}EF = 25^\circ$ และ $\hat{P}EJ = 40^\circ$ จะได้ $\hat{G}EF = 115^\circ$
 และจากมุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วน
 โค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น ทำให้ $\hat{P}EJ = \hat{E}FJ$ ซึ่งจะได้ $\hat{E}PJ = 75^\circ$
 จะเห็นว่าค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
 ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

หรือ

จาก $\hat{J}EF = 25^\circ$ และ $\hat{P}EJ = 40^\circ$ จะได้ $\hat{G}EF = 115^\circ$
 และจาก $\hat{P}EJ = \hat{E}FJ$ จะได้ $\hat{E}PJ = 75^\circ$
 จะเห็นว่าค่าที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้
 ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

The logo of Burapha University is a large, semi-transparent watermark in the background. It features a circular emblem with Thai script at the top and 'BURAPHA UNIVERSITY' at the bottom. The center of the emblem contains a stylized figure or symbol.

ภาคผนวก ก

- ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย
- ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
- คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

ตารางที่ 23 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 1

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์	5	5	5	5	3	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นนำไปใช้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแนวคิด	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นอภิปรายคำตอบ และสรุป	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย						4.85	0.40	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 23 พบว่าผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.85 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.40 ซึ่งมีคุณภาพและเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ตารางที่ 24 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 2

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์	5	5	5	5	3	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นนำไปใช้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแนวคิด	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นอภิปรายคำตอบ และสรุป	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย						4.85	0.40	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 24 พบว่าผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.85 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.40 ซึ่งมีคุณภาพและเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ตารางที่ 25 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 3

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์	5	5	5	5	3	4.60	0.89	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นนำไปใช้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแนวคิด	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นอภิปรายคำตอบ และสรุป	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	5	5	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย						4.83	0.42	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 25 พบว่าผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 3 มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.83 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.42 ซึ่งมีคุณภาพและเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ตารางที่ 26 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 4

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	1	2	3	4	5			
	1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5			
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	5	2	4.20	1.30	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 3 ขั้นนำไปใช้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแนวคิด	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นอภิปรายคำตอบและสรุป	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย						4.78	0.52	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 26 พบว่าผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 4 มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.78 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.52 ซึ่งมีคุณภาพและเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ตารางที่ 27 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 5

รายการประเมิน	ความคิดเห็นของ					ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
	ผู้เชี่ยวชาญ							
	1	2	3	4	5			
1. มาตรฐานการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
2. ตัวชี้วัด	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
3. จุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
4. สาระสำคัญ	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
5. สาระการเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนรู้								
ขั้นที่ 1 ขั้นนำเสนอปัญหา	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์	4	5	5	5	3	4.40	0.89	เหมาะสมมาก
ขั้นที่ 3 ขั้นนำไปใช้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 4 ขั้นนำเสนอแนวคิด	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
ขั้นที่ 5 ขั้นอภิปรายคำตอบ และสรุป	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
7. สื่อและอุปกรณ์การเรียนรู้	4	5	5	5	4	4.60	0.55	เหมาะสมมากที่สุด
8. การวัดและประเมินผล การเรียนรู้	5	5	5	5	4	4.80	0.45	เหมาะสมมากที่สุด
9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	5	5	5	5	5	5.00	0.00	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนนเฉลี่ย						4.75	0.47	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 27 พบว่าผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย แผนที่ 5 มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.75 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.47 ซึ่งมีคุณภาพและเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ตารางที่ 28 การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย

แผนการจัดการเรียนรู้	ค่าเฉลี่ย	S	การแปลผล
1	4.85	0.40	เหมาะสมมากที่สุด
2	4.85	0.40	เหมาะสมมากที่สุด
3	4.83	0.42	เหมาะสมมากที่สุด
4	4.78	0.52	เหมาะสมมากที่สุด
5	4.75	0.47	เหมาะสมมากที่สุด
เฉลี่ย	4.812	0.442	เหมาะสมมากที่สุด

จากตารางที่ 28 พบว่าผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จัก (CGI) ร่วมกับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ทั้ง 5 แผน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.812 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.442 ซึ่งมีคุณภาพและเหมาะสมอยู่ในระดับมากที่สุด

ตารางที่ 29 ค่าดัชนีความสอดคล้องของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
1	+1	+1	+1	+1	+1	1
2	+1	+1	+1	+1	+1	1
3	+1	+1	+1	+1	+1	1
4	+1	+1	+1	+1	+1	1
5	+1	+1	+1	+1	+1	1
6	+1	+1	+1	+1	-1	0.6
7	+1	+1	+1	+1	+1	1
8	+1	+1	+1	+1	+1	1

ตารางที่ 29 (ต่อ)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	
9	+1	+1	+1	+1	+1	1
10	+1	+1	+1	+1	+1	1

ตารางที่ 30 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	ค่าความยากง่าย	ค่าอำนาจจำแนก	ผลการพิจารณา
1	0.69	0.38	ไม่นำไปใช้
2	0.55	0.30	นำไปใช้
3	0.55	0.42	นำไปใช้
4	0.29	0.58	ไม่นำไปใช้
5	0.43	0.15	ไม่นำไปใช้
6	0.45	0.60	นำไปใช้
7	0.43	0.45	นำไปใช้
8	0.66	0.38	ไม่นำไปใช้
9	0.35	0.10	ไม่นำไปใช้
10	0.47	0.42	นำไปใช้

จากตารางที่ 30 ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่อง วงกลม จำนวน 5 ข้อ จากทั้งหมด 10 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ .43 – .55 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ .30 – .60 จากนั้นนำข้อสอบที่คัดเลือกมาหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k S_i^2}{S_t^2}\right) \\ &= \frac{10}{10-1} \left(1 - \frac{11.94}{43.64}\right) \\ &= 1.11 (1 - 0.27) \\ &= .81\end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เท่ากับ .81

ตารางที่ 31 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

คนที่	คะแนนความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)	คะแนนความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)
1	31	6
2	24	7
3	37	9
4	33	8
5	36	9
6	34	6
7	34	9
8	30	7
9	31	8
10	37	6
11	24	9

ตารางที่ 31 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)	คะแนนความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)
12	35	7
13	33	8
14	30	6
15	29	8
16	33	8
17	29	9
18	32	8
19	26	6
20	29	9
21	31	7
22	33	6
23	23	8
24	33	6
25	29	9
26	22	6
27	23	7
28	29	7
29	22	9
30	30	8
31	28	7
32	32	9
33	35	9
34	29	6

ตารางที่ 31 (ต่อ)

คนที่	คะแนนความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)	คะแนนความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน)
35	28	9
36	28	9
37	27	5
คะแนนเฉลี่ย	29.97	7.57
ร้อยละ	74.93	75.70



ภาคผนวก ง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากโปรแกรม spss

1. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t -test for one sample จากโปรแกรม spss ดังภาพที่ 20

One-Sample Statistics						
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
Problem	37	29.97	4.126	.678		

One-Sample Test						
Test Value = 28						
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Problem	2.908	36	.006	1.973	.60	3.35

- ภาพที่ 20 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t -test for one sample

2. ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t -test for one sample จากโปรแกรม spss ดังภาพที่ 21

One-Sample Statistics						
	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean		
Reasoning	37	7.57	1.259	.207		

One-Sample Test						
Test Value = 7						
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
Reasoning	2.742	36	.009	.568	.15	.99

- ภาพที่ 21 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จากการทำแบบทดสอบ โดยใช้สถิติ t -test for one sample

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล นางสาวเสาวลักษณ์ จันทร์เจริญ
วัน เดือน ปี เกิด 24 ตุลาคม พ.ศ.2540
สถานที่เกิด จังหวัดชลบุรี
สถานที่อยู่ปัจจุบัน บ้านเลขที่ 70 ซอย วิฑูรย์ดำริ 9 ตำบลบ้านบึง อำเภอบ้านบึง จังหวัดชลบุรี
ประวัติการศึกษา พ.ศ. 2559 วิทยาศาสตรบัณฑิต(คณิตศาสตร์)
มหาวิทยาลัยบูรพา
พ.ศ. 2567 การศึกษามหาบัณฑิต(การสอนคณิตศาสตร์)
มหาวิทยาลัยบูรพา

