การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ณัฐภัทร แสงมาลา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

2564

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ณัฐภัทร แสงมาลา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2564

MATHEMATICAL INDUCTIVE AND DEDUCTIVE LEARNING ACTIVITIES WITH HIGHER-ORDER QUESTIONS AFFECTING MATHEMATICAL CONCEPTS AND REASONING ABILITY IN CIRCLES OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS

NUTTAPUT SANGMALA

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF

THE REQUIREMENTS FOR MASTER OF SCIENCE

IN MATHEMATICS EDUCATION

FACULTY OF SCIENCE

BURAPHA UNIVERSITY

2021

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์และคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ ณัฐภัทร แสงมาลา ฉบับนี้แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพาได้

คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาหลัก

....

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ)

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

....

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑาพร เนียมวงษ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธาน

(รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล)

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ)

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑาพร เนียมวงษ์)

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ แก้วขาว)

.... คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เอกรัฐ ศรีสุข)

วันที่..........เดือน.....................พ.ศ...........

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยบูรพา

.... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)

วันที่..........เดือน.....................พ.ศ...........

61910026: สาขาวิชา: คณิตศาสตร์ศึกษา; วท.ม. (คณิตศาสตร์ศึกษา)

คำสำคัญ: กิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย, คำถามระดับสูง, มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์, ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์, วงกลม

ณัฐภัทร แสงมาลา : การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 . (MATHEMATICAL INDUCTIVE AND DEDUCTIVE LEARNING ACTIVITIES WITH HIGHER-ORDER QUESTIONS AFFECTING MATHEMATICAL CONCEPTS AND REASONING ABILITY IN CIRCLES OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS) คณะกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์: สมคิด อินเทพ, Ph.D., จุฑาพร เนียมวงษ์, Ph.D. ปี พ.ศ. 2564.

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ใช้แบบแผนการวิจัยกลุ่มเดียวทดสอบหลัง (One Group Posttest Only Design) กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สมัครใจเรียนคาบเรียนเสริมคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนตราษตระการคุณ อำเภอเมืองตราด จังหวัดตราด จำนวน 36 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 9 แผน แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ร้อยละ และสถิติทดสอบซี โดยผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

61910026: MAJOR: MATHEMATICS EDUCATION; M.Sc. (MATHEMATICS EDUCATION)

KEYWORDS: INDUCTIVE AND DEDUCTIVE LEARNING ACTIVITIES, HIGHER-ORDER QUESTIONS, MATHEMATICAL CONCEPTS, MATHEMATICAL REASONING ABILITY, CIRCLES

NUTTAPUT SANGMALA : MATHEMATICAL INDUCTIVE AND DEDUCTIVE LEARNING ACTIVITIES WITH HIGHER-ORDER QUESTIONS AFFECTING MATHEMATICAL CONCEPTS AND REASONING ABILITY IN CIRCLES OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS. ADVISORY COMMITTEE: SOMKID INTEP, Ph.D., JUTAPORN NEAMVONK, Ph.D. 2021.

This research aimed to study mathematical concepts and reasoning ability in circles of Mathayomsuksa III students using mathematical inductive and deductive learning activities with higher-order questions. The design of this research was one group posttest only design. The number of subjects for this study were 36 which stood for Mathayomsuksa III students who willed to participate in additional Mathematics class of 1st semester in academic year 2020. There were 3 research instruments, including 9 lesson plans using mathematical inductive and deductive learning activities with higher-order questions, mathematical concepts test and mathematical reasoning ability test. The data were analyzed by mean, standard deviation and one-sample *z*-test. The results revealed as the following :

1. After using mathematical inductive and deductive learning activities with higher-order questions, the average score of Mathayomsuksa III students' mathematical concepts in circles were higher than the criteria of 70 percent with statistical significance at the level of 0.05.

2. After using mathematical inductive and deductive learning activities with higher-order questions, the average score of Mathayomsuksa III students' mathematical reasoning ability in circles were higher than the criteria of 70 percent with statistical significance at the level of 0.05.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาและอนุเคราะห์อย่างยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จุฑาพร เนียมวงษ์ ที่ปรึกษาและควบคุมวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มารุต พัฒผล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรณพ แก้วขาว กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้ความรู้ คำปรึกษา ทั้งยังให้กำลังใจ ติดตามความก้าวหน้าของวิทยานิพนธ์ และช่วยปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วน และเอาใจใส่เสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณคณะท่านผู้เชี่ยวชาญ ดร.คงรัฐ นวลแปง ดร.รักพร ดอกจันทร์ คุณครูสุเทียร จิตต์โคตร์ คุณครูสุนิสา รุ่งเรือง และ คุณครูธัญญธร อนันต์ ที่กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาช่วยตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ ทำให้เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น ทั้งยังให้คำแนะนำและแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ในการทำวิจัยด้วยความเมตตาเป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณผู้อำนวยการสถานศึกษาและคณะครูโรงเรียนตราษตระการคุณ ที่ให้ความอนุเคราะห์และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัยในครั้งนี้ ขอขอบคุณคุณครูลัดดาวัลย์ กินนารัตน์ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คุณครูวิศวัฒน์ ลิ้มงคล ครูผู้สังเกตการสอน และคุณครูพี่ ๆ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ให้การต้อนรับและด้วยความอบอุ่นและให้ความช่วยเหลือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเสมอ รวมถึงขอบคุณนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ให้ความร่วมมือกับการจัดกิจกรรมจนสำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณ คุณแม่ทัศนา และคุณพ่อวีระศักดิ์ แสงมาลา รวมถึงญาติ ๆ ผู้คอยส่งเสริมและสนับสนุนผู้วิจัยในทุกช่องทาง เป็นกำลังใจที่ดียิ่งของผู้วิจัย และขอขอบคุณเพื่อน ๆ พี่ ๆ และน้อง ๆ นิสิตปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ สาขาการสอนคณิตศาสตร์และสาขาการสอนวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา รวมถึงเพื่อน ๆ ทุกคน ที่คอยเป็นกำลังใจ ให้ความช่วยเหลือ และยังร่วมทุกข์ร่วมสุขกับผู้วิจัยเสมอมา

สุดท้ายนี้ขอขอบคุณโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่สนับสนุนทุนการศึกษาระดับปริญญาโท และมอบทุนการศึกษาในการวิจัยครั้งนี้

ณัฐภัทร แสงมาลา

สารบัญ

สารบัญตาราง

สารบัญรูปภาพ

หน้า

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560 ก) โดยสาขาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ที่สามารถพบเห็นในชีวิตประจำวันได้บ่อยครั้งคือ เรขาคณิต ที่ว่าด้วยการจำแนกประเภท สมบัติ และโครงสร้างของเซตของจุดที่เรียงกันอย่างมีระเบียบตามกฎเกณฑ์ที่กำหนดให้เป็นรูปทรงต่าง ๆ เช่น เส้นตรง วงกลม รูปสามเหลี่ยม ระนาบ รูปกรวย (ราชบัณฑิตยสถาน, 2556) โดยเรขาคณิตในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของโรงเรียนต่าง ๆ ยังเป็นส่วนที่จะสร้างให้นักเรียนเรียนรู้การให้เหตุผลและเห็นโครงสร้างสัจพจน์ของคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาการให้เหตุผลอย่างระมัดระวัง การพิสูจน์ การใช้บทนิยาม และสัจพจน์ (นพพร แหยมแสง, 2556) จากที่กล่าวมาข้างต้นส่งผลให้ เรขาคณิตเป็นสาขาที่สำคัญยิ่งต่อการจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21

ในขณะเดียวกัน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและครูของโรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด ในปีการศึกษา 2562 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาในการเรียนเรขาคณิต โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เรื่อง วงกลม โดยสามารถจำแนกปัญหาเป็นด้านต่าง ๆ ได้ดังนี้ ด้านมโนทัศน์ในเรื่อง วงกลม คือนักเรียนส่วนมากไม่ชอบเนื้อหาที่เกี่ยวกับสมบัติของวงกลม เพราะมีทฤษฎีบทและนิยามจำนวนมากที่ต้องเรียนรู้ ทำให้นักเรียนมักเกิดปัญหาในการทำความเข้าใจ และด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน คือนักเรียนส่วนใหญ่ใช้เพียงวิธีท่องจำสมบัติของวงกลมเท่านั้น ทำให้เกิดข้อผิดพลาดและความสับสนในการให้เหตุผลประกอบคำตอบอยู่บ่อยครั้ง (วิศวัฒน์ ลิ้มงคล, การสื่อสารส่วนบุคคล, 30 พฤศจิกายน 2562) ซึ่งปัญหาดังกล่าวสอดคล้องกับคะแนนสอบท้ายบทวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ห้องปกติที่เรียนคณิตศาสตร์เพิ่มเติมของโรงเรียนตราษตระการคุณ ในปีการศึกษา 2558 2559 2560 และ 2561 ที่มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับร้อยละ 36.11 32.53 23.89 และ 30.24 ตามลำดับ โดยคะแนนดังกล่าวได้มาจากการทำข้อสอบท้ายบทซึ่งเป็นข้อสอบอัตนัยที่เน้นวัดมโนทัศน์และความสามาถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหาในการเรียนเรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสำคัญและควรได้รับการแก้ไขโดยเร็ว

เมื่อพิจารณาปัญหาข้างต้นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนตราษตระการคุณ กล่าวได้ว่านักเรียนยังขาดมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ซึ่งปัญหาดังกล่าวอาจมีสาเหตุส่วนหนึ่งมาจากการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในโรงเรียนที่ยังเน้นขั้นตอนทางคณิตศาสตร์มากกว่ามโนทัศน์ในเรื่องที่เรียน โดยสาเหตุทั่วไปที่การสอนยังเน้นขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ เพราะการสอนขั้นตอนทางคณิตศาสตร์นั้นทำได้ง่ายและเห็นผลจากการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนได้เร็วกว่าการสอนมโนทัศน์ เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาตามขั้นตอนก็จะได้คำตอบที่สามารถระบุได้ทันทีว่าถูกหรือผิด แต่การสอนมโนทัศน์แก่นักเรียนจะมีความซับซ้อนมากกว่า เนื่องด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม มีลักษณะเป็นความคิดนามธรรม ทว่าก็ยังเป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น (อัมพร ม้าคนอง, 2558) นอกจากนี้ Battista (2017) กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นโครงสร้างพื้นฐานของการให้เหตุผล ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล และความสามารถในการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร , 2555) การสอนให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลที่ดีจึงเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ คิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560 ข) การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรเน้นให้เกิดมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียนควบคู่กันไปด้วย

หนึ่งในวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถแก้ปัญหาด้านมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบกฎหรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่มีความสำคัญต่อพวกเขา ผ่านการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนเพียงพอ สำหรับการสรุปเป็นรูปแบบทั่วไป ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความหมาย คำอธิบาย และความสัมพันธ์ของมโนทัศน์อย่างแจ่มแจ้ง (Lardizabal et al., 1969) ส่วนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสิ่งทั่วไปสู่สิ่งเฉพาะเจาะจง จากนามธรรมสู่รูปธรรม และจากสูตรสู่ตัวอย่าง โดยครูจะบอกสูตรแก่นักเรียนและให้พวกแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกันด้วยสูตรนั้น (Sidhu, 2006) ทั้งนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเป็นวิธีการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ ส่งเสริมการมีส่วนร่วมในการเรียน นักเรียนได้ฝึกสัมพันธ์ความคิด ฝึกทักษะกระบวนการคิด ใช้เหตุผล ช่างสังเกต ทำให้เข้าใจได้อย่าง

ชัดเจน สามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง แต่การยกตัวอย่างต้องมากพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้และถ้าเป็นเรื่องที่ซับซ้อนและยากเกินไป จะทำให้เสียเวลาและทำได้ยาก ส่วนวิธีสอนแบบนิรนัยเป็นการสอนจากหลักการ กฎเกณฑ์ ทฤษฎีต่าง ๆ เหมาะสำหรับการแก้ปัญหาที่ยาก ใช้กฎต่าง ๆ สูตร ความรู้ที่เรียนมาแล้ว ทำให้จดจำหลักการ กฎเกณฑ์ สูตรต่าง ๆ ได้อย่างแม่นยำ ใช้เวลาน้อยช่วยให้แก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว แต่นักเรียนไม่ได้ทำความเข้าใจให้เกิดมโนทัศน์ด้วยตนเอง จะใช้การจำเป็นส่วนใหญ่ บางครั้งนักเรียนอาจไม่เข้าใจชัดเจน แต่ท่องจำหรือจำรูปแบบการแก้ปัญหา แต่ถ้าโจทย์พลิกแพลง ลืมกฎหรือสูตรก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ดังนั้นการใช้ทั้งวิธีสอนแบบอุปนัยและนิรนัย จะช่วยให้การเรียนรู้ของนักเรียนสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ซึ่งทำได้โดยการใช้วิธีสอนแบบอุปนัยให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ ได้ข้อสรุป กฎเกณฑ์ หรือสูตร แล้วนำไปใช้ในปัญหาที่ซับซ้อนต่อไปด้วยวิธีสอนแบบนิรนัย (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี, 2561) อีกทั้งงานวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ทำให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (ไพศาล แมลงทับทอง, 2558; เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย, 2561) และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยทำให้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (สิณาภรณ์ แท่นศิลา, 2558; อุไรวรรณ คำเมือง, 2562)

นอกจากนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยมีการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการต่าง ๆ กระทั่งสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเอง ผู้วิจัยจึงสนใจใช้คำถามระดับสูงร่วมในการสอน เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความคิดในระดับที่สูงกว่าความรู้ความจำ และหลีกเลี่ยงการตอบคำถามที่ไม่สื่อถึงแนวคิด เช่น ตอบว่า “ใช่” “ไม่ใช่” เป็นต้น ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวว่า คำถามที่ครูคณิตศาสตร์ควรพยายามใช้ในห้องเรียนให้มากขึ้น คือ คำถามระดับสูง ซึ่งเป็นคำถามที่จะส่งเสริมการคิดระดับสูงให้กับนักเรียน เนื่องจากนักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และคิดอย่างมีวิจารณญาณในการหาคำตอบ ทั้งนี้คำถามระดับสูง เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนได้ใช้การคิดในระดับสูง เช่น ให้เปรียบเทียบ ค้นหารูปแบบ หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล เป็นคำถามที่ต้องการให้นักเรียนได้ค้นพบสิ่งใหม่หลังการใช้ความรู้ที่มีอยู่ประกอบการคิดอย่างรอบคอบ จะเห็นว่าการใช้คำถามระดับสูงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สามารถช่วยพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ทั้งนี้งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ พบว่า การใช้คำถามระดับสูงทำให้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (ดิษพล เนตรนิมิตร, 2558) และยังทำให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (ดิษพล เนตรนิมิตร, 2558; ธนวรรณ นัยเนตร, 2560)

ด้วยเหตุผลข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70

2. เพื่อเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง กับเกณฑ์ร้อยละ 70

สมมติฐานการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ได้พัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

2. ได้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

3. เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง แก่ทั้งครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ

ขอบเขตของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดขอบเขตการวิจัยไว้ดังนี้

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนตราษตระการคุณ อำเภอเมืองตราด จังหวัดตราด ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 179 คน ซึ่งเป็นห้องเรียนคละความสามารถ

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สมัครใจเรียนคาบเรียนเสริมคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ของโรงเรียนตราษตระการคุณ อำเภอเมืองตราด จังหวัดตราด โดยขนาดของกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการคำนวณตามสูตรของ Ryan (2013 , p. 58) ซึ่งจากการคำนวณด้วยโปรแกรม Minitab 17 จะได้ว่า ขนาดของกลุ่มตัวอย่างต้องมีจำนวนอย่างน้อย 23 คน ซึ่งมีนักเรียนที่สมัครใจเป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยจำนวน 36 คน

3. ตัวแปรที่ศึกษา

3.1 ตัวแปรต้น

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

3.2 ตัวแปรตาม

3.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

3.2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

4. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง วงกลม ในหัวข้อทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม

5. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ดำเนินการในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 9 คาบ และทดสอบหลังเรียนจำนวน 2 คาบ คาบละ 50 นาที รวมทั้งสิ้นใช้เวลา 11 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย หมายถึง การสอนที่ให้นักเรียนได้สรุปมโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทในหัวข้อต่าง ๆ ด้วยตนเองจากตัวอย่างอันหลากหลายและเพียงพอ แล้วนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ไขสถานการณ์หรือตัวอย่างต่าง ๆ ที่ครูจะกำหนดขึ้นต่อไป ซึ่งมีขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมหรือให้นักเรียนพิจารณาปัญหา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

1.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

1.3 ขั้นเปรียบเทียบและสรุป นักเรียนเปรียบเทียบ สังเกต และวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด แล้วหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น โดยครูใช้คำถามชี้นำและกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอธิบายถึงลักษณะร่วมและข้อแตกต่างที่ตนค้นพบ จนสามารถสรุปเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์ได้

1.4 ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของทฤษฎีด้วยการพิสูจน์ โดยครูใช้คำถามในการอธิบายแต่ละขั้นของการพิสูจน์ และร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

1.5 ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

2. คำถามระดับสูง หมายถึง คำถามในระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ วิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า ที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความรู้เดิมของตนมาเป็นพื้นฐานในการเปรียบเทียบ ค้นหารูปแบบ สร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล และค้นพบสิ่งใหม่จากความรู้ของตนได้ ซึ่งผู้วิจัยได้ปรับใช้คำถามระดับสูงในการวิจัยครั้งนี้ทั้งหมด 4 ประเภท ได้แก่

2.1 คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่นักเรียนต้องใช้ความรู้อธิบายทฤษฎีต่าง ๆ หรืออธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีนั้น

2.2 คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น หรือตัวอย่างต่าง ๆ ว่ามีองค์ประกอบหรือลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันอย่างไร

2.3 คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนจำแนกองค์ประกอบของตัวอย่างต่าง ๆ หรือวิเคราะห์ขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น

2.4 คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันของตัวอย่างต่าง ๆ เป็นทฤษฎี

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง หมายถึง การสอนที่ให้นักเรียนได้สรุปมโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทในหัวข้อต่าง ๆ ด้วยตนเองจากตัวอย่างอันหลากหลายและเพียงพอ แล้วนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ไขสถานการณ์หรือตัวอย่างต่าง ๆ ที่ครูจะกำหนดขึ้นต่อไป ซึ่งมีขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 ขั้นเตรียม ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบตัวอย่างซึ่งเป็นปัญหาที่ครูกำหนดให้ หรืออธิบายทฤษฎีที่นักเรียนรู้เพื่อทบทวนความรู้เดิม กระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

3.2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

3.3 ขั้นเปรียบเทียบและสรุป ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบและวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด เพื่อหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น แล้วใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะร่วมและข้อแตกต่างข้างต้นเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์

3.4 ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันพิสูจน์ทฤษฎีนั้นโดยครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลประกอบการพิสูจน์แต่ละขั้น แล้วร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

3.5 ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเชิงนามธรรม เกี่ยวกับความหมาย ทฤษฎีบท กฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ สูตร บทนิยาม นิยาม เรื่อง วงกลม ที่สรุปจากความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับมา สามารถวัดได้ด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นแบบทดสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ผิดข้อละ 0 คะแนน

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎี หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผล สามารถวัดได้ด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบภาพรวม (Holistic scoring) 4 ระดับของผู้วิจัย

6. เกณฑ์ หมายถึง คะแนนเฉลี่ยขั้นต่ำที่จะยอมรับว่านักเรียนมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยใช้เกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนรวม ซึ่งอยู่ในระดับดี ตามกระทรวงศึกษาธิการ (2557, หน้า 22)

กรอบแนวคิดในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สังเคราะห์แนวคิดของนักการศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ซึ่งเป็นการสอนที่ให้นักเรียนได้สรุปมโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทในหัวข้อต่าง ๆ ด้วยตนเองจากตัวอย่างอันหลากหลายและเพียงพอ แล้วนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ไขสถานการณ์หรือตัวอย่างต่าง ๆ ที่ครูจะกำหนดขึ้นต่อไป ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้คำถามระดับสูงที่เป็นคำถามในระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ วิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า ร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดในระดับที่สูงกว่าความรู้ความจำ โดยคำถามระดับสูงที่ใช้ ได้แก่ คำถามให้อธิบาย คำถามให้เปรียบเทียบ คำถามให้วิเคราะห์ และคำถามให้สังเคราะห์ เกิดเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นเตรียม ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ขั้นเปรียบเทียบและสรุป ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี และขั้นฝึกปฏิบัติ เพื่อศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สามารถแสดงเป็นกรอบแนวคิดในการวิจัยได้ ดังภาพที่ 1-1

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย (Lardizabal et al., 1969 ; Singh, 2017; วีณา ประชากูล และประสาท เนืองเฉลิม, 2554 ; ฆนัท ธาตุทอง, 2554; ทิศนา แขมมณี, 2555)
1. ขั้นเตรียม
2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง
3. ขั้นเปรียบเทียบ
4. ขั้นสรุป
5. ขั้นนำไปใช้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย (Sidhu, 2006; สุวิทย์ มูลคำ , 2553; ฆนัท ธาตุทอง, 2555 ; ทิศนา แขมมณี, 2555; นพพร แหยมแสง, 2556)
1. ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา
2. ขั้นแสดงและอธิบาย
3. ขั้นใช้ทฤษฎี
4. ขั้นตรวจสอบและสรุป
5. ขั้นฝึกปฏิบัติ

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง

1. ขั้นเตรียม ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบตัวอย่างซึ่งเป็นปัญหาที่ครูกำหนดให้ หรืออธิบายทฤษฎีที่นักเรียนรู้เพื่อทบทวนความรู้เดิม กระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

3. ขั้นเปรียบเทียบและสรุป ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบและวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด เพื่อหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น แล้วใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะร่วมและข้อแตกต่างข้างต้นเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์

4. ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันพิสูจน์ทฤษฎีนั้นโดยครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลประกอบการพิสูจน์แต่ละขั้น แล้วร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

5. ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

คำถามระดับสูง (Schmalz, 1973 ; สราวดี เพ็งศรีโคตร, 2549; ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2555)

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่นักเรียนต้องใช้ความรู้อธิบายทฤษฎีต่าง ๆ และอธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีนั้น

2. คำถามให้เปรียบเทียบ ครูเป็นคำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น หรือตัวอย่างต่าง ๆ ว่ามีองค์ประกอบหรือลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันอย่างไร

3. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนจำแนกองค์ประกอบของตัวอย่างต่าง ๆ หรือวิเคราะห์ขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น

4. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันของตัวอย่างต่าง ๆ เป็นทฤษฎี

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ภาพที่ 1-1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยแบ่งสาระสำคัญเป็นลำดับ ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

    1.1 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

    1.2 ความหมายของการจัดกิจกรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

    1.3 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

    1.4 วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

    1.5 วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

    1.6 วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

    1.7 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

    1.8 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

    1.9 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

    1.10 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

    1.11 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

    1.12 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

2. คำถามระดับสูง

    2.1 ความหมายของคำถามระดับสูง

    2.2 ความสำคัญของคำถามระดับสูง

    2.3 ประเภทของคำถามระดับสูง

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

    4.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

    4.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

    4.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

    4.4 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

    4.5 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของการให้เหตุผลและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.4 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 วิจัยในประเทศ

6.2 วิจัยจากต่างประเทศ

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

1.1 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

Lardizabal et al. (1969, p. 29) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ว่า เป็นการสอนผ่านขั้นตอนการอุปนัยเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อเท็จจริง หลักการหรือรูปแบบทั่วไป จากการศึกษา สังเกต และเปรียบเทียบตัวอย่างหรือสถานการณ์จำนวนหนึ่ง จนค้นพบลักษณะที่คล้ายคลึงกัน แล้วนำมาสร้างเป็นรูปแบบทั่วไปได้ ซึ่ง Singh (2017, p. 19) ได้กล่าวถึงการสร้างรูปแบบทั่วไปเพิ่มเติมว่า นักเรียนต้องทำความเข้าใจตัวอย่างสถานการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด นั่นคือตัวอย่างหรือสถานการณ์ดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอและครอบคลุมสิ่งที่นักเรียนต้องสรุป ทั้งนี้อาจกล่าวได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการสอนจากส่วนย่อยไปหาส่วนรวม (ทิศนา แขมมณี, 2555, หน้า 340; นพพร แหยมแสง, 2556, หน้า 311)

จากความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูต้องยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างจนเพียงพอที่จะทำให้นักเรียนสามารถใช้เหตุผลในการสังเกตหาลักษณะร่วมกันของตัวอย่างเหล่านั้น แล้วนำมาสรุปเป็นมโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทได้

1.2 ความหมายของการจัดกิจกรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

Sidhu (2006, p. 73) ได้ให้ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ว่า เป็นการสอนที่ตรงข้ามกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย คือเริ่มจากรูปแบบทั่วไปไปสู่รูปแบบเฉพาะ จากสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นรูปธรรม และจากสูตรไปสู่ตัวอย่าง โดยครูจะนำเสนอกฎหรือสูตร แล้วให้นักเรียนนำไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง (Singh, 2017, p. 19) ทั้งนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยเป็นการสอนที่ใช้กระบวนการอ้างเหตุผลแบบนิรนัย เป็น

วิธีสอนที่นักปราชญ์เพลโต (Plato) เป็นผู้ริเริ่มใช้ (นพพร แหยมแสง, 2556, หน้า 310) นอกจากนี้อาจกล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยอย่างสั้น ๆ ได้ว่า เป็นการสอนจากหลักการไปสู่ตัวอย่างย่อย ๆ (ทิศนา แขมมณี, 2555, หน้า 337)

จากความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยข้างต้นสรุปได้ว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูเสนอสูตร วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทให้นักเรียนศึกษาและทำความเข้าใจก่อน แล้วจึงให้พวกเขาได้นำความรู้ข้างต้นไปใช้ในการแก้ไขสถานการณ์หรือตัวอย่างต่าง ๆ ที่ครูจะกำหนดให้ในลำดับถัดไป

1.3 ความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

เนื่องด้วยการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย ผู้วิจัยจึงสรุปความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยจากความหมายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองในข้างต้นได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เป็นการสอนที่ให้นักเรียนได้สรุปมโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทในหัวข้อต่าง ๆ ด้วยตนเองจากตัวอย่างอันหลากหลายและเพียงพอ แล้วนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ไขสถานการณ์หรือตัวอย่างต่าง ๆ ที่ครูจะกำหนดขึ้นต่อไป

1.4 วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

Lardizabal et al. (1969, p. 30) กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบกฎหรือข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่มีความสำคัญต่อพวกเขา ผ่านการสังเกตตัวอย่างที่มีจำนวนเพียงพอ สำหรับการสรุปเป็นรูปแบบทั่วไป ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความหมาย คำอธิบาย และความสัมพันธ์ของมโนทัศน์อย่างแจ่มแจ้ง ให้นักเรียนได้ดำเนินการสำรวจตรวจสอบด้วยตนเอง ผ่านขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัย ซึ่งเวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 83) ยังได้กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเพิ่มเติมอีกว่า สามารถช่วยนักเรียนได้มีการเชื่อมโยงความคิดและเกิดความเข้าใจที่แท้จริง นอกจากนี้ Singh (2017, p. 21) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้นักเรียนมีความพร้อมสำหรับการใช้ชีวิตในอนาคต

จากวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยมีวัตถุประสงค์ เพื่อมุ่งให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต เปรียบเทียบและคิดวิเคราะห์ จากการพิจารณาตัวอย่างที่ที่มีจำนวนเพียงพอ และได้ฝึกไตร่ตรอง ให้เหตุผล และจับหลักการต่าง ๆ จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทได้ด้วยตัวเอง

1.5 วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2555, หน้า 84) กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อใช้สอนเมื่อต้องการแก้ปัญหายาก ๆ โดยใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือข้อสรุปที่เคยเรียนมาแล้ว ให้นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือข้อสรุป ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างถูกต้อง และนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่หลากหลายได้ (สุวิทย์ มูลคำ, 2553, หน้า 61) นอกจากนี้ Lardizabal et al. (1969, p. 37) ยังได้กล่าวถึงวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเพิ่มเติมว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสอนให้นักเรียนไม่ด่วนตัดสินอะไรจนกว่าข้อเท็จจริงจะถูกพิสูจน์ และวิเคราะห์เรียบร้อยแล้ว เพื่อแก้ปัญหาของนักเรียนเรื่องค่านิยมในการด่วนสรุป

จากวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยข้างต้นสรุปได้ว่า วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย คือ มุ่งให้ได้เรียนรู้มโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบท แล้วนำหลักการมาใช้ในการแก้ไขสถานการณ์หรือตัวอย่างต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง และสร้างค่านิยมให้นักเรียนไม่ด่วนสรุป

1.6 วัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

เนื่องด้วยการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย ผู้วิจัยจึงสรุปวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยจากวัตถุประสงค์ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองในข้างต้นได้ว่า เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกต เปรียบเทียบ และคิดวิเคราะห์ จากการพิจารณาตัวอย่างที่ที่มีจำนวนเพียงพอ ให้นักเรียนได้ฝึกไตร่ตรอง ให้เหตุผล และจับหลักการต่าง ๆ จนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทได้ด้วยตัวเอง ให้นักเรียนได้นำหลักการจากมโนทัศน์ วิธีการ กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีบทที่ได้สรุปไว้ มาใช้ในการแก้ไขสถานการณ์หรือตัวอย่างต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง และเพื่อสร้างค่านิยมให้นักเรียนไม่ด่วนสรุป

1.7 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่ามีนักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

Lardizabal et al. (1969, pp. 31-32) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) ขั้นเตรียม ประกอบด้วย

1.1) การทำความเข้าใจ การทำความเข้าใจพื้นฐาน อาจทำโดยทบทวนข้อเท็จจริงเก่า ๆ หรือบทเรียนเก่าที่เป็นพื้นฐานของบทเรียนใหม่ หรืออาจให้นักเรียนระลึกข้อมูลที่สามารถปรับความคิดของพวกเขาก่อนเริ่มบทเรียนใหม่

1.2) การสร้างแรงจูงใจ เพื่อสร้างเป้าหมาย หนทางในการทำกิจกรรมให้สำเร็จ และกระตุ้นความสนใจของนักเรียน

1.3) การบอกจุดประสงค์ เป็นการแจ้งเป้าหมายที่ชัดเจนแก่นักเรียน อาจมาในรูปของปัญหาก็ได้

2) ขั้นเสนอตัวอย่าง ตัวอย่างหรือสถานการณ์ที่จะเสนอแก่นักเรียน ต้องเพียงพอสำหรับการสร้างเป็นรูปแบบทั่วไป จึงไม่ควรมีตัวอย่างหรือสถานการณ์น้อยเกินไป ทว่านักเรียนก็อาจเห็นบทสรุปจากตัวอย่างหรือสถานการณ์จำนวนน้อย ๆ ได้เช่นกัน

3) ขั้นเปรียบเทียบและคัดกรอง เป็นขั้นที่ลักษณะร่วมของตัวอย่างจะถูกคัดออกมาโดยเปรียบเทียบตัวอย่างทั้งหมด เตรียมนักเรียนสู่ขั้นการสร้างรูปแบบทั่วไป ครูอาจเร่งกระบวนการในขั้นนี้ได้ หากนักเรียนคิดได้เร็วและค้นพบลักษะร่วมทั้งหมดของทุก ๆ ตัวอย่างแล้ว

4) ขั้นสร้างรูปแบบทั่วไป ลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผ่านขั้นเปรียบเทียบและคัดกรองแล้ว จะกลายเป็น รูปแบบทั่วไป กฎ นิยาม หลักการ หรือสูตร

5) ขั้นนำไปประยุกต์ใช้ เป็นการทดสอบเพื่อพัฒนาความเข้าใจในกฎ หรือรูปแบบทั่วไปของนักเรียน หากนักเรียนเข้าใจจริง ๆ นักเรียนควรที่จะประยุกต์ความรู้ของตนกับปัญหาหรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ ได้ เพื่อความชำนาญในการใช้กฎ หรือรูปแบบทั่วไป จึงสำคัญอย่างมากที่จะฝึกการประยุกต์ใช้ความรู้เหล่านั้น

Singh (2017, p. 20) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ในขั้นนี้ครูนำเสนอตัวอย่างที่มีจำนวนเพียงพอต่อการสร้างข้อสรุปแก่นักเรียน

2) ขั้นสังเกต นักเรียนใช้เวลาสักครู่หนึ่งสังเกตตัวอย่างจากครูและหาความสัมพันธ์หรือลักษณะบางอย่างที่มีร่วมกันในตัวอย่างเหล่านี้

3) ขั้นสร้างรูปแบบทั่วไป นักเรียนสร้างข้อสรุปทั่วไปจากความสัมพันธ์หรือลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ได้มา ซึ่งข้อสรุปนั้นจะนำพาไปสู่กฎเกณฑ์ทั่วไปหรือสูตร

4) ขั้นตรวจสอบ นักเรียนสามารถตรวจสอบความน่าเชื่อถือของกฎหรือสูตรที่สรุปได้โดยการใช้กฎหรือสูตรเหล่านั้นในการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน

ฆนัท ธาตุทอง (2554, หน้า 352-353) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) ขั้นเตรียม เตรียมตัวนักเรียน ทบทวนความรู้เดิมสร้างพื้นฐานความรู้

2) ขั้นเสนอตัวอย่าง นำเสนอตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์แนวคิด ให้นักเรียนสังเกตลักษณะและคุณสมบัติ

3) ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนรวบรวมข้อมูลที่ได้จากการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ คุณครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นนักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่างขององค์ประกอบ สร้างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ เหล่านั้น

4) ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ ที่ได้ มาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ นิยามความคิดรวบยอดด้วยตนเอง

5) ขั้นนำไปใช้ ครูเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ หรือความคิดใหม่ที่หลากหลายให้นักเรียนฝึกใช้ประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน นำไปใช้ในสถานการณ์จริง แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน

วีณา ประชากูล และประสาท เนืองเฉลิม (2554, หน้า 162-163) ได้เสนอขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1) การเตรียม เป็นขั้นนำนักเรียนเข้าสู่บทเรียน เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับที่จะรับความรู้ใหม่ก่อนที่จะเรียน

2) การสอน เป็นขั้นที่ครูให้ตัวอย่างแก่นักเรียนจำนวนหลาย ๆ ตัวอย่างให้มากพอที่นักเรียนจะสังเกต พิจารณาและหาข้อสรุปจากตัวอย่างนั้น ๆ ได้ นอกจากการให้ตัวอย่างแล้วครูอาจจะให้นักเรียนสังเกตจากการทดลองด้วยตัวเองก็ได้

3) การเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนนำสิ่งที่ได้รับจากการพิจารณา สังเกตตัวอย่างต่าง ๆ หรือจากการทดลองมาวิเคราะห์ แยกแยะข้อแตกต่าง เพื่อเปรียบเทียบและหาความสัมพันธ์ของรายละเอียดในส่วนที่เหมือนกัน เพื่อนำไปสู่การสรุป การให้คำนิยามและการตั้งเป็นกฎเกณฑ์ไว้

4) การสรุป เป็นการสรุปจากตัวอย่างต่าง ๆ หรือจากการทดลองมาเป็นกฎเกณฑ์ นิยามหรือสูตร

5) การนำไปใช้ ทดสอบนักเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจในกฎเกณฑ์หรือขั้นที่สรุปได้ ว่าสามารถนำไปใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกันได้หรือไม่

ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 340) ได้กำหนดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) ครู หรือนักเรียน ยกตัวอย่างข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ ความคิด ที่เป็นลักษณะย่อยของสิ่งที่จะเรียนรู้

2) นักเรียนศึกษาและวิเคราะห์หาหลักการที่แฝงอยู่ในตัวอย่างนั้น

3) นักเรียนสรุปหลักการ แนวคิด ที่ได้จากตัวอย่างนั้น

4) ครูประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

จากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยดังตารางที่ 2-1

ตารางที่ 2-1 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

Lardizabal et al. (1969)	Singh (2017)	ฆนัท ธาตุทอง (2554)	วีณา ประชากูล และ ประสาท เนืองเฉลิม (2554)	ทิศนา แขมมณี (255	ผู้วิจัย
1) ขั้นเตรียม 1.1) การทำความเข้าใจ การทำความเข้าใจพื้นฐาน อาจทำโดยทบทวนข้อเท็จจริงเก่า ๆ หรือบทเรียนเก่าที่เป็นพื้นฐานของบทเรียนใหม่ หรืออาจให้นักเรียนระลึกข้อมูลที่สามารถปรับความคิดของพวกเขาก่อนเริ่มบทเรียนใหม่		1) ขั้นเตรียม เตรียมตัวนักเรียน ทบทวนความรู้เดิมสร้างพื้นฐานความรู้	1) การเตรียม เป็นขั้นนำนักเรียนเข้าสู่บทเรียน เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับที่จะรับความรู้ใหม่ก่อนที่จะเรียน		1) ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมอันเป็นพื้นฐานของบทเรียนใหม่ พร้อมทั้งกระตุ้นความสนใจและบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

ตารางที่ 2-1 (ต่อ)

Lardizabal et al. (1969)	Singh (2017)	ฆนัท ธาตุทอง (2554)	วีณา ประชากูล และ ประสาท เนืองเฉลิม (2554)	ทิศนา แขมมณี (255	ผู้วิจัย
1.2) การสร้างแรงจูงใจเพื่อสร้างเป้าหมาย หนทางในการทำกิจกรรมให้สำเร็จ และกระตุ้นความสนใจของนักเรียน 1.3) การบอกจุดประสงค์ เป็นการแจ้งเป้าหมายที่ชัดเจนแก่นักเรียน อาจมาในรูปของปัญหาก็ได้					
2) ขั้นเสนอตัวอย่าง ตัวอย่างหรือสถานการณ์ที่จะเสนอแก่นักเรียนต้องเพียงพอสำหรับการสร้างรูปแบบทั่วไป	1) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ในขั้นนี้ครูนำเสนอตัวอย่างที่มีจำนวนเพียงพอต่อการสร้างข้อสรุปแก่นักเรียน	2) ขั้นเสนอตัวอย่าง นำเสนอตัวอย่าง ข้อมูล สถานการณ์ เหตุการณ์ ปรากฏการณ์ แนวคิด ให้นักเรียนสังเกต	2) การสอน เป็นขั้นที่ครูให้ตัวอย่างแก่นักเรียนจำนวนหลาย ๆ ตัวอย่างให้มากพอที่นักเรียนจะสังเกต พิจารณา และหาข้อสรุปจากตัวอย่าง		2) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้อง

ตารางที่ 2-1 (ต่อ)

Lardizabal et al. (1969)	Singh (2017)	มนัท ธาตุทอง (2554)	วีณา ประชากูล และ ประสาท เนืองเฉลิม (2554)	ทิศนา แขมมณี (255	ผู้วิจัย
จึงไม่ควรมีตัวอย่างหรือสถานการณ์น้อยเกินไป ทว่านักเรียนก็อาจเห็นบทสรุปจากตัวอย่างหรือสถานการณ์จำนวนน้อย ๆ ได้เช่นกัน		ลักษณะและคุณสมบัติ	นั้น ๆ ได้ นอกจากการให้ตัวอย่างแล้วครูอาจจะให้นักเรียนสังเกตจากการทดลองด้วยตัวเองก็ได้		มีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี
3) ขั้นเปรียบเทียบและคัดกรอง เป็นขั้นที่ลักษณะร่วมของตัวอย่างจะถูกคัดออกมาโดยเปรียบเทียบตัวอย่างทั้งหมด เตรียมนักเรียนสู่ขั้นการสร้างรูปแบบทั่วไป ครูอาจเร่งกระบวนการในขั้นนี้ได้	2) ขั้นสังเกต นักเรียนใช้เวลาสักครู่หนึ่งสังเกตตัวอย่างจากครูและหาความสัมพันธ์ลักษณะบางอย่างที่มีร่วมกันในตัวอย่างเหล่านี้	3) ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต ค้นหา วิเคราะห์ คุณครูตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นนักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายและความแตกต่างของ	3) การเปรียบเทียบ เป็นขั้นที่นักเรียนนำสิ่งที่ได้รับจากการพิจารณา สังเกตตัวอย่างต่าง ๆ หรือจากการทดลองมาวิเคราะห์ แยกแยะข้อแตกต่างเพื่อเปรียบเทียบและหาความสัมพันธ์ของรายละเอียดในส่วนที่	2) นักเรียนศึกษาและวิเคราะห์หาหลักการที่แฝงอยู่ในตัวอย่างนั้น	3) ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนเปรียบเทียบ สังเกต และวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด แล้วหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น โดยครูใช้คำถามชี้นำ กระตุ้นให้

ตารางที่ 2-1 (ต่อ)

Lardizabal et al. (1969)	Singh (2017)	มนัท ธาตุทอง (2554)	วีณา ประชากูล และ ประสาท เนืองเฉลิม (2554)	ทิศนา แขมมณี (255	ผู้วิจัย
หากนักเรียนคิดได้เร็ว ค้นพบลักษะร่วมทั้งหมดของทุก ๆ ตัวอย่างแล้ว		องค์ประกอบ สร้างความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ เหล่านั้น	เหมือนกัน เพื่อนำไปสู่การสรุป การให้คำนิยามและการตั้ง เป็นกฎเกณฑ์ไว้		นักเรียนคิดและอธิบายถึงลักษณะร่วมและข้อแตกต่างที่ตนค้นพบ
4) ขั้นสร้างรูปแบบทั่วไป ลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ผ่านขั้นเปรียบเทียบและคัดออกแล้ว จะกลายเป็นรูปแบบทั่วไป กฎ นิยาม หลักการ หรือสูตร	3) ขั้นสร้างรูปแบบทั่วไป นักเรียนสร้างข้อสรุปทั่วไปจากความสัมพันธ์หรือลักษณะร่วมของตัวอย่างที่ได้มา ซึ่งข้อสรุปนั้นจะนำไปสู่กฎเกณฑ์ทั่วไป หรือสูตร	4) ขั้นสรุปกฎเกณฑ์ นักเรียนนำข้อสังเกตต่าง ๆ ที่ได้ มาสรุปเป็นหลักการ กฎเกณฑ์ นิยาม ความคิดรวบยอดด้วยตนเอง	4) การสรุป เป็นการสรุปจากตัวอย่างต่าง ๆ หรือจะการทดลองมาเป็นกฎเกณฑ์ นิยาม หรือสูตร	3) นักเรียนสรุปหลักการ แนวคิด ที่ได้จากตัวอย่างนั้น	4) ขั้นสรุป นักเรียนสรุปทฤษฎี จากลักษณะร่วมในขั้นที่แล้ว

ตารางที่ 2-1 (ต่อ)

Lardizabal et al. (1969)	Singh (2017)	มนัท ธาตุทอง (2554)	วีณา ประชากูล และ ประสาท เนืองเฉลิม (2554)	ทิศนา แขมมณี (2555)	ผู้วิจัย
5) ขั้นนำไปประยุกต์ใช้ เป็นการทดสอบเพื่อพัฒนาความเข้าใจในกฎหรือรูปแบบทั่วไป ของนักเรียน หากนักเรียนเข้าใจจริง ๆ นักเรียนควรที่จะประยุกต์ความรู้ของตนกับปัญหาหรือแบบฝึกหัดอื่น ๆ ได้ เพื่อความชำนาญในการใช้กฎ หรือรูปแบบทั่วไป จึงสำคัญอย่างมากที่จะฝึกการประยุกต์ใช้ความรู้เหล่านั้น	4) ขั้นตรวจสอบ นักเรียนสามารถตรวจสอบความน่าเชื่อถือของกฎหรือสูตรที่สรุปได้โดยการใช้กฎหรือสูตรเหล่านั้นในการแก้ปัญหาที่คล้ายกัน	5) ขั้นนำไปใช้ ครูเตรียมตัวอย่างสถานการณ์หรือความคิดใหม่ที่หลากหลายให้นักเรียนฝึกใช้ประสบการณ์ในชีวิตประจำวัน นำไปใช้ในสถานการณ์จริง แลกเปลี่ยนเรียนรู้ซึ่งกันและกัน	5) การนำไปใช้ ทดสอบนักเรียนเกี่ยวกับความเข้าใจในกฎเกณฑ์หรือขั้นที่สรุปได้ ว่าสามารถนำไปใช้ในการทำแบบฝึกหัดหรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่คล้ายคลึงกันได้หรือไม่	4) ครูประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน	5) ขั้นนำไปใช้ ครูให้นักเรียนฝึกใช้ทฤษฎีที่ได้สรุปมา กับตัวอย่างเพิ่มเติมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมไว้ เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจ และใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

จากตารางที่ 2-1 ผู้วิจัยสรุปขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมอันเป็นพื้นฐานของบทเรียนใหม่ พร้อมทั้งกระตุ้นความสนใจและบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

2) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

3) ขั้นเปรียบเทียบ นักเรียนเปรียบเทียบ สังเกต และวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด แล้วหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น โดยครูใช้คำถามชี้นำและกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอธิบายถึงลักษณะร่วมและข้อแตกต่างที่ตนค้นพบ

4) ขั้นสรุป นักเรียนสรุปทฤษฎีจากลักษณะร่วมในขั้นที่แล้ว

5) ขั้นนำไปใช้ ครูให้นักเรียนฝึกใช้ทฤษฎีที่ได้สรุปมา กับตัวอย่างเพิ่มเติมหรือแบบฝึกหัดที่ครูเตรียมไว้ เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจและใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

1.8 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่ามีนักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

Sidhu (2006, p. 73) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยโดยสามารถจำแนกได้เป็น 4 ขั้นตอน ดังนี้

1) ครูแจ้งหัวข้อที่จะสอนในวันนั้นแก่นักเรียน

2) เมื่อแจ้งหัวข้อที่จะสอนแล้ว ครูนำเสนอสูตรที่จะสอนแก่นักเรียนในทันที

3) ครูอธิบายวิธีการใช้หรือวิธีประยุกต์ใช้สูตรด้วยการนำสูตรนั้น ๆ ไปแก้ปัญหาจำนวนหนึ่ง

4) เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีการใช้หรือวิธีประยุกต์ใช้สูตรแล้ว ครูให้นักเรียนฝึกใช้สูตรแก้ปัญหาจำนวนหนึ่ง ตามวิธีที่ครูได้อธิบายไว้

สุวิทย์ มูลคำ (2553, หน้า 63-67) ได้อธิบายขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) การกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการเสนอปัญหาเรื่องระบุสิ่งที่จะสอนในแง่ของปัญหา เพื่อยั่วยุให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบ ปัญหาที่นำเสนอควรจะเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ของชีวิตและเหมาะสมกับวุฒิภาวะของนักเรียน

2) ขั้นแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ เป็นการนำเอาทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการสอนมาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้

3) ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่นักเรียนจะเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ได้รับจากการเรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาที่ได้กำหนดไว้

4) ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนจะตรวจสอบและสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปหรือนิยามที่ใช้ว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยอาจปรึกษาครู หรือค้นคว้าจากตำราต่าง ๆ หรือจากการทดลอง ข้อสรุปที่ได้พิสูจน์หรือตรวจสอบว่าเป็นจริง จึงจะเป็นความรู้ที่ถูกต้อง

5) ขั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อนักเรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป พอสมควรแล้ว ครูเสนอสถานการณ์ใหม่ให้นักเรียนฝึกนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่หลากหลาย

ฆนัท ธาตุทอง (2555, หน้า 355) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา โดยเสนอปัญหา หรือระบุสิ่งที่จะเรียนรู้ในแง่มุมของปัญหายั่วยุให้นักเรียนเกิดความสนใจ กระตือรือร้นหาคำตอบ คำนึงถึงวัย วุฒิภาวะของนักเรียน

2) ขั้นแสดง อธิบายทฤษฎี หลักการ นำทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้

3) ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ นักเรียนเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ได้รับจากการเรียนรู้ มาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้

4) ขั้นตรวจสอบและสรุป โดยให้นักเรียนตรวจสอบการสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป นิยาม พิจารณาความถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์ สมเหตุสมผล ปรึกษาแลกเปลี่ยนเรียนรู้

5) ขั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อนักเรียนเข้าใจทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป นิยาม อย่างดีแล้ว ครูเสนอสถานการณ์ใหม่ให้นักเรียนฝึกการนำความรู้ที่ได้รับมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 337-338) ได้กำหนดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) ครูถ่ายทอดความรู้ทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ ด้วยวิธีการต่าง ๆ ตามความเหมาะสม

2) ครูให้ตัวอย่างสถานการณ์หลากหลาย ที่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาไปใช้

3) ครูให้นักเรียนฝึกปฏิบัตินำความรู้ความเข้าใจที่เกิดขึ้นไปใช้ในสถานการณ์ใหม่

4) ครูให้นักเรียนวิเคราะห์และอภิปรายการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น

5) ครูวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน

นพพร แหยมแสง (2556, หน้า 310) กล่าวถึงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) ศึกษา อนิยาม นิยาม กฎหรือทฤษฎีให้เข้าใจ วางแผนว่าจะอธิบายหรือนำเสนออย่างไร นักเรียนจึงจะเข้าใจได้อย่างแจ่มแจ้ง

2) สอน โดยการอธิบาย อนิยาม นิยาม กฎเกณฑ์หรือทฤษฎีต่าง ๆ ให้ชัดเจน

3) ยกตัวอย่างหรือพิสูจน์กฎเกณฑ์ โดยนักเรียนอาจมีส่วนร่วมในการยกตัวอย่างหรือพิสูจน์

4) สรุป โดยชี้ให้เห็นว่าจะนำผลการพิสูจน์นี้ไปใช้ประยุกต์แก้ปัญหาได้อย่างไร

5) ให้นักเรียนนำกฎเกณฑ์ที่กล่าวแล้วนี้ไปใช้ เช่นใช้ทำแบบฝึกหัด หรือแก้ปัญหาต่าง ๆ

จากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยข้างต้น ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยดังตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 การสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

Sidhu (2006)	สุวิทย์ มูลคำ (2553)	ฆนัท ธาตุทอง (2554)	ทิศนา แขมมณี (2555)	นพพร แหยมแสง (2556)	ผู้วิจัย
1) ครูแจ้งหัวข้อที่จะสอนในวันนั้นแก่นักเรียน	1) การกำหนดขอบเขตของปัญหา เป็นการนำเข้าสู่บทเรียนโดยการเสนอปัญหาเรื่องระบุสิ่งที่จะสอนในแง่ของปัญหาเพื่อยั่วยุให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะหาคำตอบ ปัญหาที่นำเสนอควรจะเกี่ยวข้องกับสถานการณ์ของชีวิตและเหมาะสมกับวุฒิภาวะของนักเรียน	1) ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา โดยเสนอปัญหา หรือระบุสิ่งที่จะเรียนรู้ในแง่มุมของปัญหายั่วยุให้นักเรียนเกิดความสนใจ กระตือรือร้นหาคำตอบ คำนึงถึงวัยวุฒิภาวะของนักเรียน			1) ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา ครูให้นักเรียนพิจารณาปัญหาซึ่งควรเกี่ยวกับชีวิตประจำวันหรือเป็นสิ่งที่นักเรียนกำลังสนใจเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสนใจและอยากหาคำตอบ แล้วบอกหัวข้อที่จะสอนแก่นักเรียนด้วย

ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

Sidhu (2006)	สุวิทย์ มูลคำ (2553)	มนัท ธาตุทอง (2554)	ทิศนา แขมมณี (2555)	นพพร แหยมแสง (2556)	ผู้วิจัย
2) เมื่อแจ้งหัวข้อที่จะสอนแล้ว ครูนำเสนอสูตรที่จะสอนแก่นักเรียนในทันที 3) ครูอธิบายวิธีการใช้หรือวิธีประยุกต์ใช้สูตรด้วยการนำสูตรนั้น ๆ ไปแก้ปัญหาจำนวนหนึ่ง	2) ขั้นแสดงและอธิบายทฤษฎี หลักการ เป็นการนำเอาทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ต้องการสอนมาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้	2) ขั้นแสดง อธิบายทฤษฎี หลักการ นำทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ต้องการสอนให้นักเรียนได้เรียนรู้	1) ครูถ่ายทอดความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้ ด้วยวิธีการต่าง ๆ ตามความเหมาะสม	1) ศึกษา อนิยาม นิยาม กฎหรือทฤษฎีให้เข้าใจ วางแผนว่าจะอธิบายอย่างไร นักเรียนจึงจะเข้าใจได้อย่างแจ่มแจ้ง 2) สอน โดยการอธิบาย อนิยาม นิยาม กฎเกณฑ์ ทฤษฎีต่าง ๆ ให้ชัดเจน	2) ขั้นแสดงและอธิบาย ครูนำเสนอและอธิบายทฤษฎี รวมถึงวิธีใช้ทฤษฎีนั้น แก่นักเรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ ตามความเหมาะสม
4) เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีการใช้หรือวิธีประยุกต์ใช้สูตรแล้ว ครูให้นักเรียนฝึกใช้สูตรแก้ปัญหาจำนวนหนึ่งตามวิธีที่ครูได้อธิบายไว้	4) ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ เป็นขั้นที่นักเรียนจะเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปที่ได้รับจากการเรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาที่ได้กำหนดไว้	3) ขั้นใช้ทฤษฎี หลักการ นักเรียนเลือกทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป ที่ได้รับจากการเรียนรู้ มาใช้ในการแก้ปัญหาที่กำหนดให้	2) ครูให้ตัวอย่างสถานการณ์หลากหลายที่สามารถนำความรู้ที่ได้เรียนมาไปใช้		3) ขั้นใช้ทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้เรียนมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ ด้วยวิธีที่ได้เรียนมา

ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

Sidhu (2006)	สุวิทย์ มูลคำ (2553)	มนัท ธาตุทอง (2554)	ทิศนา แขมมณี (2555)	นพพร แหยมแสง (2556)	ผู้วิจัย
	4) ขั้นตรวจสอบและสรุป เป็นขั้นที่นักเรียนจะตรวจสอบและสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุปหรือนิยามที่ใช้ว่าถูกต้อง สมเหตุสมผลหรือไม่ โดยอาจปรึกษาครู หรือค้นคว้าจากตำราต่าง ๆ หรือจากการทดลอง ข้อสรุปที่ได้พิสูจน์หรือตรวจสอบว่าเป็นจริง จึงจะเป็นความรู้ที่ถูกต้อง	4) ขั้นตรวจสอบและสรุป โดยให้นักเรียนตรวจ-สอบการสรุปทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป นิยาม พิจารณาความถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์ สมเหตุสมผล ปรึกษา แลกเปลี่ยนเรียนรู้		3) ยกตัวอย่างหรือพิสูจน์กฎเกณฑ์ โดยนักเรียนอาจมีส่วนร่วมในการยกตัวอย่างหรือพิสูจน์ 4) สรุป โดยชี้ให้เห็นว่าจะนำผลการพิสูจน์นี้ไปใช้ประยุกต์แก้ปัญหาได้อย่างไร	4) ขั้นตรวจสอบและสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันพิสูจน์ ตรวจสอบว่าทฤษฎีที่ได้เรียนมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

ตารางที่ 2-2 (ต่อ)

Sidhu (2006)	สุวิทย์ มูลคำ (2553)	มนัท ธาตุทอง (2554)	ทิศนา แขมมณี (2555)	นพพร แหยมแสง (2556)	ผู้วิจัย
	5) ขั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อนักเรียนเกิดความเข้าใจในทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป พอสมควรแล้ว ครูเสนอสถานการณ์ใหม่ให้นักเรียนฝึกนำความรู้มาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ที่หลากหลาย	5) ขั้นฝึกปฏิบัติ เมื่อนักเรียนเข้าใจทฤษฎี หลักการ กฎ ข้อสรุป นิยาม อย่างดีแล้ว ครูเสนอสถานการณ์ใหม่ให้นักเรียนฝึกการนำความรู้ที่ได้รับมาประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่	3) ครูให้นักเรียนฝึกปฏิบัตินำความรู้ความเข้าใจที่เกิดขึ้นไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ 4) ครูให้นักเรียนวิเคราะห์และอภิปรายการเรียนรู้ที่เกิดขึ้น 5) ครูวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน	5) ให้นักเรียนนำกฎเกณฑ์ที่กล่าวแล้วนี้ไปใช้ เช่นใช้ทำแบบฝึกหัด หรือแก้ปัญหาต่าง ๆ	5) ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้เรียนไปแก้ปัญหาใหม่เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจมากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

จากตารางที่ 2-2 ผู้วิจัยสรุปขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา ครูให้นักเรียนพิจารณาปัญหาซึ่งควรเกี่ยวกับชีวิตประจำวันหรือเป็นสิ่งที่นักเรียนกำลังสนใจเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนสนใจและอยากหาคำตอบ แล้วบอกหัวข้อที่จะสอนแก่นักเรียนด้วย

2) ขั้นแสดงและอธิบาย ครูนำเสนอและอธิบายทฤษฎี รวมถึงวิธีใช้ทฤษฎีนั้น แก่นักเรียนด้วยวิธีการต่าง ๆ ตามความเหมาะสม

3) ขั้นใช้ทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้เรียนมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ ด้วยวิธีที่ได้เรียนมา

4) ขั้นตรวจสอบและสรุป ครูและนักเรียนร่วมกันพิสูจน์ ตรวจสอบว่าทฤษฎีที่ได้เรียนมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ และร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

5) ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้เรียนไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจมากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

1.9 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

เนื่องด้วยการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย ผู้วิจัยจึงสังเคราะห์และหลอมรวมขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย จากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองในข้างต้นได้ดังตารางที่ 2-3

ตารางที่ 2-3 การสังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย**	**การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย**
1) ขั้นเตรียม	1) ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมหรือให้นักเรียนพิจารณาปัญหา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย	1) ขั้นกำหนดขอบเขตของปัญหา

ตารางที่ 2-3 (ต่อ)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย
2) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	2) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี	
3) ขั้นเปรียบเทียบ 4) ขั้นสรุป	3) ขั้นเปรียบเทียบและสรุป นักเรียนเปรียบเทียบ สังเกต และวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด แล้วหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น โดยครูใช้คำถามชี้นำและกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอธิบายถึงลักษณะร่วมและข้อแตกต่างที่ตนค้นพบ จนสามารถสรุปเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์ได้	
	4) ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของทฤษฎีด้วยการพิสูจน์ โดยครูใช้คำถามในการอธิบายแต่ละขั้นของการพิสูจน์ และร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว	2) ขั้นแสดงและอธิบาย 3) ขั้นใช้ทฤษฎี 4) ขั้นตรวจสอบและสรุป
5) ขั้นนำไปใช้	5) ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย	5) ขั้นฝึกปฏิบัติ

จากตารางที่ 2-3 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย โดยมีขั้นตอน 5 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมหรือให้นักเรียนพิจารณาปัญหา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

2) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

3) ขั้นเปรียบเทียบและสรุป นักเรียนเปรียบเทียบ สังเกต และวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมดแล้วหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น โดยครูใช้คำถามชี้นำและกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอธิบายถึงลักษณะร่วมและข้อแตกต่างที่ตนค้นพบ จนสามารถสรุปเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์ได้

4) ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของทฤษฎีด้วยการพิสูจน์ โดยครูใช้คำถามในการอธิบายแต่ละขั้นของการพิสูจน์ และร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

5) ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

1.10 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย

ข้อดี

Sidhu (2006, p. 72) ได้ให้ข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจสูตรหรือหลักการต่าง ๆ ได้ง่าย ผ่านการพิจารณาตัวอย่างจำนวนหนึ่ง ซึ่งทำให้ข้อสงสัยเกี่ยวกับสูตรหรือหลักการนั้น ๆ ถูกคลี่คลายไปแล้วตั้งแต่แรก

2) เป็นการสอนที่มีกระบวนการเชิงตรรกะ ดังนั้นจึงเหมาะแก่การใช้สอนวิชาคณิตศาสตร์

3) เป็นการสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสร่วมค้นหาสูตรหรือหลักการต่าง ๆ

4) ช่วยยับยั้งค่านิยมในการเรียนแบบท่องจำ และช่วยลดการบ้านลงด้วย

5) เนื่องจากเป็นวิธีสอนที่สามารถขจัดข้อสงสัยและช่วยให้นักเรียนทำวามเข้าใจสูตรหรือหลักการต่าง ๆ ได้ง่าย จึงสามารถนำไปใช้สอนเด็กเล็กได้ด้วย

นอกจากนี้ Lardizabal et al. (1969, p. 32) และ ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 342) ได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเพิ่มเติมในทำนองเดียวกันอีก 3 ข้อ ดังนี้

1) เป็นวิธีสอนที่นักเรียนสามารถค้นพบการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง จึงทำให้ความเข้าใจคงอยู่กับนักเรียนได้นาน

2) เป็นวิธีสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ อันเป็นเครื่องมือสำคัญของการเรียนรู้

3) เป็นวิธีสอนที่นักเรียนได้ทั้งเนื้อหาความรู้ และกระบวนการ ซึ่งนักเรียนสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนรู้เรื่องอื่น ๆ ได้

อีกทั้ง Lardizabal et al. (1969, p. 32) ยังได้ให้ข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเพิ่มเมอีกว่า เป็นการสอนที่ทำให้นักเรียนมีความรู้สึกดีในการเรียน

ข้อจำกัด

Sidhu (2006, p. 72) ได้ให้ข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยไว้ดังนี้

1) หากตัวอย่างที่ครูให้นักเรียนไม่เพียงพอทำให้ไม่สามารถค้นพบสูตรหรือหลักการได้อย่างสมบูรณ์ ครูจะต้องเพิ่มภาระงานและแบบฝึกหัดให้นักเรียนเพื่อปรับมโนทัศน์องนักเรียนให้ถูกต้อง

2) เนื่องจากเป็นการสอนที่มีพื้นฐานจากการให้เหตุผลแบบอุปนัย ซึ่งไม่ใช่การให้เหตุผลที่สามารถนำมาซึ่งข้อสรุปที่สมบูรณ์ได้ กล่าวคือความสมเหตุสมผลของข้อสรุปขึ้นอยู่กับจำนวนตัวอย่างที่ครูให้แก่นักเรียน ถ้าต้องการให้ข้อสรุปที่ได้มีความสมเหตุสมผลมาก ก็ต้องใช้ตัวอย่างมาก

3) เป็นวิธีสอนที่ต้องใช้ความอุตสาหะและเวลาอย่างมาก

4) รายละเอียดบางอย่างหรือการบรรยายบางส่วนอาจทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดูจืดชืดและน่าเบื่อ

5) ในการนำสูตรหรือหลักการที่สรุปมาแล้วไปใช้อาจเกิดอาการติดขัดบางอย่างได้ หากมีข้อผิดพลาดในขั้นตอนการสอนก่อนหน้านี้ ซึ่งอาจทำให้เสียเวลาไปอีก

นอกจากนี้ Lardizabal et al. (1969, p. 32) และ ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 342) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยเพิ่มเติมในทำนองเดียวกันว่า เป็นวิธีสอนที่ต้องอาศัยตัวอย่างที่ดี หากครูขาดความเข้าใจในการจัดเตรียมตัวอย่างที่ครอบคลุมลักษณะสำคัญ ๆ ของหลักการหรือแนวคิดที่สอน การสอนจะไม่ประสบผลสำเร็จ

จากข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยข้างต้นสรุปได้ว่า

ข้อดี คือ ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจสูตรหรือหลักการต่าง ๆ ได้ง่าย ผ่านการพิจารณาตัวอย่างที่มีจำนวนเพียงพอด้วยตนเอง ทำให้ความเข้าใจคงอยู่กับนักเรียนได้นาน เป็นผลให้สามารถลดการท่องจำ ลดการบ้านลง และสร้างความรู้สึกดีในการเรียนแก่นักเรียนได้ อีกทั้งยังเป็นการสอนที่มีกระบวนการเชิงตรรกะ ช่วยพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ จึงเหมาะแก่การใช้สอน

วิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นอกจากเนื้อหาความรู้แล้ว นักเรียนยังได้กระบวนการซึ่งสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนเรื่องอื่นได้

ข้อเสีย คือ เนื่องจากเป็นการสอนที่เริ่มจากตัวอย่างย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุป ความสมเหตุสมผลของข้อสรุปขึ้นอยู่กับจำนวนตัวอย่างที่ครูให้แก่นักเรียน หากตัวอย่างที่ครูให้นักเรียนไม่เพียงพอทำให้ไม่สามารถค้นพบสูตรหรือหลักการได้อย่างสมบูรณ์ หากครูไม่มีความชำนาญในการเตรียมตัวอย่างให้ครอบคลุมลักษณะสำคัญ ๆ ของหลักการหรือแนวคิดที่สอน การสอนจะไม่ประสบผลสำเร็จ ทั้งนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนักเรียนต้องใช้ความพยายามอย่างหนัก ซึ่งอาจกินเวลานาน ทำให้การเรียนการสอนดูจืดชืดและน่าเบื่อ

1.11 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย

ข้อดี

Sidhu (2006, pp. 73-74) ได้ให้ข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ดังนี้

1) เป็นการสอนที่สั้นและช่วยประหยัดเวลาได้

2) เป็นการสอนที่ช่วยฝึกการจำ เพราะนักเรียนต้องจำสูตรจำนวนมาก

3) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนี้มีความเหมาะสมและเป็นประโยชน์มาก ในการฝึกฝนและปรับปรุงความรู้

นอกจากนี้ ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 338-339) ได้กล่าวถึงข้อดีของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยเพิ่มเติมว่า เป็นวิธีสอนที่นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกฝนการนำทฤษฎีหรือหลักการไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ และเป็นวิธีสอนที่เอื้ออำนวยให้นักเรียนที่มีความสามารถหรือเรียนรู้ได้เร็วสามารถพัฒนาโดยไม่ต้องรอนักเรียนรู้ได้ช้ากว่า

ข้อจำกัด

ทิศนา แขมมณี (2555, หน้า 338-339) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ 3 ข้อ ดังนี้

1) เป็นวิธีสอนที่ครูจำเป็นต้องเตรียมตัวอย่าง สถานการณ์ หรือปัญหาที่หลากหลายมาให้นักเรียนได้ฝึกทำ

2) เป็นวิธีสอนที่ขึ้นกับความเข้าใจและความสามารถของครูในการนำเสนอทฤษฎีหรือหลักการ

3) เป็นวิธีสอนที่นักเรียนที่เรียนรู้ได้ช้า อาจจะตามไม่ทันเพื่อน และเกิดปัญหาในการเรียนรู้

นอกจากนี้ Sidhu (2006, pp. 73-74) ได้กล่าวถึงข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยเพิ่มเติมอีก 5 ข้อ ดังนี้

1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนี้ ต้องมีสูตรหรือหลักการสำหรับโจทย์ทุกรูปแบบ ซึ่งอาจทำให้เกิดความสับสนในการจดจำสูตรหรือหลักการจำนวนมากได้

2) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างภาระหนักให้แก่สมอง อาจเป็นเหตุให้เกิดอาการสมองล้าได้

3) การจำกลายเป็นสิ่งที่สำคัญกว่าความเข้าใจและความรอบรู้ ซึ่งนั้นคือข้อผิดพลาด

4) นักเรียนจะไม่กระตือรือร้น

5) เป็นการสอนที่ไม่เหมาะแก่การพัฒนาความคิด การให้เหตุผล และการค้นพบ

จากข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยข้างต้นสรุปได้ว่า

ข้อดี คือ เป็นการจัดกิจกรรมการสอนที่นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกฝนการนำทฤษฎีหรือหลักการไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ และช่วยให้นักเรียนที่เรียนรู้ได้เร็วพัฒนาได้โดยไม่ต้องรอนักเรียนที่เรียนช้ากว่า เนื่องจากเป็นการสอนที่สั้นและช่วยประหยัดเวลาได้ ทั้งยังช่วยฝึกการจำ จากการจำสูตรจำนวนมาก นอกจากนี้ยังเป็นการสอนที่เหมาะใช้ทบทวนและปรับปรุงความรู้ของนักเรียน

ข้อจำกัด คือ เป็นวิธีสอนที่ครูต้องมีความเข้าใจในทฤษฎีหรือหลักการ และต้องเตรียมตัวอย่างจำนวนมากให้นักเรียนได้ฝึกทำ ซึ่งอาจทำให้เกิดความสับสนในการจดจำสูตรหรือหลักการจำนวนมาก จนเป็นเหตุให้นักเรียนมีอาการสมองล้าได้ จึงเป็นการสอนที่ไม่พัฒนาความคิด การให้เหตุผล และการค้นพบ เนื่องจากให้ความสำคัญกับการจำมากเกินไป อีกทั้งยังส่งผลให้นักเรียนขาดความกระตือรือร้นในการเรียน นอกจากนี้นักเรียนที่เรียนรู้ช้า อาจตามเพื่อนไม่ทัน และเกิดปัญหาในการเรียนรู้

1.12 ข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

เนื่องด้วยการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัย ผู้วิจัยจึงสรุปข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย จากข้อดีและข้อจำกัดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งสองในข้างต้นได้ดังนี้

ข้อดี คือ ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจสูตรหรือหลักการต่าง ๆ ได้ง่าย ผ่านการพิจารณาตัวอย่างที่มีจำนวนเพียงพอด้วยตนเอง ทำให้ความเข้าใจคงอยู่กับนักเรียนได้นาน เป็นผลให้สามารถลดการท่องจำ ลดการบ้านลง และสร้างความรู้สึกดีในการเรียนแก่นักเรียนได้ อีกทั้งยังเป็นการสอนที่มีกระบวนการเชิงตรรกะ ช่วยพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ จึงเหมาะแก่การใช้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นอกจากเนื้อหาความรู้แล้ว นักเรียนยังได้กระบวนการซึ่งสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการเรียนเรื่องอื่นได้

ข้อเสีย คือ เนื่องจากเป็นการสอนที่เริ่มจากตัวอย่างย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุป ความสมเหตุสมผลของข้อสรุปขึ้นอยู่กับจำนวนตัวอย่างที่ครูให้แก่นักเรียน หากตัวอย่างที่ครูให้นักเรียนไม่เพียงพอทำให้ไม่สามารถค้นพบสูตรหรือหลักการได้อย่างสมบูรณ์ หากครูไม่มีความชำนาญในการเตรียมตัวอย่างให้ครอบคลุมลักษณะสำคัญ ๆ ของหลักการหรือแนวคิดที่สอน การสอนจะไม่ประสบผลสำเร็จ ทั้งนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยนักเรียนต้องใช้ความพยายามอย่างหนัก ซึ่งอาจกินเวลานาน ทำให้การเรียนการสอนดูจืดชืดและน่าเบื่อ

2. คำถามระดับสูง

2.1 ความหมายของคำถามระดับสูง

สายัณห์ ผาน้อย (2549, หน้า 110) ได้ระบุความหมายของคำถามระดับสูงไว้ว่า เป็นคำถามที่ต้องการคำตอบที่ต้องใช้สติปัญญาสูงขึ้น คือคำถามระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ วิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า นอกจากนี้คำถามระดับสูงยังส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความคิด นำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐาน แล้วสรุปหาคำตอบอย่างมีเหตุผล และช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจสิ่งใหม่ ๆ จากความรู้เดิมของตน (ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2555; สราวดี เพ็งศรีโคตร, 2549; อัมพร ม้าคนอง, 2554) เกิดการใช้ความรู้ที่ซับซ้อนมากขึ้น (Goodwin et al. ,1983, p. 3)

จากความหมายของคำถามระดับสูงข้างต้นสรุปได้ว่า คำถามระดับสูง เป็นคำถามในระดับความเข้าใจ การนำไปใช้ วิเคราะห์ การสังเคราะห์และการประเมินค่า ที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความรู้เดิมของตนมาเป็นพื้นฐานในการเปรียบเทียบ ค้นหารูปแบบ สร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลและค้นพบสิ่งใหม่จากความรู้ของตนได้

2.2 ความสำคัญของคำถามระดับสูง

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 82) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคำถามระดับสูงว่า สามารถส่งเสริมการคิดระดับสูงให้กับนักเรียน เนื่องจากนักเรียนต้องใช้การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ และคิดอย่างมีวิจารณญาณในการหาคำตอบ การใช้คำถามระดับสูงอย่างต่อเนื่องจนนักเรียนคุ้นเคยจะช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้อย่างแท้จริง นอกจากนี้คำถามระดับสูงยังสามารถกระตุ้นให้นักเรียนหาข้อมูลด้วยตนเอง (Goodwin et al., 1983, p. 3) ช่วยพัฒนาการใช้เหตุผล (สายัณห์ ผาน้อย, 2549, หน้า 110) และช่วยยกระดับการเรียนรู้ของนักเรียนได้ (McTighe, 1991 อ้างถึงใน ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์, 2555)

จากความสำคัญของคำถามระดับสูงข้างต้นสรุปได้ว่า คำถามระดับสูงสามารถช่วยให้นักเรียนพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผล ทั้งยังสามารถกระตุ้นให้นักเรียนหาข้อมูลด้วยตนเองอีกด้วย

2.3 ประเภทของคำถามระดับสูง

Schmalz (1973, pp. 624-626) ได้จำแนกประเภทของคำถามระดับสูงไว้ดังนี้

1) คำถามที่ถามให้นักเรียนแปลความหมายของสิ่งที่เป็นนามธรรม อาทิ หลักการทั่วไปหรือนิยาม โดยยกตัวอย่างของสิ่งที่เป็นนามธรรมเหล่านั้น เช่น

- จงยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่ไม่มีสมบัติถ่ายถอด

- ฟังก์ชันคอมโพสิทบางฟังก์ชันมีสมบัติการสลับที่ จงหาฟังก์ชัน f และ g ซึ่ง $f \circ g = g \circ f$ สำหรับทุกจำนวนจริง

2) คำถามที่ถามให้นักเรียนได้ใช้วิธีการใหม่ที่พึ่งเรียนรู้ ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่หรือให้ตัดสินใจว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นไปตามเงื่อนไขของนิยามหรือมโนทัศน์เฉพาะที่พึ่งเรียนหรือไม่ เช่น

- ถ้าเซตของจำนวนใด ๆ มีสมบัติปิดภายใต้โอเปอเรชัน # เมื่อ a และ b เป็นจำนวนในเซต และ $a\#b$ เป็นจำนวนที่อยู่ในเซตนั้นด้วยแล้ว เซตของจำนวนตรรกยะมีสมบัติปิดภายใต้การคูณหรือไม่

- ตอนนี้ทุกคนเข้าใจการหารสังเคราะห์แล้ว ให้ลองหาร $4x^2 - 3x + 7$ ด้วย $x + 2$

3) คำถามที่ต้องการให้นักเรียนปรับรูปแบบคำถาม ประโยคหรือแนวคิด โดยคงสาระหรือโครงสร้างที่จำเป็นของคำถามไว้ เช่น

- นักเรียนสามารถกล่าวถึงสิ่งที่อยู่ในหนังสือให้เป็นภาษาของตนได้หรือไม่

- นักเรียนหมายความว่าอย่างไร เมื่อกล่าวว่า การหารไม่มีสมบัติการสลับที่

- "เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความยาวเท่ากัน" จงเขียนประโยคดังกล่าวให้อยู่ในรูป ถ้า....แล้ว....

4) คำถามที่ต้องการให้นักเรียนแปลความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ให้อยู่ในรูปภาษาเขียนหรือภาษาพูด เช่น

- นักเรียนบอกว่า สังเกตเห็นว่าค่าของ b ในทุกกรณีจากทั้งหมดสามกรณี มากกว่าค่าของ c อยู่ 1 จะเขียนสิ่งที่สังเกตได้นี้ในรูปสมการอย่างไร

- สมมติให้ x เป็นอายุของจอห์น ถ้าอายุของน้องชายของจอห์นเท่ากับ $x+5$ ปี นักเรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับอายุของน้องชายของจอห์น

5) คำถามที่ต้องการให้นักเรียนใช้ความสามารถในการเตรียมมโนภาพแทนสิ่งของหรือปรากฏการณ์ทางกายภาพ ข้อมูลที่ถูกสังเกตหรือบันทึก หรือมโนทัศน์ทางเรขาคณิต เช่น

- ถ้านักเรียนพบจุดทุกจุดที่อยู่ห้องจากจุดที่กำหนดให้เป็นระยะทางเท่ากันแล้ว รูปที่ได้จะเป็นรูปอะไร

- "เส้นเฉียง คือเส้นตรงที่ไม่ใช่ทั้งแนวตั้งและแนวนอน" นายจิม ออกมาวาดรูปเส้นเฉียงบนกระดานหน่อย

6) คำถามที่ต้องการให้นักเรียนเปรียบเทียบหรือหาความแตกต่าง เช่น

- อะไรคือความแตกต่างระหว่างสมการเชิงเส้นกับฟังก์ชันเชิงเส้น

- $\{3,9,15,27,45,72,105\}$ อะไรที่สมาชิกแต่ละตัวในเซตนี้มีเหมือนกัน

7) คำถามที่ให้นักเรียนได้พิจารณาปัญหาที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ แต่ไม่มีวิธีการกำหนดไว้สำหรับแก้ปัญหาดังกล่าว เช่น

- รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใหญ่ที่สุดที่สามารถแนบในรูปสามเหลี่ยมได้มีลักษณะอย่างไร

- ห้องนอนของคุณนายสมิทมีขนาด 9×14 ตารางฟุต และพรมของเธอมีขนาด 8×11 ตารางฟุต ยาว 11 ฟุต ถามว่าจะมีพื้นที่กี่ตารางฟุตที่จะไม่ถูกปูพรม

- จะสร้างรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมุมฉากได้อย่างไร หากมีเพียงไม้บรรทัดและวงเวียน

8) คำถามที่ต้องการให้นักเรียนแสดงการพิสูจน์หรือแสดงข้อความขัดแย้งบ้าง ทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ เช่น

- จงพิสูจน์ว่ามุมที่อยู่ตรงข้ามกับด้านที่เท่ากันของสามเหลี่ยมย่อมเท่ากัน

- ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงหรือไม่ $\forall x\forall y,[x][y]=[xy]$

9) คำถามที่ถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของการนำหลักตรรกศาสตร์ไปใช้ เช่น

- บ็อบมีความคิดว่า "ทุกครั้งที่แมรี่มางานเลี้ยง จิมจะมากับเธอ แต่จิมจะออกไปนอกเมืองช่วงวันหยุดสุดสัปดาห์นี้ ฉันว่าแมรี่ต้องไม่มาแน่ ๆ" บ็อบคิดถูกหรือไม่

10) คำถามที่ถามให้นักเรียนหาแบบรูป ทำตามแบบรูป หรือแก้ปัญหาผ่านการค้นพบแบบรูป เช่น

- 1, 3, 6, 10, ... จำนวนใดคือพจน์ที่ 200 ของลำดับนี้

11) คำถามที่ถามให้นักเรียนสร้างกลวิธีหรือเริ่มรวบรวมข้อมูลสำหรับแก้ปัญหา เช่น

- หากจะหาจำนวนสับเซตของเซตที่มีสมาชิกจำนวน 40 ตัว นักเรียนมีข้อมูลอะไรบ้างที่สามารถใช้หาคำตอบได้

12) คำถามที่ถามให้นักเรียนคิดได้อย่างหลากหลาย เช่น

- ให้สร้างสถานการณ์ที่สอดคล้องกับสมการ $t+5>18$

- หากเรานิยาม $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}$ แล้ว ผลที่จะเกิดขึ้นจากการนิยามครั้งนี้คืออะไร

สราวดี เพ็งศรีโคตร (2549, หน้า 60) ได้จำแนกประเภทของคำถามระดับสูงไว้ดังนี้

1) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมีคำว่า ทำไม อย่างไร และเพราะเหตุใด ประกอบอยู่ด้วย

2) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามให้เด็กคิดเปรียบเทียบสิ่งของสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติหรือลักษณะคล้ายกันหรือแตกต่างกันอย่างไร

3) คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่เด็กสามารถใช้ความรู้และประสบการณ์เดิมคิดหาคำตอบ และมีคำตอบหลายอย่าง

4) คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิด ค้นหาความจริง ที่ประกอบขึ้นเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ หรือให้แยกแยะเรื่องราวออกเป็นส่วนย่อย เพื่อหาสาเหตุและผลของปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น

5) คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้เด็กได้คิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อย มาเป็นความคิดใหม่ และพัฒนาสิ่งที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น

6) คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่ให้เด็กพิจารณาคุณค่าของสิ่งต่าง ๆ และตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินผลโดยใช้เนื้อหา เรื่องราวรวมทั้งกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงแล้วนำมาสนับสนุนความคิดเห็นของตน

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์ (2555, หน้า 41-45) ได้จำแนกประเภทของคำถามระดับสูงไว้ดังนี้

1) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่ผู้ตอบจะต้องนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานสรุปหาคำตอบ

2) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้เด็กใช้ความคิดเปรียบเทียบของสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติหรือลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันอย่างไร

3) คำถามให้จำแนกประเภท เป็นคำถามเพื่อส่งเสริมให้เด็กรู้จักจัดกลุ่ม จัดหมวดหมู่ โดยใช้เกณฑ์ของตนเองหรือของผู้อื่น หรือบอกเกณฑ์ที่ใช้ในการจัดกลุ่มที่ผู้อื่นทำไว้

4) คำถามให้ยกตัวอย่าง เป็นคำถามที่ต้องการให้ผู้ตอบบอกชื่อ หรือยกตัวอย่างของสิ่งที่กำหนดให้ โดยอาศัยทักษะการสังเกตและความรู้ความจำเรื่องต่าง ๆ เป็นพื้นฐานในการหาคำตอบ

5) คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้คิดค้นหาความจริงหรือแยกแยะเรื่องราวเพื่อหาสาเหตุและผลต่าง ๆ ของปัญหาที่เกิดขึ้น หรือให้นักเรียนได้คิดค้นหาความจริงต่าง ๆ ที่ประกอบขึ้นมาเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์

6) คำถามให้สังเคราะห์ เป็นการสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ ตั้งแต่สองสิ่งขึ้นไปให้เกิดเป็นของใหม่ขึ้นมาเป็นแนวคิดใหม่ หรือพัฒนาของเก่าให้ดีขึ้น ใช้ประโยชน์ได้มากขึ้น คำถามให้สังเคราะห์จึงเป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้เด็กใช้กระบวนการคิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อยขึ้นเป็นหลักการ

7) คำถามให้ประเมินค่า เป็นคำถามที่มีจุดมุ่งหมายให้ได้พิจารณาคุณค่าของสิ่งของก่อนตัดสินใจอย่างมีเหตุผล รู้จักประเมินค่าของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้กฎเกณฑ์ที่เป็นจริงและเป็นที่ยอมรับของสังคมแล้ว มาสนับสนุนความคิดเห็นของตนก่อนตัดสินใจ

จากประเภทของคำถามระดับสูงข้างต้น จะเห็นได้ว่ามีการแบ่งประเภทของคำถามระดับสูงอย่างหลากหลาย ซึ่งผู้วิจัยได้คัดสรรคำถามระดับสูงเพื่อใช้ในการวิจัยไว้ 4 ประเภท ดังนี้

1) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่มักมีคำว่า ทำไม อย่างไร และเพราะเหตุใด ประกอบอยู่ด้วย นักเรียนจะต้องนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาเป็นพื้นฐานสรุปหาคำตอบ

2) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่มุ่งให้นักเรียนใช้ความคิด เปรียบเทียบของสองสิ่งว่ามีคุณสมบัติหรือลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันอย่างไร

3) คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้คิดค้นหาความจริง หรือแยกแยะเรื่องราวเพื่อหาสาเหตุและผลต่าง ๆ ของปัญหาหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

4) คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนใช้กระบวนการคิด เพื่อสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลย่อยขึ้นเป็นหลักการ

โดยผู้วิจัยได้ปรับคำถามระดับสูงแต่ละประเภทให้สอดคล้องกับจุดเน้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ดังนี้

1) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่นักเรียนต้องใช้ความรู้อธิบายทฤษฎีต่าง ๆ และอธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีนั้น

2) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น หรือตัวอย่างต่าง ๆ ว่ามีองค์ประกอบหรือลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันอย่างไร

3) คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนจำแนกองค์ประกอบของตัวอย่างต่าง ๆ หรือวิเคราะห์ขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น

4) คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันของตัวอย่างต่าง ๆ เป็นทฤษฎี

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่ผู้วิจัยได้สรุปไว้ ซึ่งมีดังนี้

1) ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมหรือให้นักเรียนพิจารณาปัญหา โดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

2) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

3) ขั้นเปรียบเทียบและสรุป นักเรียนเปรียบเทียบ สังเกต และวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมดแล้วหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น โดยครูใช้คำถามชี้นำและกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอธิบายถึงลักษณะร่วมและข้อแตกต่างที่ตนค้นพบ จนสามารถสรุปเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์ได้

4) ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของทฤษฎีด้วยการพิสูจน์ โดยครูใช้คำถามในการอธิบายแต่ละขั้นของการพิสูจน์ และร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

5) ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

และคำถามระดับสูงที่ผู้วิจัยได้ปรับใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่

1) คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่นักเรียนต้องใช้ความรู้อธิบายทฤษฎีต่าง ๆ หรืออธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีนั้น

2) คำถามให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น หรือตัวอย่างต่าง ๆ ว่ามีองค์ประกอบหรือลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันอย่างไร

3) คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนจำแนกองค์ประกอบของตัวอย่างต่าง ๆ หรือวิเคราะห์ขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น

4) คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันของตัวอย่างต่าง ๆ เป็นทฤษฎี

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้นำคำถามระดับสูงมาใช้ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย โดยแทรกคำถามระดับสูงไปในทุกขั้นที่มีการใช้คำถามของการการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ดังภาพที่ 2-1 เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระจ่างชัดมากขึ้น

คำถามระดับสูง

1. คำถามให้อธิบาย เป็นคำถามที่นักเรียนต้องใช้ความรู้อธิบายทฤษฎีต่าง ๆ และอธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีนั้น

2. คำถามให้เปรียบเทียบ ครูเป็นคำถามที่ให้นักเรียนเปรียบเทียบขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้นหรือตัวอย่างต่าง ๆ ว่ามีองค์ประกอบหรือลักษณะคล้ายกันหรือต่างกันอย่างไร

3. คำถามให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนจำแนกองค์ประกอบของตัวอย่างต่าง ๆ หรือวิเคราะห์ขั้นตอนในการพิสูจน์แต่ละขั้น

4. คำถามให้สังเคราะห์ เป็นคำถามที่ให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะ

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง

1. ขั้นเตรียม ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบตัวอย่างซึ่งเป็นปัญหาที่ครูกำหนดให้ หรืออธิบายทฤษฎีที่นักเรียนรู้เพื่อทบทวนความรู้เดิม กระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

3. ขั้นเปรียบเทียบและสรุป ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบและวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด เพื่อหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น แล้วใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะร่วมและข้อแตกต่างข้างต้นเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์

4. ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันพิสูจน์ทฤษฎีนั้นโดยครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลประกอบการพิสูจน์แต่ละขั้น แล้วร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

5. ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

1. ขั้นเตรียม ครูทบทวนความรู้เดิมหรือให้นักเรียนพิจารณาปัญหาโดยครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

2. ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

3. ขั้นเปรียบเทียบและสรุป นักเรียนเปรียบเทียบ สังเกต และวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด แล้วหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น โดยครูใช้คำถามชี้นำและกระตุ้นให้นักเรียนคิดและอธิบายถึงลักษณะร่วมและข้อแตกต่างที่ตนค้นพบ จนสามารถสรุปเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์ได้

4. ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของทฤษฎีด้วยการพิสูจน์ โดยครูใช้คำถามในการอธิบายแต่ละขั้นของการพิสูจน์ และร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

5. ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

ภาพที่ 2-1 การสังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

จากภาพที่ 2-1 ผู้วิจัยได้สังเคราะห์ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1) ขั้นเตรียม ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบตัวอย่างซึ่งเป็นปัญหาที่ครูกำหนดให้ หรืออธิบายทฤษฎีที่นักเรียนรู้เพื่อทบทวนความรู้เดิม กระตุ้นความสนใจ และแจ้งหัวข้อพร้อมบอกจุดประสงค์ในการเรียนแก่นักเรียนด้วย

2) ขั้นนำเสนอตัวอย่าง ครูนำเสนอตัวอย่างที่เป็นลักษณะย่อยของทฤษฎีที่ต้องการสอนแก่นักเรียน โดยตัวอย่างดังกล่าวต้องมีจำนวนเพียงพอต่อการสรุปเป็นทฤษฎี

3) ขั้นเปรียบเทียบและสรุป ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบและวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด เพื่อหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของตัวอย่างเหล่านั้น แล้วใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะร่วมและข้อแตกต่างข้างต้นเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์

4) ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี ครูให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้สรุปมาแก้ไขปัญหาที่ครูจะกำหนดให้ด้วยวิธีที่ได้สรุปมา แล้วร่วมกันพิสูจน์ทฤษฎีนั้น โดยครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบและอธิบายเหตุผลประกอบการพิสูจน์แต่ละขั้น แล้วร่วมกันสรุปวิธีใช้ทฤษฎีดังกล่าว

5) ขั้นฝึกปฏิบัติ ครูให้นักเรียนฝึกนำทฤษฎีที่ได้สรุปมา ไปแก้ปัญหาใหม่ ๆ เพื่อเสริมความชำนาญและความเข้าใจให้มากขึ้น ทั้งยังใช้ประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Feldman (2002, p. 230) ได้ระบุว่า มโนทัศน์เป็นการจัดกลุ่มสิ่งของ เหตุการณ์ บุคคล หรือสิ่งต่าง ๆ ที่มีลักษณะเหมือนกันเข้าด้วยกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจในสิ่งต่าง ๆ ได้ง่าย และทำให้จำแนกสิ่งใหม่ ๆ ที่พบให้อยู่ในรูปที่สามารถเข้าใจได้ ซึ่ง Piajet (1928, as cited in Fritz et al. , 2013) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์เพิ่มเติมว่า เป็นประเภทของความรู้ตลอดจนกระบวนการได้มาซึ่งความรู้ นอกจากนี้ มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือในการจัดประเภทความรู้และประสบการณ์ต่าง ๆ (Arends, 2012, p. 328) หรืออาจกล่าวได้ว่า (Feldman, 2002, p. 230) ทั้งยังเป็นความเข้าใจและความคิดขั้นสุดท้ายของคน ๆ หนึ่งที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้นในระยะหนึ่งหรือตลอดไปก็ได้ (McDonald, 1959 , p. 184) สำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts) อัมพร ม้าคนอง (2558 , หน้า 15) ได้อธิบายว่า เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่ง

ที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้น ๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น ซึ่ง โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520 , หน้า 222) ได้อธิบายเพิ่มเติมว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ยังเป็นความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนตามความเข้าใจของตนเองด้วย (Wilson, 1971, p. 645)

จากความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเชิงนามธรรม เกี่ยวกับความหมาย ทฤษฎีบท กฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ สูตร บทนิยาม นิยาม ที่สรุปจากความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับมา

4.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Arends (2012, p. 327) กล่าวว่า มโนทัศน์มีความสำคัญและเป็นสิ่งจำเป็นอย่างมากสำหรับการดำรงชีวิตในสังคม เพราะมโนทัศน์ช่วยให้มนุษย์มีความเข้าใจที่ตรงกัน และสร้างพื้นฐานสำหรับปฏิสัมพันธ์ทางวาจา ซึ่ง De Cecco (1968) ได้ระบุความสำคัญของมโนทัศน์เพิ่มเติมว่าเป็นส่วนที่ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารทั้งในรูปการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน สำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ Leinhardt et al. (1991, อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2558) กล่าวว่า มีความสำคัญอย่างมากต่อการเรียนการสอน เนื่องด้วยสามารถช่วยให้ครูวางแผนจัดการเรียนรู้ ใช้สิ่งต่าง ๆ ช่วยอธิบายหรือสื่อความหมาย และตอบสนองคำถามหรือข้อวิพากษ์ของนักเรียนได้ดี ยิ่งไปกว่านั้น Battista (2017, p. 9) กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นโครงสร้างพื้นฐานของการให้เหตุผล เราให้เหตุผลโดยการจัดการ ไตร่ตรอง และเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่เราเข้าใจ นอกจากนี้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาหรือใช้งาน นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นไปได้ดีด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี [สสวท.] , 2555 ก, หน้า 61) ครูจึงควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจถึงมโนทัศน์ในบทเรียนนั้น ๆ เสียก่อนเพื่อให้นักเรียนไม่เกิดความเบื่อหน่ายและรู้สึกสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น (นพดล กองศิลป์, 2561, หน้า 55)

จากความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างมากกับทั้งครูและนักเรียน เนื่องจากเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้ทุกคนมีความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ตรงกัน สามารถใช้ในการให้เหตุผล ทั้งยังเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วยให้สามารถเชื่อมโยงความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับ

ที่สูงขึ้นไปได้ อีกทั้งการที่นักเรียนได้เข้าใจถึงมโนทัศน์ในบทเรียนนั้น ๆ ก่อน ยังสามารถทำให้นักเรียนไม่รู้สึกเบื่อทั้งยังสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้นด้วย

4.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ประเภทของมโนทัศน์สามารถแบ่งได้ทั้งตามแนวคิดของแต่ละคน คุณสมบัติของสิ่งต่าง ๆ ดังที่ Russell (1956, อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2557) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้

1) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2) มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน และฤดูกาลต่าง ๆ

3) มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่น ๆ

4) มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5) มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่าง ๆ ที่แสดงออกมา

6) มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7) มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ครบฉันในอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8) มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่น ๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

หรือแบ่งตามแบบรูปธรรมและนามธรรม ดังที่ Klausmeier (1985, อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2557) ได้กล่าวไว้ 2 ประเภท ได้แก่

1) นามธรรมในจิตใจ (Mental Construct) เป็นมโนทัศน์ที่ขึ้นกับกระบวนการการเรียนรู้โดยเฉพาะของแต่ละคน อันมีอิทธิพลต่อการคิดในสิ่งรอบ ๆ ตัว

2) รูปธรรมทั่วไป (Public Entity) เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของคำต่าง ๆ ซึ่งอาจจะพบในพจนานุกรม สารานุกรม ความหมายเหล่านี้เป็นที่รับรู้ร่วมกันในกลุ่มที่ใช้ภาษาเดียวกัน

นอกจากนี้ประเภทของมโนทัศน์ยังสามารถแบ่งตามลักษณะของมโนทัศน์ที่มีร่วมกัน แยกจากกัน หรือเกี่ยวพันกัน ดังที่ De Cecco (1968, pp. 390-392) ได้จำแนกไว้ 3 ประเภท ได้แก่

1) มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมกันของลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไป หรือสิ่งเร้าที่เราพบเห็นโดยทั่วไปมีลักษณะร่วมกัน มโนทัศน์ต่าง ๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ

2) มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunctive Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เป็นโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือทั้งสองอย่างรวมกัน

3) มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป

ในส่วนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งประเภทได้อย่างหลากหลายตามเกณฑ์การพิจารณาต่าง ๆ ซึ่งการแบ่งประเภทนั้นช่วยให้การพัฒนามโนทัศน์ในแต่ละประเภทบรรลุวัตถุประสงค์ได้ง่ายขึ้น ดังที่ Bell (1978, อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2557) ได้จำแนกมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) มโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เช่น การจัดประเภทของจำนวน และความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประเภทต่าง ๆ

2) มโนทัศน์เกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นมโนทัศน์เกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความเข้าใจ เช่น 275 เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทน 200 + 70 + 5 โดย 2 แทน 200 7 แทน 70 และ 5 แทน 5

3) มโนทัศน์เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ เป็นการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ และมโนทัศน์เกี่ยวกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นอกจากนี้การแบ่งประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ยังสามารถจำแนกตามสาระคณิตศาสตร์ ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2558) ได้กล่าวไว้ 5 ประเภท ดังนี้

1) มโนทัศน์เกี่ยวกับจำนวนและการดำเนินการ ครอบคลุมความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง และความรู้สึกเชิงจำนวน

2) มโนทัศน์เกี่ยวกับการวัด ประกอบด้วย ความยาว ระยะทาง พื้นที่ ปริมาตร และความจุ น้ำหนัก เงิน และเวลา หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้ในการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3) มโนทัศน์เกี่ยวกับเรขาคณิต ประกอบด้วย เรขาคณิตพื้นฐาน รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติและสามมิติ การนึกภาพ (Visualization) ความรู้สึกเชิงปริภูมิ (Spatial

sense) แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) การแก้ปัญหาเกี่ยวกับเรขาคณิต และการใช้เรขาคณิตในชีวิตจริง

4) มโนทัศน์เกี่ยวกับพีชคณิต ครอบคลุมเรื่องแบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซต และการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต การแก้ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิต และการใช้พีชคณิตในชีวิตจริง

5) มโนทัศน์เกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ครอบคลุมเรื่องของการกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น และการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในชีวิตจริง

จากการแบ่งประเภทของมโนทัศน์ดังกล่าวมานี้ สรุปได้ว่า ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกได้หลายประเภท ตามเกณฑ์การพิจารณาที่ใช้ ซึ่งอาจมาจากความเป็นรูปธรรมและนามธรรม ลักษณะที่มีร่วมกัน แยกจากกัน หรือสัมพันธ์กัน และยังอาจแบ่งตามสาระการเรียนรู้ได้ด้วย

4.4 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การสอนให้เกิดมโนทัศน์ขึ้นกับตัวนักเรียนนั้น ครูต้องรู้รายละเอียดเกี่ยวกับมโนทัศน์ก่อน โดยทั่วไปแล้วมโนทัศน์มี 3 องค์ประกอบ (Joyce & Weil, 1992 อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555) ดังนี้

1) ชื่อมโนทัศน์ (Concept Name) เป็นชื่อเฉพาะที่ใช้เรียกสิ่งของที่จัดอยู่ในประเภทเดียวกัน

2) ลักษณะ (Attribute) เป็นลักษณะที่ใช้แยกมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น ประกอบด้วย ลักษณะที่จำเป็น (Essential Attributes) เป็นลักษณะที่ต้องมีในมโนทัศน์และจำเป็นต้องใช้ในการจำแนกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น และลักษณะที่ไม่จำเป็น (Nonessential Attributes) เป็นลักษณะที่สังเกตได้ในมโนทัศน์ แต่ไม่จำเป็นสำหรับการใช้ในการแยกมโนทัศน์นั้น ๆ ออกจากมโนทัศน์อื่น

3) คุณค่าของลักษณะ (Attribute Value) คือ ระดับคุณค่าของลักษณะที่จะใช้ในการจำแนกประเภทของมโนทัศน์

ทั้งนี้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ ครูควรมีการวางแผนการสอน คือ ครูต้องเลือกมโนทัศน์ที่ต้องการสอนรวมถึงวิธีการสอนที่จะใช้ โดยศึกษาและวิเคราะห์มโนทัศน์นั้น ๆ ให้ทั่วถึง เพื่อเลือกสถานการณ์หรือข้อความทั้งที่เป็นและไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ที่สอน และวิธีการนำเสนอที่ดีที่สุดสำหรับบทเรียนนั้น ๆ (Arends, 2012, p. 331)

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีแนวทาง (อัมพร ม้าคนอง, 2558, หน้า 22-23) ดังนี้

1) จัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ในสิ่งที่มีความหมาย จำเป็นสำหรับการคิดและการใช้งาน และเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับสูงขึ้น นอกจากนี้ควรให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ไปสู่ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีหรือเนื้อหากับวิธีการ หรือขั้นตอนการทำงานที่ตนเลือกใช้ ความรู้คณิตศาสตร์จึงควรเกิดจากความเข้าใจมิใช่เกิดจากการจดจำซึ่งอาจลืมได้โดยง่าย การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้นได้

2) พัฒนาการคิดในลักษณะต่าง ๆ ควบคู่กับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3) ออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนาให้นักเรียน โดยอาจต้องมีการวิเคราะห์มโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน จากนั้นจึงออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละมโนทัศน์ และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรม จะต้องมีการประเมินพฤติกรรมการทำกิจกรรมของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง โดยอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด เพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองและขยายไปสู่ความหมายใหม่หรือความรู้เชิงนามธรรมได้

4) เลือกใช้สื่อ เอกสารประกอบการสอน นวัตกรรม และเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา

5) ประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่อง ในกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ทั้งการประเมินรายบุคคล และการประเมินโดยรวม โดยเฉพาะอย่างยิ่งการประเมินพัฒนาการของนักเรียนแต่ละคน นอกจากนี้ครูควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับนักเรียน เพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

6) พยายามให้นักเรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของนักเรียน และไม่ยากเกินกว่าที่นักเรียนจะคิดได้

จากแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ครูควรทราบองค์ประกอบของมโนทัศน์คือ ชื่อมโนทัศน์ ลักษณะ คุณค่าของลักษณะ สำหรับการวางแผน

กำหนดและวิเคราะห์มโนทัศน์ที่ต้องการสอน และเลือกสถานการณ์หรือข้อความที่เป็นและไม่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นั้น ๆ แล้วสอนโดยให้นักเรียนได้คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง จากตัวอย่างหรือคำถามที่ครูได้ให้ไป

4.5 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจและความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในเชิงนามธรรม ผู้วิจัยจึงดำเนินการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520, หน้า 222) ที่อธิบายว่า การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นกาวัดความคิดเชิงนามธรรม คือ วัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ดังนั้นข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่มีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา เช่น

ไก่ 50 ตัว ราคา 600 บาท จะหาราคาไก่ 1 ตัว สามารถคิดได้ด้วยวิธีใดให้เร็วที่สุด

ก. วิธีบวก ข. วิธีลบ ค. วิธีคูณ ง. วิธีหาร

จะเห็นได้ว่า ข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ มีลักษณะเป็นข้อสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ ผู้วิจัยจึงได้พิจารณาลักษณะ แนวทางการสร้างและเกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบจาก สสวท. (2555 ค , หน้า 31-34) ดังนี้

ข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยคำถามและตัวเลือก โดยทั่วไปจะมีตัวเลือกเป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อสอบแบบเลือกตอบใช้วัดได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิด หลักการ ทฤษฎี การตัดสินใจ การแปลความหมายข้อมูล การแสดงความเข้าใจในธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แนวทางการสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นดังนี้

1) การสร้างคำถาม คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1.1) สั้น ได้ใจความชัดเจน และใช้ภาษาที่เข้าใจง่าย

1.2) ใช้เป็นประโยคบอกเล่า ในกรณีที่มีการใช้คำปฏิเสธ เช่น ไม่หรือห้าม ต้องเน้นด้วยการทำตัวหนาหรือขีดเส้นใต้คำที่แสดงการปฏิเสธ

1.3) คำถามแต่ละข้อจะต้องเป็นอิสระต่อกัน การตอบคำถามของข้อหนึ่งจะต้องไม่ชี้นำหรือขึ้นอยู่กับอีกข้อหนึ่ง หรือใช้คำตอบของข้อหนึ่งเป็นคำถามของอีกข้อหนึ่ง

1.4) หลีกเลี่ยงการใช้ภาษาที่ชี้นำหรือสื่อความไปถึงคำตอบถูกหรือคำตอบผิด

1.5) แต่ละคำถามต้องมีคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว

2) การสร้างตัวเลือก โดยทั่วไปตัวเลือกของข้อสอบเลือกตอบมีจำนวน 3-5 ตัวเลือก การกำหนดจำนวนตัวเลือกในข้อสอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของนักเรียน ตัวเลือกที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

2.1) แต่ละตัวเลือกควรเป็นเรื่องหรือประเด็นเดียวกันและมีความยาวใกล้เคียงกัน

2.2) ใช้คำที่สั้น ได้ใจความชัดเจน และหลีกเลี่ยงการใช้คำศัพท์หรือข้อความที่เข้าใจได้ยาก

2.3) ไม่ควรใช้ตัวเลือก "ถูกทุกข้อ" "ผิดทุกข้อ" หรือ "ไม่มีข้อใดถูก" เพราะเป็นการสื่อความหมายถึงความไม่แน่ใจในคำถามหรือการเลือกตอบด้วยความไม่มั่นใจ

2.4) ไม่ควรสร้างตัวเลือกโดยใช้ระดับของความถูกต้องเป็นประเด็นให้คิด เช่น ถูกครึ่ง-ผิดครึ่ง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน เพราะอาจทำให้เกิดความสับสนในการตัดสินใจเลือกคำตอบ

เกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบ การให้คะแนนแบบทดสอบแบบเลือกตอบพิจารณาได้จากการเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องและให้คะแนนตามที่กำหนดไว้ เช่น เลือกถูกต้องได้ 1 คะแนน

จากแนวทางการประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดพฤติกรรมในระดับความเข้าใจ เกี่ยวกับกฎเกณฑ์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ผิดข้อละ 0 คะแนน

5. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

5.1 ความหมายของการให้เหตุผลและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 48) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (Mathematical reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน ทั้งยังเป็นความสามารถในการอธิบาย การหาความสัมพันธ์ การวิเคราะห์ การแสดง และการพิจารณาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555, หน้า 149) เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผลสนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560 ข, หน้า 3) นอกจากนี้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคาดการณ์รูปทั่วไป การสืบค้นสาเหตุ การพัฒนาและการประเมินค่าในประเด็นที่สำคัญ (Lannin, 2011, pp. 93-95)

จากความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการอธิบาย หาความสัมพันธ์ วิเคราะห์ แสดง และพิจารณาเหตุผล โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผล

สำหรับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สสวท. (2555 ข, หน้า 79) กล่าวว่า เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และเหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในเหตุการณ์นั้น ๆ โดย National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000, p. 56) ได้เสนอมาตรฐานสำหรับความสามารถในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) ตระหนักถึงการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในการเรียนคณิตศาสตร์

2) สร้างและสืบเสาะหาข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์

3) พัฒนาและประเมินค่าข้อโต้แย้งและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

4) เลือกและใช้รูปแบบการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ได้อย่างหลากหลาย

นอกจากนี้ยังมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ที่สำคัญ (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 49) ดังนี้

1) หาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2) ใช้ความรู้และข้อมูลในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และในการอธิบายความคิดของตนเอง

3) เข้าใจและสามารถใช้กระบวนการให้เหตุผลในสถานการณ์เฉพาะใด ๆ

4) สร้าง ทดสอบ และประเมินข้อความคาดการณ์ และข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์

5) ให้เหตุผลโดยใช้การอุปนัยและการนิรนัยทางคณิตศาสตร์

6) ตรวจสอบและประเมินความคิดของตนเอง

7) เห็นคุณค่าและความสำคัญของการใช้เหตุผลซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ได้

จากความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการแสดงเหตุผลหรืออธิบายประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎี หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบคำตอบอย่างสมเหตุสมผล

5.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

กระทรวงศึกษาธิการ (2560 ก, หน้า 45) ได้ระบุว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถคิดวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนจะนำไปใช้พัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการทำงานและการดำรงชีวิต โดย NCTM (2000, p. 56) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้นมีอิทธิพลต่อพัฒนาการและการแสดงออกทางด้านการหยั่งรู้ ซึ่งผู้ที่ใช้เหตุผลและคิดวิเคราะห์มักจะสังเกตเห็นแบบรูป โครงสร้าง หรือสถานการณ์ในชีวิตจริงและสิ่งที่ใช้แทนสัญลักษณ์ต่าง ๆ ด้วยเหตุผลดังกล่าว ส่งผลให้การให้เหตุผลนั้นจำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์และชีวิตจริง และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2554, หน้า 32) และช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี (Stiggins, 1997, p.6)

จากความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมช่วยให้นักเรียนสามารถคิดได้อย่างมีเหตุผล คิดเป็นระบบ และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม เกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องจนสามารถประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และเป็นนักคิดที่ดีได้

5.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถจำแนกได้หลายลักษณะดังนี้

1) การให้เหตุผลเชิงสถิติ (Statistical reasoning) เป็นการให้เหตุผลของนักเรียนที่เกิดจากการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดทางสถิติและความสมเหตุสมผลของข้อมูลทางสถิติ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2554, หน้า 36)

2) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และข้อมูลเชิงคุณภาพ (Heller et al., 1989 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2554) ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะดังนี้ (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 51-53)

2.1) การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษหรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม การให้เหตุผลเชิงคุณภาพเกิดจากการทำงาน 2 ลักษณะ ได้แก่

2.1.1) การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่ เช่น วัวตัวแรกกินหญ้า 1 กระสอบหมดในเวลา 4 วัน วัวตัวที่ 2 กินหญ้ากระสอบขนาดเดียวกันหมดในเวลา 5 วัน แสดงว่าวัวตัวแรกกินจุกับวัวตัวที่ 2

2.1.2) การบอกทิศทางของการเปลี่ยนแปลง เป็นการระบุทิศทางของการเปลี่ยนแปลงจากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น ในการตัดเสื้อเดือนนี้ ช่างตัดเสื้อใช้เวลามากกว่าเดิมแต่ได้จำนวนเสื้อน้อยกว่าเดิม แสดงว่าความสามารถในการตัดเสื้อของช่างลดลง

2.2) การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่

2.2.1) การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน เช่น เก่งกับแก้วว่ายน้ำด้วยอัตราเร็วเท่ากัน ถ้าเก่งใช้เวลา 18 วินาที ในการว่ายน้ำ 100 เมตร แก้วใช้เวลากี่วินาที ในการจะว่ายน้ำ 150 เมตร ถ้าให้ x เป็นตัวแปรแทนเวลาที่แก้วใช้ จะได้สัดส่วน $18/100 = x/150$ และจากการแก้ปัญหาสัดส่วน จะได้ค่าของตัวแปรหรือ x เป็น 27 วินาที

2.2.1) การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน เช่น นิดซื้อไข่ไก่ 3 ฟอง 10 บาท หน่อยซื้อไข่ไก่ขนาดเดียวกัน 5 ฟอง 16 บาท แสดงว่าหน่อยซื้อไข่ไก่ราคาฟองละ 16/5 บาท ซึ่งถูกกว่าราคาฟองละ 10/3 บาท ที่นิดซื้อ

2.3) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพสองมิติ หรือทรงสามมิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น เช่น การขยายบ่อน้ำทรงลูกบาศก์ให้มีปริมาตรเป็น 2 เท่าของบ่อเดิม ไม่ใช่การขยายบ่อให้มีความกว้าง ความยาว และความสูงเป็น 2 เท่าของความกว้าง ความยาว และความสูงของบ่อเดิม ไม่ว่าบ่อเดิมนั้นจะมีปริมาตรเป็นเท่าใดก็ตาม เพราะปริมาตรเป็นความจุซึ่งเป็นการวัดในสามมิติ การเพิ่มความกว้าง ความยาว และความสูงเป็น 2 เท่าของความกว้าง ความยาว และความสูงของบ่อเดิมจะทำให้บ่อใหม่มีปริมาตรเพิ่มขึ้นจากการเพิ่มความยาวทั้งสามมิติ ซึ่งจะเพิ่มขึ้นถึง 8 เท่าของปริมาตรของบ่อเดิม

3) การให้เหตุผลทางเรขาคณิต (Geometric reasoning) หรือระดับการคิดทางเรขาคณิตเป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสามารถในเนื้อหาเรขาคณิตของนักเรียน ซึ่งพัฒนาโดยสองสามีภรรยา ตระกูล van Heile (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2554) แบ่งเป็น 5 ระดับ (Crowley, 1987 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2554) ได้แก่

ระดับ 0 ระดับการมองเห็นด้วยตาเปล่า (Visualization) เป็นระดับพื้นฐานที่นักเรียนมองเห็นรูปหรือทรงเรขาคณิตที่ปรากฏ เป็นการมองเห็นตามลักษณะทางกายภาพของวัตถุโดยภาพรวม เช่น การเห็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ปริซึมฐานสามเหลี่ยม

ระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ (Analysis) เป็นระดับที่นักเรียนเริ่มวิเคราะห์เกี่ยวกับส่วนประกอบ สมบัติ และมโนทัศน์เกี่ยวกับเรขาคณิต เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีด้านขนานกัน 2 คู่ และมุมตรงข้ามเท่ากัน

ระดับ 2 ระดับการนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal deductive) เป็นระดับการคิดที่นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปหรือทรงเรขาคณิตเฉพาะใด ๆ เช่น ในรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ ที่มีด้านตรงข้ามขนานกัน รูปสี่เหลี่ยมนั้นจะมีมุมตรงข้ามเท่ากันด้วย และสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของรูปหรือทรงเรขาคณิตที่แตกต่างกัน เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดหนึ่ง เพราะมีสมบัติครบตามสมบัติของรูปสี่เหลี่ยม

ระดับ 3 ระดับนิรนัย (Deductive) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถพิสูจน์กฎ สูตร สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางเรขาคณิตได้ มองเห็นแนวทางที่หลากหลายในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เข้าใจเกี่ยวกับเงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขที่เพียงพอ รวมถึงการระบุความแตกต่างระหว่างทฤษฎีกับทฤษฎีบทกลับ เช่น การพิสูจน์ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ระดับ 4 ระดับการสร้างความรู้สึกเชิงลึก (Rigor) เป็นระดับที่นักเรียนสามารถเข้าใจและเปรียบเทียบเรขาคณิตในระบบต่าง ๆ เช่น Euclidean และ Non-Euclidean รวมทั้งมองเห็นเรขาคณิตในลักษณะของนามธรรม

4) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกะประกอบการให้เหตุผล แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2554, หน้า 38-39)

4.1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการใช้ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญเพื่อนำไปสู่ในการสร้างหลักการหมายทางคณิตศาสตร์ หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างแล้วใช้เหตุผลสรุปรูปทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ ตัวอย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

4.2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปที่สมเหตุสมผลไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่ใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน ได้แก่ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์นั้น

จากการจำแนกประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายประเภท ได้แก่ 1) การให้เหตุผลเชิงสถิติ 2) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนประกอบด้วย การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ การให้เหตุผลเชิงตัวเลขและการให้เหตุผลเชิงปริภูมิ 3) การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ซึ่งได้แบ่งการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสามารถในเนื้อหาเรขาคณิตของนักเรียนเป็น 5 ระดับ และ 4) การให้เหตุผลเชิงตรรกะ ประกอบด้วยการให้เหตุผลแบบอุปนัยและการให้เหตุผลแบบนิรนัย ด้วยเหตุที่งานวิจัยนี้มีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ผู้วิจัยจึงนำหลักของการให้เหตุผลเชิงตรรกะมาใช้ประกอบการสร้างคำถามในแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ด้วย

5.4 แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 35) ได้ระบุแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล จากบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบของปัญหา และชี้แจงเหตุผลร่วมกัน และควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นการผสมผสานการฝึกการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กับการสอนเนื้อหาตามปกติ ซึ่ง NCTM (1991, อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2554) ได้กล่าวถึงแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมว่า การฝึกให้นักเรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรให้นักเรียนปฏิบัติด้วยตนเองทั้งในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical context) และบริบทอื่น ๆ มากกว่าจะเป็นเพียงการสอน หรือบอกให้นักเรียนเห็นความสำคัญ หรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยว ๆ แยกจากสิ่งอื่น ครูควรพยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งคำถามเหล่านั้นใช้ได้ทั้งในการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์ การให้นักเรียนทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การให้อธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นเหตุเป็นผล และในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการทำงานเหล่านี้ นักเรียนจะมีเหตุผลของตนเองที่อาจแตกต่างจากผู้อื่น ครูสามารถตั้งคำถามให้นักเรียนใช้เหตุผลได้อย่างต่อเนื่อง และไม่ควรคำนึงถึงเฉพาะเหตุผลที่ถูกต้องหรือสมเหตุสมผลเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล เพื่อที่จะทราบว่าทำไมนักเรียนจึงให้เหตุผลเช่นนั้น การให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผล จะช่วยให้นักเรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือนักเรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ครูบอก หรือตามที่หนังสือเขียนไว้ ทั้งนี้ การที่นักเรียนได้คำตอบถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็น

อันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้นักเรียนไม่ทราบเหตุผลว่าที่ผิดนั้นผิดอย่างไร ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกแต่เหตุผลผิด คือการได้คำตอบที่ผิด และสามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2554, หน้า 50) นอกจากนี้ Brandt (1984 , อ้างถึงใน เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555) ได้ให้แนวทางการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดทักษะการคิดอย่างมีเหตุผลไว้ 3 แนวทาง ดังนี้

1) การสอนเพื่อให้คิด (teaching for thinking) เป็นการสอนเนื้อหาวิชาเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของนักเรียน

2) การสอนการคิด (teaching of thinking) เป็นการสอนที่เน้นทักษะการคิดหรือเป็นการสอนทักษะการคิด ซึ่งแนวทางในการสอนจะมีลักษณะที่แตกต่างกันตามความเชื่อพื้นฐานของครู

3) การสอนเกี่ยวกับความคิด (teaching about thinking) เป็นการสอนที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอน โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตัวเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเอง อันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่าการสังเคราะห์ความคิดของตนเอง

จากแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แก่นักเรียน ครูต้องคอยจัดบรรยากาศที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน ทั้งนี้ครูควรใช้คำถามให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลอย่างต่อเนื่องและให้ความสำคัญกับทุกเหตุผล เพื่อให้นักเรียนได้สะท้อนความคิดของตน เกิดการเข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอย่างแท้จริง

5.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2554, หน้า 176-177) กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลส่วนมากใช้ปัญหาหรือกิจกรรมเป็นเครื่องมือในการประเมิน และประเมินการให้เหตุผลตามบริบทของปัญหาหรือกิจกรรมนั้น ซึ่งอาจประเมินการให้เหตุผลหลายอย่างในปัญหาเดียวกัน

โดยแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้ (Krulik & Rudnick, 1996, pp. 8-9)

1) การสังเกต โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหากับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2) การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

ซึ่งข้อสอบอัตนัย เป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามให้ แล้วให้ผู้ตอบแสดงความรู้ ความเข้าใจ และความคิดตั้งแต่กว้างจนถึงแคบที่สุด หรือเฉพาะเจาะจงตามที่โจทย์กำหนด การใช้ภาษาในการเขียนตอบขึ้นอยู่กับความสามารถของตัวผู้สอบ ข้อสอบอัตนัยสามารถวัดความสามารถของนักเรียนได้หลายด้านทั้งในด้านความรู้และด้านทักษะและกระบวนการ การใช้ข้อสอบแบบอัตนัยจะช่วยให้ครูสามารถประเมินนักเรียนได้หลากหลายทักษะและหลากหลายมุมมอง เนื่องจากการเขียนของนักเรียนนอกจากจะสะท้อนความสามารถในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แล้วยังสะท้อนความรู้ วิธีคิด มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารอีกด้วย (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2554, หน้า 110)

ทั้งนี้ การประเมินเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผล ครูอาจใช้การให้คะแนนทักษะหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล ซึ่งครูอาจใช้การประเมินแบบองค์รวม โดยใช้เกณฑ์ที่มีผู้พัฒนาไว้แล้วหรืออาจจะตั้งเกณฑ์ขึ้นเองจากประสบการณ์จริงที่พบได้จากนักเรียน ในการประเมินความสามารถด้านการให้เหตุผลจะใช้วิธีการให้คะแนนแบบกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน (Rubric) เพื่อมุ่งหวังที่จะขจัดปัญหาที่จะเกิดจากการให้คะแนน ป้องกันความลำเอียงและเสริมสร้างความเป็นธรรม ตลอดจนสร้างระบบการประเมินที่จะนำไปสู่การพัฒนา ทั้งนี้อาจเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการกำหนดเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งรายละเอียดของเกณฑ์จะขึ้นกับบริบทของเรื่องและระดับชั้นเรียนนั้น ๆ (สสวท., 2547, หน้า 50-52) ซึ่ง Rubric คือข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียน จากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริคมี 2 รูปแบบ (เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร, 2555 , หน้า184-185) คือ

1) การให้คะแนนแบบภาพรวม (Holistic scoring) เป็นการให้คะแนนที่ประเมินความรู้และผลงานของนักเรียน โดยกำหนดระดับคะแนน พร้อมระบุรายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนเป็นภาพรวม โดยไม่มีการแยกเป็นด้าน ๆ การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการตัดสินหรือสรุปผลการเรียนของนักเรียน

2) การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic scoring) เป็นการให้คะแนนตามองค์ประกอบของสิ่งที่ต้องการประเมิน อาจแยกพิจารณาเป็นด้านการเก็บรวบรวมข้อมูล ด้านการนำเสนอข้อมูล และด้านการอ่าน เปรียบเทียบ และวิเคราะห์แนวโน้มของข้อมูล การให้คะแนนลักษณะนี้มักใช้ในการประเมินผลการเรียนรู้ที่มีจุดประสงค์เพื่อวินิจฉัยหาจุดเด่นหรือจุดด้อยของนักเรียนในแต่ละด้าน

จากแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้นสรุปได้ว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทำได้โดยการสังเกตหรือการทดสอบด้วยข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล สำหรับการวิจัยครั้งนี้ เนื่องด้วยผู้วิจัยต้องการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จึงเลือกใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เพื่อให้นักเรียนได้เขียนอธิบายเหตุผล แสดงความสัมพันธ์และพิสูจน์ระหว่างสมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางเรขาคณิต โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนเป็นภาพรวมในการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งมีนักการศึกษาและสถาบันทางการศึกษาที่เสนอเกณฑ์การให้คะแนนเป็นภาพรวมสำหรับประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สสวท. (2555 ข, หน้า 177) ได้ให้เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังตารางที่ 2-4

ตารางที่ 2-4 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ สสวท.

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	**เกณฑ์การพิจารณา**
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
2 (พอใช้)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ แต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี
1 (ปรับปรุง)	มีการเสนอแนวคิดที่ไม่สมเหตุสมผลในการตัดสินใจและไม่ระบุการอ้างอิง

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 116) ได้เสนอเกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมของทักษะการให้เหตุผลดังตารางที่ 2-5

ตารางที่ 2-5 เกณฑ์การให้คะแนนแบบภาพรวมของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร

คะแนน (ความหมาย)	ความสามารถที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้สมบูรณ์ มีการอธิบายอย่างสมเหตุสมผล และชัดเจน
3 (ดี)	ตอบคำถามถูกต้องทั้งหมด และแสดงเหตุผลประกอบคำตอบได้เกือบสมบูรณ์
2 (พอใช้)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน และพยายามแสดงเหตุผลประกอบคำตอบแต่ไม่ถูกต้อง
1 (ปรับปรุง)	ตอบคำถามถูกต้องบางส่วน แต่ไม่มีการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีการตอบคำถามและไม่มีการแสดงเหตุผลใด ๆ

ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 270) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังตารางที่ 2-6

ตารางที่ 2-6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ ศศิธร แม้นสงวน

คะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น
4 (ดีมาก)	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3 (ดี)	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2 (พอใช้)	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1 (ต้องปรับปรุง)	มีความพยายามเสนอแนวคิดการประกอบการตัดสินใจ
0 (ไม่พยายาม)	ไม่มีแนวคิดการประกอบการตัดสินใจ

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาและสถาบันการศึกษาต่าง ๆ ผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการ

ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยเอง โดยปรับจากเกณฑ์ของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554 , หน้า 116) สสวท. (2555 ข, หน้า 177) และ ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 270) ดังตารางที่ 2-7

ตารางที่ 2-7 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	คำตอบถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์
2 (ดี)	- คำตอบถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์
1 (พอใช้)	- คำตอบถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลอยู่บางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	คำตอบไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล หรือไม่มีร่องรอยการตอบ

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 วิจัยในประเทศ

อุไรวรรณ คำเมือง (2562) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของ

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 44 คน ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้และวิเคราะห์ผลการประเมินแผนการจัดการเรียนรู้เหล่านั้น โดยการนำคะแนนประเมินจากผู้เชี่ยวชาญ 5 คน มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ยความเหมาะสมโดยพิจารณาจากเกณฑ์ของ บุญชม ศรีสะอาด ทั้งนี้ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ทางและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย (2561) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2560 ซึ่งเป็นประชากรจำนวน 80 คน และกลุ่มตัวอย่างจำนวน 25 คน โดยมีการสังเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบนิรนัยไว้ 6 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นเตรียมการ ขั้นนำเสนอ ขั้นเปรียบเทียบ ขั้นสรุป ขั้นนำไปใช้ และ ขั้นประเมินผล มีการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย จำนวน 6 แผน ที่ได้รับการตรวจสอบความเหมาะสมด้านเนื้อหา เวลา ความชัดเจนของจุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ จากผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน โดยใช้แบบประเมินความเหมาะสมองค์ประกอบของแผนซึ่งเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) ทั้งนี้ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ดิษพล เนตรนิมิตร (2558) ได้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 44 คน โดยมีการใช้คำถามระดับสูง 4 ประเภท ได้แก่ 1) คำถามให้เปรียบเทียบ 2) คำถามให้ยกตัวอย่าง 3) คำถามให้อธิบาย และ 4) คำถามให้สังเคราะห์ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูงสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ธนวรรณ นัยเนตร (2560) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ร่วมกับคำถามระดับสูง ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 49 คน โดยมีการใช้คำถามระดับสูง 5 ประเภท

ได้แก่ 1) คำถามให้อธิบาย 2) คำถามให้เปรียบเทียบ 3) คำถามให้ยกตัวอย่าง 4) คำถามให้วิเคราะห์ และ 4) คำถามให้สังเคราะห์ ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้เชิงรุก ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

6.2 วิจัยจากต่างประเทศ

Rahmah (2017) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย โดยมีประชากรเป็นนักเรียนเกรด 3 ของระดับมัธยมศึกษาตอนต้นทั้งหมด 9 ห้อง และเลือกนักเรียน 2 ห้องจากทั้งหมดเป็นกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งประกอบด้วยกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมอย่างละห้อง ทั้งนี้ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังได้รับการ จัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ยังคงมีคุณภาพต่ำ ทว่านักเรียนส่วนมากมีการตอบสนองทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ดีต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย

Shahrill and Mundia (2014) ได้ศึกษาการใช้คำถามระดับต่ำและคำถามระดับสูงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของครู โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นครูคณิตศาสตร์ จำนวน 6 คน ที่กำลังสอนนักเรียนระดับเกรด 8 ของประเทศสหรัฐอเมริกาและออสเตรเลีย โดยผู้วิจัยได้สังเกตและวิเคราะห์ผลจากการบันทึกวิดีโอการสอนของครูทุกคน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ครูส่วนใหญ่เลือกใช้คำถามระดับต่ำในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คิดเป็นร้อยละ 75.8 ส่วนการใช้คำถามระดับสูงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีเพียงร้อยละ 24.2 ทั้งนี้ครูมีการใช้คำถามกับนักเรียนชายมากกว่านักเรียนหญิง เนื่องจากนักเรียนชายมีการตอบสนองต่อคำถามได้ดีกว่านักเรียนหญิง และครูทุกคนจะให้คำชมแก่นักเรียนทุกครั้งที่มีนักเรียนตอบคำถาม เพื่อสร้างแรงจูงใจในการเรียนแก่นักเรียน

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เพื่อศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งมีรายละเอียดในการดำเนินการวิจัยดังนี้

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1. ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนตราษตระการคุณ อำเภอเมืองตราด จังหวัดตราด ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 179 คน ซึ่งเป็นห้องเรียนคละความสามารถ

2. กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่มีความบกพร่องทางด้านร่างกายและสติปัญญา มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในเกณฑ์ปกติ และสมัครใจเรียนคาบเรียนเสริมคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นคาบเรียนสำหรับนักเรียนที่สมัครใจเรียนเนื้อหาที่มีความเกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์เสริมจากคาบเรียนปกติ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ของโรงเรียนตราษตระการคุณ อำเภอเมืองตราด จังหวัดตราด โดยขนาดของกลุ่มตัวอย่างได้มาจากการคำนวณตามสูตรต่อไปนี้ (Ryan, 2013, p. 58)

$$n = \left[\frac{\left(z_{\alpha} + z_{\beta}\right)\sigma}{\mu - \mu_0} \right]^2$$

เมื่อ n แทน ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง

z แทน ค่าสถิติทดสอบซี

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยของประชากรที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

และกำหนดให้ α มีค่าเท่ากับ 0.05 β มีค่าเท่ากับ 0.20

σ มีค่าเท่ากับ 3.78 $\mu - \mu_0$ มีค่าเท่ากับ 2.00

จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม Minitab 17 จะได้ว่า ขนาดของกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนอย่างน้อย 23 คน ซึ่งมีนักเรียนที่สมัครใจเป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยจำนวน 36 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วย

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม
3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

การสร้างและการหาคุณภาพเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

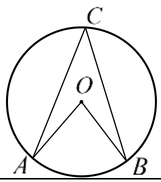
ผู้วิจัยได้ดำเนินการสร้างเครื่องมือที่ใช้ตามลำดับดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

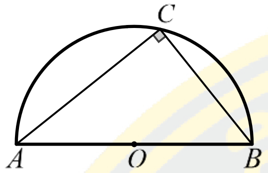
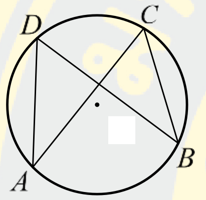
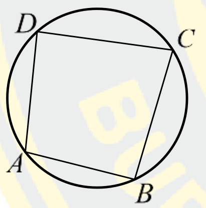
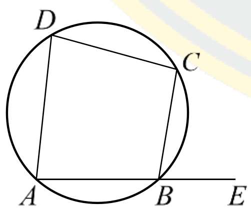
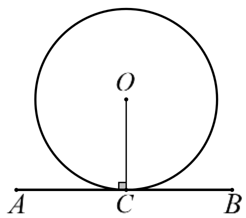
มีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพดังนี้

1.1 วิเคราะห์เนื้อหา และทำการเลือกเนื้อหา ผู้วิจัยเลือกเนื้อหาที่จะนำมาให้นักเรียนศึกษาโดยพิจารณาจากวัตถุประสงค์ เนื้อหาที่เลือกมานั้นจะต้องมีความตรงตามวัตถุประสงค์และมีนัยสำคัญต่อนักเรียน ซึ่งจากการวิเคราะห์ความต้องการและปัญหาที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยต้องการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ดังนั้นเนื้อหาที่จะใช้ในหลักสูตรได้แก่ ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม โดยผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ มีดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิจัยครั้งนี้

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
<u>มโนทัศน์ที่ 1</u> ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลาง จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
 จากรูป $A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$

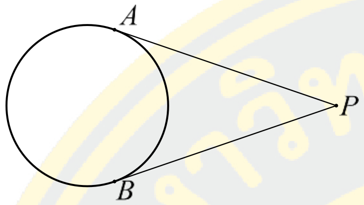
ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
<u>มโนทัศน์ที่ 2</u> มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก  จากรูป $A\hat{C}B = 90^\circ$
<u>มโนทัศน์ที่ 3</u> ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน  จากรูป $A\hat{D}B = A\hat{C}B$
<u>มโนทัศน์ที่ 4</u> ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180°  จากรูป $D\hat{A}B + B\hat{C}D = 180^\circ$ และ $A\hat{B}C + C\hat{D}A = 180^\circ$
<u>มโนทัศน์ที่ 5</u> ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะเท่ากับมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม  จากรูป $C\hat{B}E = A\hat{D}C$
<u>มโนทัศน์ที่ 6</u> เส้นสัมผัสวงกลมย่อมตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส  จากรูป $\overline{OC} \perp \overline{AB}$

ตารางที่ 3-1 (ต่อ)

<table>
<tr><th>มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์</th></tr>
<tr><td>

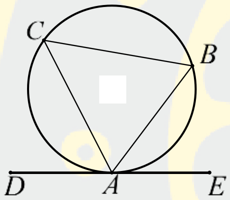
<u>มโนทัศน์ที่ 7</u> ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกันย่อมยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น



จากรูป $PA = PB$

</td></tr>
<tr><td>

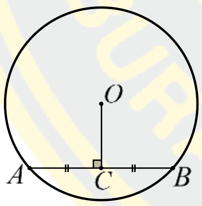
<u>มโนทัศน์ที่ 8</u> มุมที่เกิดขึ้นจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น



จากรูป $D\hat{A}C = A\hat{B}C$

</td></tr>
<tr><td>

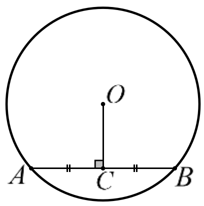
<u>มโนทัศน์ที่ 9</u> ถ้าส่วนของเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางแล้ว ส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด



จากรูป $\overline{AC} = \overline{BC}$

</td></tr>
<tr><td>

<u>มโนทัศน์ที่ 10</u> ถ้าส่วนของเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และแบ่งครึ่งคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางแล้ว ส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด



จากรูป $\overline{OC} \perp \overline{AB}$

</td></tr>
</table>

1.2 ผู้วิจัยจัดเรียงลำดับ (sequence) เนื้อหาที่คัดเลือกมาได้ โดยใช้เกณฑ์ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ ความต่อเนื่องของเนื้อหาและความยากของเนื้อหา อีกทั้งยังคำนึงถึงความเชื่อมโยงและการเน้น (focus) ให้เหมาะกับจุดมุ่งหมายของหลักสูตรที่จะสอนและระดับของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้จัดทำเนื้อหารายวิชาดังที่ระบุไว้ในตารางที่ 3-2

ตารางที่ 3-2 การวิเคราะห์แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ผลการเรียนรู้	**คาบที่**	**แผนที่**	**มโนทัศน์ที่สอน**	**จุดประสงค์การเรียนรู้**
มีความคิดรวบยอดในทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมและสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล	1	1. มุมที่จุดศูนย์กลาง	1	1. อธิบายทฤษฎีบทมุมที่จุดศูนย์กลางและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางได้อย่างสมเหตุสมผล
	2	2. มุมในครึ่งวงกลม	2	1. อธิบายทฤษฎีบทมุมในครึ่งวงกลมและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล
	3	3. มุมในส่วนโค้งของวงกลม	3	1. อธิบายทฤษฎีบทมุมในส่วนโค้งของวงกลมและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล
	4	4. รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	4	1. อธิบายทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล
	5	5. รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม (ต่อ)	5	1. อธิบายทฤษฎีบทรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล

ตารางที่ 3-2 (ต่อ)

ผลการเรียนรู้	คาบที่	แผนที่	มโนทัศน์ที่สอน	จุดประสงค์การเรียนรู้
มีความคิดรวบยอดในทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมและสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล	6	6. เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	6	1. อธิบายทฤษฎีบทเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีได้อย่างสมเหตุสมผล
	7	7. เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)	7	1. อธิบายทฤษฎีบทเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีได้อย่างสมเหตุสมผล
	8	8. เส้นสัมผัสและคอร์ด	8	1. อธิบายทฤษฎีบทเส้นสัมผัสและคอร์ดและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสและคอร์ดได้อย่างสมเหตุสมผล
	9	9. คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	9-10	1. อธิบายทฤษฎีบทคอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลมและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้ 2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล
	10-11	ทดสอบหลังเรียน		

1.3 ดำเนินการเขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้และเนื้อหาที่ใช้ในการทดลอง 9 ชั่วโมง จำนวน 9 แผนซึ่งโครงสร้างของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย

1.3.1 ผลการเรียนรู้

1.3.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

1.3.3 สาระสำคัญ

1.3.4 สาระการเรียนรู้

1.3.5 กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยร่วมกับคำถามระดับสูง

1.3.6 สื่อ และแหล่งการเรียนรู้

1.3.7 การวัดผลและประเมินผล

1.3.8 บันทึกหลังการใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น เสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อพิจารณา ตรวจสอบความถูกต้อง และความเหมาะสมของเนื้อหา การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล แล้วนำมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ โดยอาจารย์ที่ปรึกษาได้ปรับแก้ภาษาให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น และแก้คำที่พิมพ์ผิดในทุกแผน

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่แก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ โดยใช้แบบประเมินที่มีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประเมินค่า (Rating scale) 5 ระดับ ซึ่งกำหนดระดับคะแนนและข้อความเชิงนิมาน (Positive scale) ตามวิธีของ บุญชม ศรีสะอาด (2553, หน้า 160) ดังนี้

คะแนน 5 หมายถึง เห็นด้วยอย่างยิ่ง

คะแนน 4 หมายถึง เห็นด้วย

คะแนน 3 หมายถึง ไม่แน่ใจ

คะแนน 2 หมายถึง ไม่เห็นด้วย

คะแนน 1 หมายถึง ไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

จากนั้นหาค่าเฉลี่ยของคะแนน แล้วนำมาแปลความหมายตามเกณฑ์ของ บุญชม ศรีสะอาด (2553, หน้า 162) ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.51-5.00 หมายถึง มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.51-4.50 หมายถึง มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.51-3.50 หมายถึง มีความเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.51-2.50 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 0.00-1.50 หมายถึง มีความเหมาะสมน้อยที่สุด

ซึ่งผู้วิจัยเลือกให้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีความเหมาะสม สมควรนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ต้องมีค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินจากผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 3.51 ขึ้นไป นั่นคือมีความเหมาะสมระดับมากขึ้นไป ตามเกณฑ์ของ บุญชม ศรีสะอาด (2553, หน้า 162) ซึ่งพบว่าแต่ละแผนมีค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินจากผู้เชี่ยวชาญตั้งแต่ 4.67-4.71 (ภาคผนวก ค) แสดงว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสม สามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้

1.6 ปรับปรุงแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยมีการแก้ไขคำที่ผิดเพิ่มเติม ปรับตัวอย่างในใบกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนสามารถสังเกตุเห็นลักษณะร่วมจากแต่ละตัวอย่างได้ง่ายขึ้น และนำเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย มาใช้ประเมินความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนในการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด แล้วนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผ่านการแก้ไขแล้วไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง

1.7 หลังทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่าไม่สามารถดำเนินการจัดกิจกรรมได้เสร็จสิ้นภายในหนึ่งคาบเรียน ผู้วิจัยจึงได้ลดโจทย์ในทุกแบบฝึกหัดลงจาก 3 ข้อ เป็น 2 ข้อ และได้แก้คำที่ผิดในใบกิจกิจกรรมและแบบฝึกหัดเพิ่มเติม

1.8 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างเพื่อเก็บข้อมูลต่อไป

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เป็นข้อสอบแบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ใช้ในการทดสอบหลังเรียน มีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพดังนี้

2.1 ศึกษาหนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการวัดและประเมินผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

2.2 สร้างตารางวิเคราะห์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่สอนและเน้นวัดพฤติกรรมระดับความเข้าใจทุกข้อ ดังตารางที่ 3-3

ตารางที่ 3-3 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

สาระการเรียนรู้	**มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**	**จำนวนข้อสอบที่สร้าง**	**จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง**
มุมที่จุดศูนย์กลาง	ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลาง จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน	2	1
มุมในครึ่งวงกลม	มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก	2	1
มุมในส่วนโค้งของวงกลม	ในวงกลมเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน	2	1
รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	ผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180°	2	1
	ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะเท่ากับมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม	2	1
เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	เส้นสัมผัสวงกลมย่อมตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส	2	1
	ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	2	1
เส้นสัมผัสและคอร์ด	มุมที่เกิดขึ้นระหว่างเส้นสัมผัสจุดกับคอร์ด ย่อมเท่ากับมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้าม	2	1
คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	ถ้าส่วนของเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตั้งฉากกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางแล้ว ส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด	2	1
	ถ้าส่วนของเส้นตรงผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และแบ่งครึ่งคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางแล้ว ส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด	2	1
	รวม	**20**	**10**

2.3 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม แบบปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ผิดข้อละ 0 คะแนน

2.4 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข โดยอาจารย์ที่ปรึกษาได้ปรับแก้ภาษาให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น แก้คำที่พิมพ์ผิดในแต่ละข้อ และช่วยปรับโจทย์แต่ละข้อให้สามารถวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

2.5 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน (ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้) เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Congruence) จากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่ละข้อ โดยมีเกณฑ์ดังนี้ (รัตนะ บัวสนธ์, 2562, หน้า 64)

+1 หมายถึง เห็นด้วยว่าข้อคำถามนั้นวัดได้ตรงตามมโนทัศน์

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นวัดได้ตรงตามมโนทัศน์

-1 หมายถึง ไม่เห็นด้วยว่าข้อคำถามนั้นวัดได้ตรงตามมโนทัศน์

ซึ่งค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้โดยทั่วไปนั้นมีค่าไม่น้อยกว่า 0.5 โดยหลังจากเสนอแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ต่อผู้เชี่ยวชาญแล้วพบว่าค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.6-1.0 (ภาคผนวก ค)

2.6 ปรับปรุงแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยปรับรูปภาพในโจทย์บางข้อให้เห็นส่วนประกอบของวงกลมชัดเจนยิ่งขึ้น และปรับภาษาในโจทย์ให้เข้าใจง่ายขึ้น ดังนี้

- จาก “ภาพใดบ้างที่สามารถแสดงการหาค่า x ได้อย่างถูกต้อง” เป็น “ภาพใดแสดงการหาค่า x ได้ถูกต้อง”

- จาก “ข้อความใดบ้างที่ถูกต้อง” เป็น “ข้อความใดกล่าวถูกต้อง”

จากนั้นนำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

2.7 คัดเลือกข้อสอบ สำหรับแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ให้ครอบคลุมทุกมโนทัศน์ โดยนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่า

อำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2561, หน้า 86, 89) ซึ่งข้อสอบที่ผู้วิจัยเลือกมานั้นมีค่าความยากตั้งแต่ 0.50-0.60 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.50-0.80 (ภาคผนวก ค)

2.8 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อนั้น มาวิเคราะห์ค่าความเที่ยงแบบ Kuder-Richardson ด้วยสูตร KR-20 ซึ่งค่าความเที่ยงนั้นควรมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.7 (Nunnally & Bearden, 1994 อ้างถึงใน ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2561, หน้า 108) โดยผลการวิเคราะห์แสดงว่าแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ชุดนี้มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.79 (ภาคผนวก ค)

2.9 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างเพื่อเก็บข้อมูลต่อไป

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ใช้ในการทดสอบหลังเรียน มีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพดังนี้

3.1 ศึกษาหนังสือและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบอัตนัย การวัดและประเมินผลความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

3.2 สร้างตารางวิเคราะห์แบบทดสอบแบบอัตนัยเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ดังตารางที่ 3-4

ตารางที่ 3-4 การวิเคราะห์แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

สาระการเรียนรู้	**จุดประสงค์การเรียนรู้**	**จำนวนข้อสอบที่สร้าง**	**จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง**
มุมที่จุดศูนย์กลาง	ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล	2	1
มุมในครึ่งวงกลม	ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล	2	1
มุมในส่วนโค้งของวงกลม	ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมในส่วนโค้งของวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล	2	1
รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม	ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล	4	2

ตารางที่ 3-4 (ต่อ)

สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง
เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี	ให้เหตุผลประกอบคำตอบ โดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีได้อย่างสมเหตุสมผล	4	2
เส้นสัมผัสและคอร์ด	ให้เหตุผลประกอบคำตอบ โดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสและคอร์ดได้อย่างสมเหตุสมผล	2	1
คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม	ให้เหตุผลประกอบคำตอบ โดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับคอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลมได้อย่างสมเหตุสมผล	4	2
รวม		**20**	**10**

3.3 สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ตามตารางวิเคราะห์ข้อสอบ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย และกำหนดเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยปรับจากเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 116) สสวท. (2555 ข, หน้า 177) และ ศศิธร แม้นสงวน (2556, หน้า 270) เป็นดังตารางที่ 3-5

ตารางที่ 3-5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัย

ระดับคะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
3 (ดีมาก)	คำตอบถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์
2 (ดี)	- คำตอบถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน

ตารางที่ 3-5 (ต่อ)

ระดับคะแนน/ความหมาย	ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น
	- คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์
1 (พอใช้)	- คำตอบถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลอยู่บางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	คำตอบไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล หรือไม่มีร่องรอยการตอบ

3.4 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จแล้วเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม และนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไข โดยอาจารย์ที่ปรึกษาได้ปรับแก้ภาษาให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น และแก้คำที่พิมพ์ผิดในแต่ละข้อ

3.5 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่แก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 5 คน (ผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับที่ตรวจแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้) เพื่อวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Congruence) จากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่ละข้อ โดยมีเกณฑ์ดังนี้ (รัตนะ บัวสนธ์, 2562, หน้า 64)

+1 หมายถึง เห็นด้วยว่าข้อคำถามนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อคำถามนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

-1 หมายถึง ไม่เห็นด้วยว่าข้อคำถามนั้นวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้

ซึ่งค่าดัชนีความสอดคล้องที่ยอมรับได้โดยทั่วไปนั้นมีค่ามากกว่า 0.5 เป็นต้นไป โดยหลังจากเสนอแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ต่อผู้เชี่ยวชาญแล้วพบว่าค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าตั้งแต่ 0.8-1.0 (ภาคผนวก ค)

3.6 ปรับปรุงแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยปรับรูปภาพในโจทย์บางข้อให้เห็นส่วนประกอบของวงกลมชัดเจนยิ่งขึ้น นำความยาวของส่วนของเส้นตรงที่แสดงไว้ในรูปมาเขียนเป็นคำอธิบายในโจทย์แทน และปรับภาษาในโจทย์ เช่น จาก “จากภาพจงหาค่า x พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น” เป็น “จากภาพจงหาขนาดของ $F\hat{C}B$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น” จากนั้นนำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับปรุงแล้ว ไปทดลองใช้ (Try-out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นกลุ่มเดียวกับที่ทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อหาคุณภาพของแบบทดสอบ

3.7 คัดเลือกข้อสอบ สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ให้ครอบคลุมทุกจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยนำผลการทดสอบมาวิเคราะห์เป็นรายข้อเพื่อหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ แล้วคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.20-.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2561, หน้า 86, 89) ซึ่งข้อสอบที่ผู้วิจัยเลือกมานั้นมีค่าความยากตั้งแต่ 0.42-0.63 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.27-0.57 (ภาคผนวก ค)

3.8 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อนั้น มาวิเคราะห์ค่าความเที่ยงโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของ Cronbach ซึ่งค่าความเที่ยงนั้นควรมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.7 (Nunnally & Bearden, 1994 อ้างถึงใน ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2561, หน้า 108) โดยผลการวิเคราะห์แสดงว่าแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ชุดนี้มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.81 (ภาคผนวก ค)

3.9 นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่คัดเลือกแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างเพื่อเก็บข้อมูลต่อไป

การเก็บรวบรวมข้อมูล

แบบแผนการวิจัย

แบบแผนการวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ แบบแผนกลุ่มเดียวทดสอบหลัง (One Group Posttest Only Design) ที่เลือกกลุ่มทดลองเพียงกลุ่มเดียว มีการให้สิ่งทดลองกับกลุ่มทดลองและทำการสังเกตหรือวัดตัวแปรตามหลังจากให้สิ่งทดลอง (ไพศาล วรคำ, 2559, หน้า 141)

ตารางที่ 3-6 แบบแผนการวิจัยแบบกลุ่มเดียวทดสอบหลัง (One Group Posttest Only Design)

กลุ่ม	สิ่งทดลอง	ทดสอบหลัง
E	*X*	*O*

เมื่อ *E* แทน กลุ่มทดลอง (Experiment group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

O แทน การทดสอบหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

การดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการทดลอง ดังนี้

1. ชี้แจงนักเรียนกลุ่มตัวอย่างให้มีความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เพื่อให้นักเรียนสามารถปฏิบัติตนได้ถูกต้อง

2. ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับกลุ่มตัวอย่างด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นเวลา 9 คาบ

3. หลังจากดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนเสร็จเรียบร้อยแล้ว ใช้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เพื่อวัดมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้เวลา 1 คาบ ต่อ 1 การทดสอบ

4. ตรวจแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม แล้วให้คะแนนมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ผลทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐาน

การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งในเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. วิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ เปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยการใช้สถิติทดสอบซี

1.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อซึ่งแสดงถึงมโนทัศน์ในข้อนั้น ๆ มาจำแนกนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ตอบถูก และกลุ่มที่ตอบผิด แล้วนำเสนอข้อมูลในเชิงพรรณนาความ เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2. วิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ เปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยการใช้สถิติทดสอบซี

2.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาจำแนกรูปแบบการตอบของนักเรียนเป็น 4 แบบ ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำเสนอในเชิงพรรณนาความ เพื่อศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

1. สถิติพื้นฐาน

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2556 , หน้า 42)

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

เมื่อ $\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มตัวอย่าง

X_i แทน คะแนนแต่ละค่า

n แทน จำนวนสมาชิกของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มนั้น

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้ (บุญชม ศรีสะอาด, 2556, หน้า 68)

$$S = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

เมื่อ S แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนกลุ่มตัวอย่าง

2. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

2.1 การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง IOC (Index of Congruence) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้ (รัตนะ บัวสนธ์, 2562, หน้า 64)

$$IOC = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} R_i}{n_0}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามข้อนั้น ๆ

$\sum_{i=1}^{n} R_i$ แทน ผลรวมความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญในแต่ละข้อคำถาม

n_0 แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

สำหรับข้อ 2.2-2.6 ผู้วิจัยจะแบ่งกลุ่มนักเรียนตามการแบ่งของ ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง (2561, หน้า 84) โดยเรียงคะแนนในการทดสอบของนักเรียนจากน้อยไปมาก แล้วทำการแบ่งกลุ่มจากจำนวนร้อยละของนักเรียนโดยใช้เทคนิค 27% เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ข้อมูล

2.2 การหาค่าความยากของข้อสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ (p) สำหรับแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้ (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2561, หน้า 83-84)

$$p = \frac{H + L}{N_H + N_L}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

H แทน จำนวนคนกลุ่มสูงที่ตอบถูก

L แทน จำนวนคนกลุ่มต่ำที่ตอบถูก

N_H แทน จำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มสูง

N_L แทน จำนวนนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มต่ำ

2.3 การหาค่าความยากของข้อสอบอัตนัย (p) สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้ (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2561, หน้า 85)

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{N_H} H_i + \sum_{i=1}^{N_L} L_i}{I \times (N_H + N_L)}$$

เมื่อ $\sum_{i=1}^{N_H} H_i$ แทน คะแนนรวมของคนกลุ่มสูงที่ตอบถูก

$\sum_{i=1}^{N_L} L_i$ แทน คะแนนรวมของคนกลุ่มต่ำที่ตอบถูก

I แทน คะแนนเต็มในการทดสอบครั้งนั้น

2.5 การหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบปรนัย ชนิดเลือกตอบ (r) สำหรับแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้ (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง, 2561 , หน้า 88)

$$r = \frac{H}{N_H} - \frac{L}{N_L}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

2.6 การหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบอัตนัย (r) สำหรับแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้ (ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง , 2561, หน้า 89)

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N_H} H_i - \sum_{i=1}^{N_L} L_i}{I \times \frac{(N_H + N_L)}{2}}$$

2.7 การหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ใช้สูตร KR-20 ของ Kuder and Richardson (1937, อ้างถึงใน รัตนะ บัวสนธ์, 2562, หน้า 75) คำนวณได้ดังนี้

$$KR-20 = \frac{k}{k-1}\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} p_i q_i}{S_t^2}\right]$$

เมื่อ $KR-20$ แทน ค่าความเที่ยง Kuder-Richardson

k แทน จำนวนข้อคำถาม

p_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบถูกในข้อที่ i

q_i แทน สัดส่วนของผู้ตอบผิดในข้อที่ i $(1 - p_i)$

S_t^2 แทน ความแปรปรวนคะแนนรวม

2.8 การหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของ Cronbach (1951, อ้างถึงใน รัตนะ บัวสนธ์, 2562 , หน้า 77) คำนวณได้จากสูตรต่อไปนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S_t^2}\right]$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงแบบสัมประสิทธิ์แอลฟา

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนแต่ละข้อคำถาม

3. สถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยการใช้สถิติทดสอบซี เนื่องจากขนาดของกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมากกว่า 30 คน ซึ่งมีสูตรในการคำนวณดังนี้ (กัลยา วานิชย์บัญชา, 2561 , หน้า 69)

$$z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

เมื่อ z แทน ค่าสถิติทดสอบซี

μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยของประชากรที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เพื่อศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีการนำเสนอผลการวิจัยดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

สำหรับการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน ผู้วิจัยจึงกำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

z	แทน	ค่าสถิติทดสอบซี
μ_0	แทน	ค่าเฉลี่ยของประชากรที่ใช้เป็นเกณฑ์ (ร้อยละ 70)
$\overline{X}$	แทน	ค่าเฉลี่ยของคะแนนกลุ่มตัวอย่าง
n	แทน	จำนวนสมาชิกของกลุ่มตัวอย่าง
S	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนกลุ่มตัวอย่าง
p	แทน	ระดับนัยสำคัญทางสถิติ
*	แทน	มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้แบ่งการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

หลังตรวจแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือคำตอบที่ถูกข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ผิดข้อละ 0 คะแนน ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยการใช้สถิติทดสอบซี ซึ่งมีผลปรากฏดังตารางที่ 4-1

ตารางที่ 4-1 ผลการเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เรื่อง วงกลม กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	**คะแนนเต็ม**	μ_0 **(ร้อยละ 70)**	$\overline{X}$	S	z	p
คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	36	10	7	7.94	1.77	3.19*	0.001

$*p < 0.05$

จากตารางที่ 4-1 จะเห็นว่า คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 7.94 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 79.4 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.77 คะแนน ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้นำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อซึ่งแสดงถึงมโนทัศน์ในข้อนั้น ๆ มาจำแนกนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่ตอบถูกและกลุ่มที่ตอบผิด ซึ่งมีผลปรากฏดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ผลการจำแนกกลุ่มนักเรียนตามการตอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

มโนทัศน์ที่	**จำนวนนักเรียน (คน)**		**คะแนนรวม**	**ร้อยละของ**
	กลุ่มที่ตอบถูก	**กลุ่มที่ตอบผิด**	**(36)**	**คะแนน**
1	32	4	32	88.89
2	27	9	27	75.00
3	30	6	30	83.33
4	25	11	25	69.44
5	30	6	30	83.33
6	32	4	32	88.89
7	31	5	31	86.11

ตารางที่ 4-2 (ต่อ)

มโนทัศน์ที่	จำนวนนักเรียน (คน)		คะแนนรวม	ร้อยละของ
	กลุ่มที่ตอบถูก	กลุ่มที่ตอบผิด	(36)	คะแนน
8	25	11	25	69.44
9	26	10	26	72.22
10	28	8	28	77.78
คิดเป็นร้อยละ	79.17	20.83		

จากตารางที่ 4-2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ตอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ได้ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 79.17 โดยมโนทัศน์ที่นักเรียนตอบถูกมากที่สุดคือ มโนทัศน์ที่ 1 และ 6 (ตารางที่ 3-1, หน้า 63-65) คิดเป็นร้อยละ 88.89 รองลงมาคือ มโนทัศน์ที่ 7 คิดเป็นร้อยละ 86.11 และมโนทัศน์ที่ 3 และ 5 ที่มีจำนวนนักเรียนที่ตอบถูกเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 83.33 นอกจากนี้มีมโนทัศน์ที่นักเรียนตอบถูกน้อยกว่าร้อยละ 70 อยู่สองข้อ คือ มโนทัศน์ที่ 4 และ 8 ที่มีจำนวนนักเรียนที่ตอบถูกเท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 69.44 ตามลำดับ

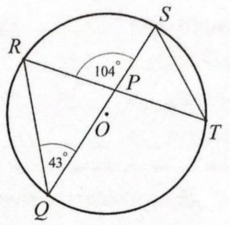
ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ตอบแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ข้อที่เป็นมโนทัศน์ที่ 4 และ 8 ได้ถูกต้องน้อยกว่าร้อยละ 70 ผู้วิจัยจึงได้วิเคราะห์ลักษณะการตอบแบบทดสอบของนักเรียนกลุ่มที่ตอบผิดในข้อที่ 4 และ 8 ซึ่งผลปรากฏว่า ในข้อที่ 4 นักเรียนที่เลือกตัวเลือกที่ผิดทั้งสามตัวเลือกแสดงถึงความเข้าใจของนักเรียนที่อาจผิดไปจากมโนทัศน์ที่ 4 ที่ว่า "ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลาง จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน" เป็น "มุมประชิดของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมมีขนาดรวมกันเท่ากับ 180 องศา" ส่วนในข้อที่ 8 นักเรียนส่วนมากตอบตัวเลือก ข. แสดงว่านักเรียนอาจมีความเข้าใจผิดจากมโนทัศน์ที่ 8 ที่ว่า "มุมที่เกิดขึ้นจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัส จะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น" เป็น " $F\hat{B}C = B\hat{C}D$ และ $J\hat{D}B = C\hat{B}D$ เพราะเป็นมุมแย้ง" หรือ " $F\hat{B}C = B\hat{C}D$ และ $J\hat{D}B = C\hat{B}D$ เพราะดูเหมือนมีขนาดเท่ากัน"

อีกทั้งผลลัพธ์จากตารางที่ 4-2 และผลการวิเคราะห์ลักษณะการตอบแบบทดสอบยังสอดคล้องกับผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ดังนี้

ในช่วงแรก (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-3) ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามระดับสูงให้อธิบายเพื่อทบทวนมโนทัศน์ที่ 1 ซึ่งได้สอนนักเรียนแล้วในคาบแรกและ

เป็นความรู้ที่ต้องใช้เป็นพื้นฐานในคาบที่ 2 และ 3 มีคำถามที่ใช้เช่น “จากวงกลม P ที่มี $E\hat{F}G = 80^{\circ}$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม ถามว่า $E\hat{P}G$ มีขนาดเท่าไร จงอธิบาย” ซึ่งมีนักเรียนเพียงบางส่วนที่สามารถตอบคำถามได้ถูกต้องว่า “ $E\hat{P}G = 160^{\circ}$ ” และมีนักเรียนจำนวนน้อยกว่ามากที่ตอบถูกด้วยมโนทัศน์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ โดยนักเรียนส่วนมากที่ตอบถูกจะอธิบายคำตอบด้วยมโนทัศน์ว่า “ $E\hat{P}G$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม และ $E\hat{F}G$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม ดังนั้น $E\hat{P}G = 2E\hat{F}G = 2\left(80^{\circ}\right) = 160^{\circ}$ ” ซึ่งมีมโนทัศน์ไม่ครบถ้วน ต่อมาผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตัวอย่างเกี่ยวกับวงกลมในใบกิจกรรมที่ 1-3 แล้วปฏิบัติตามคำสั่งข้อที่ 1 ซึ่งจะให้นักเรียนได้ลงมือวัดขนาดของมุมหรือส่วนของเส้นตรง แล้วนำข้อมูลที่ได้ไปเติมตารางประกอบกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างไว้ จากนั้นผู้วิจัยได้ใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบและวิเคราะห์ข้อมูลในตารางประกอบใบกิจกรรมนั้นเพื่อหาลักษณะร่วมที่เป็นส่วนย่อยของมโนทัศน์หรือข้อแตกต่างในแต่ละตัวอย่าง โดยมีคำถามที่ใช้เช่น คำถามให้เปรียบเทียบ “จากตารางประกอบใบกิจกรรมที่ 3 วงกลม A B และ C มีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร” ซึ่งนักเรียนส่วนมากตอบได้ในลักษณะที่คล้ายกันว่า “มีมุมในส่วนโค้งสองมุมรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน และมุมสองมุมมีขนาดเท่ากัน แต่วงกลมแต่ละวงมีจำนวนมุมในส่วนโค้งไม่เท่ากัน” และคำถามให้วิเคราะห์ “ถ้าครูสร้างมุมในส่วนโค้งของวงกลม A เพิ่มขึ้น โดยรองรับมุมนั้นด้วยส่วนโค้ง DE แล้วมุมที่ครูสร้างจะมีขนาดกี่องศา เพราะเหตุใด” ที่นักเรียนส่วนมากตอบได้ว่า “48 องศา” แต่กลับใช้มโนทัศน์ที่ไม่สมบูรณ์ในการตอบคำถามว่า “เพราะมุมในส่วนโค้งที่เกิดขึ้นอยู่ในวงกลมเดียวกันกับ $D\hat{G}E$ และ $D\hat{F}E$ จึงมีขนาดเท่ากัน” ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนได้ทบทวนลักษณะร่วมที่พบก่อนหน้านี้อีกครั้งด้วยคำถามระดับสูงให้เปรียบเทียบชุดเดิม กระทั่งนักเรียนสามารถตอบได้ว่า “48 องศา เพราะมุมในส่วนโค้งที่เกิดขึ้นรองรับด้วยส่วนโค้ง DE จึงมีขนาดเท่ากับ $D\hat{G}E$ และ $D\hat{F}E$ ” จากนั้นผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงให้สังเคราะห์เพื่อให้นักเรียนสร้างข้อสรุปจากลักษณะร่วมและข้อแตกต่างที่ได้รวมถึงข้อมูลที่ได้ใช้ตอบคำถามไป มีคำถามที่ใช้คือ “จากลักษณะเหมือนและแตกต่างกันที่นักเรียนพบทั้งหมด นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ในตารางประกอบกิจกรรม ได้ว่าอย่างไร” โดยนักเรียนส่วนมากยังสรุปมโนทัศน์ได้ไม่ครบถ้วนในครั้งแรก อาทิการสรุปมโนทัศน์ที่ 3 ของนักเรียนคือ “มุมในส่วนโค้งของวงกลมเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน” ซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงต้องใช้คำถามระดับสูงให้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ชุดเดิมซ้ำเพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนคำตอบของตนกระทั่งสามารถสร้างข้อสรุปเป็นมโนทัศน์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ได้ ต่อมาผู้วิจัยให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้มาแก้โจทย์เกี่ยวกับวงกลมเพื่อฝึกใช้มโนทัศน์ โดยนักเรียนจะได้เขียนแสดงมโนทัศน์ประกอบคำตอบด้วย เช่นการใช้มโนทัศน์แก้โจทย์ที่นักเรียนส่วนมากเขียนในส่วน “ทดลองทำ” ของใบกิจกรรมที่ 3 ดังภาพที่ 4-1

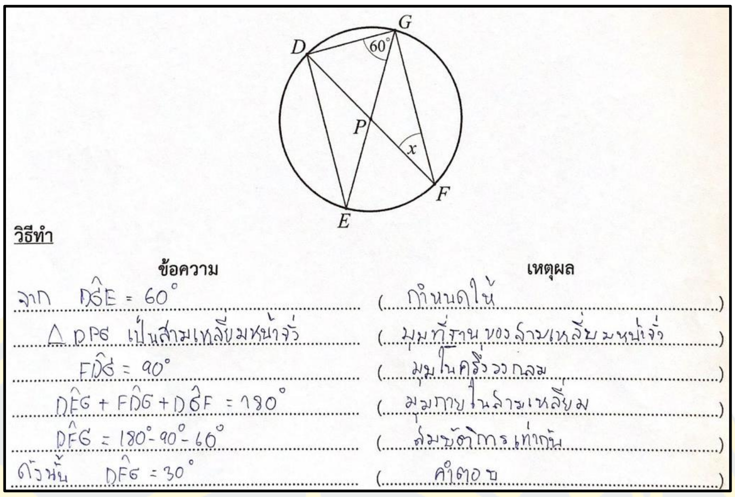
ทดลองทำ จงใช้ข้อสรุปของนักเรียนในการหาขนาดของ $P\hat{S}T$



ข้อความ	เหตุผล
จาก $R\hat{Q}S = 43^\circ$ และ $R\hat{P}S = 104^\circ$	(กำหนดให้)
$S\hat{P}T = 180^\circ - 104^\circ = 66^\circ$	(ผลรวมภายในของรูปสามเหลี่ยม)
$R\hat{T}S = 43^\circ$	(มุมในส่วนโค้งของวงกลมเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน)
$P\hat{S}T = 180^\circ - 66^\circ - 43^\circ = 71^\circ$	(ขนาดของมุมตรง)
$P\hat{S}T = 71^\circ$	(คำตอบ)

ภาพที่ 4-1 ภาพประกอบการพรรณนาการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (1)

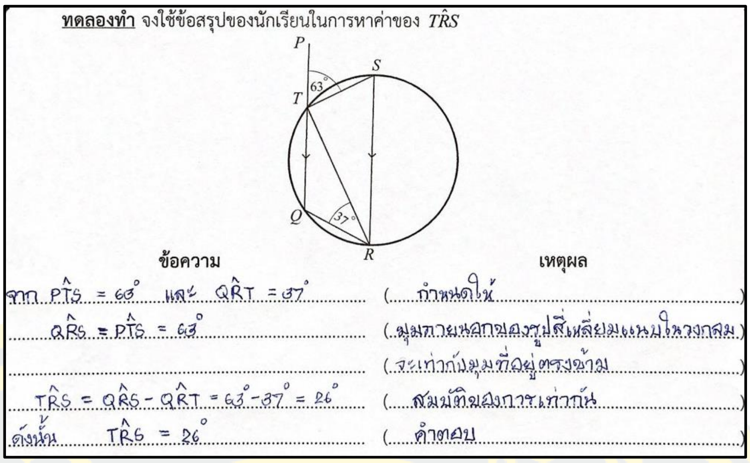
จากภาพที่ 4-1 จะเห็นว่า นักเรียนยังแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ผ่านการแก้โจทย์ได้ไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนนำความรู้เก่าที่ว่า “มุมตรงมีขนาด 180 องศา” และ “ผลรวมขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมมีค่าเท่ากับ 180 องศา” และมโนทัศน์ที่ 3 มาใช้แก้โจทย์อย่างไม่ถูกต้อง หลังจากนั้นผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบการวางแผนการพิสูจน์แต่ละรูป แล้ววิเคราะห์ข้อเปรียบเทียบที่ตนพบโดยใช้มโนทัศน์เดิมที่ตนมี ซึ่งนักเรียนสามารถหาข้อเปรียบเทียบได้ครบถ้วน ทว่านักเรียนมีการตอบคำถามให้วิเคราะห์ เช่น จากที่จะพิสูจน์ว่า “ $A\hat{C}B = A\hat{D}B$ ” โดยกำหนดให้ “จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มีจุด A B C และ D อยู่บนเส้นรอบวงตามลำดับ” และนักเรียนหาข้อเปรียบเทียบจากการเปรียบเทียบการวางแผนการพิสูจน์สองข้อได้แล้วว่าในข้อที่สองมีการลาก $\overline{AO}$ และ $\overline{BO}$ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามระดับสูงให้วิเคราะห์ว่า “เพราะเหตุใดขนาดของ $A\hat{O}B$ จึงมีค่าเท่ากับ $2A\hat{D}B$ และขนาดของ $A\hat{O}B$ จึงมีค่าเท่ากับ $2A\hat{C}B$ ” ซึ่งนักเรียนต้องใช้มโนทัศน์ที่ 1 ในการตอบคำถาม แต่นักเรียนส่วนมากจะตอบคำถามด้วยมโนทัศน์ที่ถูกต้องไม่ได้ในทันที โดยในครั้งแรกนักเรียนตอบว่า “เพราะ $A\hat{O}B$ $A\hat{D}B$ และ $A\hat{C}B$ รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน” ทำให้ผู้วิจัยต้องใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนอธิบายมโนทัศน์ที่ 1 ก่อน นักเรียนจึงสามารถตอบคำถามนี้ได้ และตอบคำถามระดับสูงที่ให้อธิบายขั้นตอนการพิสูจน์แต่ละขั้นได้จนเสร็จสิ้นการพิสูจน์ หลังจากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนนำมโนทัศน์ที่ได้สรุปและผ่านการพิสูจน์แล้วมาเขียนแสดงการแก้โจทย์เกี่ยวกับวงกลมในแบบฝึกหัด เช่น ตัวอย่างการทำแบบฝึกหัดที่ 2 ของนักเรียนส่วนมาก ดังภาพที่ 4-2



ภาพที่ 4-2 ภาพประกอบการพรรณนาการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (2)

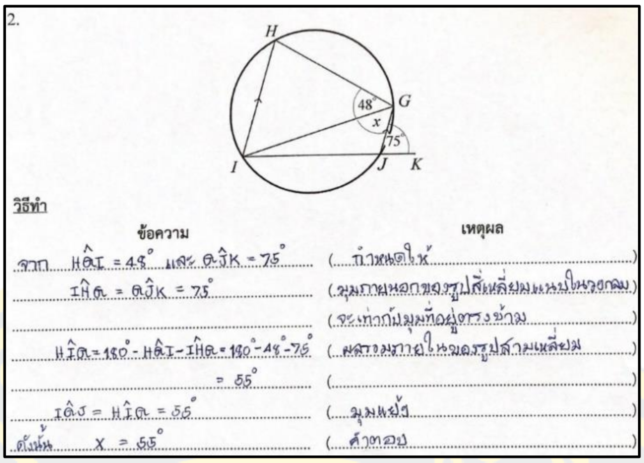
จากภาพที่ 4-2 จะเห็นว่านักเรียนส่วนมากยังแสดงมโนทัศน์ผ่านการแก้โจทย์ข้อนี้ได้ไม่ถูกต้อง สอดคล้องกับช่วงที่ฝึกทำโจทย์ในส่วน “ทดลองทำ” ในภาพที่ 4-1 โดยนักเรียนยังนำความรู้เก่าได้แก่ “มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน” “ผลรวมขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมมีค่าเท่ากับ 180 องศา” รวมถึงมโนทัศน์ที่ 1 และ 2 มาใช้แก้โจทย์ร่วมกันไม่ได้

ในช่วงที่สอง (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4-6) จากที่ผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนอธิบายมโนทัศน์เก่า เช่น “ถ้า $\square ABCD$ แนบอยู่ในวงกลมวงหนึ่ง แล้ว $A\hat{B}C + A\hat{D}C$ มีค่าเท่าใด จงอธิบาย” ซึ่งนักเรียนส่วนมากตอบคำถามนี้ได้ถูกต้องว่า “ $A\hat{B}C + A\hat{D}C = 180^\circ$ ” ทว่ากลับมีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ตอบคำถามด้วยมโนทัศน์ที่ถูกต้องว่า “ผลรวมของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180° ” แต่นักเรียนส่วนนี้ก็มีจำนวนมากกว่าในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ถึงกระนั้นนักเรียนส่วนมากกลับยังตอบคำถามด้วยมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้องว่า “ผลรวมของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180° ” ต่อมาหลังผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงให้สังเคราะห์แล้วนักเรียนส่วนมากสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ครบถ้วนตั้งแต่ครั้งแรก แต่ก็ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังสรุปมโนทัศน์ได้ไม่ครบถ้วน อาทิ สร้างข้อสรุปของมโนทัศน์ที่ 5 ที่นักเรียนสรุปว่า “มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน” ทำให้ผู้วิจัยยังต้องใช้คำถามระดับสูงให้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ในแผนการจัดกิจกรรมนั้น ๆ ซ้ำอีกครั้ง ทว่าครั้งนี้ใช้เวลาน้อยกว่าในช่วงแรกนักเรียนก็สามารถสรุปมโนทัศน์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ได้ จากนั้นนักเรียนได้ฝึกทำโจทย์ในส่วน “ทดลองทำ” อาทิ จากใบกิจกรรมที่ 5 ดังภาที่ 4-3



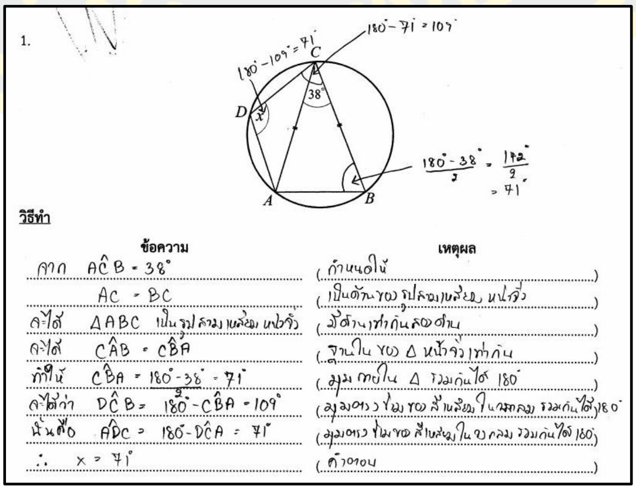
ภาพที่ 4-3 ภาพประกอบการพรรณนาการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (3)

จากภาพที่ 4-3 จะเห็นว่า นักเรียนส่วนมากสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและมีการแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลมที่เกือบสมบูรณ์และมีการแสดงวิธีแก้โจทย์ที่สามารถเข้าใจได้ แต่ก็ยังมีข้อผิดพลาดเล็กน้อยคือ นักเรียนยังเขียนแสดงมโนทัศน์ได้ไม่ครบถ้วน ทำให้ใจความของมโนทัศน์ที่ 5 ยังไม่สมบูรณ์ ซึ่งผลลัพธ์ในส่วนนี้เป็นไปในทิศทางเดียวกันกับการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตอบคำถามระดับสูงให้วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการเปรียบเทียบการวางแผนการพิสูจน์ของนักเรียน เช่น ในใบกิจกรรมที่ 5 กำหนดให้ “จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มีรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ แนบในวงกลม และมี $\overline{AE}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ถูกต่อออกไปนอกวงกลมจากด้าน $\overline{AB}$” ต้องการพิสูจน์ว่า “ $D\hat{A}E = B\hat{C}D$” ซึ่งคำถามระดับสูงให้วิเคราะห์ที่ใช้คือ “เพราะเหตุใด $D\hat{A}B$ จึงมีขนาดเท่ากับ $180^\circ - D\hat{C}B$” โดยนักเรียนส่วนมากตอบในลักษณะที่คล้ายกันว่า “เพราะ $D\hat{A}B$ เป็นมุมตรงข้ามกับ $D\hat{C}B$ ทำให้ $D\hat{A}B + D\hat{C}B = 180^\circ$ ดังนั้น $D\hat{A}B = 180^\circ - D\hat{C}B$” เป็นคำตอบที่มีมโนทัศน์ที่ 5 อยู่เกือบครบถ้วนแล้ว เพียงต้องเพิ่มเติมว่า “ $D\hat{A}B$ และ $D\hat{C}B$ เป็นมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกัน” สำหรับการทำแบบฝึกหัด อาทิ จากใบกิจกรรมที่ 5 ดังภาพที่ 4-4



ภาพที่ 4-4 ภาพประกอบการพรรณนาการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (4)

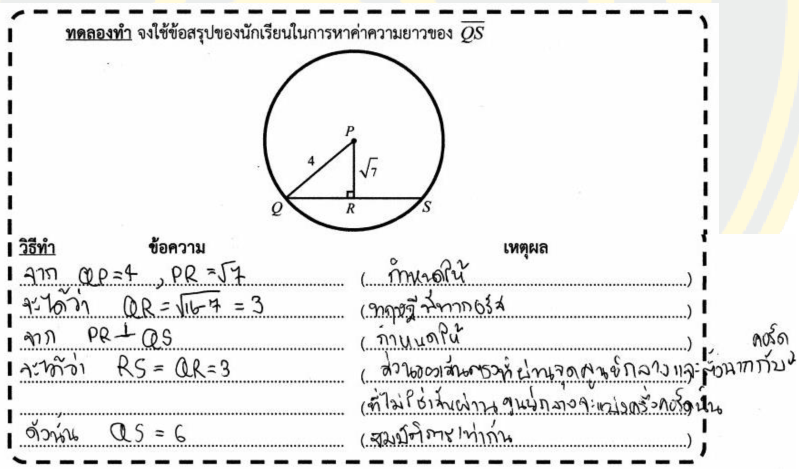
จากภาพที่ 4-4 จะเห็นว่านักเรียนยังไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้แต่มีการแสดงมโนทัศน์ผ่านการแก้โจทย์ข้อนี้ได้เกือบถูกต้องสมบูรณ์ นั่นคือนักเรียนมีการเขียนแสดงความเข้าใจของตนในมโนทัศน์ เรื่อง วงกลม ได้ถูกต้องและเป็นระบบมากกว่าในช่วงแรก เว้นแต่ในการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ที่นักเรียนใช้เวลานานในการสรุปมโนทัศน์ที่ 4 โดยนักเรียนส่วนมากสร้างข้อสรุปว่า “ผลรวมของขนาดของมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180° ” ทำให้ผู้วิจัยต้องทบทวนลักษณะย่อยของมโนทัศน์ที่ 4 กับนักเรียนอีกครั้งด้วยการใช้คำถามระดับสูงให้เปรียบเทียบและวิเคราะห์กระทั่งได้ข้อสรุปเป็นมโนทัศน์ที่สมบูรณ์ อีกทั้งการใช้มโนทัศน์ที่ 4 แก้โจทย์ของนักเรียน ดังภาพที่ 4-5



ภาพที่ 4-5 ภาพประกอบการพรรณนาการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (5)

จากภาพที่ 4-5 จะเห็นว่า นักเรียนมีความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องว่ามุมตรงข้ามของ $C\hat{B}A$ คือ $B\hat{A}D$ และ $A\hat{D}C$ เป็นมุมตรงข้ามของ $B\hat{A}D$ ทำให้นักเรียนมีข้อผิดพลาดในการใช้มโนทัศน์ที่ 4 ทำให้ใช้มโนทัศน์ที่ 4 ในการแก้โจทย์ผิด

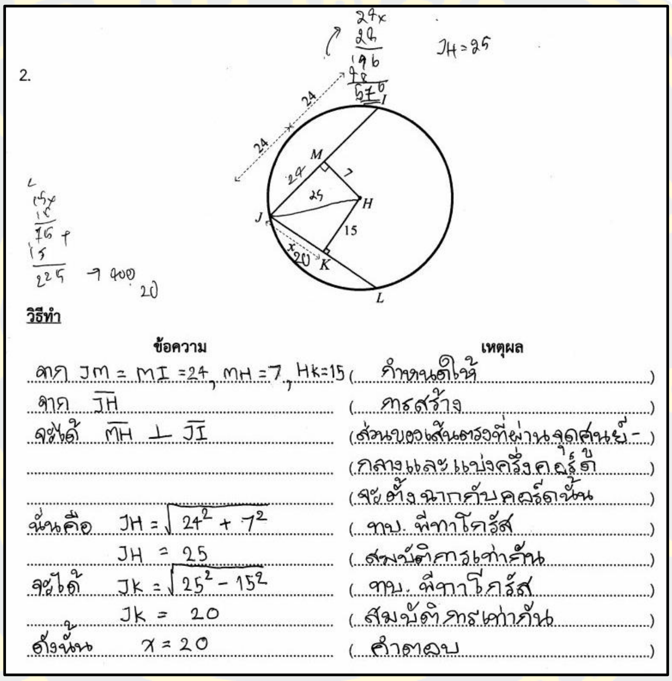
ในช่วงสุดท้าย (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7-9) จากที่ผู้วิจัยได้ใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนอธิบายมโนทัศน์เก่า เช่น “ถ้าวงกลม P มี $\overline{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด X แล้ว $A\hat{X}P$ และ $B\hat{X}P$ มีค่าเท่าใด จงอธิบาย” ซึ่งนักเรียนส่วนมากตอบคำถามนี้ได้และยังอธิบายมโนทัศน์ประกอบคำตอบได้ถูกต้องคือ “ $A\hat{X}P = B\hat{X}P = 90^\circ$ เนื่องจากเส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมนั้นที่จุดสัมผัส” สอดคล้องกับที่นักเรียนส่วนมากสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ครบถ้วนตั้งแต่ครั้งแรก โดยนักเรียนบางส่วนยังสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ถูกต้องครบถ้วนก่อนที่ผู้วิจัยจะใช้คำถามระดับสูงให้สังเคราะห์อีกด้วย แม้นักเรียนอีกบางส่วนจะยังสรุปมโนทัศน์ได้ไม่สมบูรณ์ในครั้งแรก แต่นักเรียนส่วนนี้ก็มีจำนวนน้อยกว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในช่วงที่ผ่านมาอย่างเห็นได้ชัด อีกทั้งนักเรียนส่วนมากยังสามารถแก้โจทย์ในส่วน “ทดลองทำ” ด้วยมโนทัศน์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ ดังตัวอย่างจากใบกิจกรรมที่ 9 ดังภาพที่ 4-6



ภาพที่ 4-6 ภาพประกอบการพรรณนาการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (6)

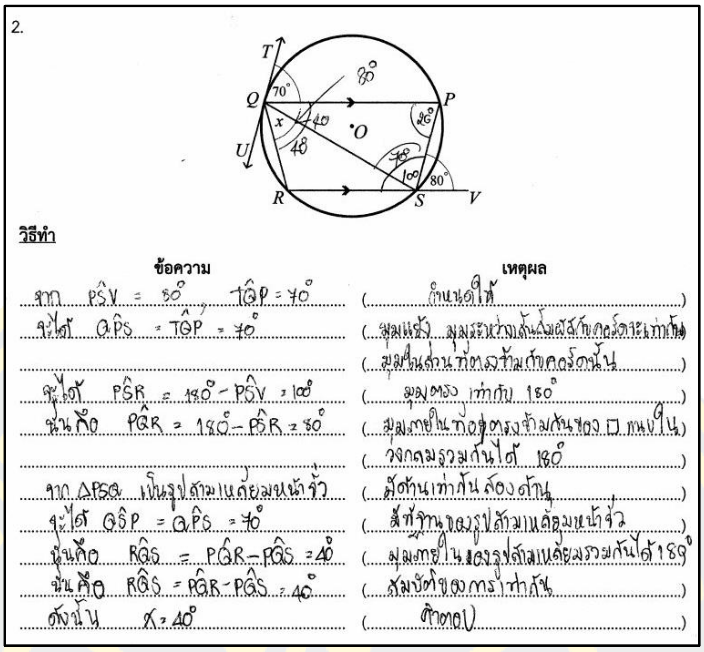
ซึ่งผลลัพธ์จากภาพที่ 4-6 ยังเป็นไปในทำนองเดียวกันกับการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการตอบคำถามระดับสูงให้วิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการเปรียบเทียบการวางแผนการพิสูจน์ เช่น ในใบกิจกรรมที่ 8 กำหนดให้ “จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มีจุด A B และ C อยู่บนเส้นรอบวงตามลำดับ และมี $\overleftrightarrow{DE}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด A” ต้องการพิสูจน์ว่า “ $D\hat{A}C = A\hat{B}C$ ” และนักเรียนหาข้อเปรียบเทียบจากการเปรียบเทียบการวางแผนการพิสูจน์ได้แล้วว่ามีการลากเส้นผ่านศูนย์กลาง AF ทำให้เกิด $A\hat{F}C$ ขึ้น ซึ่งคำถามระดับสูงให้

วิเคราะห์ที่ใช้คือ “เพราะเหตุใด $A\hat{F}C$ จึงมีขนาดเท่ากับ $A\hat{B}C$ และ เพราะเหตุใด $A\hat{C}F$ จึงเป็นมุมฉาก” โดยนักเรียนส่วนมากสามารถตอบคำถามด้วยมโนทัศน์ที่ถูกต้องสมบูรณ์ได้ว่า “เพราะ $A\hat{F}C$ และ $A\hat{B}C$ เป็นมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน และเพราะ $A\hat{C}F$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม” นอกจากนี้ในการทำแบบฝึกหัดนักเรียนส่วนมากยังสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้และมีการแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ผ่านการแก้โจทย์ได้เกือบถูกต้องครบถ้วน ดังตัวอย่างจากแบบฝึกหัดที่ 9 ในภาพที่ 4-7



ภาพที่ 4-7 ภาพประกอบการพรรณนาการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (7)

จากที่นักเรียนแสดงความเข้าใจในมโนทัศน์ผ่านการแก้โจทย์ได้เกือบถูกต้องครบถ้วน ซึ่งโจทย์ในแบบฝึกหัดส่วนมากมีความซับซ้อนกว่าโจทย์ในส่วน “ทดลองทำ” แม้จะมีลักษณะคล้ายกัน แต่นักเรียนยังต้องใช้เวลาที่จะฝึกฝนความชำนาญในการทำโจทย์เพิ่มขึ้น ทว่าในการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 นักเรียนส่วนมากยังมีความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ 8 ไม่ถูกต้อง ซึ่งมีลักษณะการใช้มโนทัศน์ที่ 8 ในการแก้โจทย์จากแบบฝึกหัดที่ 8 ดังภาพที่ 4-8



ภาพที่ 4-8 ภาพประกอบการพรรณนาการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (8)

จากภาพที่ 4-8 จะเห็นว่า นักเรียนมีความเข้าใจที่ผิดว่ามโนทัศน์ที่ 8 ทำให้ $T\hat{Q}P = Q\hat{P}S$ ซึ่งจากการสอบถามนักเรียน พบว่าสาเหตุเกิดจากนักเรียนสังเกตว่า $T\hat{Q}P$ และ $Q\hat{P}S$ มีขนาดใกล้เคียงกันทำให้เขียนว่า $T\hat{Q}P = Q\hat{P}S$ ซึ่งคล้ายกับมโนทัศน์ที่ได้เรียนไปพอดีจึงเขียนมโนทัศน์ที่ 8 ลงไปเป็นเหตุผลของข้อความนี้ และนักเรียนบางส่วนยังมีความเข้าใจว่ามโนทัศน์ที่ 8 คล้ายกับสมบัติของมุมแย้งที่มีขนาดเท่ากันและคิดว่า $T\hat{Q}P$ และ $Q\hat{P}S$ เป็นมุมแย้งจึงเขียนว่า $T\hat{Q}P = Q\hat{P}S$ และเขียนมโนทัศน์ที่ 8 ลงไปเป็นเหตุผล

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

หลังตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยใช้เกณฑ์คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยการใช้สถิติทดสอบซี ซึ่งผลปรากฏดังตารางที่ 4-3

ตารางที่ 4-3 ผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ย เรื่อง วงกลม กับเกณฑ์ร้อยละ 70

การทดสอบ	n	**คะแนนเต็ม**	μ_0 **(ร้อยละ 70)**	$\overline{X}$	S	z	p
คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	36	30	21	22.69	3.29	3.08*	0.001

$*p < 0.05$

จากตารางที่ 4-3 จะเห็นว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 22.69 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 75.63 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 3.29 คะแนน ซึ่งเมื่อทำการทดสอบสมมติฐาน พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2

นอกจากนี้ ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาจำแนกรูปแบบการตอบของนักเรียนเป็น 4 แบบ ตามเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งผลปรากฏดังตารางที่ 4-4

ตารางที่ 4-4 ผลการจำแนกรูปแบบการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียน

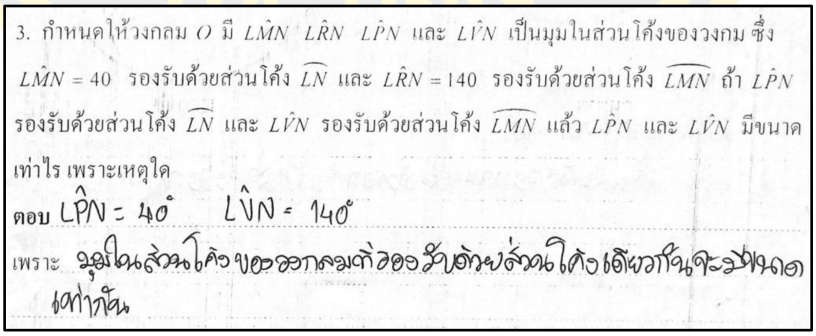
ข้อที่	**จำนวนนักเรียน (คน)**				**คะแนนรวม (108)**	**ร้อยละของคะแนน**
	3 (ดีมาก)	**2 (ดี)**	**1 (พอใช้)**	**0 (ต้องปรับปรุง)**		
1	24	10	1	1	93	86.11
2	18	7	11	0	79	73.15
3	14	16	4	2	78	72.22
4	11	17	8	0	75	69.44
5	19	11	5	1	84	77.78

ตารางที่ 4-5 (ต่อ)

ข้อที่	จำนวนนักเรียน (คน)				คะแนนรวม (108)	ร้อยละของคะแนน
	3 (ดีมาก)	2 (ดี)	1 (พอใช้)	0 (ต้องปรับปรุง)		
6	24	8	3	1	91	84.26
7	21	10	5	0	88	81.48
8	12	15	8	1	74	68.52
9	11	19	6	0	77	71.30
10	15	13	7	1	78	72.22
คิดเป็นร้อยละ	46.94	35.00	16.11	1.94		

จากตารางที่ 4-4 พบว่า รูปแบบการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่พบส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีมาก คิดเป็นร้อยละ 46.94 รองลงมาอยู่ในระดับดี ระดับพอใช้ และระดับต้องปรับปรุง คิดเป็นร้อยละ 35.00 16.11 และ 1.94 ตามลำดับ โดยมีรายละเอียดและตัวอย่างการตอบแบบทดสอบของนักเรียนในแต่ละรูปแบบ ดังนี้

รูปแบบการตอบระดับดีมาก (3 คะแนน) เป็นรูปแบบการตอบที่แสดงว่านักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์ ดังตัวอย่างในภาพที่ 4-9



3. กำหนดให้วงกลม O มี $L\hat{M}N$ $L\hat{R}N$ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกม ซึ่ง $L\hat{M}N = 40$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LN}$ และ $L\hat{R}N = 140$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LMN}$ ถ้า $L\hat{P}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LN}$ และ $L\hat{V}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LMN}$ แล้ว $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด

ตอบ $L\hat{P}N = 40^\circ$ $L\hat{V}N = 140^\circ$

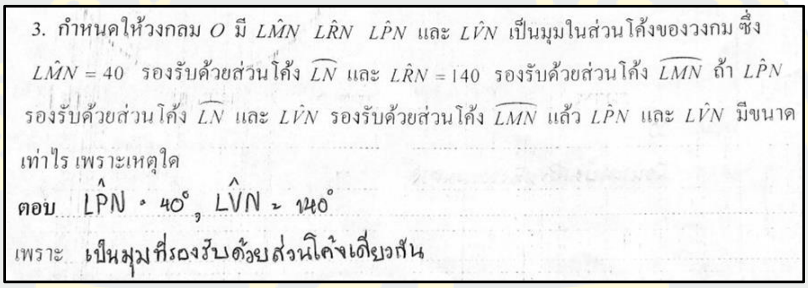
เพราะ มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

ภาพที่ 4-9 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนที่จัดเป็นรูปแบบการตอบระดับดีมาก

จากภาพที่ 4-9 จะเห็นว่าคำตอบของนักเรียนคือ “ $L\hat{P}N = 40^{\circ}$ $L\hat{V}N = 140^{\circ}$ ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลประกอบว่า “มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน” ซึ่งใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์

รูปแบบการตอบระดับดี (2 คะแนน) แบ่งเป็น 2 กรณี ได้แก่

กรณีที่ 1 รูปแบบการตอบที่แสดงว่านักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน ดังตัวอย่างในภาพที่ 4-10



3. กำหนดให้วงกลม O มี $L\hat{M}N$ $L\hat{R}N$ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกม ซึ่ง $L\hat{M}N = 40$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overparen{LN}$ และ $L\hat{R}N = 140$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overparen{LMN}$ ถ้า $L\hat{P}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overparen{LN}$ และ $L\hat{V}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overparen{LMN}$ แล้ว $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด

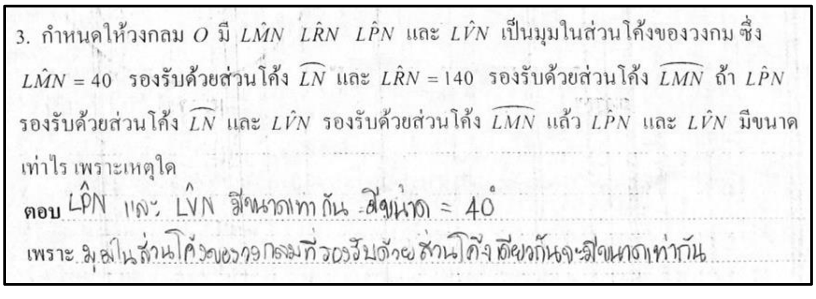
ตอบ $L\hat{P}N = 40^{\circ}$, $L\hat{V}N = 140^{\circ}$

เพราะ เป็นมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ภาพที่ 4-10 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนที่จัดเป็นรูปแบบการตอบระดับดี กรณีที่ 1

จากภาพที่ 4-10 จะเห็นว่าคำตอบของนักเรียนคือ “ $L\hat{P}N = 40^{\circ}$, $L\hat{V}N = 140^{\circ}$ ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบว่า “เป็นมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน” ซึ่งเป็นการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน เนื่องจากนักเรียนไม่ได้ระบุว่า “มุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันนั้นเป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม”

กรณีที่ 2 รูปแบบการตอบที่แสดงว่านักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์ ดังตัวอย่างในภาพที่ 4-11



3. กำหนดให้วงกลม O มี $L\hat{M}N$ $L\hat{R}N$ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกม ซึ่ง $L\hat{M}N = 40$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overparen{LN}$ และ $L\hat{R}N = 140$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overparen{LMN}$ ถ้า $L\hat{P}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overparen{LN}$ และ $L\hat{V}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overparen{LMN}$ แล้ว $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด

ตอบ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่ากัน มีขนาด = 40°

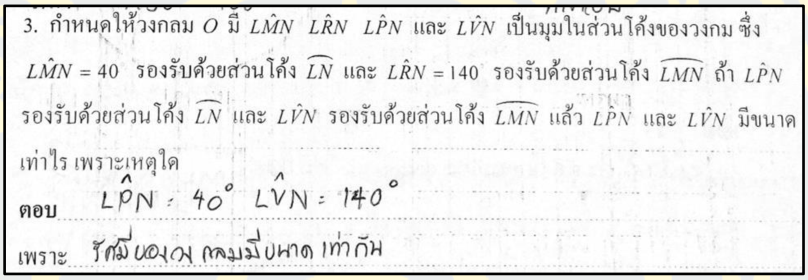
เพราะ มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

ภาพที่ 4-11 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนที่จัดเป็นรูปแบบการตอบระดับดี กรณีที่ 2

จากภาพที่ 4-11 จะเห็นว่าคำตอบของนักเรียนคือ “ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่ากัน มีขนาด $= 40^\circ$ ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนมีการแสดงเหตุผลประกอบว่า “มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน” ซึ่งเป็นการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์

รูปแบบการตอบระดับพอใช้ (1 คะแนน) แบ่งเป็น 2 กรณี ได้แก่

กรณีที่ 1 รูปแบบการตอบที่แสดงว่านักเรียนสามารถตอบคำถามได้ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล ดังตัวอย่างในภาพที่ 4-12



3. กำหนดให้วงกลม O มี $L\hat{M}N$ $L\hat{R}N$ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกม ซึ่ง $L\hat{M}N = 40$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LN}$ และ $L\hat{R}N = 140$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LMN}$ ถ้า $L\hat{P}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LN}$ และ $L\hat{V}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LMN}$ แล้ว $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด

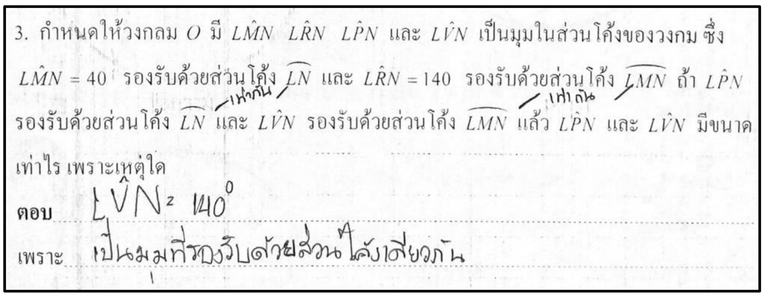
ตอบ $L\hat{P}N : 40^\circ$ $L\hat{V}N : 140^\circ$

เพราะ รัศมีของวง กลมมีขนาด เท่ากัน

ภาพที่ 4-12 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนที่จัดเป็นรูปแบบการตอบระดับพอใช้ กรณีที่ 1

จากภาพที่ 4-12 จะเห็นว่าคำตอบของนักเรียนคือ “ $L\hat{P}N = 40^\circ$ $L\hat{V}N = 140^\circ$ ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง แต่นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบว่า “รัศมีของวงกลมมีขนาดเท่ากัน” ซึ่งเป็นการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล

กรณีที่ 2 รูปแบบการตอบที่แสดงว่านักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลอยู่บางส่วน ดังตัวอย่างในภาพที่ 4-13



3. กำหนดให้วงกลม O มี $L\hat{M}N$ $L\hat{R}N$ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกม ซึ่ง $L\hat{M}N = 40$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LN}$ และ $L\hat{R}N = 140$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LMN}$ ถ้า $L\hat{P}N$ เท่ากัน รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LN}$ และ $L\hat{V}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\overset{\frown}{LMN}$ เท่ากัน แล้ว $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด

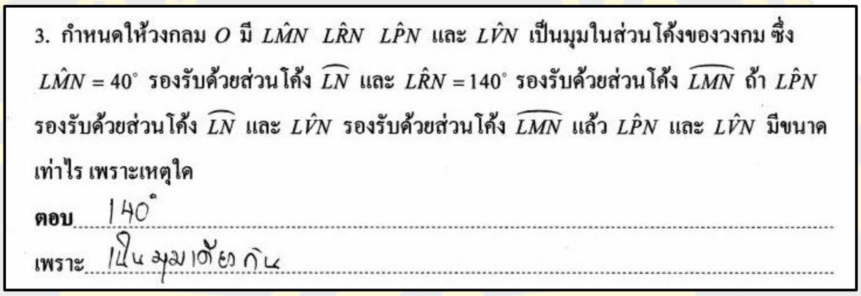
ตอบ $L\hat{V}N = 140^\circ$

เพราะ เป็นมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ภาพที่ 4-13 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนที่จัดเป็นรูปแบบการตอบระดับพอใช้ กรณีที่ 2

จากภาพที่ 4-13 จะเห็นว่าคำตอบของนักเรียนคือ “ $L\hat{V}N = 140^{\circ}$ ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ยังไม่ครบถ้วนถือว่าเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนแสดงเหตุผลประกอบว่า “เป็นมุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน” ซึ่งเป็นการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน

รูปแบบการตอบระดับต้องปรับปรุง (0 คะแนน) เป็นรูปแบบการตอบที่แสดงว่านักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องและมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล หรือไม่มีร่องรอยการตอบ ดังตัวอย่างในภาพที่ 4-14



3. กำหนดให้วงกลม O มี $L\hat{M}N$ $L\hat{R}N$ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกม ซึ่ง $L\hat{M}N = 40^{\circ}$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\widehat{LN}$ และ $L\hat{R}N = 140^{\circ}$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\widehat{LMN}$ ถ้า $L\hat{P}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\widehat{LN}$ และ $L\hat{V}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง $\widehat{LMN}$ แล้ว $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด

ตอบ 140°

เพราะ เป็นมุมเดียวกัน

ภาพที่ 4-14 ตัวอย่างการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนที่จัดเป็นรูปแบบการตอบระดับต้องปรับปรุง

จากภาพที่ 4-14 จะเห็นว่าคำตอบของนักเรียนคือ “ 140° ” ซึ่งเป็นคำตอบที่ไม่ถูกต้อง และนักเรียนยังแสดงเหตุผลประกอบว่า “เป็นมุมเดียวกัน” ซึ่งเป็นการใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล

ทั้งนี้จากตารางที่ 4-5 จะเห็นว่านักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ในข้อที่ 4 และ 8 น้อยกว่าร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละ 69.44 และ 68.52 ตามลำดับ ซึ่งการตรวจแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ในข้อที่ 4 และ 8 ที่นักเรียนทำแสดงให้เห็นว่า นักเรียนบางส่วนตอบคำถามไม่ถูกต้อง และเขียนแสดงเหตุผลด้วยมโนทัศน์ที่ 4 และ 8 อย่างไม่สมเหตุสมผลและไม่สมบูรณ์ หรือไม่มีการแสดงเหตุผลด้วยมโนทัศน์ที่ 4 และ 8 โดยผลลัพธ์ที่ได้นี้สอดคล้องกับผลลัพธ์จากตารางที่ 4-2 ที่ว่านักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ที่ 4 และ 8 ต่ำกว่าร้อยละ 70 อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการศึกษาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ดังนี้

ในช่วงแรก (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1-3) จากการใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนอธิบายความรู้เก่าของตนพบว่า นักเรียนส่วนมากสามารถระลึกถึงความรู้เก่าของตนได้เพียงเล็กน้อย ไม่ใช่สมบัติ ทฤษฎี และความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สมบูรณ์ เช่น ผู้วิจัยกำหนดวงกลมให้นักเรียนสองรูปคือ วงกลม A ที่บรรจุมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม $B\hat{A}C$ ไว้ และวงกลม D ที่บรรจุมุมในส่วนโค้งของวงกลม $E\hat{F}G$ ไว้ จากนั้นใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบวงกลมทั้งสอง แล้วใช้คำถามระดับสูงให้อธิบายว่า “วงกลมใดแสดงถึงมุมในส่วนโค้งของวงกลม จงอธิบาย” ซึ่งนักเรียนส่วนมากตอบถูกว่าตอบว่า “วงกลม D” แต่กลับให้เหตุผลอย่างไม่สมเหตุสมผลว่า “เพราะมีมุมอยู่ในวงกลม” อีกทั้งนักเรียนส่วนมากยังไม่สามารถใช้มโนทัศน์ที่ถูกต้องในการตอบคำถามได้ ดังตัวอย่างในการพรรณนาผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ในช่วงแรก หลังจากนั้นผู้วิจัยพบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้สมบัติ ทฤษฎี และความรู้ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงมโนทัศน์เรื่อง วงกลม ตอบคำถามระดับสูงของผู้วิจัยได้มากกว่าเดิม ทว่าสมบัติ ทฤษฎี ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์เหล่านั้นก็ยังไม่ถูกต้อง เช่น เมื่อผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงให้วิเคราะห์ว่า “เพราะเหตุใด $D\hat{G}E$ และ $D\hat{F}E$ ซึ่งเป็นมุมภายในส่วนโค้งของวงกลม A ทั้งคู่ จึงมีขนาดเท่ากัน” โดยนักเรียนส่วนมากตอบในทำนองเดียวกันว่า “เพราะ $D\hat{G}E$ และ $D\hat{F}E$ เป็นมุมในวงกลมเดียวกัน” ซึ่งเห็นได้ชัดว่าเป็นการให้เหตุผลด้วยมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้อง แต่ถือว่ามีความใกล้เคียงมโนทัศน์จริงอยู่เล็กน้อย ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ “เพราะ $D\hat{G}E$ และ $D\hat{F}E$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมเดียวกัน ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน” ทั้งนี้สืบเนื่องจากที่นักเรียนส่วนมากยังสรุปมโนทัศน์ได้ไม่ครบถ้วนในครั้งแรกทำให้ผู้วิจัยต้องใช้คำถามระดับสูงชุดเดิมซ้ำ นอกจากนี้เมื่อพิจารณาการแสดงเหตุผลประกอบคำตอบของนักเรียนดังภาพที่ 4-1 และภาพที่ 4-2 จะเห็นได้ว่านักเรียนมีความพยายามที่จะใช้สมบัติ ทฤษฎี ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์เรื่อง วงกลมในการให้เหตุผลประกอบคำตอบ แต่ยังใช้ได้ไม่ถูกต้องและไม่ครบถ้วน ส่งผลให้เหตุผลในหลายบรรทัดไม่สมเหตุสมผล

ในช่วงที่สอง (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4-6) จากการพรรณนาผลการศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หลังจากที่ผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนอธิบายสมบัติ ทฤษฎี ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์ที่ได้เรียนไปแล้ว พบว่านักเรียนส่วนมากยังให้เหตุผลด้วยมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้อง แต่นักเรียนสามารถให้เหตุผลด้วยสมบัติ บทนิยาม และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล อาทิ หลังนักเรียนพิจารณารูปวงกลมที่มี $\overleftrightarrow{AB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม $\overleftrightarrow{DE}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม และ $\overleftrightarrow{FG}$ ไม่สัมผัสวงกลม ผู้วิจัยใช้คำถามว่า “ระหว่าง $\overleftrightarrow{AB}$ $\overleftrightarrow{DE}$ และ $\overleftrightarrow{FG}$ เส้นตรงใดเรียกว่าเส้นสัมผัสวงกลม จงอธิบาย” ซึ่งนักเรียนตอบได้ว่า “ $\overleftrightarrow{DE}$ เพราะเป็นเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียว” อีกทั้งนักเรียนส่วนมากยังสามารถสร้างข้อสรุป

เป็นมโนทัศน์ที่สมบูรณ์ได้ตั้งแต่การถามคำถามระดับสูงให้สังเคราะห์ครั้งแรก และยังสามารถตอบคำถามระดับสูงให้วิเคราะห์ได้ด้วยสมบัติ ทฤษฎี ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์ที่ถูกต้องได้เกือบทั้งหมด นอกจากนี้จากภาพที่ 4-3 พบว่านักเรียนส่วนมากสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องและสามารถใช้สมบัติ ทฤษฎี ความรู้ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เขียนประกอบคำตอบและวิธีทำแต่ละขั้นได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วน ทว่าภาพที่ 4-4 กลับแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนมากมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของผู้วิจัยอยู่เพียงระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียนยังไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ แม้จะสามารถใช้สมบัติ ทฤษฎี ความรู้ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เขียนประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลบางส่วนแล้ว ทั้งนี้ในการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ที่นักเรียนมีความใช้มโนทัศน์ที่ 4 อย่างไม่ถูกต้องดังภาพที่ 4-5 ทำให้นักเรียนให้เหตุผลประกอบคำตอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไม่สมเหตุสมผล

สำหรับช่วงสุดท้าย (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7-9) นักเรียนส่วนสามารถตอบคำถามระดับสูงที่ผู้วิจัยใช้ในทบทวนและคำถามระดับสูงที่ให้วิเคราะห์ข้อมูลจากตารางประกอบกิจกรรมได้ถูกต้องและสามารถให้เหตุผลด้วยสมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีบท และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ที่ถูกต้องได้อย่างสมเหตุสมผล เช่น หลังนักเรียนพิจารณาวงกลม A ที่มี $\overline{BD}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุด C ผู้วิจัยใช้คำถามระดับสูงให้อธิบายว่า “ $A\hat{C}B$ และ $A\hat{C}D$ มีขนาดเท่าใด จงอธิบาย” ซึ่งนักเรียนส่วนมากตอบว่า “90 องศาทั้งคู่ เพราะรัศมีของวงกลมจะตั้งฉากกับเส้นตรงที่สัมผัสวงกลมนั้นที่จุดสัมผัส” เป็นต้น อีกทั้งนักเรียนส่วนมากยังสามารถใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีบท มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม เขียนเหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล ดังตัวอย่างในภาพที่ 4-6 ซึ่งยังแสดงให้เห็นว่าภาษาที่นักเรียนใช้เขียนแสดงเห็นผลนั้นเข้าใจง่ายขึ้นกว่าเดิมอย่างมากด้วย และในภาพที่ 4-7 จะเห็นว่านักเรียนส่วนมากตอบคำถามได้ถูกต้องแต่ยังคงใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีบท และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ในการเขียนให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน แต่ก็มากกว่าในช่วงก่อนหน้า ทั้งนี้มีปัญหาที่เป็นข้อสังเกตในการจัดการเรียนการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 ดังภาพที่ 4-8 ทำให้นักเรียนให้เหตุผลประกอบคำตอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไม่สมเหตุสมผล

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยนี้มีสมมติฐานการวิจัยว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยและคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่สมัครใจเรียนคาบเรียนเสริมคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2563 ของโรงเรียนตราษตระการคุณ อำเภอเมืองตราด จังหวัดตราด โดยกำหนดขนาดของกลุ่มตัวอย่างจากการคำนวณตามสูตรของ Ryan (2013, p. 58) ด้วยโปรแกรม Minitab 17 ซึ่งได้ผลว่า ขนาดของกลุ่มตัวอย่างต้องมีจำนวนอย่างน้อย 23 คน ซึ่งท้ายที่สุดนักเรียนที่สมัครใจเป็นกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยมีจำนวน 36 คน สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม จำนวน 9 แผน ซึ่งมีคะแนนความเหมาะสมจากผู้เชี่ยวชาญผ่านเกณฑ์ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ชุดละ 10 ข้อ ซึ่งข้อคำถามทุกข้อมีค่าความยากและอำนาจจำแนกผ่านเกณฑ์ และแบบทดสอบทั้ง 2 ชุดมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.78 และ 0.81 ตามลำดับ

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

อภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงเพื่อศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ โดยผู้วิจัยจะอภิปรายผลการศึกษามโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

จากผลการวิจัย พบว่าหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง นักเรียนมีคะแนนมโนทัศน์คณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1 เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม โดยสังเกตจากการตอบคำถามในระหว่างเรียน และการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดต่าง ๆ ซึ่งนักเรียนได้อธิบายมโนทัศน์ที่เคยเรียนได้ผ่านการตอบคำถามระดับสูง ทำให้ได้ทบทวนความเข้าใจในมโนทัศน์เดิมของตน โดยผู้วิจัยให้คำชมแก่นักเรียนทุกครั้งที่มีเรียนตอบคำถาม เพื่อสร้างแรงจูงใจในการเรียนแก่นักเรียน ในขณะที่การทำใบกิจกรรมนักเรียนได้ลงมือทำใบกิจกรรมด้วยตนเองจนเกิดเป็นมโนทัศน์ย่อย ๆ และเมื่อใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบ วิเคราะห์ และสังเคราะห์มโนทัศน์ย่อย ๆ นั้น นักเรียนสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ที่สมบูรณ์ได้ หลังจากที่ได้มโนทัศน์ที่สมบูรณ์แล้วนักเรียนได้ประยุกต์และเสริมความชำนาญในการใช้มโนทัศน์ผ่านการเขียนแสดงการแก้โจทย์ในแบบฝึกหัดที่มีความซับซ้อนกว่าเดิมช่วยเสริมความเข้าใจที่ลึกซึ้งในมโนทัศน์นั้น สอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ อัมพร ม้าคนอง (2558, หน้า 22-23) ที่ว่า ความรู้คณิตศาสตร์ควรเกิดจากความเข้าใจมิใช่เกิดจากการจดจำซึ่งอาจลืมได้โดยง่าย การเรียนรู้อย่างเข้าใจจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน และสามารถพัฒนาให้เป็นความรู้ที่ลึกซึ้งมากขึ้นได้ พยายามให้นักเรียนทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์ อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง โดยใช้กิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของนักเรียน และไม่ยากเกินกว่าที่นักเรียนจะคิดได้ และเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรม โดยอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิด เพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเอง ขยายไปสู่ความหมายใหม่หรือความรู้เชิงนามธรรมได้ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Shahrill and Mundia (2014) ที่ได้ศึกษาการใช้คำถามระดับต่ำและคำถามระดับสูงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และพบว่าการให้คำชมแก่นักเรียนทุกครั้งที่มีเรียนตอบคำถาม สามารถสร้างแรงจูงใจในการเรียนแก่นักเรียนได้

ทั้งนี้จากผลการวิจัยยังพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนนในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ 4 และ 8 (ตารางที่ 3-1, หน้า 63-65) เท่ากัน คิดเป็นร้อยละ 69.44 ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 70 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการพัฒนาในมโนทัศน์ที่ 4 และ 8 น้อยกว่ามโนทัศน์อื่น โดยจากการวิเคราะห์ลักษณะการตอบแบบทดสอบของนักเรียนในข้อที่ 4 และ 8 และจากปัญหาที่ผู้วิจัยสังเกตเห็นระหว่างการจัดกิจกรรม แสดงให้เห็นว่าปัญหาที่เกิดขึ้นในส่วนของมโนทัศน์ที่ 4 มาจากนักเรียนมีความรู้เก่าที่ไม่ถูกต้องเกี่ยวกับมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยม โดยนักเรียนมีความเข้าใจว่ามุมประชิดของรูปสี่เหลี่ยม

เป็นมุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมนั้น สำหรับปัญหาที่เกิดขึ้นในส่วนของมโนทัศน์ที่ 8 มีสาเหตุมาจากความเข้าใจว่าการใช้มโนทัศน์ที่ 8 เหมือนสมบัติที่ว่ามุมแย้งมีขนาดเท่ากัน ซึ่งจะเห็นว่าปัญหาทั้งหมดเกิดจากการที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องเพียงบางส่วนแล้วสร้างความเชื่อให้แก่ตนเองจากการใช้มโนทัศน์ที่ไม่สมบูรณ์ กระทั่งกลายเป็นความเคยชิน สร้างระบบความคิดที่ผิดเพี้ยน เกิดเป็นความเข้าใจที่ผิดว่ามโนทัศน์ที่ตนมีนั้นถูกต้อง ดังที่ Mestre (1987, as cited in Ay, 2017) กล่าวว่านักเรียนแต่ละคนมีระบบความคิดของตนที่ถูกใช้ในการทำความเข้าใจและการแสดงออกต่อสิ่งต่าง ๆ ซึ่งหากระบบความคิดนั้นผิดเพี้ยนหรือบกพร่องไปก็จะเกิดเป็นมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้อง ทว่าคะแนนในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ 4 และ 8 ก็ไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70 จนเกินไป และจากที่คะแนนในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ สูงกว่าร้อยละ 70 แสดงถึงการตอบสนองทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นในการเรียนรู้เรื่อง วงกลม สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Rahmah (2017) ที่พบว่าหลังนักเรียนเกรด 3 ของระดับมัธยมศึกษาตอนต้นได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย นักเรียนส่วนมากมีการตอบสนองทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ดี

อย่างไรก็ตาม นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ อุไรวรรณ คำเมือง (2562, หน้า 116) ที่ได้ผลการวิจัยว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 รวมถึงงานวิจัยของ สิณาภรณ์ แท่นศิลา (2558, หน้า 100) ที่ได้ผลการวิจัยว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และงานวิจัยของ ดิษพล เนตรนิมิตร (2558, หน้า 116) ที่ได้ผลการวิจัยว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังจากได้รับการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

จากผลการวิจัย พบว่าหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง นักเรียนมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 2 สอดคล้องกับรูปแบบการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ที่พบอยู่

ในระดับดีมาก คิดเป็นร้อยละ 46.94 เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ซึ่งแสดงให้เห็นผ่านการตอบคำถามในระหว่างเรียน และการทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดต่าง ๆ เช่นเดียวกับการพัฒนามโนทัศน์คณิตศาสตร์ โดยนักเรียนสามารถใช้ความรู้เดิมของตนเกี่ยวกับสมบัติ ทฤษฎีบท ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ในการอธิบายเหตุผลผ่านการตอบคำถามระดับสูงได้อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์ ทำให้นักเรียนได้อยู่ในบรรยากาศของการให้เหตุผล ในส่วนของการทำใบกิจกรรมนักเรียนได้ฝึกความสามารถในการให้เหตุผลผ่านการค้นหา สังเกตลักษณะร่วมอันเป็นมโนทัศน์ย่อยจากตัวอย่าง ซึ่งจากการใช้คำถามระดับสูงทำให้นักเรียนได้ใช้เหตุผลประกอบการเปรียบเทียบ วิเคราะห์และสังเคราะห์มโนทัศน์ย่อย กระทั่งสามารถสรุปเป็นมโนทัศที่สมบูรณ์ ทั้งยังสามารถคาดการณ์การพิสูจน์และอธิบายการพิสูจน์ของตนได้ สุดท้ายนักเรียนสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้เป็นเหตุผลประกอบการทำโจทย์ในแบบฝึกหัดได้อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์ ช่วยเสริมความชำนาญในการให้เหตุผลของนักเรียน สอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2554, หน้า 35) ที่ว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งที่พัฒนาได้ ในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผล จากบรรยากาศที่สนับสนุน ส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิดอย่างอิสระ แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบของปัญหา และชี้แจงเหตุผลร่วมกัน และควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นการผสมผสานการฝึกการคิดและการให้เหตุผลควบคู่กับการสอนเนื้อหาตามปกติ และยังสอดคล้องกับ Lappan and Scharm (1989, อ้างถึงใน ศศิธร แม้นสงวน, 2556) ที่ว่า ในการพัฒนาทักษะการคิดและการให้เหตุผล ควรมีการจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมและแสดงพฤติกรรมในการสืบค้น ค้นหา คาดการณ์วิธีพิสูจน์ สังเกตแบบรูป ชี้แจงเหตุผลของแนวคิดโดยอธิบายแบบรูป แสดงด้วยภาพ หรือแบบจำลอง และตอบคำถามต่าง ๆ การสร้างข้อความคาดการณ์ การกำหนดแบบจำลอง และการอธิบาย

ทั้งนี้จากผลการวิจัยยังพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 4 และ 8 น้อยกว่าร้อยละ 70 คิดเป็นร้อยละ 69.44 และ 68.52 ตามลำดับ ซึ่งในแต่ละข้อต้องใช้มโนทัศน์ที่ 4 และ 8 ประกอบการเขียนแสดงเหตุผล ทว่าจากที่นักเรียนมีความเข้าใจในการใช้มโนทัศน์ที่ 4 และ 8 ที่ไม่ถูกต้องอยู่แล้ว ส่งผลโดยตรงให้นักเรียนใช้มโนทัศน์ที่ 4 และ 8 ประกอบการการให้เหตุผลอย่างไม่ถูกต้องและไม่สมเหตุสมผล ดังที่ Battista (2017, p. 9) กล่าวว่า มโนทัศน์เป็นโครงสร้างพื้นฐานของการให้เหตุผล เราให้เหตุผลโดยการจัดการ ไตร่ตรอง และเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่เราเข้าใจ

อย่างไรก็ตาม นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 ซึ่งผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ ไพศาล แมลงทับทอง (2558, หน้า 84) ที่ได้ผลการวิจัยว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 รวมถึงผลการวิจัยของ เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย (2561, หน้า 110) ที่ได้ผลการวิจัยว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย เรื่องลำดับ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และผลการวิจัยของ ธนวรรณ นัยเนตร (2560, หน้า 132) ที่ได้ผลการวิจัยว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หลังการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูง สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 ในการสอนเรื่อง วงกลม ครูควรตรวจสอบความรู้เก่าของนักเรียนให้ละเอียด เพื่อไม่ให้เป็นปัญหาในการเรียนการสอน

1.2 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง มีขั้นตอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้พิสูจน์มโนทัศน์ที่ตนสรุปได้ หากทำให้การพิสูจน์ให้มีความน่าสนใจหรือดูง่ายขึ้นได้ จะทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ราบรื่นขึ้น

1.3 ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง นักเรียนอาจตอบคำถามไม่ตรงกับคำตอบที่ถูกต้อง ดังนั้นครูไม่ควรคาดหวังในคำตอบของนักเรียนมากเกินไป เนื่องจากจะเป็นการสร้างแรงกดดันให้ทั้งนักเรียนและครู

1.4 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เพื่อสอนเรื่อง วงกลม ครูควรใช้สื่อการสอนเพิ่มเติม เพื่อกระชับเวลาในการจัดกิจกรรม อาทิ สไลด์ PowerPoint เลเซอร์พอยเตอร์ เอกสารประกอบการสอน เป็นต้น

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงประเภทอื่น ๆ เช่น คำถามให้จำแนกประเภท คำถามให้ยกตัวอย่าง คำถามให้ประเมินค่า เป็นต้น เพื่อเพิ่มความหลากหลายของคำถาม

2.2 ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ในเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ อาทิ พื้นที่ผิวและปริมาตร สมบัติของเลขยกกำลัง เป็นต้น

2.3 ควรมีการศึกษาตัวแปรอื่น ๆ หลังใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียน การกำกับตนเองในการเรียน ทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 หรือความสามารถที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตของนักเรียนในปัจจุบัน เป็นต้น

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2557). *แนวปฏิบัติการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560 ก). *มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2560 ข). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กัลยา วานิชย์บัญชา. (2561). *สถิติสำหรับงานวิจัย* (พิมพ์ครั้งที่ 12). กรุงเทพฯ: สามลดา.

ฆนัท ธาตุทอง. (2554). *สอนคิด : การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิด*. กรุงเทพฯ: เพชรเกษมการพิมพ์.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2561). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ = Mathematics Instruction*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2555). *เทคนิคการใช้คำถาม พัฒนาการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: วีพรินท์.

ณัฏฐภรณ์ หลาวทอง. (2561). *การสร้างเครื่องมือการวิจัยทางการศึกษา* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดิษพล เนตรนิมิตร. (2558). *ผลการใช้รูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้ 5 ขั้นตอน (5Es) ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

ทิศนา แขมมณี. (2555). *ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ* (พิมพ์ครั้งที่ 15). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ธนวรรณ นัยเนตร. (2560). *ผลของการจัดการเรียนรู้เชิงรุกร่วมกับคำถามระดับสูงที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 = The effects of active learning management with higher-order questions on Mathematical reasoning ability and achievement of Function for Mathayomsuksa 4 Students*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

นพดล กองศิลป์. (2561). *การสอนคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21*. ปทุมธานี: พิมพ์พิจิตร.

นพพร แหยมแสง. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 1 = TEACHING BEHAVIOR IN MATHEMATICS 1: CMA 4101 (TL 461)* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

บุญชม ศรีสะอาด. (2553). *การวิจัยสำหรับครู* (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

บุญชม ศรีสะอาด. (2556). *วิธีการทางสถิติสำหรับการวิจัย เล่ม 1* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

ไพศาล แมลงทับทอง. (2558). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และความสามารถในการสื่อสารด้านการเขียนทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

ไพศาล วรคำ. (2559). *การวิจัยทางการศึกษา = Educational Research* (พิมพ์ครั้งที่ 8). มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

เยาว์ประภา สิงห์มหาไชย. (2561). *ผลการจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัยที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง ลำดับของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 = The effects of inductive and deductive learning management on mathematical reasoning ability and learning achievement in sequences of mathayomsuksa 5 students*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

รัตนะ บัวสนธ์. (2562). *การวิจัยและพัฒนานวัตกรรมการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2556). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. ๒๕๕๔* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.

วีณา ประชากูล และประสาท เนืองเฉลิม. (2554). *รูปแบบการเรียนการสอน*. มหาสารคาม: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills and Processes). ใน *เอกสารคำสอน วิชา 410541*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2555). *ครบเครื่องเรื่องควรรู้สำหรับครูคณิตศาสตร์: หลักสูตร การสอน และการวิจัย*. กรุงเทพฯ: จรัญสนิทวงศ์การพิมพ์.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2557). *การศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์*. ชลบุรี: ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.

ศศิธร แม้นสงวน. (2556). *พฤติกรรมการสอนคณิตศาสตร์ 2 = TEACHING BEHAVIOR IN MATHEMATICS 2: CMA 4102 (TL 462)* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). *การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544*. กรุงเทพฯ: เอส.พี.เอ็น. การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ก). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ค). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สราวดี เพ็งศรีโคตร. (2549). คำถามนั้นสำคัญไฉน. *วิทยาจารย์, 105*(5), 58-61.

สายัณห์ ผาน้อย. (2549). การสอนกระบวนการคิดโดยการตั้งคำถาม. *วารสารวงการครู, 3*(30), 108-110.

สิณาภรณ์ แท่นศิลา. (2558). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัย ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต, สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยบูรพา.

สุวิทย์ มูลคำ. (2553). *กลยุทธ์การสอนคิดเชิงมโนทัศน์* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). *เทคนิคและวิธีสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่*.

กรุงเทพฯ: ไทยวัฒนาพานิช.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2558). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อุไรวรรณ คำเมือง. (2562). *ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา, คณะวิทยาศาสตร์, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

Arends, R. I. (2012). *Learning to Teach* (9th ed.). Dubuque, Iowa: McGraw-Hill.

Ay, Y. (2017). A review of research on the misconceptions in Mathematics education. In M. Shelley, & M. Pehlivan (Eds.), *Education Research Highlights in Mathematics, Science and Technology* (pp. 21-31), Iowa: ISRES Publishing.

Battista, M. T. (2017). Mathematical Reasoning and Sense Making. In M. T. Battista, J. M. Baek., K. Cramer, & M. Blanton (Eds.), *Reasoning and Sense Making in the Mathematics Classroom: Grades 3–5*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

De Cecco, J. P. (1968). *The psychology of learning and instruction: education psychology*. Boston: Houghton Mifflin.

Feldman, R. S. (2002). *Understanding psychology* (6th ed.). New York: McGraw-Hill.

Fritz, A., Ehlert, A., & Balzer, L. (2013). Development of mathematical concepts as basis for an elaborated mathematical understanding. *South African Journal of Childhood Education*, *3*(1), 38-67.

Goodwin, S. S., Sharp, G. W., Cloutier, E. F., Diamond, N. A., & Dalgaard, K. A. (1983). *Effective Classroom Questioning*. Urbana, IL: University of Illinois, Office of Instructional and Management Services.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1996). *A new sourcebook for teaching reasoning and problem solving in elementary school.* Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.

Lannin, J. K. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning for teaching mathematics in prekindergarten-grade 8*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Lardizabal, A. S., Bustos, A. S., Bucu, L. C., & Tangco, M. G. (1969). *Methods and Principles of Teaching*. Quezon City, Philipines: Alemar Phoenix Publishing House.

McDonald, F. F. (1959). *Education psychology*. San Francisco: Wadworth.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards forschool Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Olivier, A. (1992). Handling pupils' misconceptions. In M. Moodley, R. A. Njisani & N. Presmeg (Eds.), *Mathematics Education for Pre-Service and In-Service* (pp. 193-209). Pietermaritzburg, South Africa: Shuter & Shooter.

Rahmah, M. A. (2017). Inductive-Deductive Approach to Improve Mathematical Problem Solving for Junior High School. *Journal of Physics*. doi: 10.1088/1742-6596/812/1/012089

Ryan, T. P. (2013). *Sample Size Determination and Power*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.

Schmalz, R. (1973). Categorization of Questions that Mathematics Teachers Ask. *The Mathematics Teacher*, *66*(7), 619-626

Shahrill, M., & Mundia, L. (2014). The Use of Low-Order and Higher-Order Questions in Mathematics Teaching: Video Analyses Case Study. *Journal of Studies in Education*, *4*(2), 15-34.

Sidhu, K. S. (2006). *The Teaching of Mathematics*. New Delhi, India: Sterling Publishers.

Singh, N. K. (2017). Inductive and Deductive Methods in Mathematics Teaching. *Journal of Engineering Research and Application*, *7*(11), 19-22.

Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment* (2nd ed.). New Jersey: Prentice-Hall.

Wilson, J. W. (1971). *Evaluation of learning in secondary school mathematics: Handbook on formative and summative evaluation of student learning*. New York: McGraw-Hill.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

1. รายนามผู้เชี่ยวชาญ
2. สำเนาหนังสือขอความอนุเคราะห์ในการตรวจสอบความเที่ยงตรงของเครื่องมือ
3. สำเนาหนังสือขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย
4. สำเนาหนังสือขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. ดร.รักพร ดอกจันทร์	อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
2. ดร.คงรัฐ นวลแปง	อาจารย์ประจำสาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการจัดการเรียนรู้ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
3. นางสาวสุเทียร จิตต์โคตร์	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนชลบุรี “สุขบท” จังหวัดชลบุรี
4. นางสาวสุนิสา รุ่งเรือง	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด
5. นางสาวธัญญธร อนันต์	ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด

(สำเนา)

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗
ที่ อว ๘๑๓๗/๐๓๒๑ **วันที่** ๑๒ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๓
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.รักพร ดอกจันทร์

ด้วย นายณัฐภัทร แสงมาลา รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๖ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างดียิ่ง ในการนี้บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารแนบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(สำเนา)

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน มหาวิทยาลัยบูรพา บัณฑิตวิทยาลัย โทร. ๒๗๐๐ ต่อ ๗๐๕, ๗๐๗
ที่ อว ๘๑๓๗/๐๓๒๒ **วันที่** ๑๒ พฤษภาคม พ.ศ. ๒๕๖๓
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.คงรัฐ นวลแปง

ด้วย นายณัฐภัทร แสงมาลา รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๖ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างดียิ่ง ในการนี้บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารแนบ

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(สำเนา)

ที่ อว ๘๑๓๗/ ๑๒๑

มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๒ พฤษภาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย
สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เค้าโครงวิทยานิพนธ์ จำนวน ๑ ฉบับ
๒. เครื่องมือวิจัย จำนวน ๑ ชุด

เรียน คุณสุเทียร จิตต์โคตร์ โรงเรียนชลบุรี "สุขบท"

ด้วย นายณัฐภัทร แสงมาลา รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๖ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างดียิ่ง ในการนี้บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารสิ่งที่ส่งมาด้วย

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๒๗๐ ๐๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕
อีเมล์ grd.buu@go.buu.ac.th

(สำเนา)

ที่ อว ๘๑๓๗/๑๒๓

มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๒ พฤษภาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย
สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เค้าโครงวิทยานิพนธ์ จำนวน ๑ ฉบับ
๒. เครื่องมือวิจัย จำนวน ๑ ชุด

เรียน คุณสุนิสา รุ่งเรือง โรงเรียนตราษตระการคุณ

ด้วย นายณัฐภัทร แสงมาลา รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๖ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓" โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างดียิ่ง ในการนี้บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารสิ่งที่ส่งมาด้วย

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๒๗๐ ๐๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕
อีเมล์ grd.buu@go.buu.ac.th

(สำเนา)

ที่ อว ๘๑๓๗/๑๒๒

มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๑๒ พฤษภาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เค้าโครงวิทยานิพนธ์ จำนวน ๑ ฉบับ
๒. เครื่องมือวิจัย จำนวน ๑ ชุด

เรียน คุณธัญญธร อนันต์ โรงเรียนตราษตระการคุณ

ด้วย นายณัฐภัทร แสงมาลา รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๖ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งอยู่ในขั้นตอนการเตรียมเครื่องมือการวิจัย

เนื่องจากท่านเป็นผู้มีความเชี่ยวชาญเกี่ยวกับการวิจัยดังกล่าวอย่างดียิ่ง ในการนี้บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือการวิจัยของนิสิต ดังเอกสารสิ่งที่ส่งมาด้วย

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา จะเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน
ผู้รักษาการแทนอธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๒๗๐ ๐๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕
อีเมล์ grd.buu@go.buu.ac.th

(สำเนา)

ที่ อว ๘๑๓๗/๕๖๔

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ สิงหาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนตราษตระการคุณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมของมหาวิทยาลัยบูรพา
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย (หาคุณภาพ)

ด้วยนายณัฐภัทร แสงมาลา รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๗ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนท่านเก็บข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตดังรายนามข้างต้น ดำเนินการเก็บข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือวิจัยจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ปีการศึกษา ๒๕๖๓ จำนวน ๓๐ คน ระหว่างวันที่ ๑๔ กันยายน พ.ศ. ๒๕๖๓ ถึง ๒๕ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ โดยขออนุญาตให้นางสาวธัญญธร อนันต์ ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ บุคลากรของท่านเป็นผู้ประสานงานและสังเกตการสอนในการเก็บข้อมูลกลุ่มตัวอย่าง

ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตดังรายนามข้างต้น ได้ที่เบอร์โทรศัพท์ ๐๖๕-๔๔๑๕๒๔๕ หรือ E-mail: 61910026@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

(สำเนา)

ที่ อว ๘๑๓๗/๕๖๓

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
๑๖๙ ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข
อ.เมือง จ.ชลบุรี ๒๐๑๓๑

๒๖ สิงหาคม ๒๕๖๓

เรื่อง ขออนุญาตเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนตราษตระการคุณ

สิ่งที่ส่งมาด้วย ๑. เอกสารรับรองจริยธรรมของมหาวิทยาลัยบูรพา
๒. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วยนายณัฐภัทร แสงมาลา รหัสประจำตัวนิสิต ๖๑๙๑๐๐๒๗ หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ได้รับอนุมัติเค้าโครงวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัยร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓” โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมคิด อินเทพ เป็นประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ และเสนอโรงเรียนท่านเก็บข้อมูลเพื่อหาคุณภาพเครื่องมือวิจัยนั้น

ในการนี้ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา จึงขออนุญาตให้นิสิตดังรายนามข้างต้น ดำเนินการเก็บข้อมูลเพื่อดำเนินการวิจัยจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ปีการศึกษา ๒๕๖๓ จำนวน ๓๐ คน ระหว่างวันที่ ๑๔ กันยายน พ.ศ. ๒๕๖๓ ถึง ๒๕ ธันวาคม พ.ศ. ๒๕๖๓ โดยขออนุญาตให้นายวิศวัฒน์ ลิ้มงคล ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ บุคลากรของท่านเป็นผู้ประสานงานและสังเกตการสอนในการเก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง

ทั้งนี้ สามารถติดต่อนิสิตดังรายนามข้างต้น ได้ที่เบอร์โทรศัพท์ ๐๖๕-๔๔๑๕๒๔๕ หรือ E-mail: 61910026@go.buu.ac.th

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบและพิจารณา

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.นุจรี ไชยมงคล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย ปฏิบัติการแทน
อธิการบดีมหาวิทยาลัยบูรพา

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยบูรพา
โทร ๐๓๘ ๑๐๒ ๗๐๐ ต่อ ๗๐๗, ๗๐๕
E-mail: grd.buu@go.buu.ac.th

ภาคผนวก ข

1. ตัวอย่างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

3. แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

วิชา เสริมคณิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ) จำนวน 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

มีความคิดรวบยอดในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลม และสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมในการให้เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เมื่อจบคาบเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

1.1 อธิบายทฤษฎีบทเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีและสรุปเป็นความคิดรวบยอดได้

2. ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เมื่อจบคาบเรียนแล้วนักเรียนสามารถ

2.1 ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีได้อย่างสมเหตุสมผล

3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เมื่อจบคาบเรียนแล้วนักเรียน

3.1 มีวินัย

3.2 มุ่งมั่นในการทำงาน

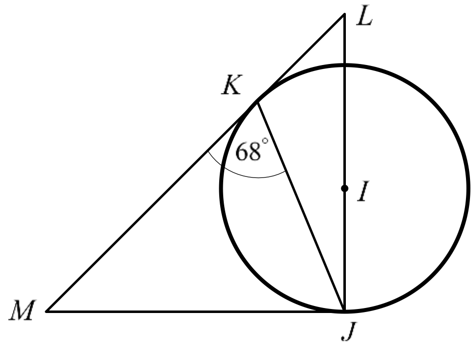
สาระสำคัญ

ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

สาระการเรียนรู้

ทฤษฎีบทเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี : ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น มีตัวอย่างที่ใช้ทฤษฎีบทนี้ ดังนี้

จงหาขนาดของ $K\hat{L}J$ พร้อมแสดงเหตุผล

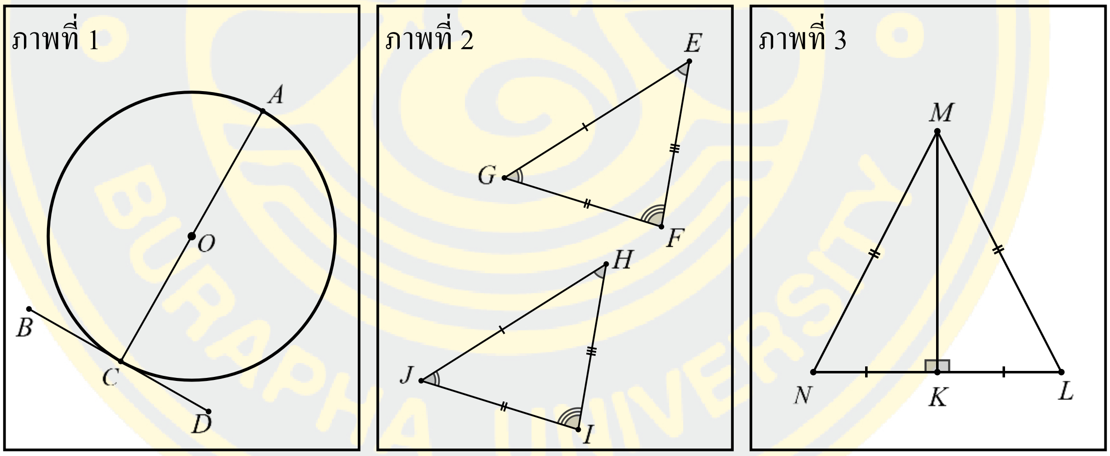


วิธีทำ	ข้อความ	เหตุผล
จาก	$M\hat{K}J = 68^\circ$	กำหนดให้
และ	$MJ = MK$	ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน
จะได้ว่า ΔKMJ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว		มีด้านเท่ากันสองด้าน
นั่นคือ	$M\hat{J}K = M\hat{K}J = 68^\circ$	มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
จาก $K\hat{M}J = 180^\circ - M\hat{J}K - M\hat{K}J = 44^\circ$		ผลรวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
และ $M\hat{J}L = 90^\circ$		เส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส
ดังนั้น $K\hat{L}J = 180^\circ - K\hat{M}J - M\hat{J}L = 46^\circ$		ผลรวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง

ขั้นที่ 1 ขั้นเตรียม

1.1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณารูปจากโปรแกรม GSP ดังภาพที่ 1 2 และ 3



แล้วใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนอธิบายความรู้ของตนเกี่ยวกับทฤษฎีบทเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี และสมบัติการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม เพื่อทบทวนความรู้เดิมและกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ดังนี้

- จากวงกลม O ถามว่า $A\hat{C}B$ และ $A\hat{C}D$ มีขนาดเท่าใดบ้าง จงอธิบาย ($A\hat{C}B = A\hat{C}D = 90^\circ$ เนื่องจากเส้นสัมผัสวงกลมย่อมตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส)

- จากรูป ΔEFG และ ΔHIJ จะได้ว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากันทุกประการ จงอธิบายว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากันทุกประการอย่างไร (ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ ๆ)

- จากรูป ΔNML จะได้ว่า ΔNMK เท่ากันทุกประการกับ ΔLMK ถามว่ารูปสามเหลี่ยมทั้งสองเท่ากันทุกประการแบบใดจงอธิบาย (แบบฉาก-ด้าน-ด้าน คือมี $M\hat{K}N = M\hat{K}L = 90^\circ$ $KN = KL$ และ $MN = ML$)

1.2 ครูบอกให้นักเรียนเข้าใจว่าสิ่งที่ทบทวนไปจะได้ใช้ประกอบการเรียนในคาบนี้ แล้วแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนว่า "ในคาบนี้เราจะเรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบทเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีเพิ่มเติม"

1.3 ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน และแจกใบกิจกรรมที่ 7 แก่นักเรียนทุกคน

ขั้นที่ 2 ขั้นนำเสนอตัวอย่าง

2.1 ให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาตัวอย่างเกี่ยวกับวงกลมในใบกิจกรรมที่ 7 แล้วปฏิบัติตามคำสั่งข้อที่ 1 กระทั่งนำข้อมูลที่ได้มาเติมตารางประกอบกิจกรรมที่ 7 จนสมบูรณ์

ขั้นที่ 3 ขั้นเปรียบเทียบและสรุป

3.1 ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเปรียบเทียบและวิเคราะห์ตัวอย่างทั้งหมด เพื่อหาลักษณะร่วมและข้อแตกต่างของข้อมูลในตารางประกอบกิจกรรมที่ 7 ดังนี้

<u>คำถามให้เปรียบเทียบ</u> :

- จากตารางประกอบใบกิจกรรมที่ 7 วงกลม A E และ K มีลักษณะเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร (ลักษณะเหมือน ได้แก่ แต่ละวงจะมีส่วนของเส้นตรงที่ลากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลมเพียงจุดละสองเส้นและทั้งสองเส้นมีขนาดเท่ากัน ส่วนข้อแตกต่าง ได้แก่ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจุดภายนอกคนละจุดกัน จะมีขนาดไม่เท่ากัน)

<u>คำถามให้วิเคราะห์</u> :

- จากวงกลม A ถ้าให้ U เป็นจุดภายนอกวงกลมอีกจุดหนึ่ง ถามว่าสามารถสร้างเส้นสัมผัสวงกลม A ได้กี่เส้นและขนาดของแต่ละเส้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร เพราะเหตุใด (2 เส้น โดยทั้งสองเส้นจะมีขนาดเท่ากัน เพราะส่วนของเส้นตรงที่ลากจุดภายนอกมาสัมผัสวงกลมเพียงจุดละสองเส้นและทั้งสองเส้นมีขนาดเท่ากัน)

3.3 ครูใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนร่วมกันสรุปความสัมพันธ์จากลักษณะร่วมและข้อแตกต่างข้างต้นเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์ ดังนี้

- จากลักษณะเหมือนและแตกต่างกันที่นักเรียนพบทั้งหมด นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ในตารางประกอบกิจกรรมได้ว่าอย่างไร (ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น)

ทั้งนี้ ในกรณีที่ข้อสรุปของนักเรียนยังไม่เป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์ ครูควรใช้คำถามระดับสูงเพิ่มเติมเพื่อให้ข้อสรุปของนักเรียนเป็นทฤษฎีที่สมบูรณ์ ดังนี้

- มีลักษณะที่เหมือนหรือข้อแตกต่างใดที่นักเรียนยังไม่ได้ใช้ในการสรุปข้อสรุปของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร (มี)

- นักเรียนสามารถสร้างข้อสรุปที่สมบูรณ์ได้ว่าอย่างไร (ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น)

3.4 ให้นักเรียนนำข้อสรุปที่สมบูรณ์ เติมลงในคำถามข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 7

ขั้นที่ 4 ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี

4.1 ให้นักเรียนนำทฤษฎีที่ได้ มาทดลองแก้ไขปัญหาที่ครูตั้งไว้ในหัวข้อ “ทดลองทำ”

4.2 นักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของทฤษฎีบทที่สรุปได้ด้วยการพิสูจน์ข้อความต่อไปนี้บนโปรแกรม GSP

กำหนดให้	จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี $\overleftrightarrow{PA}$ และ $\overleftrightarrow{PB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม ที่จุด A และ B ตามลำดับ
ต้องการพิสูจน์ว่า	$PA = PB$

โดยครูให้นักเรียนพิจารณา “การวางแผนในการพิสูจน์” ในใบกิจกรรมที่ 7 แล้วใช้คำถามระดับสูงให้นักเรียนเปรียบเทียบ วิเคราะห์ และอธิบายเหตุผลประกอบการพิสูจน์แต่ละขั้นดังนี้

การพิสูจน์ขั้นที่ 1

<u>คำถามให้เปรียบเทียบ</u> : สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การวางแผนในการพิสูจน์ข้อที่ 1 และ 2 ต่างกันอย่างไร (ในการวางแผนการพิสูจน์ข้อที่ 1 มีการลาก $\overline{OP}$ และในการวางแผนการพิสูจน์ข้อที่ 2 มีการลาก $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$)

<u>คำถามให้วิเคราะห์</u> :

- จากการวางแผนการพิสูจน์ข้อที่ 2 เพราะเหตุใด $OA = OB$ (เพราะ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ ต่างเป็นรัศมีของวงกลมเดียวกัน จึงยาวเท่ากัน)

- ทำไม $\overline{OB} \perp \overleftrightarrow{PB}$ และ $\overline{OA} \perp \overleftrightarrow{PA}$ (เพราะเส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส)

- เพราะเหตุใด $\Delta POA \cong \Delta POB$ (เพราะมี $O\hat{A}P = O\hat{B}P$ $OA = OB$ และมีด้านร่วมเป็น $\overline{OP}$ ดังนั้น $\Delta POA \cong \Delta POB$ แบบ ฉ.ด.ด.)

<u>คำถามให้อธิบาย</u> : นักเรียนจะแสดงการพิสูจน์ในขั้นนี้ได้อย่างไร

(ลาก $\overline{OP}$ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ (การสร้าง)

จะได้ว่า $OP = OP$ (ด้านร่วม)

และ $OA = OB$ (รัศมีของวงกลมเดียวกันมีขนาดเท่ากัน)

จาก $\overline{OB} \perp \overleftrightarrow{PB}$ และ $\overline{OA} \perp \overleftrightarrow{PA}$ (เส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส)

จะได้ว่า $O\hat{A}P = O\hat{B}P = 90^\circ$

นั่นคือ $\Delta POA \cong \Delta POB$ (ฉ.ด.ด.))

การพิสูจน์ขั้นที่ 2

<u>คำถามให้เปรียบเทียบ</u> : การวางแผนในการพิสูจน์ข้อที่ 2 และ 3 ต่างกันอย่างไร (ในการวางแผนการพิสูจน์ข้อที่ 3 แสดงให้เห็นว่า $PA = PB$)

<u>คำถามให้วิเคราะห์</u> : เพราะเหตุใด $PA = PB$ (เพราะ $\Delta POA \cong \Delta POB$)

<u>คำถามให้อธิบาย</u> : นักเรียนจะแสดงการพิสูจน์ต่อได้อย่างไร

(ดังนั้น $PA = PB$ ($\Delta POA \cong \Delta POB$))

ทั้งนี้ครูแสดงการพิสูจน์แต่ละขั้นบนโปรแกรม GSP หลังจบการถามคำถามในขั้นนั้น

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกปฏิบัติ

5.1 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 7 เพื่อฝึกใช้ทฤษฎีบทที่สรุปได้ เป็นการเสริมความชำนาญและความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีบทมากขึ้น

สื่อ และแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 7 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)
2. แบบฝึกหัดที่ 7 เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)

การวัดผลและประเมินผล

สิ่งที่ต้องวัด	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
1. อธิบายคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีได้	การตรวจใบกิจกรรมที่ 7 และแบบฝึกหัดที่ 7	- ใบกิจกรรมที่ 7 - แบบฝึกหัดที่ 7	ทำใบกิจกรรมที่ 7 และแบบฝึกหัดที่ 7 ได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป
2. ให้เหตุผลประกอบคำตอบโดยใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีได้อย่างสมเหตุสมผล	การตรวจใบกิจกรรมที่ 7 และแบบฝึกหัดที่ 7	- ใบกิจกรรมที่ 7 - แบบฝึกหัดที่ 7	มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลอยู่ในเกณฑ์ดีขึ้นไป
3. มีวินัย 4. มุ่งมั่นในการทำงาน	การสังเกตพฤติกรรมขณะปฏิบัติกิจกรรม	แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์	ผลการประเมินอยู่ในระดับดีขึ้นไป

บันทึกหลังการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

1. บันทึกหลังการใช้แผนการจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัย

1.1 สรุปผลการสอน

1.1.1 ด้านความรู้

นักเรียนสามารถอธิบายความรู้เก่าเกี่ยวกับทฤษฎีบทเส้นสัมผัสวงกลมและรัศมีได้อย่างคล่องแคล่ว เห็นได้ชัดว่านักเรียนมีความคุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้แล้วเพราะสามารถทำตามคำสั่งในใบกิจกรรมได้เลยโดยไม่ต้องรอให้ครูบอกก่อน

1.1.2 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักเรียนสังเกตเห็นลักษณะร่วมของมโนทัศน์อย่างรวดเร็วหลังจากที่ครูใช้คำถามระดับสูงให้เปรียบเทียบแล้ว และนักเรียนบางส่วนสามารถเขียนแสดงข้อสรุปของตนเป็นมโนทัศน์ที่สมบูรณ์ได้เลย โดยที่ครูยังไม่ได้ใช้คำถามระดับสูงให้สังเคราะห์ นอกจากนี้นักเรียนส่วนมากยังสามารถใช้ความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ได้เรียนทำแบบฝึกหัดได้อย่างถูกต้อง

1.1.3 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักเรียนสามารถใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และความรู้ทางคณิตศาสตร์เดิม รวมถึงมโนทัศน์

ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนในคาบนี้ ในการตอบคำถามระดับสูงและการเขียนเหตุผลประกอบคำตอบในส่วน “ทดลองทำ” และแบบฝึกหัดได้ค่อนข้างครบถ้วนและสมเหตุสมผล อีกทั้งนักเรียนยังสามารถให้เหตุผลประกอบการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

1.1.4 ด้านการมีส่วนร่วมของนักเรียน

นักเรียนให้ความร่วมมือกับกิจกรรมการเรียนรู้เป็นอย่างดี มีความกระตือรือร้นที่จะตอบคำถามและทำใบกิจกรรมและแบบฝึกหัด

1.2 ปัญหาและอุปสรรค

1.2.1 ด้านความรู้

ในคาบนี้ใช้เวลาค่อนข้างมากในการทบทวนความรู้เดิมเกี่ยวกับสมบัติการเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม เนื่องจากนักเรียนได้เรียนเรื่องนี้มานานแล้ว และนักเรียนบางส่วนยังใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในการทำแบบฝึกหัดอย่างไม่ถูกต้อง

1.2.2 ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

-

1.2.3 ด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

-

1.2.4 ด้านการมีส่วนร่วมของนักเรียน

มีนักเรียนที่ใช้เสียงดังในการตอบคำถามบ่อยครั้ง ทำให้ครูไม่ได้ยินคำตอบของนักเรียนคนอื่น และทำให้นักเรียนคนอื่นรู้สึกว่าไม่อยากตอบคำถาม

1.3 ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

แม้นักเรียนจะใช้เวลานานในการทบทวนความรู้เดิม แต่ก็ช่วยให้นักเรียนสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ในการพิสูจน์ได้โดยไม่ติดขัด ช่วยให้ไม่เสียเวลาในการพิสูจน์ สำหรับนักเรียนที่ใช้เสียงดังในการตอบคำถามบ่อยครั้ง ครูควรให้นักเรียนตอบให้เสร็จแล้วถามนักเรียนคนอื่นเพิ่มเติมในทำนองว่า “มีใครอยากตอบคำถามอีกไหม” “มีใครมีคำตอบที่แตกต่างจากเพื่อนไหม” หรือ “มีใครอยากเสริมคำตอบของเพื่อนไหม”

ลงชื่อ *ณัฐภัทร แสงมาลา* ผู้วิจัย

(นายณัฐภัทร แสงมาลา)

เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คะแนน/ความหมาย	**ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น**
3 (ดีมาก)	คำตอบถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์
2 (ดี)	- คำตอบถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์
1 (พอใช้)	- คำตอบถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล - คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลอยู่บางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	คำตอบไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล หรือไม่มีร่องรอยการตอบ

แบบประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์

คำชี้แจง ให้ทำเครื่องหมาย ✓ ในช่องระดับพฤติกรรม

รายการประเมิน	ระดับพฤติกรรม			
	3	2	1	0
1. มีวินัย				
1.1 ผลงานเป็นระเบียบ				
1.2 เข้าเรียนตรงเวลาที่กำหนด				
1.3 แต่งกายถูกต้องตามระเบียบของโรงเรียน				
2. มุ่งมั่นในการทำงาน				
2.1 นักเรียนตั้งใจทำแบบฝึกหัดในห้องเรียน				
2.2 นักเรียนส่งแบบฝึกหัดตามระยะเวลาที่กำหนด				
2.3 นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ครบสมบูรณ์ตามที่ครูสั่ง				
รวม				
ผลการประเมินอยู่ในระดับ				

เกณฑ์การประเมิน นักเรียนมีผลการประเมินอยู่ในระดับ “ดี” หรือ “ดีมาก” ถือว่าผ่านเกณฑ์

ลงชื่อ... ครูผู้ประเมิน

(นายณัฐภัทร แสงมาลา)

เกณฑ์การให้คะแนนแบบสังเกตพฤติกรรม

- ปฏิบัติเป็นประจำ 3 คะแนน
- ปฏิบัติบ่อยครั้ง 2 คะแนน
- ปฏิบัติบางครั้ง 1 คะแนน
- ไม่ปฏิบัติเลย 0 คะแนน

เกณฑ์การประเมินแบบสังเกตพฤติกรรม

- คะแนนรวม 0-3 คะแนน หมายถึง มีพฤติกรรมอยู่ในระดับ ควรปรับปรุง
- คะแนนรวม 4-8 คะแนน หมายถึง มีพฤติกรรมอยู่ในระดับ พอใช้
- คะแนนรวม 9-13 คะแนน หมายถึง มีพฤติกรรมอยู่ในระดับ ดี
- คะแนนรวม 14-18 คะแนน หมายถึง มีพฤติกรรมอยู่ในระดับ ดีมาก

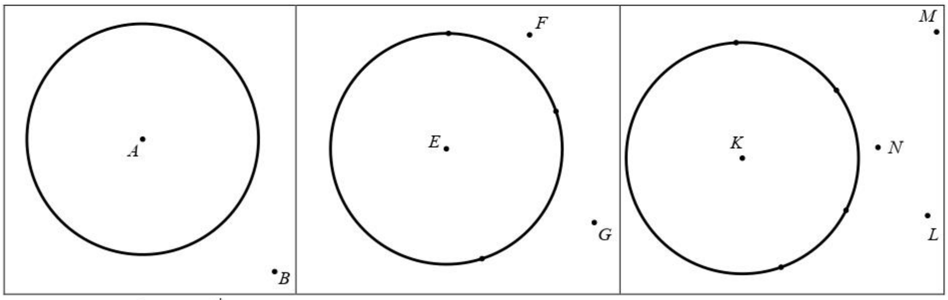
ชื่อ... นามสกุล... เลขที่............

ใบกิจกรรมที่ 7

เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาคำสั่งแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ในแต่ละรูป ให้นักเรียนลากส่วนของเส้นตรงจากจุดภายนอกวงกลมที่กำหนดให้ไปสัมผัสวงกลมในรูปนั้น ๆ พร้อมตั้งชื่อจุดสัมผัสที่เกิดขึ้นและวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงนั้นด้วย แล้วเติมตารางด้านล่างให้สมบูรณ์



ตารางประกอบกิจกรรมที่ 7

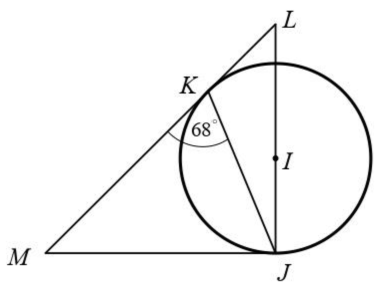
วงกลม	จุดภายนอกวงกลมที่พบ	ส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งลากจากจุดนั้นมาสัมผัสวงกลม	ความยาวของส่วนของเส้นตรงนั้น	ส่วนของเส้นตรงอีกเส้นลากจากจุดนั้นมาสัมผัสวงกลม	ความยาวของส่วนของเส้นตรงอีกเส้น	จำนวนส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกนั้นมาสัมผัสวงกลม
A	จุด B					
E	จุด F					
K						

2. นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ในตารางประกอบกิจกรรมที่ 7 ได้อย่างไร

....

....

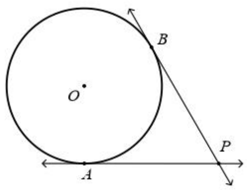
ทดลองทำ จงใช้ข้อสรุปของนักเรียนในการหาขนาดของ $K\hat{L}J$



วิธีทำ ข้อความ	เหตุผล
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)

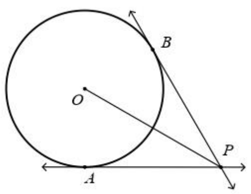
3. **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี $\overleftrightarrow{PA}$ และ $\overleftrightarrow{PB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม ที่จุด A และ B ตามลำดับ

ต้องการพิสูจน์ว่า $PA = PB$

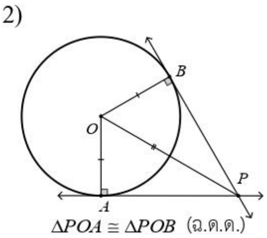


การวางแผนในการพิสูจน์

1)

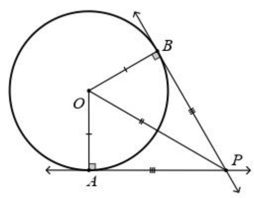


2)



$\Delta POA \cong \Delta POB$ (ฉ.ด.ด.)

3)



$PA = PB$

<u>**พิสูจน์**</u>

....

....

....

....

....

....

....

ทฤษฎีบทที่ได้ คือ **ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากัน**

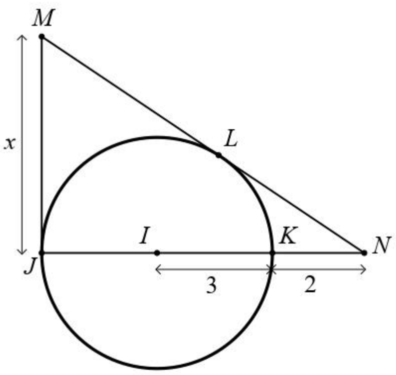
ชื่อ.. นามสกุล.. เลขที่............

แบบฝึกหัดที่ 7

เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)

คำชี้แจง จงหาค่า x ในรูปที่กำหนดให้ พร้อมแสดงเหตุผล

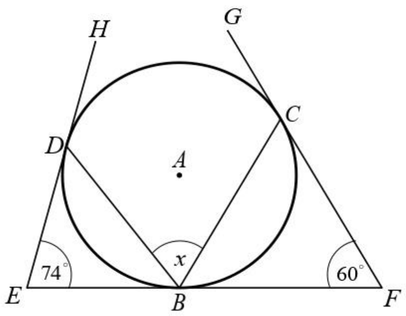
1.



วิธีทำ

ข้อความ	เหตุผล
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)

2.



<u>**วิธีทำ**</u>

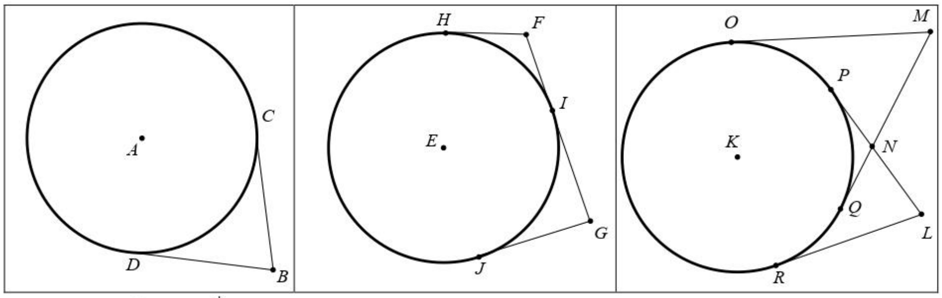
ข้อความ	เหตุผล
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)
....	(..)

เฉลยใบกิจกรรมที่ 7

เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาคำสั่งแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ในแต่ละรูป ให้นักเรียนลากส่วนของเส้นตรงจากจุดภายนอกวงกลมที่กำหนดให้ไปสัมผัสวงกลมในรูปนั้น ๆ พร้อมตั้งชื่อจุดสัมผัสที่เกิดขึ้นและวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงนั้นด้วย แล้วเติมตารางด้านล่างให้สมบูรณ์



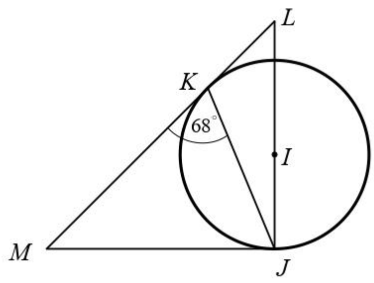
ตารางประกอบกิจกรรมที่ 7

วงกลม	จุดภายนอกวงกลมที่พบ	ส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งลากจากจุดนั้นมาสัมผัสวงกลม	ความยาวของส่วนของเส้นตรงนั้น	ส่วนของเส้นตรงอีกเส้นลากจากจุดนั้นมาสัมผัสวงกลม	ความยาวของส่วนของเส้นตรงอีกเส้น	จำนวนส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกนั้นมาสัมผัสวงกลม
A	จุด B	$\overline{BC}$	*2.5 ซ.ม.*	$\overline{BD}$	*2.5 ซ.ม.*	*2*
E	จุด F	$\overline{FH}$	*1.4 ซ.ม.*	$\overline{FI}$	*1.4 ซ.ม.*	*2*
	จุด G	$\overline{GI}$	*2 ซ.ม.*	$\overline{GJ}$	*2 ซ.ม.*	*2*
K	จุด L	$\overline{LR}$	*2.6 ซ.ม.*	$\overline{LP}$	*2.6 ซ.ม.*	*2*
	จุด M	$\overline{MO}$	*3.4 ซ.ม.*	$\overline{MQ}$	*3.4 ซ.ม.*	*2*
	จุด N	$\overline{NP}$	*1.2 ซ.ม.*	$\overline{NQ}$	*1.2 ซ.ม.*	*2*

2. นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ในตารางประกอบกิจกรรมที่ 7 ได้อย่างไร

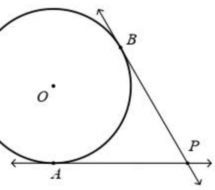
ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

ทดลองทำ จงใช้ข้อสรุปของนักเรียนในการหาขนาดของ $K\hat{L}J$



วิธีทำ ข้อความ	เหตุผล
จาก $M\hat{K}J = 68^{\circ}$	*กำหนดให้*
และ $MJ = MK$	*ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน*
จะได้ว่า ΔKMJ *เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว*	*มีด้านเท่ากันสองด้าน*
นั่นคือ $M\hat{J}K = M\hat{K}J = 68^{\circ}$	*มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว*
จาก $K\hat{M}J = 180^{\circ} - M\hat{J}K - M\hat{K}J = 44^{\circ}$	*ผลรวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม*
และ $M\hat{J}L = 90^{\circ}$	*เส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส*
ดังนั้น $K\hat{L}J = 180^{\circ} - K\hat{M}J - M\hat{J}L = 46^{\circ}$	*ผลรวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม*

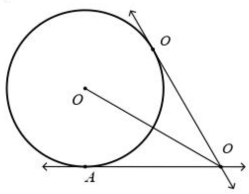
3. **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี $\overleftrightarrow{PA}$ และ $\overleftrightarrow{PB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม ที่จุด A และ B ตามลำดับ



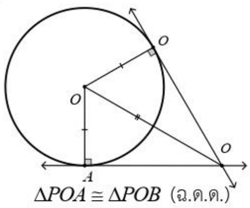
ต้องการพิสูจน์ว่า $PA = PB$

การวางแผนในการพิสูจน์

1)

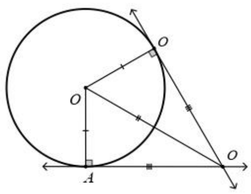


2)



$\Delta POA \cong \Delta POB$ (ฉ.ด.ด.)

3)



$PA = PB$

พิสูจน์

ลาก $\overline{OP}$ $\overline{OA}$ *และ* $\overline{OB}$	*(การสร้าง)*
จะได้ว่า $OP = OP$	*(ด้านร่วม)*
และ $OA = OB$	*(รัศมีของวงกลมเดียวกันมีขนาดเท่ากัน)*
จาก $\overline{OB} \perp \overleftrightarrow{PB}$ *และ* $\overline{OA} \perp \overleftrightarrow{PA}$ *จะได้ว่า* $O\hat{A}P = O\hat{B}P = 90^{\circ}$	*(เส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส)*
นั่นคือ $\Delta POA \cong \Delta POB$	*(ฉ.ด.ด.)*
ดังนั้น $PA = PB$	*(* $\Delta POA \cong \Delta POB$ *)*

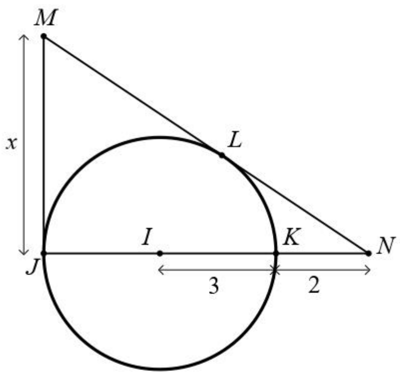
ทฤษฎีบทที่ได้ คือ **ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากัน**

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 7

เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)

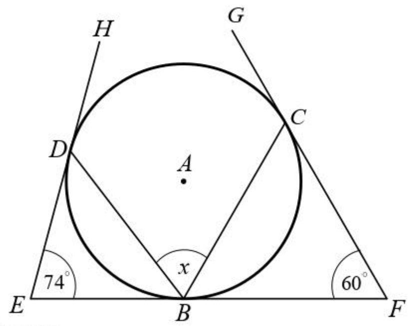
คำชี้แจง จงหาค่า x ในรูปที่กำหนดให้ พร้อมแสดงเหตุผล

1.



	ข้อความ	เหตุผล
จาก	$IK = 3 \quad KN = 2$ *และ* $MJ = x$	*กำหนดให้*
ลาก	$\overline{IL}$	*การสร้าง*
จะได้ว่า	$IJ = IL = IK = 3$	*รัศมีของวงกลมเดียวกันมีขนาดเท่ากัน*
จาก	$\overline{IL} \perp \overline{MN}$ *และ* $\overline{IJ} \perp \overline{MJ}$	*เส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส*
จะได้	$LN = \sqrt{IN^2 - IL^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$	*ทฤษฎีบทพีทาโกรัส*
จาก	$ML = MJ = x$	*ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน*
และ	$MN^2 = MJ^2 + JN^2$	*ทฤษฎีบทพีทาโกรัส*
จะได้ว่า	$(x+4)^2 = x^2 + 8^2$	*แทนค่า*
นั่นคือ	$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 64$	*สมบัติของการเท่ากัน*
ดังนั้น	$x = 6$	*สมบัติของการเท่ากัน*

2.



ข้อความ	เหตุผล
จาก $\quad D\hat{E}B = 74^\circ$ และ $B\hat{F}C = 60^\circ$	กำหนดให้
จาก $\quad ED = EB$ และ $FB = FC$	ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน
จะได้ว่า ΔDEB และ ΔBFC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	มีด้านเท่ากันสองด้าน
นั่นคือ $\quad E\hat{D}B = E\hat{B}D$ และ $C\hat{B}F = B\hat{C}F$	มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
จาก $\quad E\hat{B}D + E\hat{D}B + D\hat{E}B = 180^\circ$	ผลรวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
จะได้ $\quad E\hat{B}D + E\hat{B}D + 74^\circ = 180^\circ$	สมบัติของการเท่ากัน
$\quad E\hat{B}D = 53^\circ$	สมบัติของการเท่ากัน
จาก $\quad C\hat{B}F + B\hat{C}F + B\hat{F}C = 180^\circ$	ผลรวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
จะได้ $\quad C\hat{B}F + C\hat{B}F + 60^\circ = 180^\circ$	สมบัติของการเท่ากัน
$\quad C\hat{B}F = 60^\circ$	สมบัติของการเท่ากัน
จาก $D\hat{B}C = 180^\circ - E\hat{B}D - C\hat{B}F = 180^\circ - 53^\circ - 60^\circ = 67^\circ$	ขนาดของมุมตรง
ดังนั้น $\quad x = 67^\circ$	คำตอบ

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ.. นามสกุล.. เลขที่..........

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบนี้เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก มีทั้งหมด 10 ข้อ

2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที

3. ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำเครื่องหมาย ✗ ลงในกระดาษคำตอบ

4. เกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ผิดข้อละ 0 คะแนน

5. หากมีปัญหาให้สอบถามครูผู้คุมสอบ

1. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี $A\hat{O}B$ เป็นมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลม ที่รองรับด้วย AB ถ้า $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลมนี้ แล้วข้อใดที่แสดงว่า $A\hat{O}B = 2A\hat{C}B$

ก. $A\hat{O}B$ มีขนาด 90 องศา
ข. $A\hat{C}B$ รองรับด้วย AB
ค. $A\hat{C}B$ เป็นมุมป้าน
ง. AB เป็นส่วนโค้งเล็ก

2. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง ที่มี A B และ C เป็นจุดบนวงกลมที่ไม่ซ้อนทับกัน ตามลำดับ หาก $\overline{AB}$ ผ่านจุด O แล้ว $A\hat{C}B$ จะมีขนาดเท่าใด

ก. 90 องศา
ข. 180 องศา
ค. 270 องศา
ง. 360 องศา

3. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า A B C และ D เป็นจุดบนวงกลมที่ไม่ซ้อนทับกัน ตามลำดับ ข้อใดต่อไปนี้ที่แสดงว่า $A\hat{C}B = A\hat{D}B$

ก. จุด A และ B เป็นจุดปลายของเส้นผ่านศูนย์กลาง
ข. $A\hat{C}B$ และ $A\hat{D}B$ รองรับด้วย AB เหมือนกัน
ค. จุด C อยู่บนส่วนโค้งใหญ่ AB และจุด D อยู่บนส่วนโค้งเล็ก AB
ง. ขนาดของ $A\hat{O}B$ เป็นสองเท่าของ $A\hat{D}B$

4. กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $A\hat{B}C + B\hat{A}D = 180^\circ$ และ $A\hat{D}C + C\hat{B}A = 180^\circ$

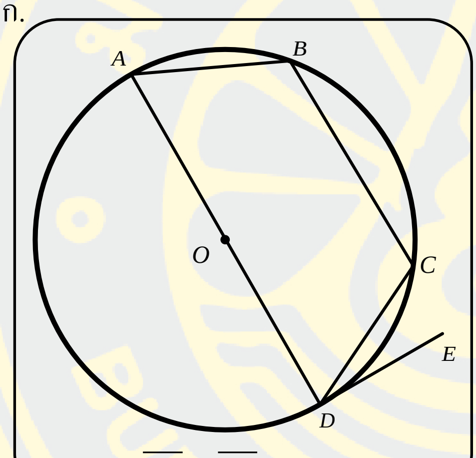
ข. $B\hat{C}D + C\hat{B}A = 180^\circ$ และ $B\hat{A}D + A\hat{D}C = 180^\circ$

ค. $C\hat{D}A + A\hat{B}C = 180^\circ$ และ $B\hat{C}D + D\hat{A}B = 180^\circ$

ง. $B\hat{A}D + D\hat{C}B = 180^\circ$ และ $A\hat{B}C + D\hat{C}B = 180^\circ$

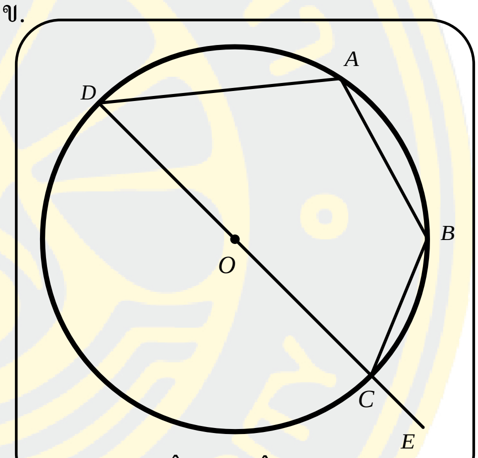
5. จากข้อความ “$\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม O และ E เป็นจุดภายนอกวงกลม ที่ทำให้ $\overline{DE}$ ขนานกับ $\overline{CD}$” ภาพใดต่อไปนี้ที่แสดงถึงการสร้างตามข้อความข้างต้น และมีข้อความอธิบายเพิ่มเติมที่ถูกต้อง

ก.



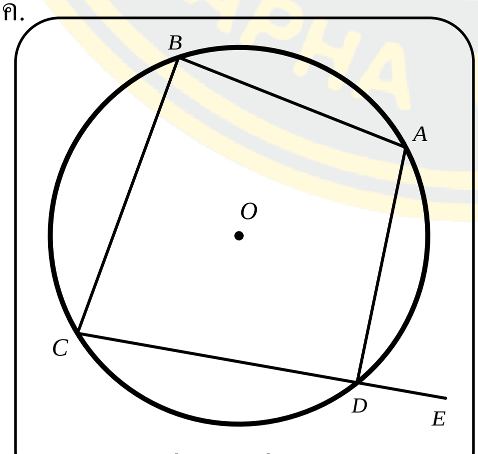
จากภาพ $\overline{OD} \perp \overline{DE}$

ข.



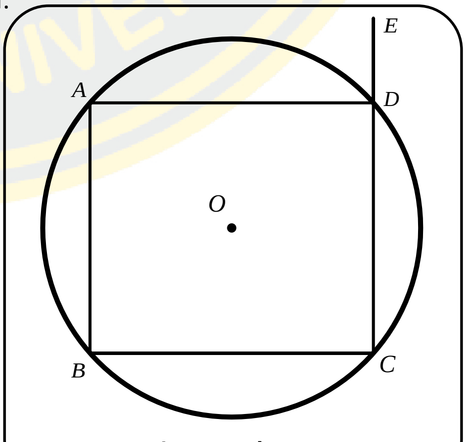
จากภาพ $B\hat{C}E = A\hat{B}C$

ค.



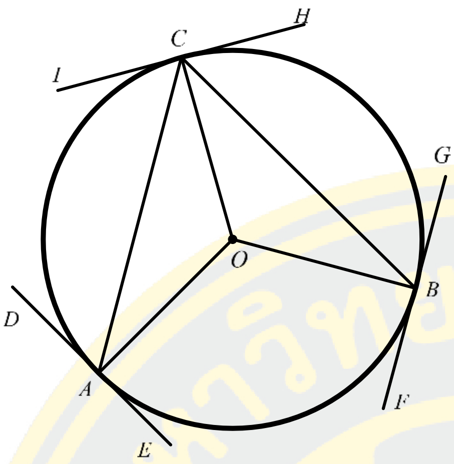
จากภาพ $A\hat{D}E = A\hat{B}C$

ง.



จากภาพ $A\hat{D}E = D\hat{O}B$

6.



จากภาพ กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1 : $H\hat{C}O$ $O\hat{A}D$ และ $G\hat{B}O$ เป็นมุมฉาก เพราะเป็นมุมระหว่างเส้นสัมผัสกับรัศมีของวงกลม

2 : $I\hat{C}A$ $C\hat{B}G$ และ $D\hat{A}C$ ไม่เป็นมุมฉาก เพราะอยู่ระหว่างเส้นสัมผัสกับคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

ข้อความใดกล่าวถูกต้อง

ก. ทั้ง 1 และ 2 ข. 1 เพียงข้อเดียว

ค. 2 เพียงข้อเดียว ง. ไม่มีข้อใดถูก

7. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง ที่มี P เป็นจุดภายนอกวงกลม ถ้า $\overleftrightarrow{PA}$ $\overleftrightarrow{PB}$ และ $\overleftrightarrow{PC}$ เป็นสัมผัสวงกลมที่จุด A B และ C ตามลำดับ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1 : $\overline{PA}$ $\overline{PB}$ และ $\overline{PC}$ ต่างมีความยาวเท่ากัน

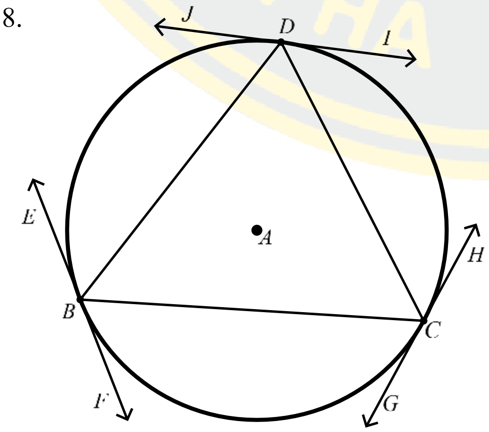
2 : สำหรับจุด A B และ C จะต้องมีอย่างน้อย 2 จุดที่ซ้อนทับกัน

ข้อความใดกล่าวถูกต้อง

ก. ทั้ง 1 และ 2 ข. 1 เพียงข้อเดียว

ค. 2 เพียงข้อเดียว ง. ไม่มีข้อใดถูก

8.



จากภาพที่กำหนดให้ ข้อความใดกล่าวถูกต้อง

ก. $B\hat{D}C = B\hat{C}G$ และ $C\hat{B}F = B\hat{C}D$

ข. $F\hat{B}C = B\hat{C}D$ และ $J\hat{D}B = C\hat{B}D$

ค. $D\hat{B}E = B\hat{C}G$ และ $B\hat{D}J = D\hat{C}H$

ง. $D\hat{C}B = E\hat{B}D$ และ $D\hat{B}C = I\hat{D}C$

9. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง ที่มี $\overline{AD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง มี $\overline{BF}$ และ $\overline{CE}$ เป็นคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง และ $\overline{AD}$ ตัด $\overline{BF}$ กับ $\overline{CE}$ ที่จุด P และ Q ตามลำดับ ถ้า $\overline{AD} \perp \overline{CE}$ แต่ $\overline{AD} \not\perp \overline{BF}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $AP = PD$ ข. $CQ = QE$

ค. $AQ = QD$ ง. $BP = PF$

10. กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงหนึ่ง ที่มี $\overline{AD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง มี $\overline{BF}$ และ $\overline{CE}$ เป็นคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง และ $\overline{AD}$ ตัด $\overline{BF}$ กับ $\overline{CE}$ ที่จุด P และ Q ตามลำดับ ถ้า $CQ = QE$ และ $BP = PF$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $\overline{AD} \perp \overline{CE}$ แต่ $\overline{AD} \not\perp \overline{BF}$ ข. $\overline{AD} \not\perp \overline{CE}$ และ $\overline{AD} \not\perp \overline{BF}$

ค. $\overline{AD} \perp \overline{BF}$ แต่ $\overline{AD} \not\perp \overline{CE}$ ง. $\overline{AD} \perp \overline{BF}$ และ $\overline{AD} \perp \overline{CE}$

เฉลยแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ข้อที่ 1 ตอบ ข.

ข้อที่ 2 ตอบ ก.

ข้อที่ 3 ตอบ ข.

ข้อที่ 4 ตอบ ค.

ข้อที่ 5 ตอบ ค.

ข้อที่ 6 ตอบ ก.

ข้อที่ 7 ตอบ ก.

ข้อที่ 8 ตอบ ง.

ข้อที่ 9 ตอบ ข.

ข้อที่ 10 ตอบ ง.

แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ.................................... นามสกุล.. เลขที่...........

คำชี้แจง 1. แบบทดสอบนี้เป็นแบบทดสอบอัตนัย มีทั้งหมด 10 ข้อ

2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที

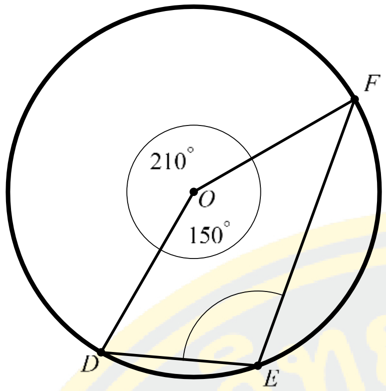
3. ให้นักเรียนเขียนคำตอบลงในแบบทดสอบฉบับนี้ พร้อมแสดงเหตุผลประกอบคำตอบอย่างละเอียด

4. กำหนดเกณฑ์ในการให้คะแนนข้อละ 3 คะแนน ดังนี้

คะแนน/ความหมาย	**ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏให้เห็น**
3 (ดีมาก)	คำตอบถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์
2 (ดี)	คำตอบถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลเพียงบางส่วน / คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลและสมบูรณ์
1 (พอใช้)	คำตอบถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล / คำตอบไม่ถูกต้อง แต่มีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างสมเหตุสมผลอยู่บางส่วน
0 (ต้องปรับปรุง)	คำตอบไม่ถูกต้อง และมีการแสดงเหตุผลหรืออธิบาย ประกอบคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยใช้สมบัติ บทนิยาม ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์อย่างไม่สมเหตุสมผล หรือไม่มีการแสดงเหตุผล หรือไม่มีร่องรอยการตอบ

5. หากมีปัญหาให้สอบถามครูผู้คุมสอบ

1.



จากภาพ กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $D\hat{E}F$ มีขนาดเท่าใด เพราะเหตุใด

ตอบ..

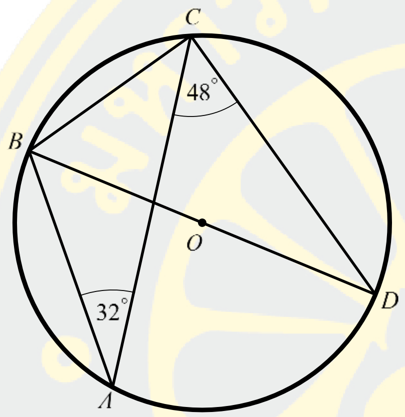
เพราะ..

....

....

....

2.



จากภาพ กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จงแสดงการหาค่า $A\hat{B}C$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

<u>**วิธีทำ**</u> **ข้อความ** **เหตุผล**

....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

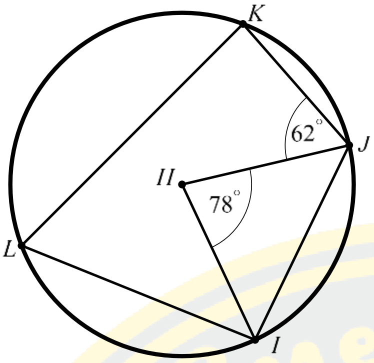
3. กำหนดให้วงกลม O มี $L\hat{M}N$ $L\hat{R}N$ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกม ซึ่ง $L\hat{M}N = 40^\circ$ รองรับด้วยส่วนโค้ง LN และ $L\hat{R}N = 140^\circ$ รองรับด้วยส่วนโค้ง LMN ถ้า $L\hat{P}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง LN และ $L\hat{V}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง LMN แล้ว $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด

ตอบ..

เพราะ..

....

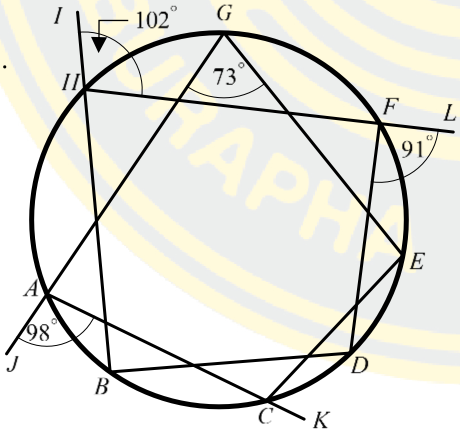
4.



จากภาพ กำหนดให้ H เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จงแสดงการหาขนาดของ $K\hat{L}I$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

วิธีทำ **ข้อความ** **เหตุผล**

5.



จากภาพ $D\hat{B}H$ มีขนาดเท่าใด เพราะเหตุใด

ตอบ

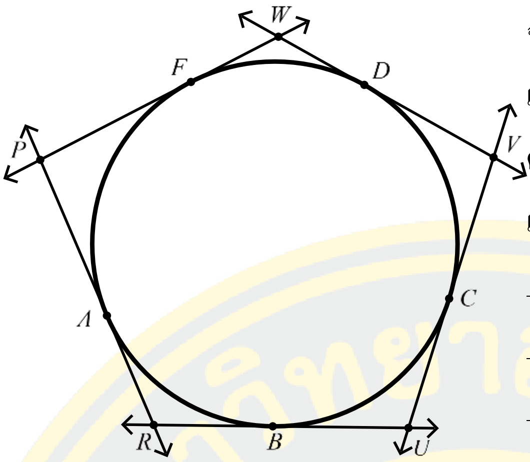
เพราะ

6. ให้ $\overleftrightarrow{MN}$ สัมผัสวงกลม P ที่จุด L ถามว่า $P\hat{L}M$ และ $P\hat{L}N$ มีขนาดเท่าใด เพราะเหตุใด

ตอบ

เพราะ

7.



จากภาพ $\overline{PA}$ และ $\overline{PF}$ มีขนาดเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ..

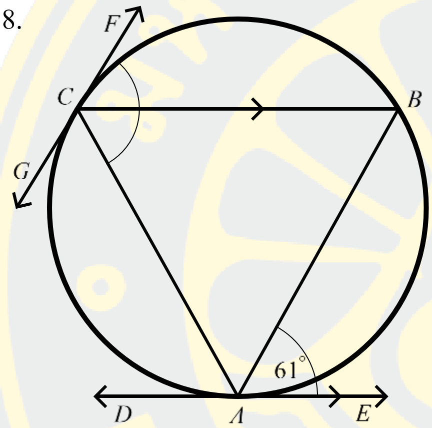
เพราะ..

....

....

....

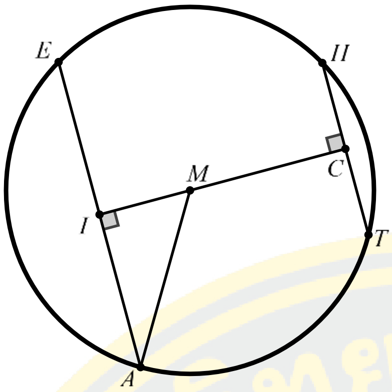
8.



จากภาพจงแสดงการหาขนาดของ $F\hat{C}B$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

<u>**วิธีทำ**</u> **ข้อความ**	**เหตุผล**
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

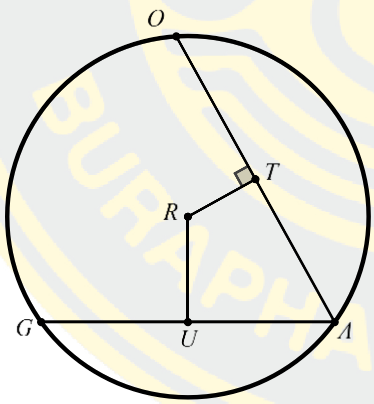
9.



จากภาพ กำหนดให้ M เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $EA = 12$ $MA = 10$ และ $IC = 14$ จงแสดงการหาขนาดของ $\overline{MC}$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

<u>วิธีทำ</u> **ข้อความ** **เหตุผล**

10.

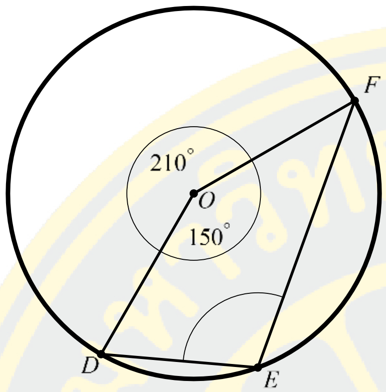


จากภาพ กำหนดให้ R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $GU = 20$ $UA = 20$ $RU = 15$ และ $RT = 7$ จงแสดงการหาขนาดของ $\overline{TA}$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

<u>วิธีทำ</u> **ข้อความ** **เหตุผล**

เฉลยแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
เรื่อง วงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.

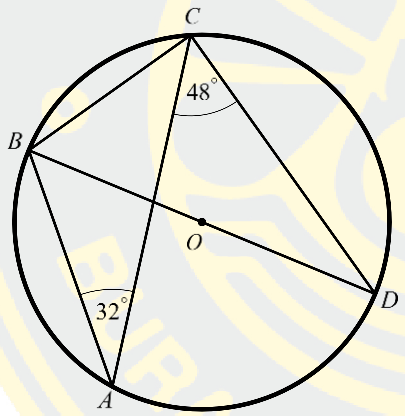


จากภาพ กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $D\hat{E}F$ มีขนาดเท่าใด เพราะเหตุใด

ตอบ 105 องศา

เพราะ $D\hat{E}F$ เป็นมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันกับมุมกลับ DOF ซึ่งเป็นมุมที่จุดศูนย์กลาง ทำให้มุมกลับ DOF มีขนาดเท่ากับ $2D\hat{E}F$

2.



จากภาพ กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จงแสดงการหาค่า $A\hat{B}C$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

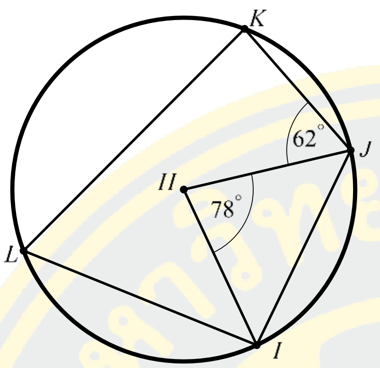
<u>**วิธีทำ**</u> **ข้อความ**	**เหตุผล**
จาก $A\hat{C}D = 48^\circ$ และ $B\hat{A}C = 32^\circ$	กำหนดให้
จะได้ว่า $B\hat{C}D = 90^\circ$	มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา
นั่นคือ $B\hat{C}A = B\hat{C}D - A\hat{C}D = 42^\circ$	สมบัติของการเท่ากัน
จาก $A\hat{B}C = 180^\circ - B\hat{C}A - B\hat{A}C$	ผลรวมขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
จะได้ว่า $A\hat{B}C = 180^\circ - 32^\circ - 42^\circ$	สมบัติของการเท่ากัน
ดังนั้น $A\hat{B}C = 106^\circ$	คำตอบ

3. กำหนดให้วงกลม O มี $L\hat{M}N$ $L\hat{R}N$ $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกม ซึ่ง $L\hat{M}N = 40^\circ$ รองรับด้วยส่วนโค้ง LN และ $L\hat{R}N = 140^\circ$ รองรับด้วยส่วนโค้ง LMN ถ้า $L\hat{P}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง LN และ $L\hat{V}N$ รองรับด้วยส่วนโค้ง LMN แล้ว $L\hat{P}N$ และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่าไร เพราะเหตุใด

ตอบ $L\hat{P}N$ มีขนาดเท่ากับ 40 องศา และ $L\hat{V}N$ มีขนาดเท่ากับ 140 องศา

เพราะ มุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

4.

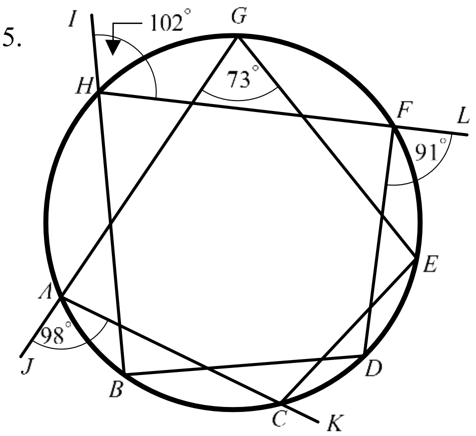


จากภาพ กำหนดให้ H เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม จงแสดงการหาขนาดของ $K\hat{L}I$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

<u>วิธีทำ</u> ข้อความ	**เหตุผล**
จาก $I\hat{H}J = 78^\circ$ และ $K\hat{J}H = 62^\circ$	กำหนดให้
จาก $HJ = HI$	รัศมีของวงกลมเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน
	มีด้านสองด้านที่มีขนาดเท่ากัน
จะได้ว่า ΔIHJ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน
นั่นคือ $H\hat{J}I = H\hat{I}J$	ผลรวมขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
จะได้ว่า $H\hat{J}I = 180^\circ - H\hat{I}J - I\hat{H}J$	สมบัติของการเท่ากัน
$H\hat{J}I = 180^\circ - H\hat{J}I - 78^\circ$	สมบัติของการเท่ากัน
$H\hat{J}I = 51^\circ$	สมบัติของการเท่ากัน
นั่นคือ $K\hat{J}I = K\hat{J}H + H\hat{J}I = 113^\circ$	ผลรวมขนาดของมุมภายในที่ตรงข้ามกันของรูป
จาก $K\hat{L}I = 180^\circ - K\hat{J}I = 67^\circ$	สี่เหลี่ยมแนบในวงกลมเท่ากับ 180 องศา
	คำตอบ

ดังนั้น $K\hat{L}I = 67^\circ$

5.



จากภาพ $D\hat{B}H$ มีขนาดเท่าใด เพราะเหตุใด

ตอบ 91 องศา

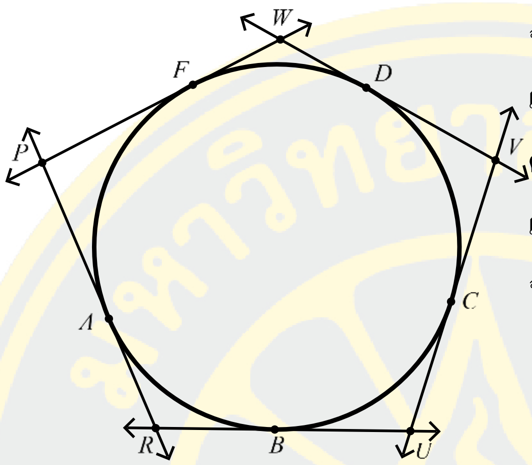
เพราะ มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจากการต่อด้าน ๆ หนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมจะเท่ากับมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

6. ให้ $\overleftrightarrow{MN}$ สัมผัสวงกลม P ที่จุด L ถามว่า $P\hat{L}M$ และ $P\hat{L}N$ มีขนาดเท่าใด เพราะเหตุใด

ตอบ $P\hat{L}M$ และ $P\hat{L}N$ มีขนาดเท่ากับ 90 องศา

เพราะ เส้นสัมผัสวงกลมย่อมตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

7.

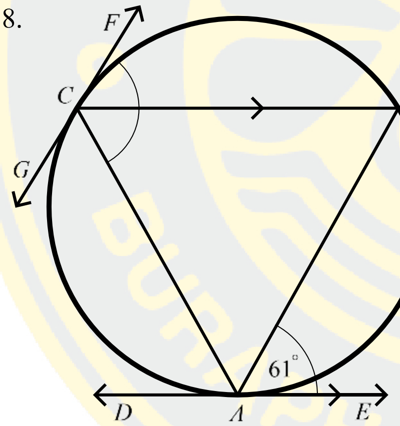


จากภาพ $\overline{PA}$ และ $\overline{PF}$ มีขนาดเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ เท่ากัน

เพราะ ส่วนของเส้นตรงที่ลากจุดภายนอกจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน

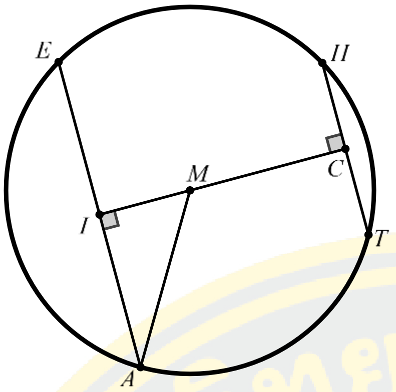
8.



จากภาพจงแสดงการหาขนาดของ $F\hat{C}B$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

<u>**วิธีทำ**</u> **ข้อความ**	**เหตุผล**
จาก $B\hat{A}E = 61^\circ$ และ $\overline{BC} // \overline{DE}$	กำหนดให้
จะได้ว่า $C\hat{B}A = B\hat{A}E = 61^\circ$	มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
และ $A\hat{C}B = B\hat{A}E = 61^\circ$	มุมระหว่างคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลม มีขนาดเท่ากับมุมในส่วนโค้งที่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น
จาก $C\hat{A}B = 180^\circ - C\hat{B}A - A\hat{C}B = 58^\circ$	ผลรวมขนาดของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม
ดังนั้น $F\hat{C}B = C\hat{A}B = 58^\circ$	มุมระหว่างคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลม มีขนาดเท่ากับมุมในส่วนโค้งที่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

9.

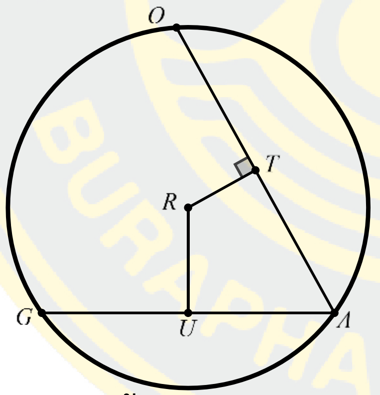


จากภาพ กำหนดให้ M เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $EA = 12$ $MA = 10$ และ $IC = 14$ จงแสดงการหาขนาดของ $\overline{MC}$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

<u>วิธีทำ</u>

ข้อความ	**เหตุผล**
จาก $EA = 12$ $MA = 10$ $IC = 14$ และ $\overline{MI} \perp \overline{EA}$	กำหนดให้
จะได้ว่า $EI = IA = 6$	ส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางและตั้งฉากกับคอร์ดจะแบ่งครึ่งคอร์ดนั้น
นั่นคือ $MI = \sqrt{MA^2 - IA^2} = 8$	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
จะได้ว่า $MC = IC - MI = 6$	สมบัติของการเท่ากัน
ดังนั้น $MC = 6$	คำตอบ

10.



จากภาพ กำหนดให้ R เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $GU = 20$ $UA = 20$ $RU = 15$ และ $RT = 7$ จงแสดงการหาขนาดของ $\overline{TA}$ พร้อมให้เหตุผลประกอบทุกขั้น

<u>วิธีทำ</u>

ข้อความ	**เหตุผล**
จาก $GU = UA = 20$ $RU = 15$ $RT = 7$ และ $\overline{RT} \perp \overline{OA}$	กำหนดให้
จะได้ว่า $\overline{RU} \perp \overline{GA}$	ส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางและแบ่งครึ่งคอร์ดจะตั้งฉากกับคอร์ดนั้น
ลาก $\overline{RA}$	การสร้าง
จะได้ว่า $RA = \sqrt{RU^2 + UA^2} = 25$	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
นั่นคือ $TA = \sqrt{RA^2 - RT^2} = 24$	ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
ดังนั้น $TA = 24$	คำตอบ

ภาคผนวก ค

1. การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

3. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

4. การวิเคราะห์ค่าความยาก อำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

5. การวิเคราะห์ค่าความยาก อำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

6. คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

7. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

1. การวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ตารางที่ ค-1 ผลการวิเคราะห์ความเหมาะสมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จากผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ					$\overline{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลาง								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.71	0.10	มากที่สุด

ตารางที่ ค-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ					$\overline{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	5	4	4	5	4	4.40	0.55	มาก
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	5	4	4.40	0.55	มาก
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.69	0.16	มากที่สุด
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลม								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด

ตารางที่ ค-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	$\overline{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	5	4	4	4	5	4.40	0.55	มาก
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	3	5	4	5	5	4.40	0.89	มาก
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.69	0.16	มากที่สุด
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	3	5	4	5	5	4.40	0.89	มาก

ตารางที่ ค-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ					$\overline{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	**คนที่ 2**	**คนที่ 3**	**คนที่ 4**	**คนที่ 5**			
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	5	4	4.60	0.55	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.71	0.14	มากที่สุด
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม (ต่อ)								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	5	4	4	4	5	4.40	0.55	มาก
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	3	5	4	5	5	4.40	0.89	มาก
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด

ตารางที่ ค-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	$\overline{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.67	0.16	มากที่สุด
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	5	4	4	4	4	4.20	0.45	มาก
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	4	5	4	4	5	4.40	0.55	มาก
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.67	0.21	มากที่สุด

ตารางที่ ค-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5	$\overline{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 7 เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	5	5	4	4	4	4.40	0.55	มาก
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	3	5	4	5	5	4.40	0.89	มาก
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	4	5	4.60	0.55	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.67	0.16	มากที่สุด
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 เรื่อง เส้นสัมผัสและคอร์ด								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด

ตารางที่ ค-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ					$\overline{X}$	S	ระดับความเหมาะสม
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	5	4	4	5	4	4.40	0.55	มาก
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	3	5	4	5	5	4.40	0.89	มาก
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.69	0.16	มากที่สุด
แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 เรื่อง คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม								
1. ผลการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
2. จุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
3. สาระสำคัญ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
4. สาระการเรียนรู้	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
5. กระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับคำถามระดับสูง								
ขั้นเตรียม	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นนำเสนอตัวอย่าง	3	5	4	5	5	4.40	0.89	มาก

ตารางที่ ค-1 (ต่อ)

รายการประเมิน	**คะแนนจากผู้เชี่ยวชาญ**					$\overline{X}$	S	**ระดับความเหมาะสม**
	คนที่ 1	**คนที่ 2**	**คนที่ 3**	**คนที่ 4**	**คนที่ 5**			
ขั้นเปรียบเทียบและสรุป	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
ขั้นใช้และตรวจสอบทฤษฎี	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
ขั้นฝึกปฏิบัติ	5	5	4	5	5	4.80	0.45	มากที่สุด
6. สื่อ และแหล่งการเรียนรู้	5	5	4	5	4	4.60	0.55	มากที่สุด
7. การวัดผลและประเมินผล	4	5	4	5	5	4.60	0.55	มากที่สุด
รวม						4.71	0.14	มากที่สุด

จากตารางที่ ค-1 พบว่าในแต่ละแผนมีค่าเฉลี่ยของคะแนนประเมินจากผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 4.71 4.69 4.69 4.71 4.67 4.67 4.67 4.69 และ 4.71 ตามลำดับ มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนประเมินจากผู้เชี่ยวชาญเท่ากับ 0.10 0.16 0.16 0.14 0.16 0.21 0.16 0.16 และ 0.14 ตามลำดับ และทุกแผนได้รับคะแนนความเหมาะสมจากผู้เชี่ยวชาญในระดับมากที่สุด

2. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ตารางที่ ค-2 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จากผู้เชี่ยวชาญ

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum_{i=1}^{5} R_i$	IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	0	1	1	1	1	4	0.8	ใช้ได้
2	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
3	0	1	1	1	1	4	0.8	ใช้ได้
4	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
5	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
6	0	1	1	1	1	4	0.8	ใช้ได้
7	-1	1	1	1	1	3	0.6	ใช้ได้
8	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
9	1	0	1	1	1	4	0.8	ใช้ได้
10	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
11	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
12	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
13	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
14	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
15	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
16	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
17	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
18	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
19	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
20	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้

จากตาราง ค-2 พบว่าค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อ มีค่าตั้งแต่ 0.6-1.0 และสามารถนำไปใช้ในการเก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างได้ทุกข้อ

3. การวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ตารางที่ ค-3 ผลการวิเคราะห์ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จากผู้เชี่ยวชาญ

ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ					$\sum_{i=1}^{5} R_i$	IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	คนที่ 4	คนที่ 5			
1	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
2	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
3	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
4	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
5	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
6	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
7	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
8	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
9	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
10	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
11	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
12	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
13	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
14	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
15	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
16	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
17	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
18	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้
19	0	1	1	1	1	4	0.8	ใช้ได้
20	1	1	1	1	1	5	1.0	ใช้ได้

จากตาราง ค-3 พบว่าค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อ มีค่าตั้งแต่ 0.8-1.0 และสามารถนำไปใช้ในการเก็บข้อมูลกับกลุ่มตัวอย่างได้ทุกข้อ

4. การวิเคราะห์ค่าความยาก อำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ตารางที่ ค-4 การวิเคราะห์ค่าความยากและอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1*	0.60	0.80	**11**	0.35	0.30
2	0.75	0.50	**12***	0.55	0.50
3	0.55	0.50	**13***	0.55	0.70
4*	0.60	0.80	**14**	0.35	0.10
5*	0.60	0.80	**15***	0.55	0.70
6	0.55	0.10	**16**	0.50	0.40
7	0.65	0.30	**17**	0.45	0.30
8*	0.55	0.70	**18***	0.55	0.70
9*	0.55	0.70	**19***	0.50	0.80
10	0.60	0.40	**20**	0.65	0.30

* คือ ข้อที่ผู้วิจัยเลือกไว้เป็นแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากตารางที่ ค-4 พบว่าข้อสอบที่ผู้วิจัยเลือกมาเป็นแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม นั้นมีค่าความยากตั้งแต่ 0.50-0.60 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.50-0.80

ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม คำนวณได้ดังนี้

$$KR-20 = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum_{i=1}^{k} p_i q_i}{S_t^2}\right]$$

$$= \frac{10}{10-1}\left[1-\frac{2.46}{8.48}\right]$$

$$= 0.79$$

5. การวิเคราะห์ค่าความยาก อำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ตารางที่ ค-5 การวิเคราะห์ค่าความยากและอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

ข้อที่	p	r	ข้อที่	p	r
1	0.77	0.47	**11**	0.62	0.23
2*	0.58	0.43	**12***	0.62	0.30
3	0.52	0.30	**13***	0.58	0.30
4*	0.58	0.37	**14**	0.67	0.27
5	0.70	0.33	**15**	0.33	0.27
6*	0.55	0.57	**16***	0.42	0.30
7*	0.57	0.27	**17***	0.48	0.30
8	0.42	0.23	**18**	0.45	0.23
9*	0.63	0.27	**19***	0.47	0.40
10	0.73	0.27	**20**	0.35	0.30

* คือ ข้อที่ผู้วิจัยเลือกไว้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากตารางที่ ค-5 พบว่าข้อสอบที่ผู้วิจัยเลือกมาเป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม นั้นมีค่าความยากตั้งแต่ 0.42-0.63 และมีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.27-0.57

ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม คำนวณได้ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left[1-\frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}{S_t^2}\right]$$

$$= \frac{10}{10-1}\left[1-\frac{5.48}{20.06}\right]$$

$$= 0.81$$

6. คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

ตารางที่ ค-6 คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

คนที่	คะแนน (เต็ม 10 คะแนน)
1	8
2	8
3	6
4	9
5	10
6	7
7	9
8	9
9	10
10	9
11	7
12	6
13	10
14	10
15	6
16	5
17	7
18	8
19	9
20	9
21	9
22	7
23	9
24	9

ตารางที่ ค-6 (ต่อ)

คนที่	คะแนน (เต็ม 10 คะแนน)
25	2
26	7
27	9
28	6
29	9
30	9
31	5
32	9
33	7
34	8
35	9
36	10
คะแนนเฉลี่ย	7.94
ร้อยละ	79.44
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.77

2. คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

ตารางที่ ค-7 คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง

คนที่	คะแนน (เต็ม 30 คะแนน)
1	23
2	26
3	16
4	26

ตารางที่ ค-7 (ต่อ)

คนที่	คะแนน (เต็ม 30 คะแนน)
5	28
6	19
7	25
8	25
9	27
10	25
11	19
12	20
13	25
14	26
15	19
16	17
17	22
18	22
19	25
20	24
21	24
22	20
23	24
24	24
25	15
26	19
27	23
28	19
29	25
30	23
31	20

ตารางที่ ค-7 (ต่อ)

คนที่	คะแนน (เต็ม 30 คะแนน)
32	26
33	22
34	22
35	26
36	26
คะแนนเฉลี่ย	22.69
ร้อยละ	75.65
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	3.29

ภาคผนวก ง

1. ผลการเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบซี

2. ผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบซี

1. ผลการเปรียบเทียบคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบซี

ทดสอบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (7 คะแนน) หรือไม่ โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ค-6

<u>สมมติฐานการวิจัย</u> คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ให้ μ คือ คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม

1) สมมติฐานการทดสอบ

$H_0 : \mu \leq 7$

$H_1 : \mu > 7$

2) กำหนด $\alpha = 0.05$

3) ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ การทดสอบซี (กัลยา วานิชย์บัญชา, 2561, หน้า 69)

4) คำนวณค่าสถิติทดสอบซี และค่า p ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{7.94 - 7}{\frac{1.77}{\sqrt{36}}}$$

$$= 3.19$$

จากตารางความน่าจะเป็นแบบปกติ (กัลยา วานิชย์บัญชา, 2561, หน้า 285) พบว่า ที่ค่าสถิติทดสอบซีเท่ากับ 3.19 มีค่า p เท่ากับ $1 - 0.9993 = 0.0007 \approx 0.001$

5) สรุปผล จากผลลัพธ์ข้างต้นพบว่า ค่าสถิติทดสอบซีเท่ากับ 3.19 มีค่า p เท่ากับ 0.001 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังนั้นสรุปได้ว่า ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. ผลการเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูงกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยใช้การทดสอบซี

ทดสอบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 (21 คะแนน) หรือไม่ โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ ค-7

สมมติฐานการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70

ให้ μ คือ คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม

1) สมมติฐานการทดสอบ

$H_0 : \mu \leq 21$

$H_1 : \mu > 21$

2) กำหนด $\alpha = 0.05$

3) ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ การทดสอบซี (กัลยา วานิชย์บัญชา, 2561, หน้า 69)

4) คำนวณค่าสถิติทดสอบซี และค่า p ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{22.69 - 21}{\frac{3.29}{\sqrt{36}}} = 3.08$$

จากตารางความน่าจะเป็นแบบปกติ (กัลยา วานิชย์บัญชา, 2561, หน้า 285) พบว่า ที่ค่าสถิติทดสอบซีเท่ากับ 3.08 มีค่า p เท่ากับ $1 - 0.999 = 0.001$

5) สรุปผล จากผลลัพธ์ข้างต้นพบว่า ค่าสถิติทดสอบซีเท่ากับ 3.08 มีค่า p เท่ากับ 0.001 ซึ่งมีค่าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ 0.05 ดังนั้นสรุปได้ว่า ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบอุปนัยและนิรนัย ร่วมกับการใช้คำถามระดับสูง เรื่อง วงกลม มีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เฉลี่ยสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ภาคผนวก จ

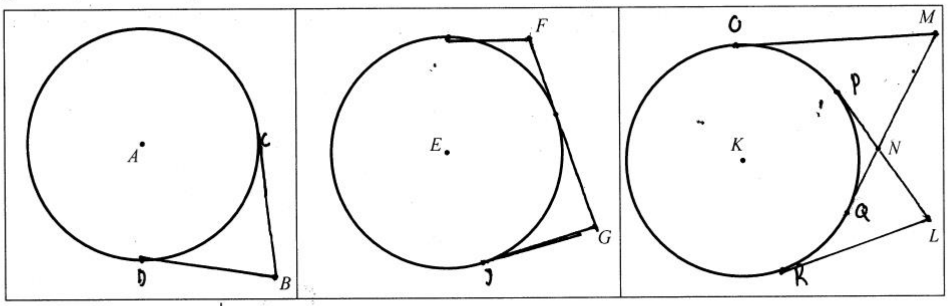
ตัวอย่างใบกิจกรรมและแบบฝึกหัดของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 7

เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาคำสั่งแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ในแต่ละรูปต่อไปนี้ ให้นักเรียนลากส่วนของเส้นตรงจากจุดภายนอกวงกลมที่กำหนดให้ไปสัมผัสวงกลมในรูปนั้น ๆ พร้อมตั้งชื่อจุดสัมผัสที่เกิดขึ้น แล้วเติมตารางด้านล่างให้สมบูรณ์



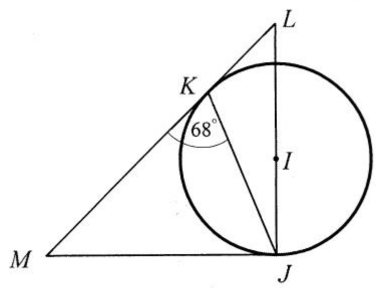
ตารางประกอบกิจกรรมที่ 7

วงกลม	จุดภายนอกวงกลมที่พบ	ส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งลากจากจุดนั้นมาสัมผัสวงกลม	ความยาวของส่วนของเส้นตรงนั้น	ส่วนของเส้นตรงอีกเส้นลากจากจุดนั้นมาสัมผัสวงกลม	ความยาวของส่วนของเส้นตรงอีกเส้น	จำนวนส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกนั้นมาสัมผัสวงกลม
A	จุด B	$\overline{BC}$	2.5 ซม.	$\overline{BD}$	2.5 ซม.	2
E	จุด F	$\overline{FH}$	1.4 ซม.	$\overline{FI}$	1.4 ซม.	2
	จุด G	$\overline{GI}$	2 ซม.	$\overline{GJ}$	2 ซม.	2
K	จุด L	$\overline{LR}$	2.6 ซม.	$\overline{LP}$	2.6 ซม.	2
	จุด M	$\overline{MO}$	3.4 ซม.	$\overline{MQ}$	3.4 ซม.	2
	จุด N	$\overline{NP}$	1.2 ซม.	$\overline{NQ}$	1.2 ซม.	2

2. นักเรียนสามารถสรุปความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ในตารางประกอบกิจกรรมที่ 7 ได้อย่างไร

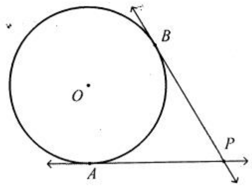
ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น

ทดลองทำ จงใช้ข้อสรุปของนักเรียนในการหาขนาดของ $K\hat{L}J$



วิธีทำ ข้อความ	เหตุผล
จาก $M\hat{K}J = 68^\circ$	(กำหนดให้)
และ $MJ = MK$	(ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอก
	วงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน
จะได้ว่า ΔKML เป็นรูปสามเหลี่ยม	ยาวเท่ากัน 2 ด้าน)
นั่นคือ $M\hat{J}K = M\hat{K}J = 68^\circ$	(มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว)
จาก $K\hat{M}J = 180^\circ - M\hat{J}K = 180^\circ - 68^\circ - 68^\circ = 44^\circ$	(ผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม)
และ $M\hat{J}L = 90^\circ$	(เส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส)
ดังนั้น $K\hat{J}J = 180^\circ - K\hat{M}J - M\hat{J}L = 180^\circ - 44 - 90 =$	(ผลรวมของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม)
46°	( )
	( )

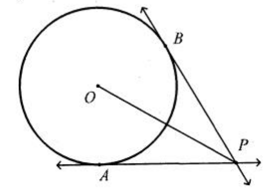
3. **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ที่มี $\overleftrightarrow{PA}$ และ $\overleftrightarrow{PB}$ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม ที่จุด A และ B ตามลำดับ



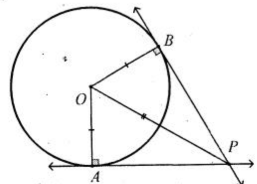
ต้องการพิสูจน์ว่า $PA = PB$

การวางแผนในการพิสูจน์

1)

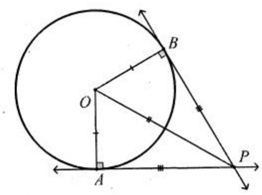


2)



$\Delta POA \cong \Delta POB$ (ฉ.ด.ด.)

3)



$PA = PB$

พิสูจน์

ลาก $\overline{OP}$ $\overline{OA}$ และ $\overline{OB}$ (การสร้าง)

จะได้ว่า $OP = OP$ (ด้านร่วม)

และ $OA = OB$ (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

จาก $\overline{OB} \perp \overline{PB}$ และ $\overline{OA} \perp \overline{PA}$ (เส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส)

จะได้ว่า $O\hat{A}P = O\hat{B}P = 90^\circ$

นั่นคือ $\Delta POA = \Delta POB$ (ฉ.ด.ด.)

ดังนั้น $PA = PB$ ($\Delta POA = \Delta POB$)

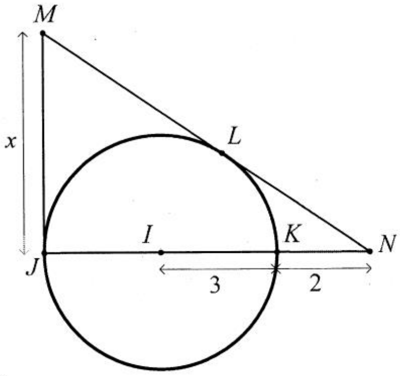
ทฤษฎีบทที่ได้ คือ **ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกัน ย่อมยาวเท่ากัน**

แบบฝึกหัดที่ 7

เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)

คำชี้แจง จงหาค่า x ในรูปที่กำหนดให้ พร้อมแสดงเหตุผล

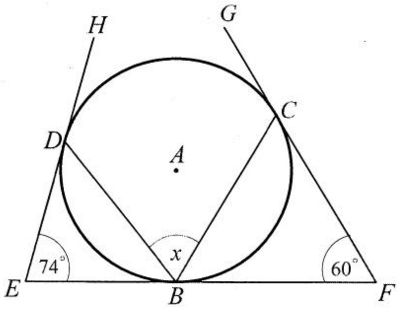
1.



วิธีทำ

ข้อความ	เหตุผล
จาก $IK = 3$, $KN = 2$ และ $MJ = x$	(กำหนดให้)
ลาก $\overline{IL}$	(การสร้าง)
จะได้ว่า $IJ = IL = IK = 3$	(รัศมีของวงกลมเดียวกันมีขนาดเท่ากัน)
จาก $\overline{IL} \perp \overline{MN}$ และ $\overline{IJ} \perp \overline{MJ}$	(เส้นสัมผัสวงกลมตั้งฉากกับรัศมีที่จุดสัมผัส)
จะได้ว่า $LN = \sqrt{IN^2 - IL^2}$	(ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)
นั่นคือ $LN = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$	(สมบัติของการเท่ากัน)
จาก $ML = MJ = x$	(ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอกวงกลม
	(ไปยังจุดสัมผัสของวงกลมเดียวกันย่อมยาวเท่ากัน
และ $MN^2 = MJ^2 + JN^2$	(ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)
จะได้ว่า $(x+4)^2 = x^2 + 8^2$	(แทนค่า)
นั่นคือ $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 64$	(สมบัติการเท่ากัน)
ดังนั้น $x = 6$	(คำตอบ)
	()
	()
	()
	()
	()
	()
	()

2.



<u>วิธีทำ</u>

ข้อความ	เหตุผล
จาก $D\hat{E}B = 74^\circ$ และ $B\hat{F}C = 60^\circ$	(กำหนดให้)
จาก $ED = EB$ และ $FB = FC$	(ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดภายนอก
	(วงกลมจุดหนึ่งมาสัมผัสวงกลมเดียวกันย่อมยาวเท่ากัน)
จะได้ว่า $\triangle DEB$ และ $\triangle BFC$ เป็นรูป	(มีด้านเท่ากันสองด้าน)
สามเหลี่ยมหน้าจั่ว	( )
นั่นคือ $E\hat{D}B = E\hat{B}D$ และ $C\hat{B}F = B\hat{C}F$	(มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)
จาก $E\hat{B}D + E\hat{D}B + D\hat{E}B = 180^\circ$	(ผลรวมมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม)
และ $C\hat{B}F + C\hat{B}F + B\hat{F}C = 180^\circ$	( )
จะได้ $E\hat{B}D + E\hat{B}D + 74^\circ = 180^\circ$	(แทนค่า)
และ $C\hat{B}F + C\hat{B}F + 60^\circ = 180^\circ$	( )
นั่นคือ $E\hat{B}D = 53^\circ$ และ $C\hat{B}F = 60^\circ$	(สมบัติการเท่ากัน)
จาก $D\hat{B}C = E\hat{B}C + C\hat{B}F = 180^\circ$	(ขนาดของมุมตรง)
และ $D\hat{B}C = 180^\circ - 53^\circ - 60^\circ = 67^\circ$	(สมบัติการเท่ากัน)
ดังนั้น $x = 67^\circ$	(คำตอบ)
	( )
	( )
	( )

ประวัติย่อของผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นายณัฐภัทร แสงมาลา	
วัน เดือน ปี เกิด	24 ตุลาคม 2537	
สถานที่อยู่ปัจจุบัน	125 ม.8 ต.บางปิด อ.แหลมงอบ จ.ตราด 23120	
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2553	จบการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด
	พ.ศ. 2556	จบการศึกษาระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย โรงเรียนตราษตระการคุณ จังหวัดตราด
	พ.ศ. 2561	การศึกษาบัณฑิต (การสอนคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยบูรพา
	พ.ศ. 2564	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์ศึกษา) มหาวิทยาลัยบูรพา
รางวัลหรือทุนการศึกษา	นิสิตทุนโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)	